RENDSZER- ÉS IRÁNYÍTÁSTECHNIKA

HÁZI FELADAT

Réda Vince – Z697LX

1. táblázat. Házi feladat kódja

ϑ_1	ϑ_2	ϑ_3	ϑ_4
36	4,063	0,05	40,827

Mechatronika, Optika és Gépészeti Informatika Tanszék

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

2020. október 22.

Tartalomjegyzék

Az egyenáramú motor paraméterei

2. táblázat. A motor és a hajtómű paraméterei

Név	Jelölés	Katalógus-beli érték	SI-beli érték
armatúra ellenállás	R_a	11,1 Ω	11,1 Ω
armatúra induktivitás	L_a	1,52 mH	$1,52 \cdot 10^{-3}$ H
nyomatékállandó	k_m	58,2 $\frac{\mathrm{mNm}}{\mathrm{V}}$	0,0582 $\frac{\mathrm{Nm}}{\mathrm{V}}$
sebességállandó	k_s	164 $\frac{\mathrm{rpm}}{\mathrm{V}}$	17,17 $\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{Vs}}$
elektromos állandó	k_e	0,006097 $\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{rpm}}$	0,05822 $\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{rad}}$
forgórész tehetetlenségi nyomatéka	J_a	44,6 gcm^2	4,46$\cdot 10^{-6}$ kgm^2
névleges szögsebesség	ω_n	4430 rpm	463,91 $\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$
névleges áramerősség	i_n	0,804 A	0,804 A
névleges feszültség	u_n	36 V	36 V

1. BDC motor leírása

a. A BDC motor hatásvázlata

Legyen

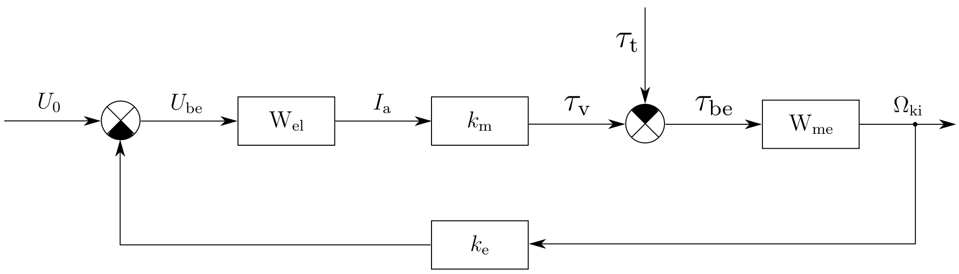
$$\mathrm{W_{el}} = \frac{1}{R_\mathrm{a} + L_\mathrm{a} s} \tag{1}$$

az elektromos kör átviteli függvénye, és

$$\mathrm{W_{me}} = \frac{1}{b + J_\mathrm{a} s} \overset{b=0}{=} \frac{1}{J_\mathrm{a} s} \tag{2}$$

a mechanikai kör átviteli függvénye.

Ekkor a rendszer hatásvázlatát az 1. ábra mutatja. $\mathrm{U_0}$ a motorra kapcsolt feszültség, amelyből levonjuk a szögsebességgel arányos feszültséget. Az így kapott feszültség, $\mathrm{U_{be}}$ esik az ellenálláson. $\mathrm{W_{el}}$ az armatúra ellenállás és tekercs admittanciája, amelyre rákapcsolva $\mathrm{U_{be}}$-t megkapjuk az armatúra áramot. A motor nyomatékát a k_m szorzó adja, a $\tau_\mathrm{v} = k_\mathrm{m}\mathrm{I_a}$ egyenlet alapján, amihez előjelesen hozzáadjuk a külső terhelést. Az így kapott összes nyomatékot a $\mathrm{W_{me}}$-vel szorozva kapjuk meg a motor szögsebességét, Ω_ki-t, ami tartalmazza a forgórész tehetetlenségi nyomatékát, valamint a csapágysúrlódást is, amit most elhanyagolunk. $\Omega_\mathrm{ki} k_\mathrm{e}$ adja a feszültséget, amit ki kell vonnunk a kapocsfeszültségből.



1. ábra. Hatásvázlat

b. A feszültség – szögsebesség átviteli függvény felírása

Vegyük az 1. ábrát, és legyen $\tau_\mathrm{t} = 0$.

Az előrecsatoló és visszacsatoló át átviteli függvényei

$$\mathrm{W_x} = \mathrm{W_{el}} k_\mathrm{m} \mathrm{W_{me}}, \tag{3}$$

és

$$\mathrm{W_f} = k_\mathrm{e}. \tag{4}$$

A zárthurkú átviteli függvény

$$\mathrm{W_{U_0 \to \Omega_{ki}}} = \frac{\mathrm{W_x}}{1 + \mathrm{W_x W}_f} = \frac{k_\mathrm{m}}{L_\mathrm{a} J_\mathrm{a} s^2 + J_\mathrm{a} R_\mathrm{a} s + k_\mathrm{e} k_\mathrm{m}} \tag{5}$$

A $\mathrm{W}_{\mathrm{U}_0\to\Omega_{\mathrm{ki}}}$ pólusai:

$$p_1 = \frac{\sqrt{J_\mathrm{a}(J_\mathrm{a}R_\mathrm{a}^2 - 4L_\mathrm{a}k_\mathrm{e}k_\mathrm{m})} - J_\mathrm{a}R_\mathrm{a}}{2J_\mathrm{a}L_\mathrm{a}} \tag{6}$$

$$p_2 = -\frac{\sqrt{J_\mathrm{a}(J_\mathrm{a}R_\mathrm{a}^2 - 4L_\mathrm{a}k_\mathrm{e}k_\mathrm{m})} + J_\mathrm{a}R_\mathrm{a}}{2J_\mathrm{a}L_\mathrm{a}} \tag{7}$$

Az időállandók a pólusok reciprokának negáltjai:

$$T_1 = \frac{2J_\mathrm{a}L_\mathrm{a}}{\sqrt{J_\mathrm{a}(J_\mathrm{a}R_\mathrm{a}^2 - 4L_\mathrm{a}k_\mathrm{e}k_\mathrm{m})} + J_\mathrm{a}R_\mathrm{a}} = 0,0145\ \mathrm{s} \tag{8}$$

$$T_2 = -\frac{2J_\mathrm{a}L_\mathrm{a}}{\sqrt{J_\mathrm{a}(J_\mathrm{a}R_\mathrm{a}^2 - 4L_\mathrm{a}k_\mathrm{e}k_\mathrm{m})} - J_\mathrm{a}R_\mathrm{a}} = 1,3825\cdot 10^{-4}\ \mathrm{s} \tag{9}$$

