RENDSZER- ÉS IRÁNYÍTÁSTECHNIKA

MÁSODIK HÁZI FELADAT

Réda Vince – Z697LX

1. táblázat. Házi feladat kódja

ϑ_0	ϑ_1	ϑ_2	ϑ_3	ϑ_4
36 V	60°	10%	3%	50 ms

Mechatronika, Optika és Gépészeti Informatika Tanszék

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

2020. december 2.

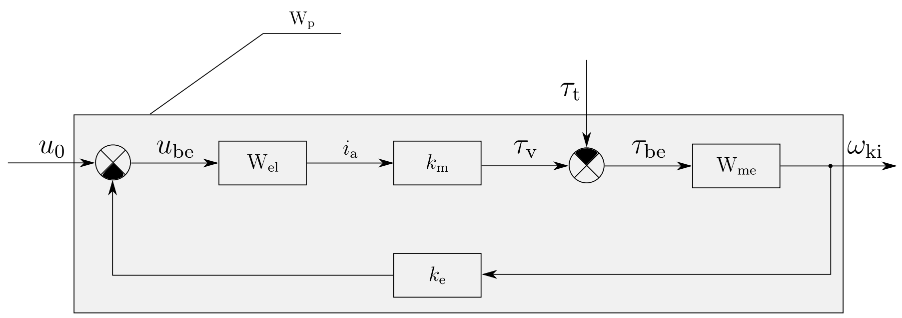
Tartalomjegyzék

A második házi feladat a tárgyhoz kapcsolódó első házi feladat folytatása. A rendszer paraméterei és egyenleteit ott tárgyaltam, amelyeket itt fel fogok használni.

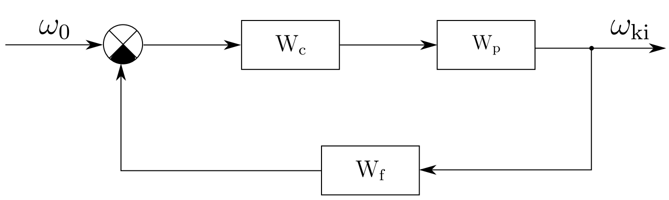
Az egyenáramú motor paraméterei

2. táblázat. A motor és a hajtómű paraméterei

Név	Jelölés	Katalógus-beli érték	SI-beli érték
armatúra ellenállás	R_a	11,1 Ω	11,1 Ω
armatúra induktivitás	L_a	1,52 mH	$1{,}52 \cdot 10^{-3}$ H
nyomatékállandó	k_m	58,2 $\frac{\text{mNm}}{\text{V}}$	0,0582 $\frac{\text{Nm}}{\text{V}}$
sebességállandó	k_s	164 $\frac{\text{rpm}}{\text{V}}$	17,17 $\frac{\text{rad}}{\text{Vs}}$
elektromos állandó	k_e	0,006097 $\frac{\text{V}}{\text{rpm}}$	0,05822 $\frac{\text{Vs}}{\text{rad}}$
forgórész tehetetlenségi nyomatéka	J_a	44,6 gcm^2	$4{,}46 \cdot 10^{-6}$ kgm^2
névleges szögsebesség	ω_n	4430 rpm	463,91 $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
névleges áramerősség	i_n	0,804 A	0,804 A
névleges feszültség	u_n	36 V	36 V



(a) A motor hatásvázlata



(b) A visszacsatolt rendszer hatásvázlata

1. ábra. A szakasz és a teljes rendszer hatásvázlatai

1. PI szabályzó tervezése pólus-zérus kiejtéssel

a. P és I paraméterek számítása

Az 1b. ábra mutatja a rendszerünket, ahol a $\mathrm{W_c}$ szabályzó átviteli függvénye

$$\mathrm{W_c} = P\frac{1+sT_\mathrm{I}}{sT_\mathrm{I}} \tag{1}$$

alakú. T_I-vel a motor legnagyobb időállandóját ejtjük ki, tehát ezt válasszuk $T_\mathrm{I} = T_1 = 0{,}0145$ s értékűre, az első házi feladatban kiszámoltak alapján.

Az előrevezető ág átviteli függvénye ekkor leegyszerűsödik:

$$\mathrm{W_x} = \frac{\Psi}{\cancel{(1+T_1 s)}(1+T_2 s)} P \frac{\cancel{1+sT_\mathrm{I}}}{sT_\mathrm{I}} = \frac{\Psi P}{T_1}\frac{1}{s(1+sT_2)}, \tag{2}$$

ahol T_1 és T_2 a szabályozott szakasz időállandója, Ψ a nullfrekvenciás erősítés.

