

---

# RENDSZER- ÉS IRÁNYÍTÁSTECHNIKA

## MÁSODIK HÁZI FELADAT

---

Réda Vince – Z697LX

1. táblázat. Házi feladat kódja

$\vartheta_0$	$\vartheta_1$	$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$\vartheta_4$
36 V	60°	10%	3%	50 ms

Mechatronika, Optika és Gépészeti Informatika Tanszék

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

2020. november 19.

## Tartalomjegyzék

<b>1. PI szabályzó tervezése pólus-zérus kiejtéssel</b>	<b>4</b>
a. P és I paraméterek számítása . . . . .	4
b. Egységugrás válasz . . . . .	5
c. Állandósult szögsebesség . . . . .	5
<b>2. PD szabályzó tervezése pólus-zérus kiejtéssel</b>	<b>6</b>
a. P és D paraméterek számítása . . . . .	6
b. Egységugrás válasz . . . . .	7
c. Állandósult szögsebesség . . . . .	7
<b>3. PI pozíció szabályozás szimmetrikus optimum módszerrel</b>	<b>8</b>
a. P és I paraméterek számítása . . . . .	8
b. Egységugrás válasz . . . . .	9
c. Állandósult szögsebesség . . . . .	10
<b>4. PID pozíció szabályozás szimmetrikus optimum módszerrel</b>	<b>11</b>
a. P, I és D paraméterek számítása . . . . .	11
b. Egységugrás válasz . . . . .	12
c. Állandósult szögsebesség . . . . .	13
<b>5. Szögsebesség szabályozás állapotviszacsatolással</b>	<b>14</b>
a. Pólusok számítása . . . . .	14
b. A szabályozó mátrix számítása . . . . .	15
c. Ugrásfüggvény . . . . .	15
d. Állandósult érték . . . . .	16

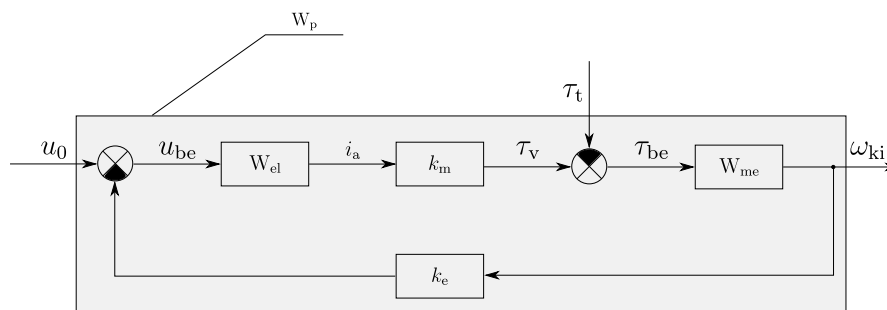
e.	Alapkompenzáció számítása . . . . .	16
f.	Alapjelkompenzált ugrásválasz . . . . .	17
g.	Állandósult érték . . . . .	17
h.	Statikus alapjelkompenzáció . . . . .	17
i.	Statikus alapjelkompenzált ugrásválasz . . . . .	18
j.	Állandósult érték . . . . .	18
<b>6.</b>	<b>Pozíció szabályozás állapotviszacsatolással</b>	<b>19</b>
a.	Pólusok számítása . . . . .	19
b.	A szabályozó mátrix számítása . . . . .	20
c.	Ugrásfüggvény . . . . .	20
d.	Állandósult érték . . . . .	21
e.	Alapkompenzáció számítása . . . . .	21
f.	Alapjelkompenzált ugrásválasz . . . . .	22
g.	Állandósult érték . . . . .	22
h.	Statikus alapjelkompenzáció . . . . .	22
i.	Statikus alapjelkompenzált ugrásválasz . . . . .	23
j.	Állandósult érték . . . . .	23

A második házi feladat a tárgyhoz kapcsolódó első házi feladat folytatása. A rendszer paramétereit és egyenleteit ott tárgyaltam, amelyeket itt fel fogok használni.

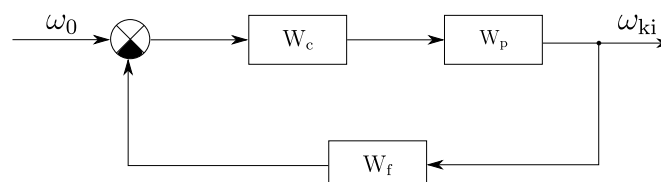
## Az egyenáramú motor paramétereit

2. táblázat. A motor és a hajtómű paramétereit

Név	Jelölés	Katalógus-beli érték	SI-beli érték
armatúra ellenállás	$R_a$	11,1 $\Omega$	11,1 $\Omega$
armatúra induktivitás	$L_a$	1,52 mH	$1,52 \cdot 10^{-3}$ H
nyomatékállandó	$k_m$	58,2 $\frac{\text{mNm}}{\text{V}}$	0,0582 $\frac{\text{Nm}}{\text{V}}$
sebességállandó	$k_s$	164 $\frac{\text{rpm}}{\text{V}}$	17,17 $\frac{\text{rad}}{\text{Vs}}$
elektromos állandó	$k_e$	0,006097 $\frac{\text{V}}{\text{rpm}}$	0,05822 $\frac{\text{Vs}}{\text{rad}}$
forgórész tehetetlenségi nyomatéka	$J_a$	44,6 $\text{gcm}^2$	$4,46 \cdot 10^{-6}$ $\text{kgm}^2$
névleges szögsebesség	$\omega_n$	4430 rpm	463,91 $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
névleges áramerősség	$i_n$	0,804 A	0,804 A
névleges feszültség	$u_n$	36 V	36 V