A rendszer nullfrekvenciás erősítése

$$A_{\mathrm{U}_0\to\Omega_{\mathrm{ki}}} = \frac{1}{k_\mathrm{e}} = 17,1762 \tag{10}$$

c. A feszültség – áram átviteli függvény felírása

Az előrecsatoló és visszacsatoló át átviteli függvényei

$$\mathrm{W}_\mathrm{x} = \mathrm{W}_\mathrm{el}, \tag{11}$$

és

$$\mathrm{W}_\mathrm{f} = k_\mathrm{m}k_\mathrm{e}\mathrm{W}_\mathrm{me}. \tag{12}$$

A zárt hurkú átviteli függvény

$$\mathrm{W}_{\mathrm{U}_0\to\mathrm{I}_\mathrm{a}} = \frac{J_\mathrm{a}\,s}{J_\mathrm{a}\,L_\mathrm{a}\,s^2 + J_\mathrm{a}\,R_\mathrm{a}\,s + k_\mathrm{e}\,k_\mathrm{m}} \tag{13}$$

A $\mathrm{W}_{\mathrm{U}_0\to\mathrm{I}_\mathrm{a}}$ pólusai:

$$p_1 = -\frac{\sqrt{J_\mathrm{a}\,\left(J_\mathrm{a}\,{R_\mathrm{a}}^2 - 4\,L_\mathrm{a}\,k_\mathrm{e}\,k_\mathrm{m}\right)} + J_\mathrm{a}\,R_\mathrm{a}}{2\,J_\mathrm{a}\,L_\mathrm{a}} \tag{14}$$

$$p_2 = \frac{\sqrt{J_\mathrm{a}\,\left(J_\mathrm{a}\,{R_\mathrm{a}}^2 - 4\,L_\mathrm{a}\,k_\mathrm{e}\,k_\mathrm{m}\right)} - J_\mathrm{a}\,R_\mathrm{a}}{2\,J_\mathrm{a}\,L_\mathrm{a}} \tag{15}$$

Az időállandók a pólusok reciprokának negáltjai:

$$T_1 = -\frac{2\,J_\mathrm{a}\,L_\mathrm{a}}{\sqrt{J_\mathrm{a}\,\left(J_\mathrm{a}\,{R_\mathrm{a}}^2 - 4\,L_\mathrm{a}\,k_\mathrm{e}\,k_\mathrm{m}\right)} - J_\mathrm{a}\,R_\mathrm{a}} = 0,0145\ \mathrm{s} \tag{16}$$

$$T_2 = \frac{2\,J_\mathrm{a}\,L_\mathrm{a}}{\sqrt{J_\mathrm{a}\,\left(J_\mathrm{a}\,{R_\mathrm{a}}^2 - 4\,L_\mathrm{a}\,k_\mathrm{e}\,k_\mathrm{m}\right)} + J_\mathrm{a}\,R_\mathrm{a}} = 1,3825\cdot 10^{-4}\ \mathrm{s} \tag{17}$$

A rendszer nullfrekvenciás erősítése $A_{\mathrm{U}_0\to\mathrm{I}_\mathrm{a}} = 0$.

d. A terhelőnyomaték – szögsebesség átviteli függvény felírása

Az előrecsatoló és visszacsatoló át átviteli függvényei

$$\mathrm{W_x} = -\mathrm{W_{me}}, \tag{18}$$

és

$$\mathrm{W_f} = -k_\mathrm{m} k_\mathrm{e} \mathrm{W_{el}}. \tag{19}$$

A zárt hurkú átviteli függvény

$$\mathrm{W}_{\tau_\mathrm{t}\to\Omega_\mathrm{ki}} = \frac{R_\mathrm{a} + L_\mathrm{a}\, s}{J_\mathrm{a}\, L_\mathrm{a}\, s^2 + J_\mathrm{a}\, R_\mathrm{a}\, s + k_\mathrm{e}\, k_\mathrm{m}} \tag{20}$$

A $\mathrm{W}_{\mathrm{U_0}\to\mathrm{I_a}}$ pólusai:

$$p_1 = \frac{\sqrt{J_\mathrm{a}\, \left(J_\mathrm{a}\, {R_\mathrm{a}}^2 - 4\, L_\mathrm{a}\, k_\mathrm{e}\, k_\mathrm{m}\right)} - J_\mathrm{a}\, R_\mathrm{a}}{2\, J_\mathrm{a}\, L_\mathrm{a}} \tag{21}$$

$$p_2 = -\frac{\sqrt{J_\mathrm{a}\, \left(J_\mathrm{a}\, {R_\mathrm{a}}^2 - 4\, L_\mathrm{a}\, k_\mathrm{e}\, k_\mathrm{m}\right)} + J_\mathrm{a}\, R_\mathrm{a}}{2\, J_\mathrm{a}\, L_\mathrm{a}} \tag{22}$$

Az időállandók a pólusok reciprokának negáltjai:

$$T_1 = -\frac{2\, J_\mathrm{a}\, L_\mathrm{a}}{\sqrt{J_\mathrm{a}\, \left(J_\mathrm{a}\, {R_\mathrm{a}}^2 - 4\, L_\mathrm{a}\, k_\mathrm{e}\, k_\mathrm{m}\right)} - J_\mathrm{a}\, R_\mathrm{a}} = 1,3825 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{s} \tag{23}$$

$$T_2 = \frac{2\, J_\mathrm{a}\, L_\mathrm{a}}{\sqrt{J_\mathrm{a}\, \left(J_\mathrm{a}\, {R_\mathrm{a}}^2 - 4\, L_\mathrm{a}\, k_\mathrm{e}\, k_\mathrm{m}\right)} + J_\mathrm{a}\, R_\mathrm{a}} = 0,0145\ \mathrm{s} \tag{24}$$

A rendszer nullfrekvenciás erősítése

$$A_{\tau_\mathrm{t}\to\Omega_\mathrm{ki}} = -\frac{R_\mathrm{a}}{k_\mathrm{m} k_\mathrm{e}} = -3275,9 \tag{25}$$

e. A terhelőnyomaték – áram átviteli függvény felírása

Az előrecsatoló és visszacsatoló át átviteli függvényei

$$\mathrm{W_x} = \mathrm{W_{me}} k_\mathrm{e} \mathrm{W_{el}}, \tag{26}$$

és

$$\mathrm{W_f} = k_\mathrm{m}. \tag{27}$$

A zárt hurkú átviteli függvény

$$\mathrm{W}_{\tau_\mathrm{t}\to\Omega_\mathrm{ki}} = \frac{R_\mathrm{a} + L_\mathrm{a}\, s}{J_\mathrm{a}\, L_\mathrm{a}\, s^2 + J_\mathrm{a}\, R_\mathrm{a}\, s + k_\mathrm{e}\, k_\mathrm{m}} \tag{28}$$