Most írjuk fel a fáziskésést az $s = j\omega$ helyettesítéssel.

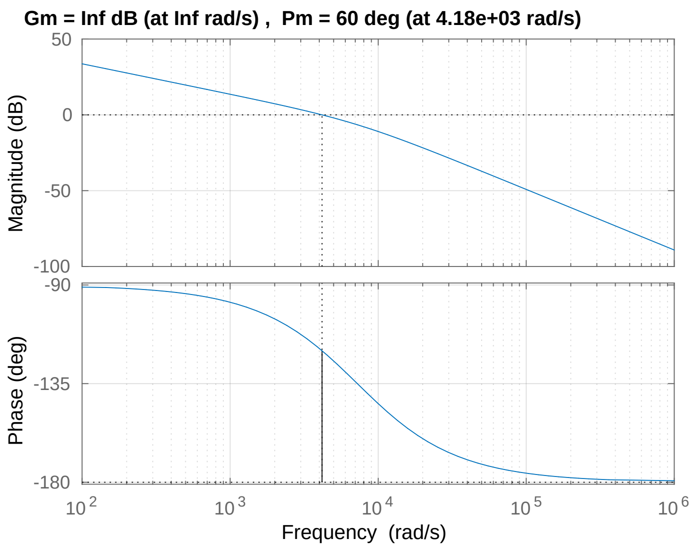
$$\varphi(\omega) = \underbrace{-\frac{\pi}{2}}_{\text{integráló tag miatt}} - \underbrace{\mathrm{arctg}(T_2\omega)}_{\text{kisebbik időállandó}}. \tag{3}$$

A megadott fázistartalék $\varphi_\mathrm{t} = \vartheta_1 = 60°$. A következő egyenlet megoldása adja a vágási körfrekvenciát:

$$\varphi_\mathrm{t} = \varphi(\omega_\mathrm{c}) + \pi \;\Rightarrow\; \omega_\mathrm{c} = 4176{,}1\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \tag{4}$$

Ha ω_c a vágási körfrekvencia, definíció szerint $|\mathrm{W_x}(\omega_\mathrm{c})| = 1$. Ez alapján $P = 4{,}0709$.

A MATLAB-ban található `margin` függvény segítségével ellenőrizzük a számolást, amit a 2. ábra igazol.



2. ábra. Szabályozott rendszer Bode-diagramja

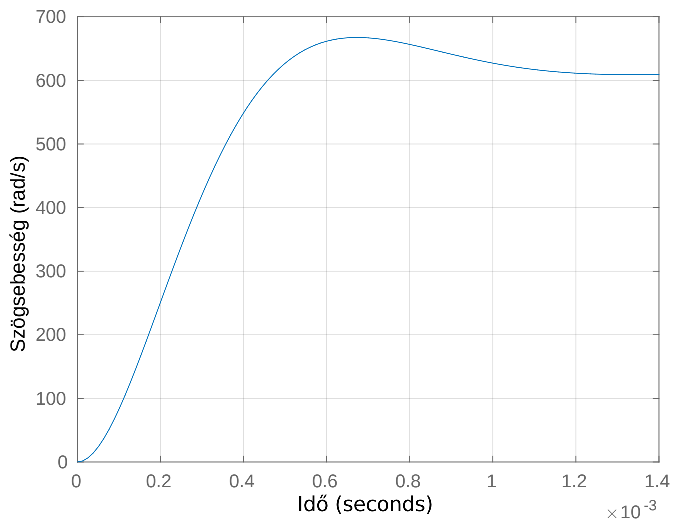
b. Egységugrás válasz

Az előrevezető ág $\mathrm{W_x}$, a zárt kör átviteli függvénye ebből

$$\mathrm{W_{cl}} = \frac{\mathrm{W_x}}{1 + \mathrm{W_x}}, \tag{5}$$

mivel a visszacsatoló ágban $\mathrm{W_{fb}} = 1$. Ezt meg kell szorozni az $\omega_{\mathrm{noload}} = 5860 \text{ rpm} = 613{,}6578 \ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$ referencia szögsebességgel.

A PI-szabályozott rendszer egységugrás-válaszát a MATLAB-os `step` függvény adja meg.



3. ábra. PI egységugrás-válasz

c. Állandósult szögsebesség

A bemenet legyen $\mathrm{X} = \frac{\omega_{\mathrm{ref}}}{s}$, a rendszer válasz $\mathrm{Y} = \mathrm{W_{cl}X}$.

A végérték-tétel alapján az állandósult szögsebesség $\omega_\infty = \lim\limits_{s \to 0} s\mathrm{Y} = 613{,}6578$.