(a) A motor hatásvázlata



(b) A visszacsatolt rendszer hatásvázlata

1. ábra. A szakasz és a teljes rendszer hatásvázlatai

## 1. PI szabályzó tervezése pólus-zérus kiejtéssel

### a. P és I paraméterek számítása

Az 1b. ábra mutatja a rendszerünket, ahol a  $W_c$  szabályzó átviteli függvénye

$$W_c = P \frac{1 + sT_1}{sT_1} \quad (1)$$

alakú.  $T_1$ -vel a motor legnagyobb időállandóját ejtjük ki, tehát ezt válasszuk  $T_1 = T_1 = 0,0145$  s értékűre, az első házi feladatban kiszámoltak alapján.

Az előrevezető ág átviteli függvénye ekkor leegyszerűsödik:

$$W_x = \frac{\Psi}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)} P \frac{1 + sT_1}{sT_1} = \frac{\Psi P}{T_1} \frac{1}{s(1 + sT_2)}, \quad (2)$$

ahol  $T_1$  és  $T_2$  a szabályozott szakasz időállandója,  $\Psi$  a nullfrekvenciás erősítés.

Most írjuk fel a fáziskésést az  $s = j\omega$  helyettesítéssel.

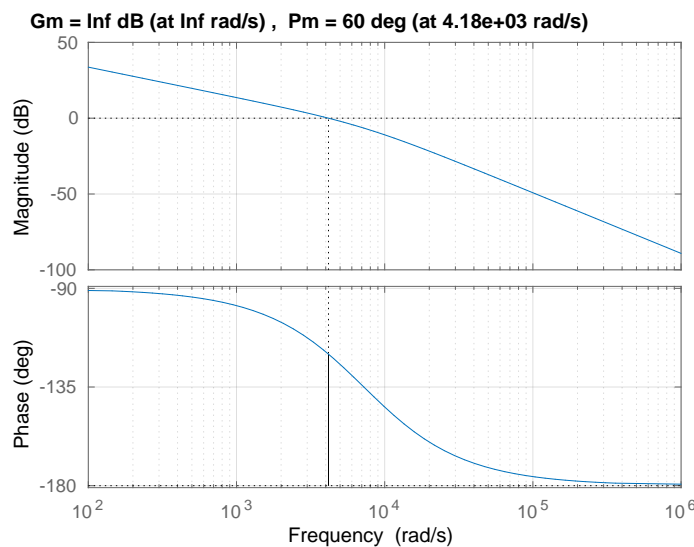
$$\varphi(\omega) = \underbrace{-\frac{\pi}{2}}_{\text{integráló tag miatt}} - \underbrace{\arctg(T_2\omega)}_{\text{kisebbik időállandó}}. \quad (3)$$

A megadott fázistartalék  $\varphi_t = \vartheta_1 = 60^\circ$ . A következő egyenlet megoldása adja a vágási körfrekvenciát:

$$\varphi_t = \varphi(\omega_c) + \pi \Rightarrow \omega_c = 4176,1 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (4)$$

Ha  $\omega_c$  a vágási körfrekvencia, definíció szerint  $|W_x(\omega_c)| = 1$ . Ez alapján  $P = 4,0709$ .

A MATLAB-ban található `margin` függvény segítségével ellenőrizzük a számolást, amit a 2. ábra igazol.



2. ábra. Szabályozott rendszer Bode-diagramja

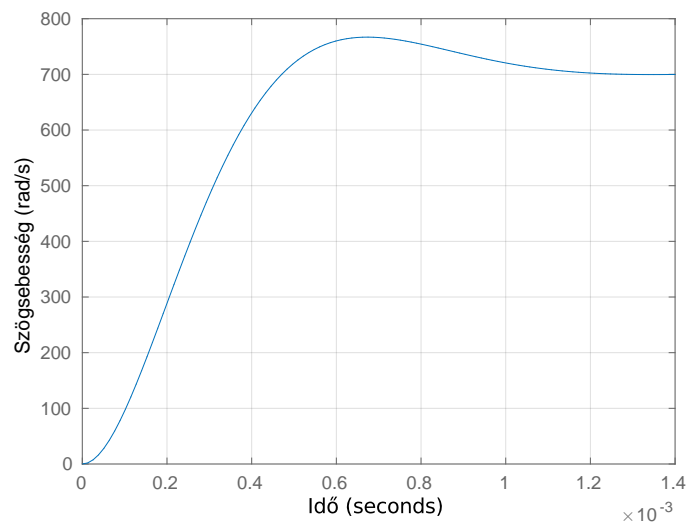
## b. Egységugrás válasz

Az előrevezető ág  $W_x$ , a zárt kör átviteli függvénye ebből

$$W_{cl} = \frac{W_x}{1 + W_x}, \quad (5)$$

mivel a visszacsatoló ágban  $W_{fb} = 1$ . Ezt meg kell szorozni az  $\omega_{ref} = 4430 \text{ rpm} = 705.0564 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  referencia szögsebességgel.