A $\mathrm{W}_{\mathrm{U_0}\to\mathrm{I_a}}$ pólusai:

$$p_1 = \frac{\sqrt{J_\mathrm{a}\, \left(J_\mathrm{a}\, {R_\mathrm{a}}^2 - 4\, L_\mathrm{a}\, k_\mathrm{e}\, k_\mathrm{m}\right)} - J_\mathrm{a}\, R_\mathrm{a}}{2\, J_\mathrm{a}\, L_\mathrm{a}} \tag{29}$$

$$p_2 = -\frac{\sqrt{J_\mathrm{a}\, \left(J_\mathrm{a}\, {R_\mathrm{a}}^2 - 4\, L_\mathrm{a}\, k_\mathrm{e}\, k_\mathrm{m}\right)} + J_\mathrm{a}\, R_\mathrm{a}}{2\, J_\mathrm{a}\, L_\mathrm{a}} \tag{30}$$

Az időállandók a pólusok reciprokának negáltjai:

$$T_1 = -\frac{2\,J_\mathrm{a}\,L_\mathrm{a}}{\sqrt{J_\mathrm{a}\,\left(J_\mathrm{a}\,{R_\mathrm{a}}^2 - 4\,L_\mathrm{a}\,k_\mathrm{e}\,k_\mathrm{m}\right)} - J_\mathrm{a}\,R_\mathrm{a}} = 1,3825 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{s} \tag{31}$$

$$T_2 = \frac{2\,J_\mathrm{a}\,L_\mathrm{a}}{\sqrt{J_\mathrm{a}\,\left(J_\mathrm{a}\,{R_\mathrm{a}}^2 - 4\,L_\mathrm{a}\,k_\mathrm{e}\,k_\mathrm{m}\right)} + J_\mathrm{a}\,R_\mathrm{a}} = 0,0145\ \mathrm{s} \tag{32}$$

A rendszer nullfrekvenciás erősítése

$$A_{\tau_\mathrm{t}\to\Omega_\mathrm{ki}} = \frac{1}{k_\mathrm{m}} = 17,1821 \tag{33}$$

2. BDC motor vizsgálata

a. Szögsebességválasz a névleges feszültségre

Az 1.b. részfeladatban meghatározott átviteli függvényt fogjuk megvizsgálni. A bemenőjel

$$\mathrm{X} = \frac{u_\mathrm{n}}{s}, \tag{34}$$

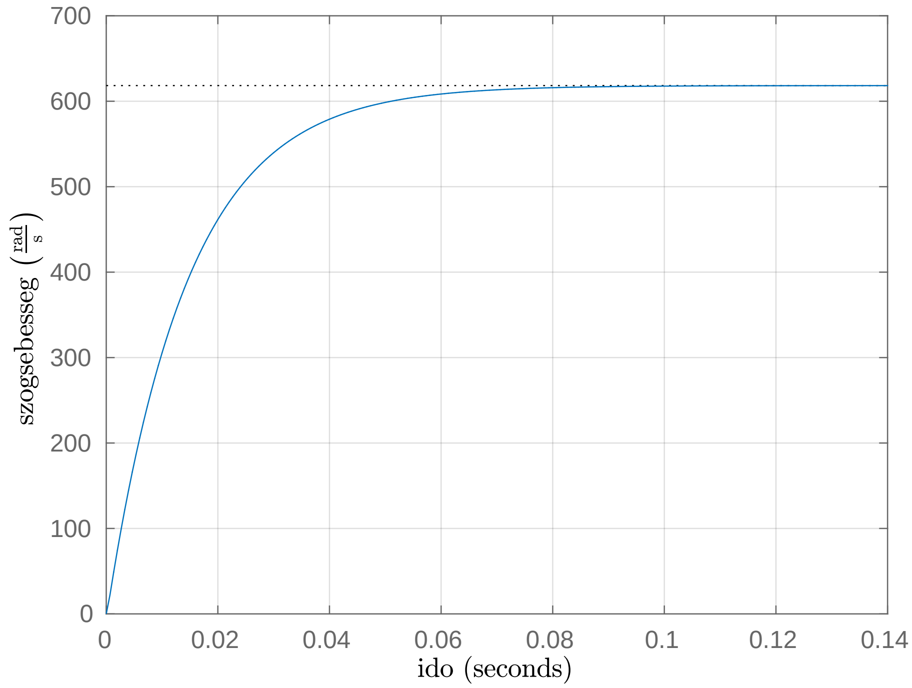
ez az egységugrás függvény Laplace-transzformáltja felnagyítva a névleges feszültségre. A kimenőjel Laplace-transzformáltja

$$\mathrm{Y} = \mathrm{W}_{\mathrm{U}_0 \to \Omega_\mathrm{ki}} \mathrm{X} = \frac{k_\mathrm{m}}{L_\mathrm{a} J_\mathrm{a} s^2 + J_\mathrm{a} R_\mathrm{a} s + k_\mathrm{e} k_\mathrm{m}} \frac{u_\mathrm{n}}{s} \tag{35}$$

Ezt invez Laplace-transzformálva megkapjuk a szögsebesség válasz időfüggvényét:

$$\mathrm{y}(t) = \mathcal{L}^{-1}(\mathrm{Y}) = 618.34 - 618.34\,\mathrm{e}^{-3651.3\,t}\,(\cosh(3582.2\,t) + 1.0193\,\sinh(3582.2\,t)) \tag{36}$$

amit a 2. ábra mutat.



2. ábra. Szögsebesség válasz a névleges feszültségre

A kezdeti és az állandósult szögsebesség a végérték tételek segítségével számolható:

$$\omega(0) = \lim_{s \to \infty} s\mathrm{Y} = 0\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \tag{37}$$

$$\omega(\infty) = \lim_{s \to 0} s\mathrm{Y} = 618,34\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \tag{38}$$

A motor adatlapja a terhelés nélküli szögsebességet 5860 rpm = 613.66 $\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$-nek adja meg. A számított 0.76 %-os relatív hiba numerikus hibáknak tudható be.