2. PD szabályzó tervezése pólus-zérus kiejtéssel

a. P és D paraméterek számítása

Az 1b. ábra mutatja a rendszerünket, ahol a $\mathrm{W_c}$ szabályzó átviteli függvénye

$$\mathrm{W_c} = P\frac{1+sT_\mathrm{D}}{1+snT_\mathrm{D}} \tag{6}$$

alakú. T_D-vel a motor második legnagyobb időállandóját ejtjük ki,

tehát ezt válasszuk $T_\mathrm{D} = T_2 = 1{,}3825 \cdot 10^{-4}$ s értékűre, az első házi feladatban kiszámoltak alapján.

Az előrevezető ág átviteli függvénye ekkor leegyszerűsödik:

$$\mathrm{W_x} = \frac{\Psi}{(1+T_1 s)\cancel{(1+T_2 s)}} P\frac{\cancel{1+sT_2}}{1+snT_\mathrm{D}} = \frac{\Psi P}{(1+sT_1)(1+snT_2)}, \tag{7}$$

ahol T_1 és T_2 a szabályozott szakasz időállandója, Ψ a nullfrekvenciás erősítés.

Most írjuk fel a fáziskésést az $s = j\omega$ helyettesítéssel.

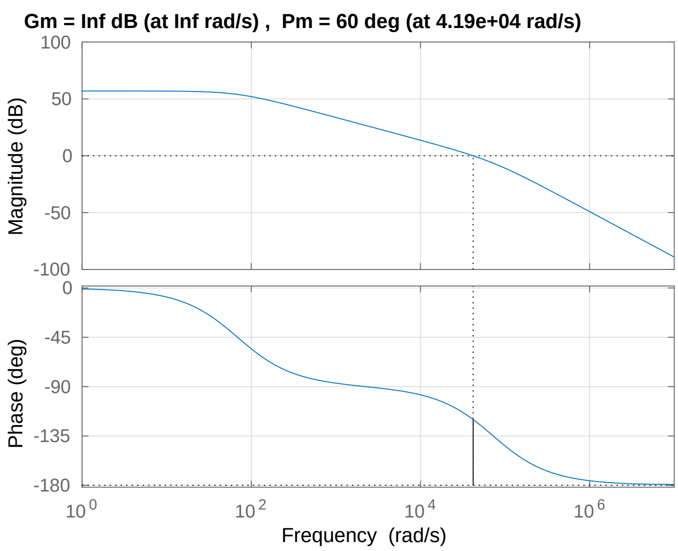
$$\varphi(\omega) = -\underbrace{\mathrm{arctg}(T_1\omega)}_{\text{nagyobbik időállandó}} - \underbrace{\mathrm{arctg}(nT_2\omega)}_{\text{szűrő időállandó}}. \tag{8}$$

A megadott fázistartalék most is $\varphi_\mathrm{t} = \vartheta_1 = 60°$. A következő egyenlet megoldása adja a vágási körfrekvenciát:

$$\varphi_\mathrm{t} = \varphi(\omega_c) + \pi \;\Rightarrow\; \omega_\mathrm{c} = 41920\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \tag{9}$$

Ha ω_c a vágási körfrekvencia, definíció szerint $|\mathrm{W_x}(\omega_\mathrm{c})| = 1$. Ez alapján $P = 40{,}9024$.

A MATLAB-ban található `margin` függvény segítségével ellenőrizzük a számolást, amit a 2. ábra igazol.



4. ábra. Szabályozott rendszer Bode-diagramja

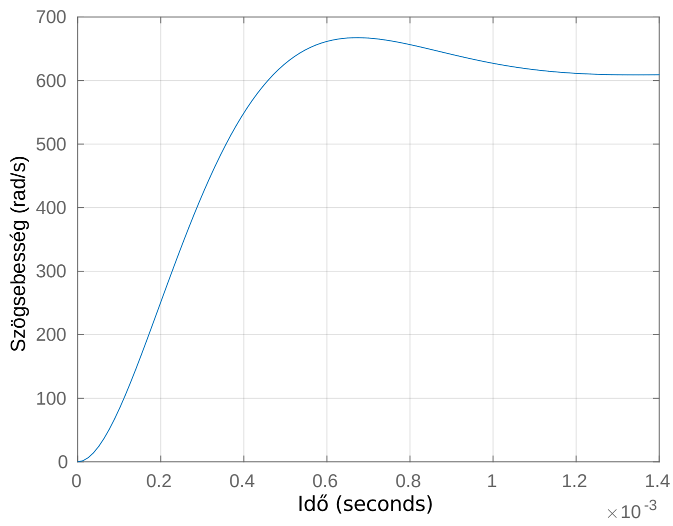
b. Egységugrás válasz

Az előrevezető ág $\mathrm{W_x}$, a zárt kör átviteli függvénye ebből

$$\mathrm{W_{cl}} = \frac{\mathrm{W_x}}{1 + \mathrm{W_x}}, \tag{10}$$

mivel a visszacsatoló ágban $\mathrm{W_{fb}} = 1$. Ezt meg kell szorozni az $\omega_{\mathrm{noload}} = 5860$ rpm $= 613{,}6578\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$ referencia szögsebességgel.