A PI-szabályozott rendszer egységugrás-válaszát a MATLAB-os `step` függvény adja meg.



3. ábra. PI egységugrás-válasz

## c. Állandósult szögsebesség

A bemenet legyen  $X = \frac{\omega_{ref}}{s}$ , a rendszer válasz  $Y = W_{cl}X$ .

A végérték-tétel alapján az állandósult szögsebesség  $\omega_{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} sY = 705,0564$ .

## 2. PD szabályzó tervezése pólus-zérus kiejtéssel

### a. P és D paraméterek számítása

Az 1b. ábra mutatja a rendszerünket, ahol a  $W_c$  szabályzó átviteli függvénye

$$W_c = P \frac{1 + sT_D}{1 + snT_D} \quad (6)$$

alakú.  $T_D$ -vel a motor második legnagyobb időállandóját ejtjük ki,

tehát ezt válasszuk  $T_D = T_2 = 1,3825 \cdot 10^{-4}$  s értékűre, az első házi feladatban kiszámoltak alapján.

Az előrevezető ág átviteli függvénye ekkor leegyszerűsödik:

$$W_x = \frac{\Psi}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)} P \frac{1 + sT_2}{1 + snT_D} = \frac{\Psi P}{(1 + sT_1)(1 + snT_2)}, \quad (7)$$

ahol  $T_1$  és  $T_2$  a szabályozott szakasz időállandója,  $\Psi$  a nullfrekvenciás erősítés.

Most írjuk fel a fáziskésést az  $s = j\omega$  helyettesítéssel.

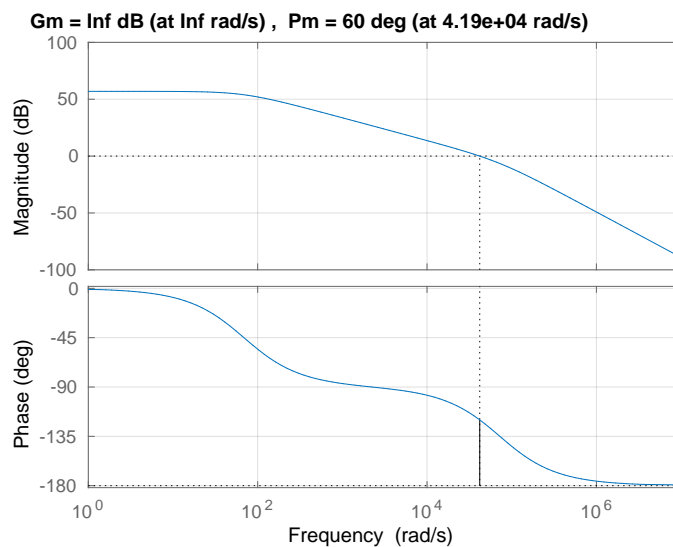
$$\varphi(\omega) = - \underbrace{\arctg(T_1 \omega)}_{\text{nagyobbik időállandó}} - \underbrace{\arctg(nT_2 \omega)}_{\text{szűrő időállandó}}. \quad (8)$$

A megadott fázistartalék most is  $\varphi_t = \vartheta_1 = 60^\circ$ . A következő egyenlet megoldása adja a vágási körfrekvenciát:

$$\varphi_t = \varphi(\omega_c) + \pi \Rightarrow \omega_c = 41920 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (9)$$

Ha  $\omega_c$  a vágási körfrekvencia, definíció szerint  $|W_x(\omega_c)| = 1$ . Ez alapján  $P = 40,9024$ .

A MATLAB-ban található margin függvény segítségével ellenőrizzük a számolást, amit a 2. ábra igazol.



4. ábra. Szabályozott rendszer Bode-diagramja

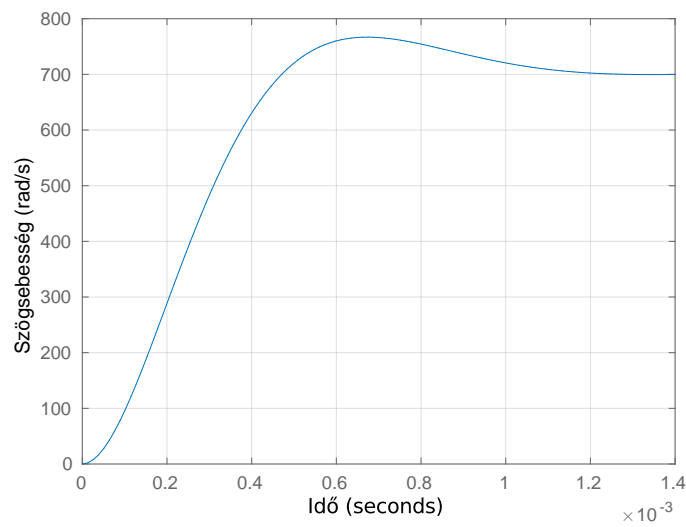
## b. Egységugrás válasz

Az előrevezető ág  $W_x$ , a zárt kör átviteli függvénye ebből

$$W_{cl} = \frac{W_x}{1 + W_x}, \quad (10)$$

mivel a visszacsatoló ágban  $W_{fb} = 1$ . Ezt meg kell szorozni az  $\omega_{ref} = 4430 \text{ rpm} = 705.0564 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  referencia szögsebességgel.