b. Áram kimenet a névleges feszültség hatására

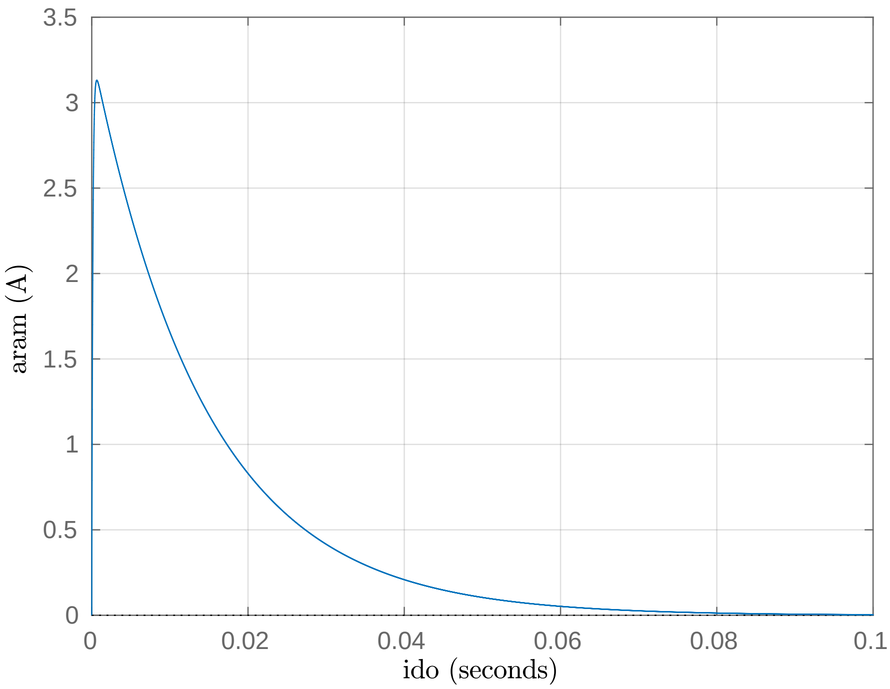
Az 1.c. részfeladatban meghatározott átviteli függvényt fogjuk megvizsgálni. A kimenőjel Laplace-transzformáltja

$$\mathrm{Y} = \mathrm{W}_{\mathrm{U_0} \to \mathrm{I_a}} \mathrm{X} = \frac{k_\mathrm{m}}{L_\mathrm{a} J_\mathrm{a} s^2 + J_\mathrm{a} R_\mathrm{a} s + k_\mathrm{e} k_\mathrm{m}} \frac{u_\mathrm{n}}{s} \tag{39}$$

Ezt invez Laplace-transzformálva megkapjuk a szögsebesség válasz időfüggvényét:

$$\mathrm{y}(t) = \mathcal{L}^{-1}(\mathrm{Y}) = 3.3058\,\mathrm{e}^{-69.098\,t} - 3.3058\,\mathrm{e}^{-7233.5\,t} \tag{40}$$

amit a 3. ábra mutat.



3. ábra. Áram kimenet a névleges feszültség hatására

A kezdeti és az állandósult áram a végérték tételek segítségével számolható:

$$\mathrm{I_a}(0) = \lim_{s \to \infty} s\mathrm{Y} = 0\ \mathrm{A} \tag{41}$$

$$\mathrm{I_a}(\infty) = \lim_{s \to 0} s\mathrm{Y} = 0\ \mathrm{A} \tag{42}$$

c. Nyomaték kimenet a névleges feszültség hatására

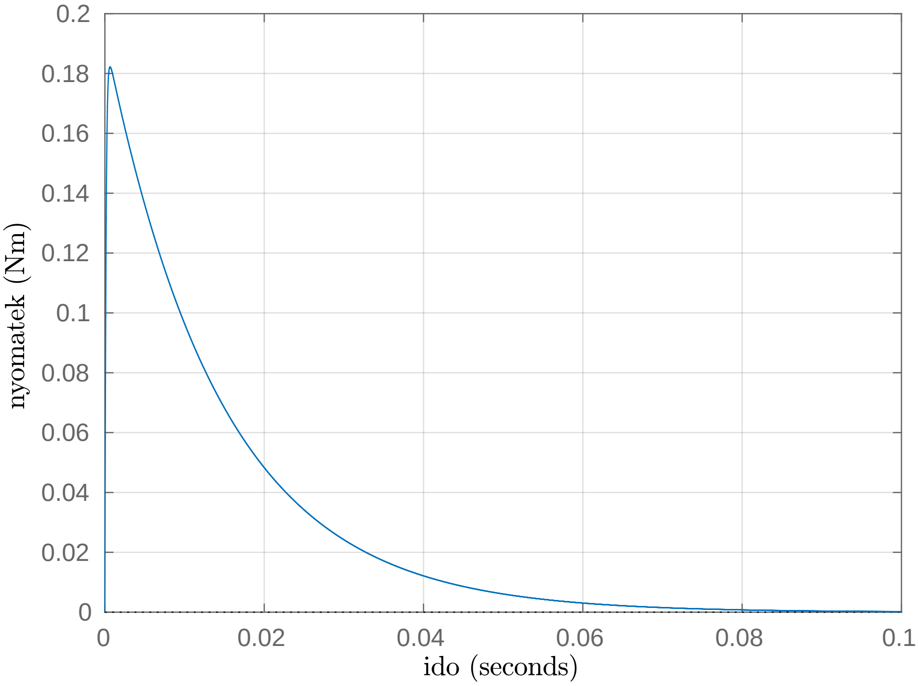
A DC motor egyenletei alapján

$$\tau_\mathrm{v} = k_\mathrm{m} \mathrm{I_a} \tag{43}$$

A kimenőjel időfüggvénye:

$$\mathrm{y}(t) = k_\mathrm{m} \mathrm{y}_{\mathrm{I_a}}(t) = 0.18911\,\mathrm{e}^{-6.9145\,t} - 0.18911\,\mathrm{e}^{-7295.7\,t} \tag{44}$$

amit a 4. ábra mutat.



4. ábra. Nyomaték kimenet a névleges feszültség hatására

A kezdeti és az állandósult nyomaték analóg módon számolható:

$$\tau_{\mathrm{v}}(0) = k_{\mathrm{m}} 0 \text{ A} = 0 \text{ Nm} \tag{45}$$

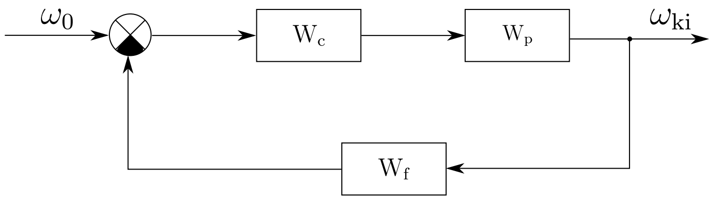
$$\tau_{\mathrm{v}}(\infty) = k_{\mathrm{m}} 0 \text{ A} = 0 \text{ Nm} \tag{46}$$

3. PI szabályzó tervezése

Ebben a feladatban a motorra egy PI szabályzót kapcsolunk, melynek átviteli függvénye

$$\mathrm{W_c} = P\left(1 + \frac{1}{T_\mathrm{I} s}\right), \tag{47}$$

valamint a rendszer hatásvázlatát az 5. ábra mutatja.