A PI-szabályozott rendszer egységugrás-válaszát a MATLAB-os `step` függvény adja meg.



5. ábra. PI egységugrás-válasz

c. Állandósult szögsebesség

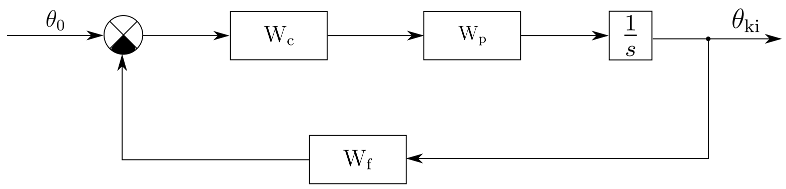
A bemenet legyen $\mathrm{X} = \frac{\omega_{\mathrm{ref}}}{s}$, a rendszer válasz $\mathrm{Y} = \mathrm{W_{cl}X}$.

A végérték-tétel alapján az állandósult szögsebesség $\omega_\infty = \lim\limits_{s\to 0} s\mathrm{Y} = 612{,}7855$.

3. PI pozíció szabályozás szimmetrikus optimum módszerrel

a. P és I paraméterek számítása

A DC motor szögsebességének integrálásával kapjuk meg annak pozícióját. A módosított hatásvázlatot a 6. ábra mutatja.



6. ábra. Pozíció-szabályzott DC motor hatásvázlata

Írjuk fel az előrevezető ág átviteli függvényét:

$$\mathrm{W_x} = \mathrm{W_c W_p} \frac{1}{s} = \frac{\Psi\, P\; (T_\mathrm{I}\, s + 1)}{s^2\, T_\mathrm{I}\; (T_1\, s + 1)\; (T_2\, s + 1)}, \tag{11}$$

ahol Ψ a szabályozott szakasz erősítése.

Ezután írjuk fel a fázistolást a körfrekvencia függvényében:

$$\varphi(\omega) = -\pi - \mathrm{arctg}(T_1 \omega) - \mathrm{arctg}(T_2 \omega) + \mathrm{arctg}(T_\mathrm{I} \omega). \tag{12}$$

Ennek a függvénynek a szélsőértékét keressük. Ehhez tegyük nullává a deriváltat:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \omega} = \frac{T_\mathrm{I}}{T_\mathrm{I}^2\, \omega^2 + 1} - \frac{T_2}{{T_2}^2\, \omega^2 + 1} - \frac{T_1}{{T_1}^2\, \omega^2 + 1} = 0. \tag{13}$$

Ebből megkaptunk egy ω_c értéket, ami T_I-től függ. Ezt helyettesítsük be a fázistartalékhoz tartozó képletbe, ami kiadja T_I-t és ezáltal ω_c numerikus értékét is:

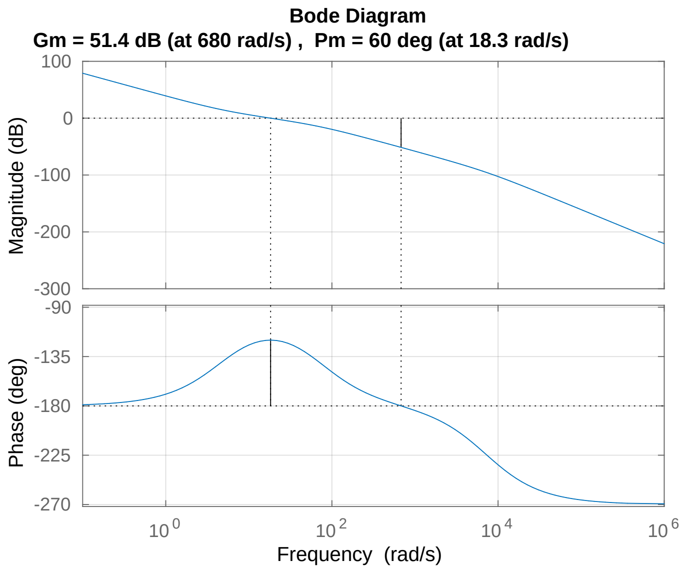
$$\varphi_\mathrm{t} = \pi + \varphi(\omega_\mathrm{c}). \tag{14}$$

Ebből $T_\mathrm{I} = 0{,}204$ s, és $\omega_\mathrm{c} = 18{,}2783\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$.