A PI-szabályozott rendszer egységugrás-válaszát a MATLAB-os `step` függvény adja meg.



5. ábra. PI egységugrás-válasz

## c. Állandósult szögsebesség

A bemenet legyen  $X = \frac{\omega_{ref}}{s}$ , a rendszer válasz  $Y = W_{cl}X$ .

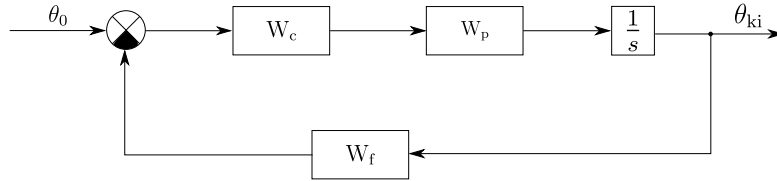
A végérték-tétel alapján az állandósult szögsebesség  $\omega_{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} sY = 704,0542$ .



### 3. PI pozíció szabályozás szimmetrikus optimum módszerrel

#### a. P és I paraméterek számítása

A DC motor szögsebességének integrálásával kapjuk meg annak pozícióját. A módosított hatásvázlatot a 6. ábra mutatja.



6. ábra. Pozíció-szabályzott DC motor hatásvázlata

Írjuk fel az előrevezető ág átviteli függvényét:

$$W_x = W_c W_p \frac{1}{s} = \frac{\Psi P (T_1 s + 1)}{s^2 (T_1 s + 1) (T_2 s + 1)}, \quad (11)$$

ahol  $\Psi$  a szabályozott szakasz erősítése.

Ezután írjuk fel a fázistolást a körfrekvencia függvényében:

$$\varphi(\omega) = -\pi - \arctg(T_1 \omega) - \arctg(T_2 \omega) + \arctg(T_1 \omega). \quad (12)$$

Ennek a függvénynek a szélsőértékét keressük. Ehhez tegyük nullává a deriváltat:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \omega} = \frac{T_1}{T_1^2 \omega^2 + 1} - \frac{T_2}{T_2^2 \omega^2 + 1} - \frac{T_1}{T_1^2 \omega^2 + 1} = 0. \quad (13)$$

Ebből megkaptunk egy  $\omega_c$  értéket, ami  $T_1$ -től függ. Ezt helyettesítsük be a fázistartalékhoz tartozó képletbe, ami kiadja  $T_1$ -t és ezáltal  $\omega_c$  numerikus értékét is:

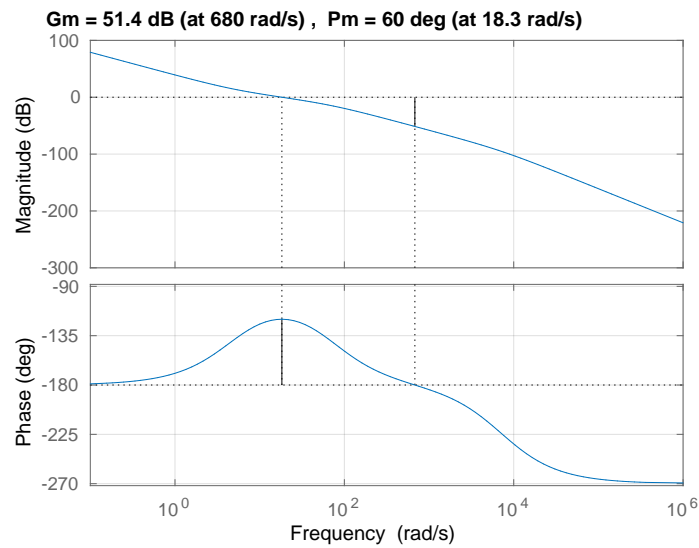
$$\varphi_t = \pi + \varphi(\omega_c). \quad (14)$$

Ebből  $T_1 = 0,204$  s, és  $\omega_c = 18,2783 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ .

Már csak a  $P$  körerősítést kell meghatároznunk, ami ugyanúgy történik mint az első feladatban:

$$|W_x(\omega_c)| = 1 \Rightarrow P = 5,2163. \quad (15)$$

Ellenőrizzük, hogy a fázistartalék tényleg  $60^\circ$ -e a margin függvénnyel.

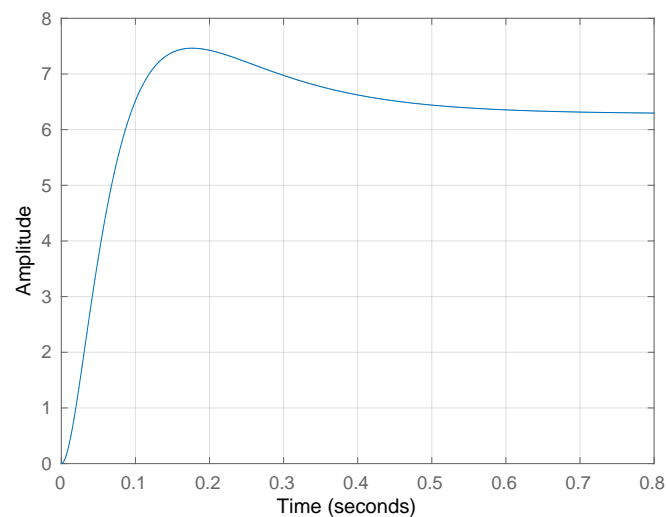


7. ábra. Pozíció-szabályzott rendszer Bode-diagramja, fázistartalék feltüntetve

Ez teljesül.