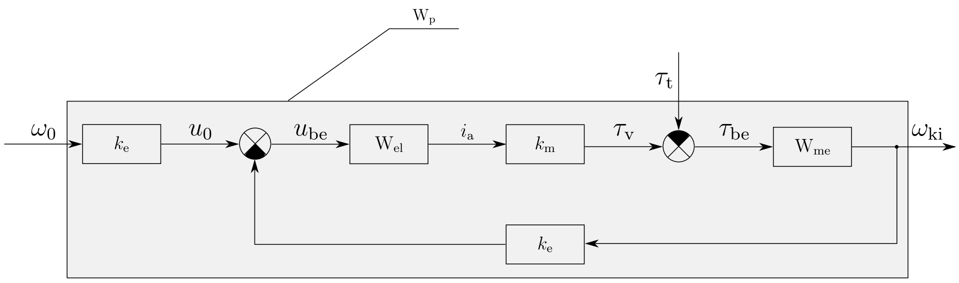


5. ábra. PI-szabályozott rendszer hatásvázlata

A motort egyetlen átviteli függvénnyel írjuk le, a 6. ábrának megfelelően. Ezt irányított szakasznak hívjuk, és kifejtve a

$$\mathrm{W_p} = k_\mathrm{e} \mathrm{W}_{\mathrm{U_0} \to \Omega_\mathrm{ki}} = \frac{k_\mathrm{e}\, k_\mathrm{m}}{J_\mathrm{a}\, L_\mathrm{a}\, s^2 + J_\mathrm{a}\, R_\mathrm{a}\, s + k_\mathrm{e}\, k_\mathrm{m}} \tag{48}$$

alakot kapja. A visszacsatoló ág üres, tehát $\mathrm{W_f} = 1$.



6. ábra. A motor átviteli függvénye $\mathrm{W_p}$

Az integráló tag időállandóját a szabályozott szakasz legnagyobb időállandójával tesszük egyenlővé. Ez a 8. egyenlet alapján $T_\mathrm{I} = 0,0145$ s.

a. A zárt szabályozási kör egyenletei

Jelöljük az előrevezető ág átviteli függvényét $\mathrm{W_x}$-val. A zárt szabályozási kör átviteli függvénye

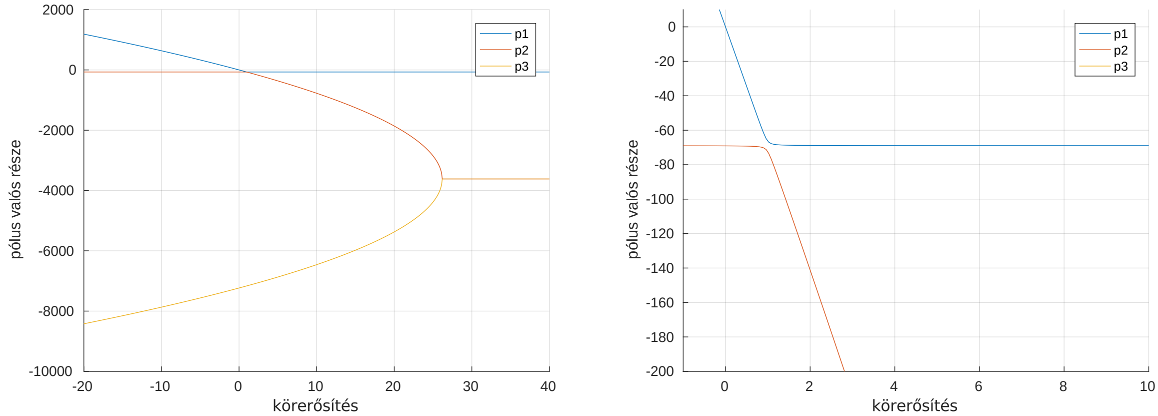
$$\mathrm{W_o} = \frac{\mathrm{W_x}}{1 + \mathrm{W_x}} = \frac{P\, k_\mathrm{e}\, k_\mathrm{m}\, (T_\mathrm{I}\, s + 1)}{P\, k_\mathrm{e}\, k_\mathrm{m} + J_\mathrm{a}\, L_\mathrm{a}\, T_\mathrm{I}\, s^3 + J_\mathrm{a}\, R_\mathrm{a}\, T_\mathrm{I}\, s^2 + T_\mathrm{I}\, k_\mathrm{e}\, k_\mathrm{m}\, s + P\, T_\mathrm{I}\, k_\mathrm{e}\, k_\mathrm{m}\, s} \tag{49}$$

A zárt szabályozási kör karakterisztikus egyenlete az 53. egyenlet nevezője, ami nullával egyenlő.

$$P\, k_\mathrm{e}\, k_\mathrm{m} + J_\mathrm{a}\, L_\mathrm{a}\, T_\mathrm{I}\, s^3 + J_\mathrm{a}\, R_\mathrm{a}\, T_\mathrm{I}\, s^2 + T_\mathrm{I}\, k_\mathrm{e}\, k_\mathrm{m}\, s + P\, T_\mathrm{I}\, k_\mathrm{e}\, k_\mathrm{m}\, s = 0. \tag{50}$$

b. Stabilitás a körerősítés függvényében

Rajzoljuk ki a pólusok valós részeit a körerősítés függvényében. A 7. ábrán jól látszik, hogy minden pozitív P értékre a pólusok negatív része valós, tehát a rendszer stabil.

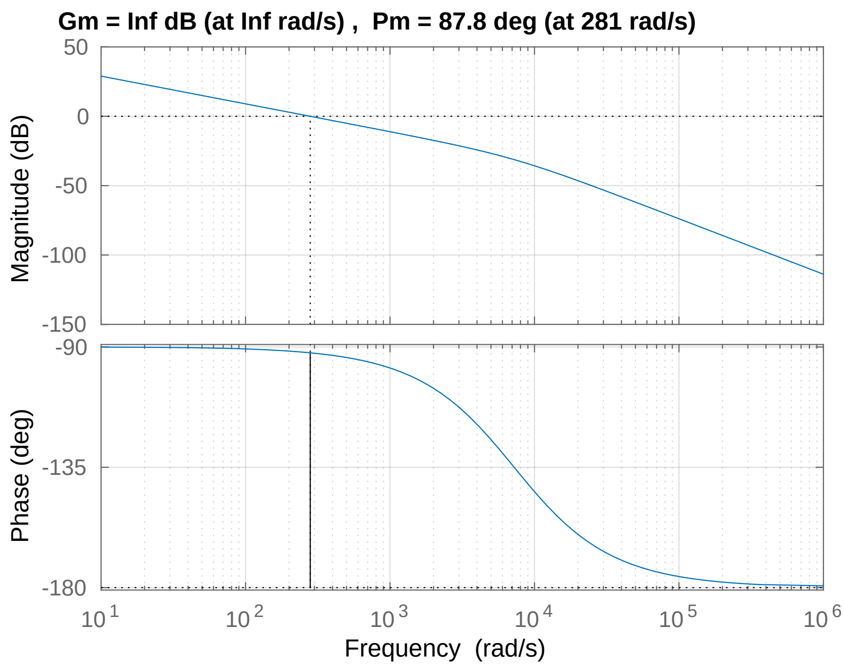


(a) Lényeges P értékek (b) 0 körüli P-k

7. ábra. Pólusok valós része a körerősítés függvényében

c. Megadott körerősítés esetén Bode-diagram és fázistartalék

Válasszuk a körerősítést $P = \vartheta_2 = 4,063$-re. Ennek a rendszernek a Bode-diagramját mutatja a 8. ábra. A `margin` függvényt használva megkapjuk a fázistartalékot, ami $\varphi_\mathrm{m} = 87.8°$.