Már csak a P körerősítést kell meghatároznunk, ami ugyanúgy történik mint az első feladatban:

$$|\mathrm{W_x}(\omega_\mathrm{c})| = 1 \Rightarrow P = 1{,}0642. \tag{15}$$

Ellenőrizzük, hogy a fázistartalék tényleg 60°-e a `margin` függvénnyel.

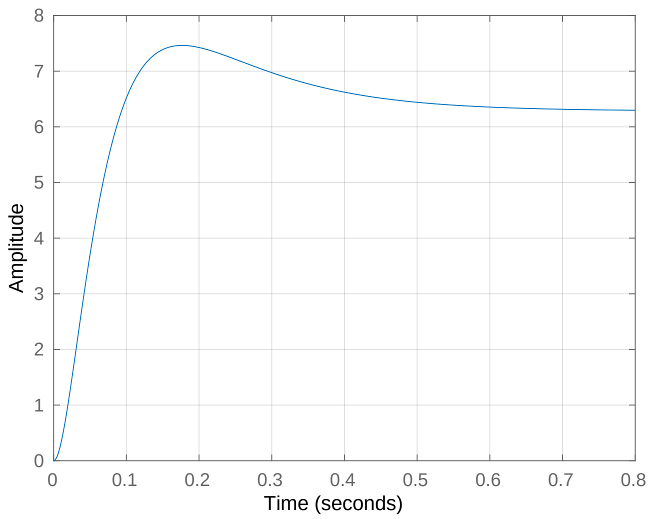


7. ábra. Pozíció-szabályzott rendszer Bode-diagramja, fázistartalék feltüntetve

Ez teljesül.

b. Egységugrás válasz

Egy kör fordulat szabályozása esetén a bemenet Laplace-transzformáltja $X = \frac{2\pi}{s}$, a kimenet ebből $Y = W_{cl}X$. Ezt a szokásos `step` függvény ki is rajzolja nekünk időtartományban, amit a 8. ábra mutat.



8. ábra. PI egységugrás-válasz

c. Állandósult szögsebesség

Az előző részfeladatban kiszámolt kimenetet felhasználva az állandósult szög érték: $\theta_\infty = \lim_{s\to 0} s\mathrm{Y} = 6{,}2832$ rad.

Az állandósult hiba a PI szabályzótól vártan zérus.

4. PID pozíció szabályozás szimmetrikus optimum módszerrel

a. P, I és D paraméterek számítása

Az előző feladatból a szabályzót változtassuk meg egy PID kontrollerre:

$$\mathrm{W_c} = P\frac{(1+T_\mathrm{I}s)(1+T_\mathrm{D}s)}{s(1+nT_\mathrm{D})}. \tag{16}$$

Válasszuk meg a deriváló tag időállandóját úgy, hogy az kiejtse a szabályozott szakasz egyik pólusát, tehát legyen $T_\mathrm{D} = T_2$.

Írjuk fel az előrevezető ág átviteli függvényét:

$$\mathrm{W_x} = \mathrm{W_c}\mathrm{W_p}\frac{1}{s} = \frac{P}{s^2}\frac{(1+T_\mathrm{I}s)\cancel{(1+T_\mathrm{D}s)}}{1+nT_\mathrm{D}s}\frac{\Psi}{(1+sT_1)\cancel{(1+sT_2)}} \tag{17}$$

ahol Ψ a szabályozott szakasz erősítése.

Ezután írjuk fel a fázistolást a körfrekvencia függvényében:

$$\varphi(\omega) = -\pi - \mathrm{arctg}(T_1\omega) - \mathrm{arctg}(nT_\mathrm{D}\omega) + \mathrm{arctg}(T_\mathrm{I}\omega). \tag{18}$$

Ennek a függvénynek a szélsőértékét keressük. Ehhez tegyük nullává a deriváltat:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\omega} = \frac{T_\mathrm{I}}{(T_\mathrm{I}\omega)^2+1} - \frac{nT_\mathrm{D}}{(T_\mathrm{D}\omega)^2+1} - \frac{T_1}{(T_1\omega)^2+1} = 0. \tag{19}$$

Ebből megkaptunk egy ω_c értéket, ami T_I-től függ. Ezt helyettesítsük be a fázistartalékhoz tartozó képletbe, ami kiadja T_D-t és ezáltal ω_c numerikus értékét is:

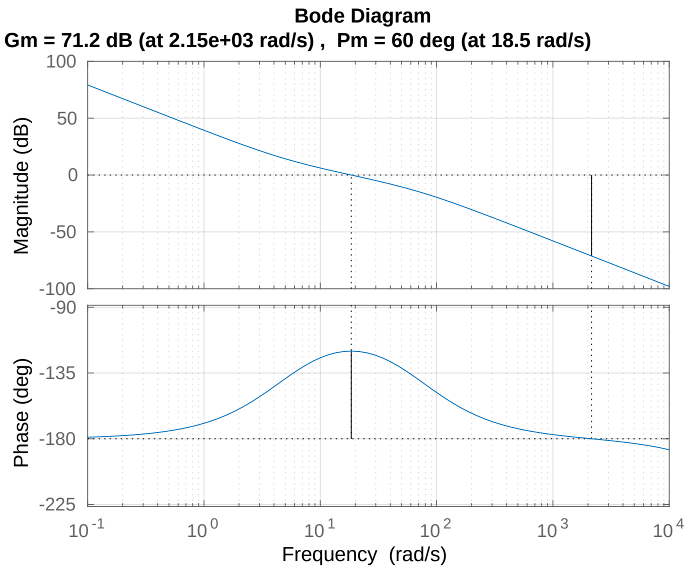
$$\varphi_\mathrm{t} = \pi + \varphi(\omega_\mathrm{c}). \tag{20}$$

Ebből $T_\mathrm{I} = 0{,}2022$ s, és $\omega_\mathrm{c} = 18{,}4589\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$.

Már csak a P körerősítést kell meghatároznunk, ami ugyanúgy történik mint az első feladatban:

$$|\mathrm{W_x}(\omega_\mathrm{c})| = 1 \Rightarrow P = 1{,}0747. \tag{21}$$

Ellenőrizzük, hogy a fázistartalék tényleg 60°-e a `margin` függvénnyel.

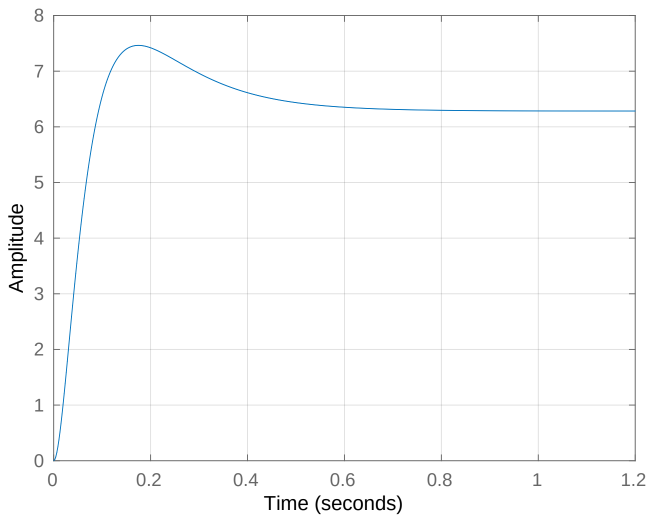


9. ábra. PID pozíció-szabályzott rendszer Bode-diagramja, fázistartalék feltüntetve

Ez teljesül.

b. Egységugrás válasz

Egy kör fordulat szabályozása esetén a bemenet Laplace-transzformáltja $\mathrm{X} = \frac{2\pi}{s}$, a kimenet ebből $\mathrm{Y} = \mathrm{W_{cl}X}$. Ezt a szokásos `step` függvény ki is rajzolja nekünk időtartományban, amit a 10. ábra mutat.



10. ábra. PID egységugrás-válasz

c. Állandósult szögsebesség

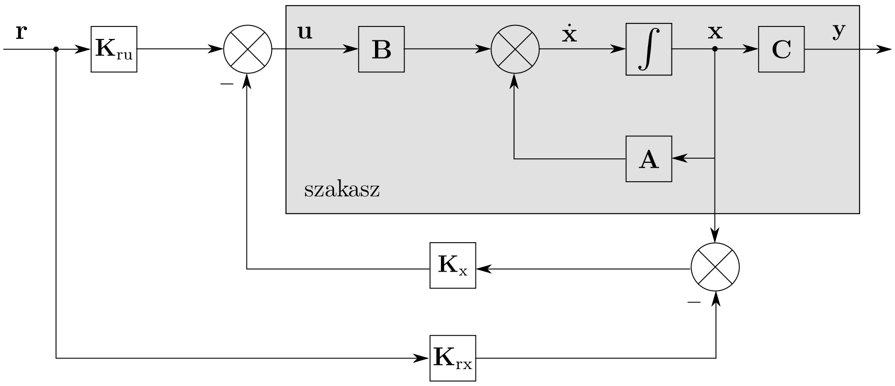
Az előző részfeladatban kiszámolt kimenetet felhasználva az állandósult szög érték: $\theta_\infty = \lim_{s\to 0} s\mathrm{Y} = 6{,}2832$ rad.