## b. Egységugrás válasz

Egy kör fordulatszám szabályozása esetén a bemenet Laplace-transzformáltja  $X = \frac{2\pi}{s}$ , a kimenet ebből  $Y = W_{cl}X$ . Ezt a szokásos step függvény ki is rajzolja nekünk időtartományban, amit a 8. ábra mutat.



8. ábra. PI egységugrás-válasz

### **c. Állandósult szögsebesség**

Az előző részfeladatban kiszámolt kimenetet felhasználva az állandósult szög érték:  $\theta_\infty = \lim_{s \rightarrow 0} sY = 6,2832 \text{ rad.}$

Az állandósult hiba a PI szabályzótól vártan zérus.

## 4. PID pozíció szabályozás szimmetrikus optimum módszerrel

### a. P, I és D paraméterek számítása

Az előző feladatból a szabályzót változtassuk meg egy PID kontrollerre:

$$W_c = P \frac{(1 + T_I s)(1 + T_D s)}{s(1 + nT_D)}. \quad (16)$$

Válasszuk meg a deriváló tag időállandóját úgy, hogy az kiejtse a szabályozott szakasz egyik pólusát, tehát legyen  $T_D = T_2$ .

Írjuk fel az előrevezető ág átviteli függvényét:

$$W_x = W_c W_p \frac{1}{s} = \frac{P}{s^2} \frac{(1 + T_I s) \cancel{(1 + T_D s)}}{1 + nT_D s} \frac{\Psi}{(1 + sT_1) \cancel{(1 + sT_2)}} \quad (17)$$

ahol  $\Psi$  a szabályozott szakasz erősítése.

Ezután írjuk fel a fázistolást a körfrekvencia függvényében:

$$\varphi(\omega) = -\pi - \arctg(T_1 \omega) - \arctg(nT_D \omega) + \arctg(T_1 \omega). \quad (18)$$

Ennek a függvénynek a szélsőértékét keressük. Ehhez tegyük nullává a deriváltat:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \omega} = \frac{T_1}{(T_1 \omega)^2 + 1} - \frac{nT_D}{(T_D \omega)^2 + 1} - \frac{T_1}{(T_1 \omega)^2 + 1} = 0. \quad (19)$$

Ebből megkaptunk egy  $\omega_c$  értéket, ami  $T_1$ -től függ. Ezt helyettesítsük be a fázistartalékhoz tartozó képletbe, ami kiadja  $T_D$ -t és ezáltal  $\omega_c$  numerikus értékét is:

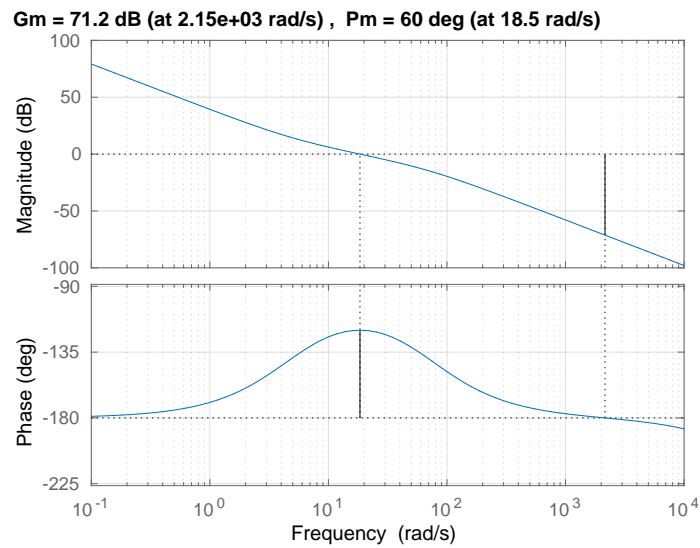
$$\varphi_t = \pi + \varphi(\omega_c). \quad (20)$$

Ebből  $T_1 = 0,2022$  s, és  $\omega_c = 18,4589 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ .

Már csak a  $P$  körerősítést kell meghatároznunk, ami ugyanúgy történik mint az első feladatban:

$$|W_x(\omega_c)| = 1 \Rightarrow P = 5,3159. \quad (21)$$

Ellenőrizzük, hogy a fázistartalék tényleg  $60^\circ$ -e a margin függvénnyel.

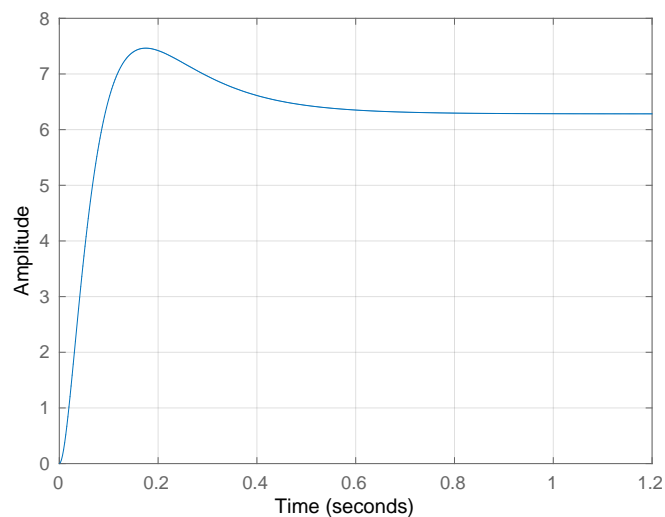


9. ábra. PID pozíció-szabályzott rendszer Bode-diagramja, fázistartalék feltüntetve

Ez teljesül.