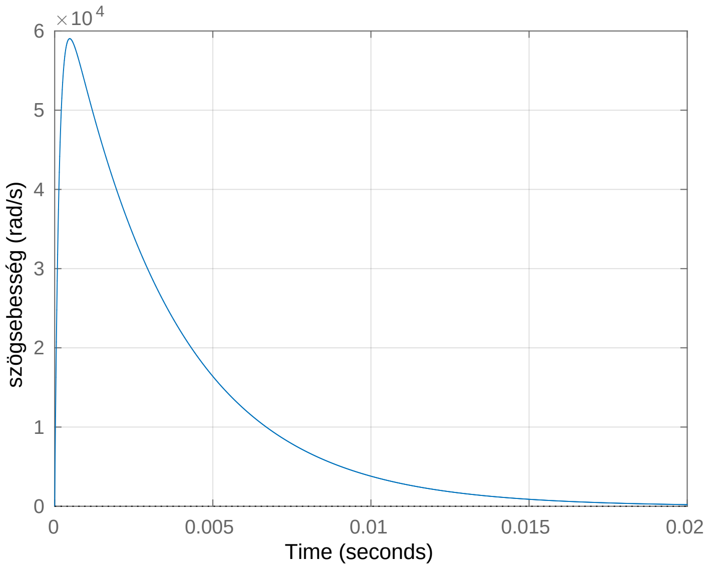


8. ábra. Szabályozási kör Bode-diagramja

d. Súlyfüggvény

A súlyfüggvényt könnyen kirajzolhatjuk az `impulse` függvénnyel. Az alapjel a névleges szögsebesség fele, vagyis

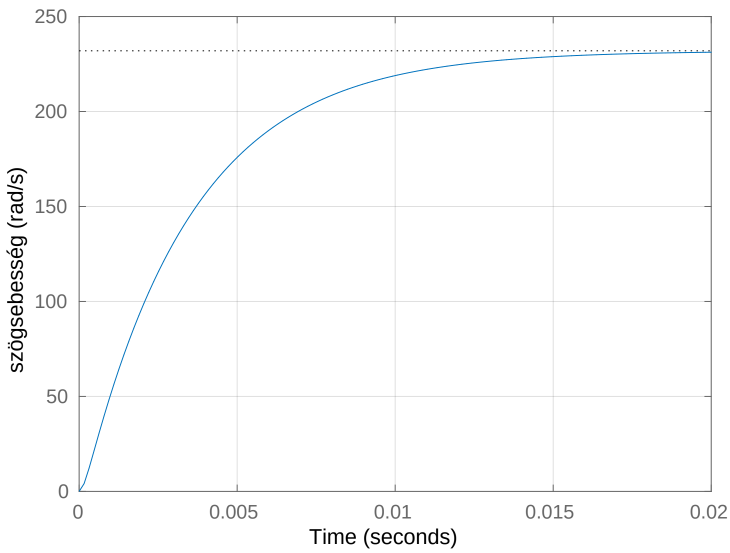
$$\Omega_0 = \frac{\omega_\mathrm{n}}{2} = 231.96\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}. \tag{51}$$



9. ábra. A zárt szabályozási kör impulzusválasza

e. Átmeneti függvény

Az átmeneti függvényt a `step` függvény adja meg. Az alapjel itt is a névleges szögsebesség fele.



10. ábra. A zárt szabályozási kör átmeneti függvénye

4. PD szabályzó tervezése

Az 5. ábrában a $\mathrm{W_c}$ szabályzót cseréljük ki egy PD szabályzóra, melynek átviteli függvénye

$$\mathrm{W_c} = P\frac{T_\mathrm{D}s+1}{nT_\mathrm{D}s+1}. \tag{52}$$

A deriváló tag időállandóját a szabályozott szakasz második legnagyobb időállandójának célszerű megválasztani, ami $T_\mathrm{D} = 1,3825 \cdot 10^{-4}$. Továbbá $n = \vartheta_3 = 40,827$ adott.

a. A zárt szabályozási kör egyenletei

Jelöljük az előrevezető ág átviteli függvényét $\mathrm{W_x}$-val. A zárt szabályozási kör átviteli függvénye

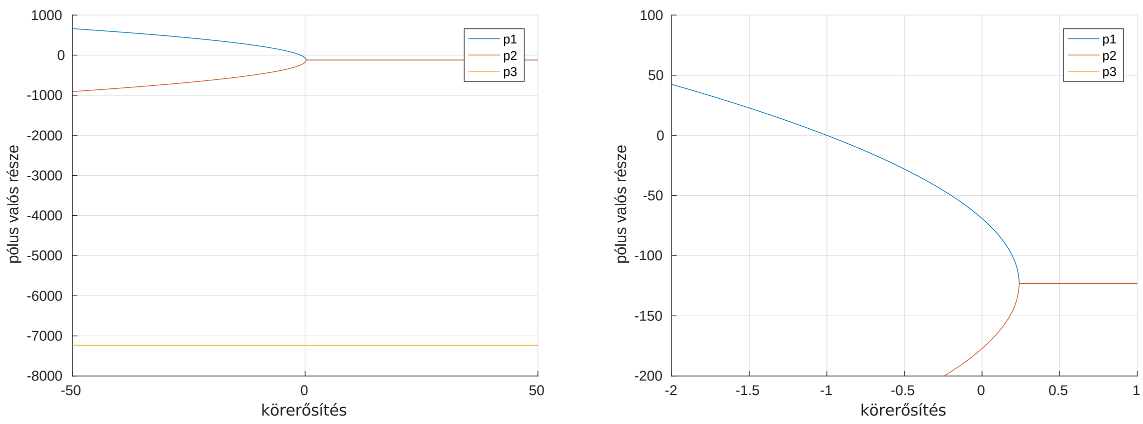
$$\mathrm{W_o} = \frac{\mathrm{W_x}}{1+\mathrm{W_x}} = \frac{P\,k_\mathrm{e}\,k_\mathrm{m}\,(T_\mathrm{D}\,s+1)}{\left(\frac{P\,k_\mathrm{e}\,k_\mathrm{m}\,(T_\mathrm{D}\,s+1)}{(T_\mathrm{D}\,n\,s+1)\,(J_\mathrm{a}\,L_\mathrm{a}\,s^2+J_\mathrm{a}\,R_\mathrm{a}\,s+k_\mathrm{e}\,k_\mathrm{m})}+1\right)(T_\mathrm{D}\,n\,s+1)\,(J_\mathrm{a}\,L_\mathrm{a}\,s^2+J_\mathrm{a}\,R_\mathrm{a}\,s+k_\mathrm{e}\,k_\mathrm{m})} \tag{53}$$