Az állandósult hiba a PID szabályzótól vártan zérus.

5. Szögsebesség szabályozás állapotvisszacsatolással

a. Pólusok számítása

Írjuk át a rendszerünket állapotteres alakra, valamint a $\mathrm{W_c}$ kontrollert cseréljük le a $\mathrm{K_x}$, $\mathrm{K_{rx}}$ és $\mathrm{K_{ru}}$ állapot-visszacsatoló és alapjelkompenzáló mátrixokra. A $\mathbf{D}$ és $\mathbf{K}_{\mathrm{rx}}$ mátrix esetünkben zérus, és $\mathbf{K}_{\mathrm{ru}}$ egységnyi.



11. ábra. Állapottér modell hatásvázlata

A rendszer átviteli függvény formában van megadva:

$$\mathrm{W_p} = \frac{\Psi}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)} = \frac{\Psi}{T_1 T_2 s^2 + (T_1+T_2)s + 1} = \frac{\frac{\Psi}{T_1 T_2}}{s^2 + \frac{T_1+T_2}{T_1 T_2}s + \frac{1}{T_1 T_2}}. \tag{22}$$

Írjuk át ezt állapottér modellre, irányíthatósági kanonikus alakra:

$$\mathrm{Y} = \frac{\frac{\Psi}{T_1 T_2}}{s^2 + \frac{T_1+T_2}{T_1 T_2}s + \frac{1}{T_1 T_2}}\mathrm{U} \tag{23}$$

$$\mathrm{X} := \frac{1}{s^2 + \frac{T_1+T_2}{T_1 T_2}s + \frac{1}{T_1 T_2}}\mathrm{U} \Rightarrow \tag{24}$$

$$u = \ddot{x} + \frac{T_1+T_2}{T_1 T_2}\dot{x} + \frac{1}{T_1 T_2}x \Rightarrow \tag{25}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{T_1 T_2} & -\frac{T_1+T_2}{T_1 T_2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \mathbf{u} \tag{26}$$

$$\mathbf{y} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\Psi}{T_1 T_2} & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}} \mathbf{u} \tag{27}$$

A feladatkiírás alapján a domináns időállandó $\widetilde{T}_1 = 50$ ms $= 0{,}05$ s kell hogy legyen.

Az átviteli függvény karakterisztikus egyenlete legyen a következő alakú:

$$\widetilde{\mathrm{p}}(s) = (s - p_1)(s - p_2) = s^2 + a_1 s + a_0. \tag{28}$$

A kívánt túllövés adott. Ez a ξ csillapítástól függ. Ezek alapján ki tudjuk számítani a a_1 és a_0 együtthatókat, valamint a pólusokat.

$$\Delta v = 0{,}1 = \exp\left(\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \Rightarrow \xi = 0{,}5912 \tag{29}$$

$$T_1 = \frac{\log \vartheta_3^{-1}}{\xi\omega_n} \Rightarrow \omega_n = 118{,}6341 \tag{30}$$

$$\beta = \xi\omega_n \tag{31}$$

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\xi^2} \tag{32}$$

$$p_1 = -\beta + i * \omega_d = -70{,}1312 + 95{,}6853i \tag{33}$$

$$p_2 = -\beta - i * \omega_d = -70{,}1312 - 95{,}6853i \tag{34}$$

Ebből $\boxed{a_0 = 14074 \text{ és } a_1 = 140{,}26}$.

b. A szabályozó mátrix számítása

A visszacsatolás miatt

$$\mathbf{u} = \mathbf{r} - \mathbf{K}_{\mathrm{x}}\mathbf{x} \tag{35}$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{r} - \mathbf{B}\mathbf{K}_{\mathrm{x}}\mathbf{x} \tag{36}$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \left(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}_{\mathrm{x}}\right)\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{r} \tag{37}$$

Ebben a feladatrészben tehát a referencia bemenetre nézve a bemeneti mátrix nem változik, az új rendszermátrix pedig $\widetilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}_{\mathrm{x}}$. A $\mathbf{K}_{\mathrm{x}}$ mátrixot a kívánt pólusok alapján kell megválasztani a következőképpen. a kívánt pólusok legyenek.