## b. Egységugrás válasz

Egy kör fordulat szabályozása esetén a bemenet Laplace-transzformáltja  $X = \frac{2\pi}{s}$ , a kimenet ebből  $Y = W_{cl}X$ . Ezt a szokásos step függvény ki is rajzolja nekünk időtartományban, amit a 10. ábra mutat.



10. ábra. PID egységugrás-válasz

### **c. Állandósult szögsebesség**

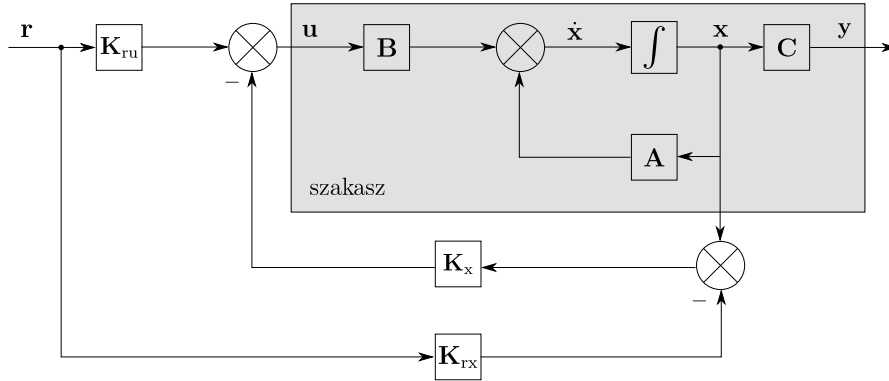
Az előző részfeladatban kiszámolt kimenetet felhasználva az állandósult szög érték:  $\theta_\infty = \lim_{s \rightarrow 0} sY = 6,2832^\circ$ .

Az állandósult hiba a PID szabályzótól vártan zérus.

## 5. Szögsebesség szabályozás állapotvisszacsatolással

### a. Pólusok számítása

Írjuk át a rendszerünket állapotteres alakra, valamint a  $W_c$  kontrollert cseréljük le a  $K_x$ ,  $K_{rx}$  és  $K_{ru}$  állapotvisszacsatoló és alapjelkompenzáló mátrixokra. A  $D$  és  $K_{rx}$  mátrix esetünkben zérus, és  $K_{ru}$  egységnyi.



11. ábra. Állapotter modell hatásvázlata

A rendszer átviteli függvény formában van megadva:

$$W_p = \frac{\Psi}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)} = \frac{\Psi}{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2)s + 1} = \frac{\frac{\Psi}{T_1 T_2}}{s^2 + \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} s + \frac{1}{T_1 T_2}}. \quad (22)$$

Írjuk át ezt állapotter modellre, irányíthatósági kanonikus alakra:

$$Y = \frac{\frac{\Psi}{T_1 T_2}}{s^2 + \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} s + \frac{1}{T_1 T_2}} U \quad (23)$$

$$X := \frac{1}{s^2 + \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} s + \frac{1}{T_1 T_2}} U \Rightarrow \quad (24)$$

$$u = \ddot{x} + \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} \dot{x} + \frac{1}{T_1 T_2} x \Rightarrow \quad (25)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{T_1 T_2} & -\frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \mathbf{u} \quad (26)$$

$$\mathbf{y} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\Psi}{T_1 T_2} & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}} \mathbf{u} \quad (27)$$

A feladatkiírás alapján a domináns időállandó  $\tilde{T}_1 = 50 \text{ ms} = 0,05 \text{ s}$  kell hogy legyen.

Az átviteli függvény karakterisztikus egyenlete legyen adott a következő alakban

$$p(s) = s^2 + a_1 s + a_0 s. \quad (28)$$

A túllövés a  $\xi$  csillapítástól függ, amelyek adottak, így ki tudjuk számítani a kívánt  $a_1$  és  $a_0$  együtthatókat.

$$\tilde{T}_1 = \sqrt{\frac{1}{a_0}} \Rightarrow a_0 = 400 \quad (29)$$

$$\Delta v = 0,1 = \exp\left(\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \Rightarrow \xi = 0,5911 \quad (30)$$

$$\xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0}} \Rightarrow a_1 = 23,6462 \quad (31)$$

Tehát  $a_0 = 400$  és  $a_1 = 23,65$ .