A zárt szabályozási kör karakterisztikus egyenlete az 53. egyenlet nevezője, ami nullával egyenlő.

$$k_\mathrm{e}\,k_\mathrm{m} + J_\mathrm{a}\,R_\mathrm{a}\,s + P\,k_\mathrm{e}\,k_\mathrm{m} + J_\mathrm{a}\,L_\mathrm{a}\,s^2 + P\,T_\mathrm{D}\,k_\mathrm{e}\,k_\mathrm{m}\,s + T_\mathrm{D}\,k_\mathrm{e}\,k_\mathrm{m}\,n\,s + J_\mathrm{a}\,L_\mathrm{a}\,T_\mathrm{D}\,n\,s^3 + J_\mathrm{a}\,R_\mathrm{a}\,T_\mathrm{D}\,n\,s^2 = 0 \tag{54}$$

b. Stabilitás a körerősítés függvényében

Rajzoljuk ki a pólusok valós részeit a körerősítés függvényében. A 11. ábrán látható, hogy minden $P > 0$ értékre a pólusok negatív része valós, tehát a rendszer stabil.

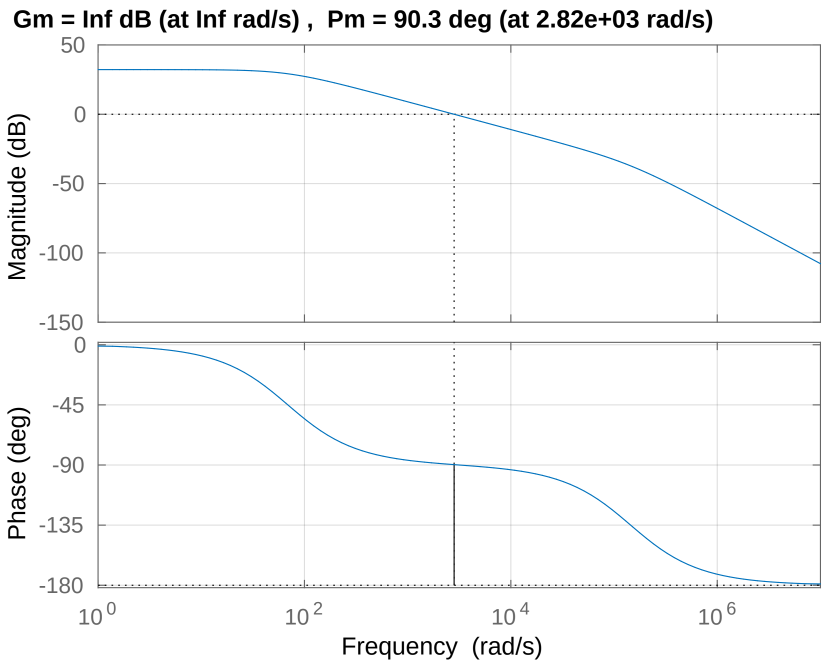


(a) Lényeges P értékek (b) 0 körüli P-k

11. ábra. Pólusok valós része a körerősítés függvényében

c. Megadott körerősítés esetén Bode-diagram és fázistartalék

Válasszuk a körerősítést $P = \vartheta_4 = 40,827$-re. Ennek a rendszernek a Bode-diagramját mutatja a 12. ábra. A `margin` függvényt használva megkapjuk a fázistartalékot, ami $\varphi_\mathrm{m} = 90,3°$.

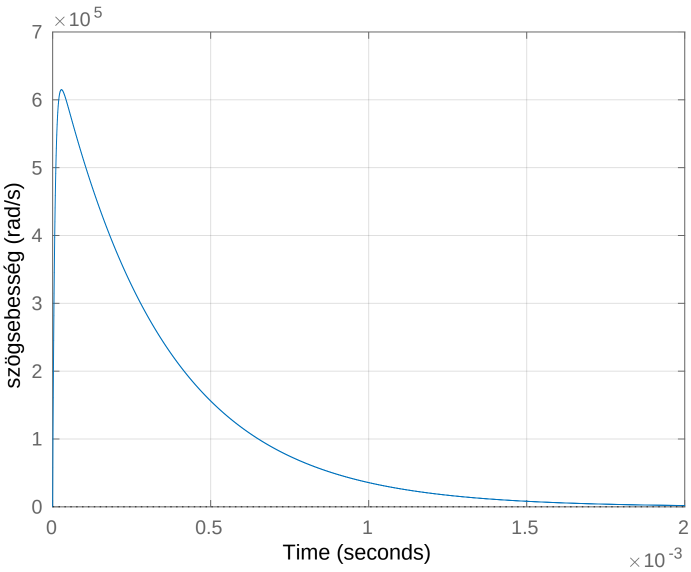


12. ábra. Szabályozási kör Bode-diagramja

d. Súlyfüggvény

A súlyfüggvényt könnyen kirajzolhatjuk az `impulse` függvénnyel. Az alapjel a névleges szögsebesség fele, vagyis

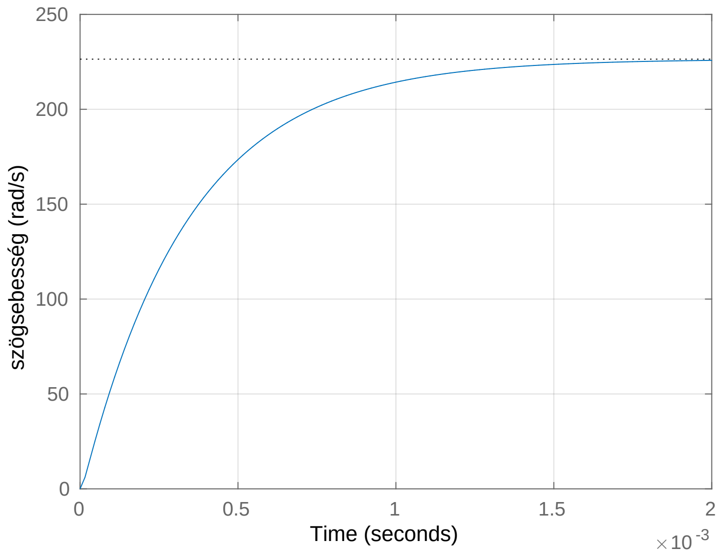
$$\Omega_0 = \frac{\omega_\mathrm{n}}{2} = 231.96\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}. \tag{55}$$



13. ábra. A zárt szabályozási kör impulzusválasza

e. Átmeneti függvény

Az átmeneti függvényt a `step` függvény adja meg. Az alapjel itt is a szögsebesség fele.



14. ábra. A zárt szabályozási kör átmeneti függvénye

5. Zavaró jel PI szabályozóval (Szorgalmi feladat)

Mivel a rendszerünk lineáris, ezért a két bemenetet kezelhetjük függetlenül.

Legyen a referencia feszültség bemenet Laplace-transzformáltja $\mathrm{U}_\omega = \frac{\omega_\mathrm{n}}{2s}$, a zavarójel pedig legyen egy τ_0 nagyságú ugrásfüggvény időben eltolva T_0-al, ami elvileg végtelen: $\mathrm{U}_\tau = \frac{\tau_0}{s}\mathrm{e}^{-T_0 s}$.

A rendszer szögsebesség válasza ezekre a bemenetekre kiszámítható az 5. ábra segítségével. Legyen a W_p szögsebesség bemenete U_p, valamint a zavaró bemenet U_τ, $\mathrm{W}_{\mathrm{p}\tau}$ átviteli függvénnyel. Ezek kimeneteit össze lehet adni, így a rotor szögsebesség válasza Y lesz.

$$\mathrm{Y} = \mathrm{W}_\mathrm{p}\mathrm{U}_\mathrm{p} + \mathrm{W}_{\mathrm{p}\tau}\mathrm{U}_\tau \tag{56}$$

Most írjuk fel U_p-t a kimenet alapján.

$$\mathrm{U}_\mathrm{p} = \mathrm{W}_\mathrm{c}\left(\mathrm{U}_0 - \mathrm{Y}\right) \tag{57}$$

Behelyettesítve megkapjuk a keresett válaszfüggvényt:

$$\mathrm{Y} = \frac{\mathrm{W}_\mathrm{p}\mathrm{W}_\mathrm{c}\mathrm{U}_0 + \mathrm{W}_{\mathrm{p}\tau}\mathrm{U}_\tau}{\mathrm{W}_\mathrm{p}\mathrm{W}_\mathrm{c} + 1}, \tag{58}$$

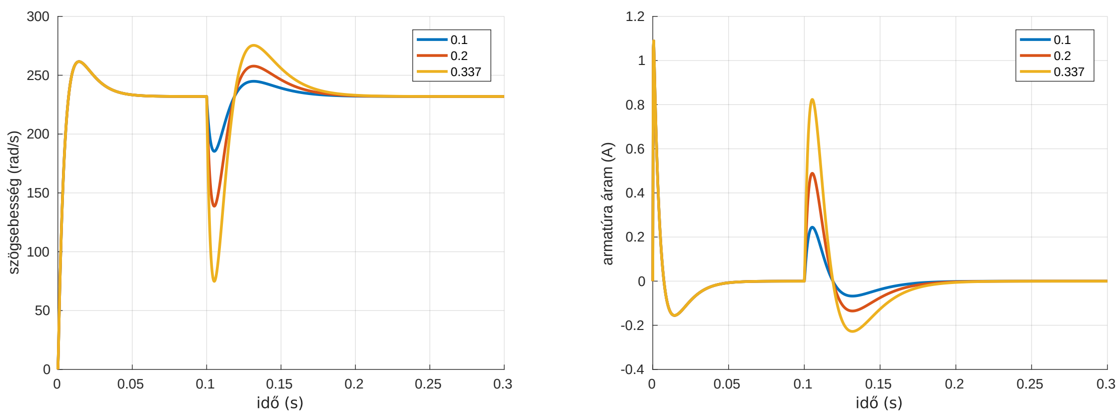
Ezt inverz Laplace-transzformálni kell, ezzel megkapjuk a kimenet időfüggvényét.

$$\mathrm{y} = \mathcal{L}^{-1}\{\mathrm{Y}\} \tag{59}$$

A szögsebességből az áram az alábbiak szerint számolható:

$$\mathrm{I}_\mathrm{a}(s) = k_\mathrm{e}\mathrm{W}_\mathrm{el}\left(\mathrm{U}_0 - \mathrm{Y}_\omega\right) \tag{60}$$

Ezeknek az egyenleteknek a behelyettesített változatát nem írom ki, mert nagyon hosszú és csúnya, de a MATLAB kódban megtalálható.



(a) Szögsebesség válasz

(b) Áram válasz

15. ábra. Különböző amplitúdókra adott válasz

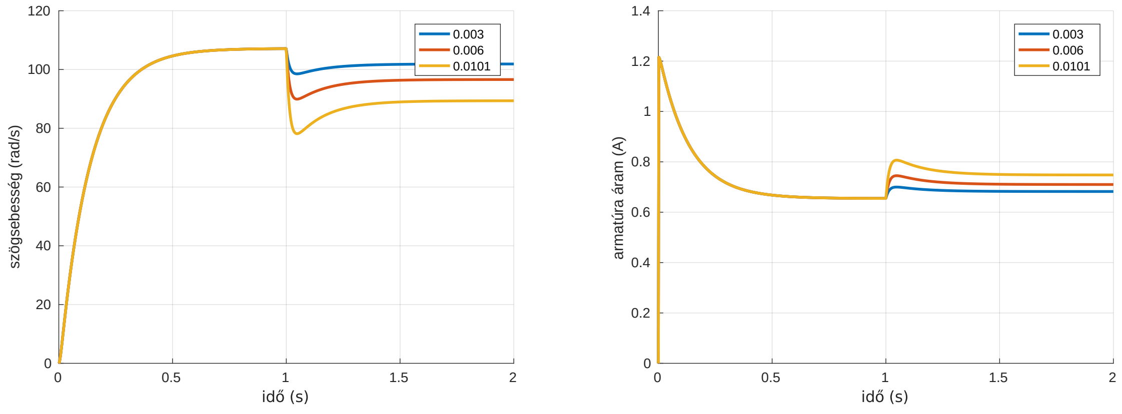
A maximális terhelőnyomaték

$$\tau_\mathrm{t}^\mathrm{max} = \pm 0,337\ \mathrm{Nm} \tag{61}$$

Bár az első tranziens közben az áram meghaladja a névleges áramot, az állandósult állapot után kezdünk vizsgálni, feltettük hogy a kezdeti áramot túlélte a motor.

6. Zavaró jel PD szabályozóval (Szorgalmi feladat)

A levezetés az 5. feladatához analóg módon történik annyi különbséggel, hogy $\mathrm{W_c}$ nem PI, hanem PD szabályzó.



(a) Szögsebesség válasz (b) Áram válasz

16. ábra. Különböző amplitúdókra adott válasz

A maximális terhelőnyomaték

$$\tau_{\mathrm{t}}^{\mathrm{max}} = \pm 0,0101 \text{ Nm} \tag{62}$$

Hivatkozások

[1] DC motor adatlapja
https://www.maxongroup.com/maxon/view/product/motor/dcmotor/amax/amax32/236671