## b. A szabályozó mátrix számítása

A visszacsatolás miatt

$$\mathbf{u} = \mathbf{r} - \mathbf{K}_x \mathbf{x} \quad (32)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{r} - \mathbf{B}\mathbf{K}_x \mathbf{x} \quad (33)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}_x) \mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{r} \quad (34)$$

Ebben a feladatrészben tehát a referencia bemenetre nézve a bemeneti mátrix nem változik, az új rendszer-mátrix pedig  $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}_x$ . A  $\mathbf{K}_x$  mátrixot a kívánt pólusok alapján kell megválasztani a következőképpen. a kívánt pólusok legyenek.

$$\tilde{p}(s) = s^2 + a_1 s + a_0 \quad (35)$$

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{T_1 T_2} & -\frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_1 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{T_1 T_2} - k_1 & -\frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} - k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} \quad (36)$$

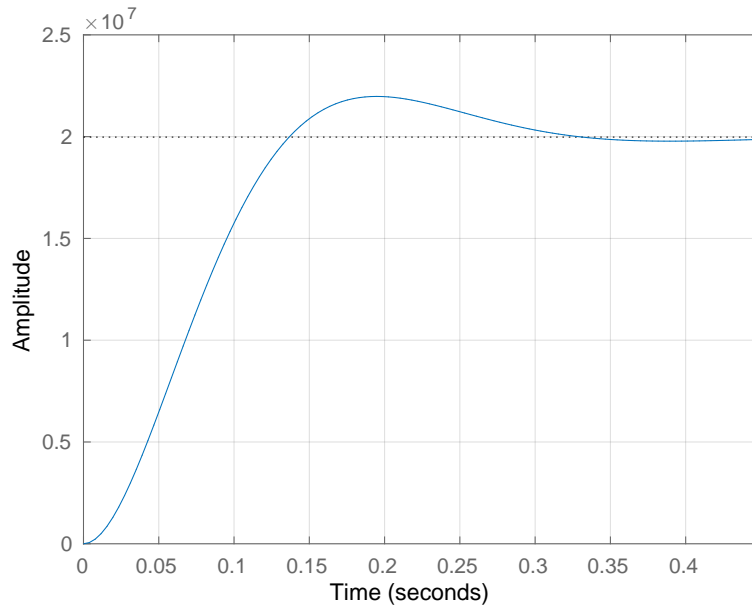
Ebből a keresett mátrix

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4,98 \cdot 10^5 & -7278,6 \end{bmatrix}. \quad (37)$$

## c. Ugrásfüggvény

Az üresjáratú szögsebesség  $\omega_{\text{load}} = 5860 \text{ rpm} = 932.648 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ . Az ugrásválaszt a rendszermátrixok ismeretében a MATLAB `step` függvénye rajzolja ki.





12. ábra. A rendszer ugrásválasza

#### d. Állandósult érték

Az állapottér rendszerünket írjuk vissza MATLAB segítségével átviteli függvény alakra ( $W_{cl}$ ), amivel könnyen tudunk állandósult értéket számolni. A bemenet legyen  $X = \frac{\omega_{noload}}{s}$ , a rendszer válasz  $Y = W_{cl}X$ .

A végérték-tétel alapján az állandósult szögsebesség  $\omega_{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} sY = 2 \cdot 10^7$ .

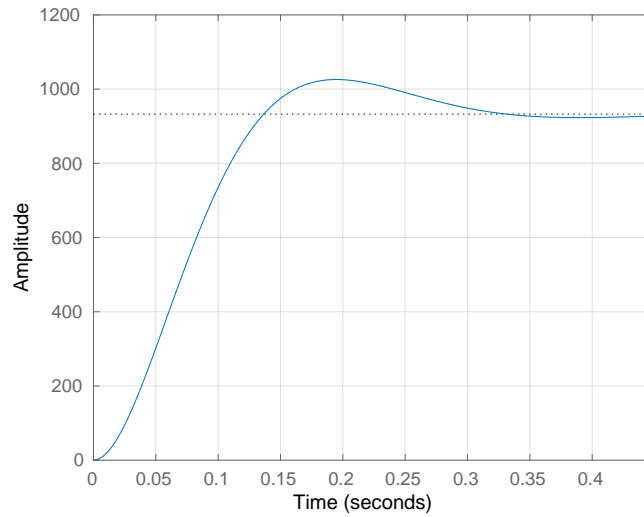
#### e. Alapkompenzáció számítása

Ha nincs statikus alapjelkompenzáció, vagyis  $K_{rx} \equiv 0$ , akkor éljünk a  $K_{ru} := K_r$  jelöléssel, az érthetőség kedvéért.

Most állítsuk be a  $K_r$  mátrixot úgy, hogy  $\lim_{t \rightarrow \infty} y = r$  igaz legyen. Ezt a következő összefüggés adja meg:

$$K_r = - \left( C \tilde{A}^{-1} B \right)^{-1} = \left[ 4,6684 \cdot 10^{-5} \right]. \quad (38)$$

#### f. Alapjelkompenzált ugrásválasz



13. ábra. A rendszer ugrásválasza alapjelkompenzálással

#### g. Állandósult érték

A 6.d. részfeladathoz hasonló módon járunk el. A végérték-tétel alapján az állandósult szögsebesség  $\omega_\infty = \lim_{s \rightarrow 0} sY = 932,648$ .

#### h. Statikus alapjelkompenzáció

Most legyen  $K_{rx}$  nullától különböző. Ekkor

$$\begin{bmatrix} K_{rx} \\ K_{ru} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,17 \cdot 10^{-7} \\ 0 \\ 0,0582 \end{bmatrix}. \quad (39)$$

## i. Statikus alapjelkompenzált ugrásválasz

Írjuk fel a rendszer átviteli függvényét  $r$ -től  $y$ -ig.

$$\mathbf{u} = (\mathbf{K}_{ru} + \mathbf{K}_x \mathbf{K}_{rx}) \mathbf{r} - \mathbf{K}_x \mathbf{x} \quad (40)$$

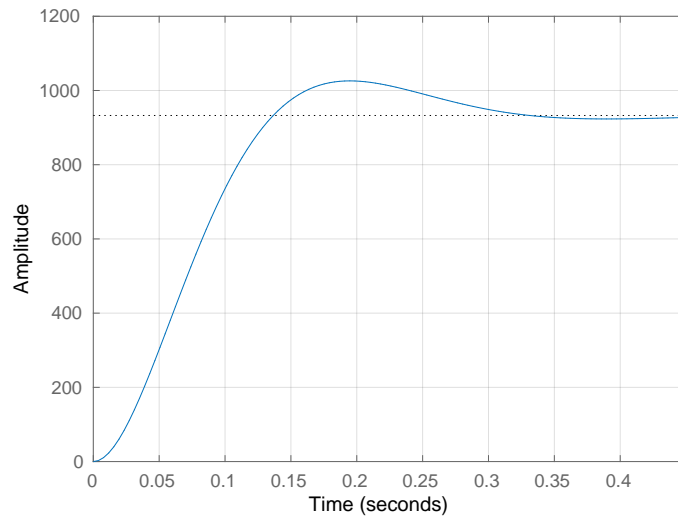
$$\mathbf{x} = \frac{1}{s} (\mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{A} \mathbf{x}) \quad (41)$$

$$\mathbf{x} = \frac{1}{s} (\mathbf{B} (\mathbf{K}_{ru} + \mathbf{K}_x \mathbf{K}_{rx}) \mathbf{r} + (\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{K}_x) \mathbf{x}) \quad (42)$$

$$\mathbf{x} = \left( \mathbf{I} - \frac{1}{s} (\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{K}_x) \right)^{-1} \frac{1}{s} \mathbf{B} (\mathbf{K}_{ru} + \mathbf{K}_x \mathbf{K}_{rx}) \mathbf{r} \quad (43)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \mathbf{x} = \boxed{\frac{400}{s^2 + 23,646s + 400}} \quad (44)$$

Az egységugrás válasz ebből a szokásos módon számítható.



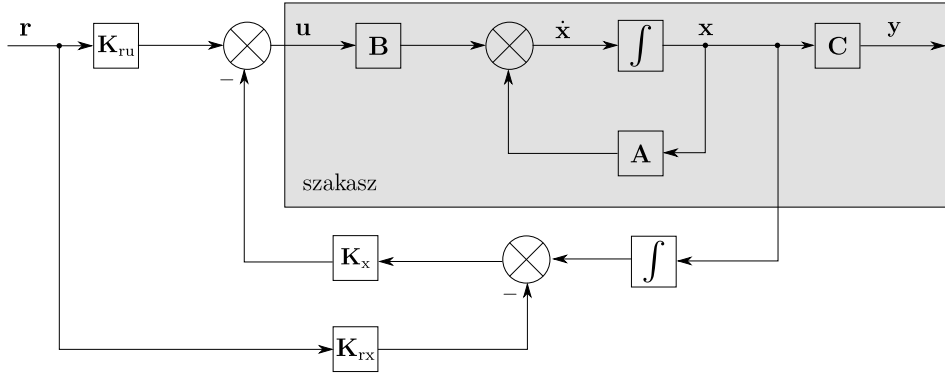
14. ábra. A rendszer ugrásválasza statikus alapjelkompenzációval

## j. Állandósult érték

A végérték-tétel alapján az állandósult szögsebesség  $\omega_\infty = \lim_{s \rightarrow 0} sY = 932,648$ .

## 6. Pozíció szabályozás állapotviszacsatolással

### a. Pólusok számítása



15. ábra. Állapottér modell hatásvázlata

Legyen  $\dot{\chi} := x$ .

$$Y = \frac{\frac{\Psi}{T_1 T_2}}{s^3 + \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} s^2 + \frac{1}{T_1 T_2} s} U \quad (45)$$

$$X := \frac{1}{s^3 + \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} s^2 + \frac{1}{T_1 T_2} s} U \Rightarrow \quad (46)$$

$$u = \ddot{\chi} + \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} \dot{\chi} + \frac{1}{T_1 T_2} \chi \Rightarrow \quad (47)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\chi} \\ \ddot{\chi} \\ \ddot{\chi} \end{bmatrix}}_{\dot{\chi}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T_1 T_2} & -\frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \chi \\ \dot{\chi} \\ \ddot{\chi} \end{bmatrix}}_{\chi} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \mathbf{u} \quad (48)$$

$$\mathbf{y} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\Psi}{T_1 T_2} & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \underbrace{\begin{bmatrix} \chi \\ \dot{\chi} \\ \ddot{\chi} \end{bmatrix}}_{\chi} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}} \mathbf{u} \quad (49)$$

## Hivatkozások

[1] DC motor adatlapja

<https://www.maxongroup.com/maxon/view/product/motor/dcmotor/amax/amax32/236671>