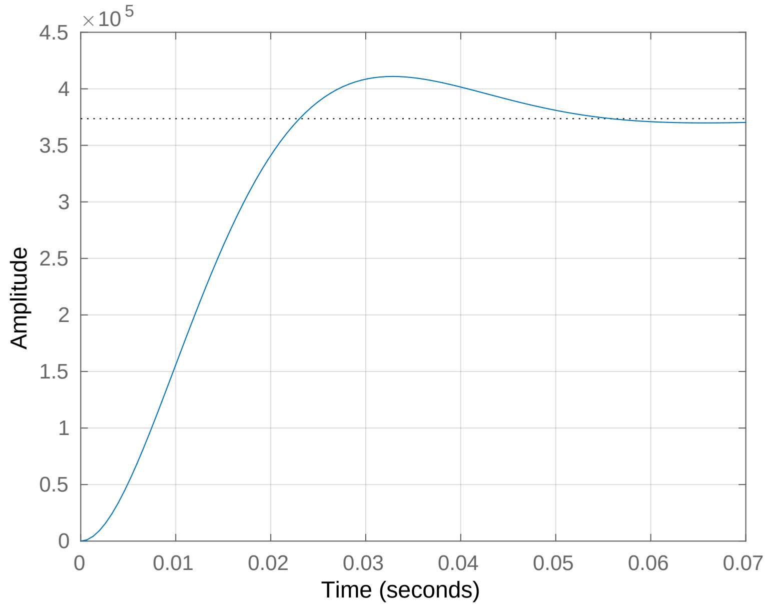
$$\widetilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{T_1T_2} & -\frac{T_1+T_2}{T_1T_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_1 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{T_1T_2} - k_1 & -\frac{T_1+T_2}{T_1T_2} - k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} \tag{38}$$

Ebből a keresett mátrix

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4{,}85 \cdot 10^5 & -7162 \end{bmatrix}. \tag{39}$$

c. Ugrásfüggvény

Az üresjárati szögsebesség $\omega_{\mathrm{noload}} = 5860\,\mathrm{rpm} = 613{,}6578\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$. Az ugrásválaszt a rendszermátrixok ismeretében a MATLAB `step` függvénye rajzolja ki.



12. ábra. A rendszer ugrásválasza

d. Állandósult érték

Az állapottér rendszerünket írjuk vissza MATLAB segítségével átviteli függvény alakra ($\mathrm{W_{cl}}$), amivel könnyen tudunk állandósult értéket számolni. A bemenet legyen $\mathrm{X} = \frac{\omega_{\mathrm{noload}}}{s}$, a rendszer válasz $\mathrm{Y} = \mathrm{W_{cl}X}$.

A végérték-tétel alapján az állandósult szögsebesség $\omega_\infty = \lim\limits_{s \to 0} s\mathrm{Y} = 3{,}74 \cdot 10^5$.

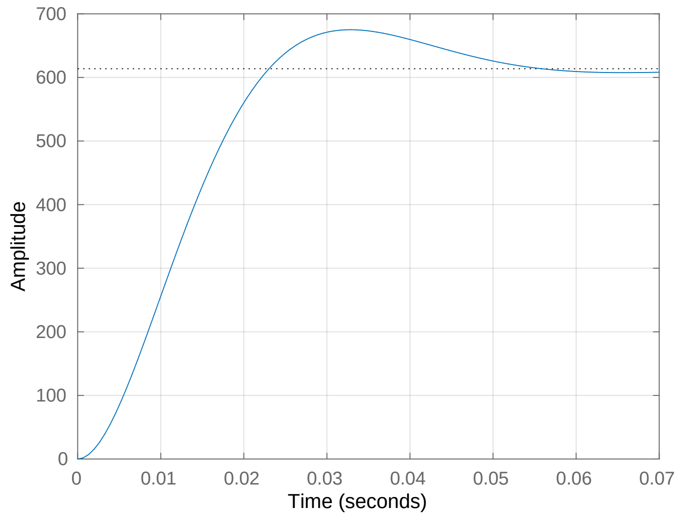
e. Alapkompenzáció számítása

Ha nincs statikus alapjelkompenzáció, vagyis $\mathbf{K}_{\mathrm{rx}} \equiv 0$, akkor éljünk a $\mathbf{K}_{\mathrm{ru}} := \mathbf{K}_{\mathrm{r}}$ jelöléssel, az érthetőség kedvéért.

Most állítsuk be a $\mathbf{K}_{\mathrm{r}}$ mátrixot úgy, hogy $\lim\limits_{t \to \infty} \mathbf{y} = \mathbf{r}$ igaz legyen. Ezt a következő összefüggés adja meg:

$$\mathbf{K}_{\mathrm{r}} = -\left(\mathbf{C}\widetilde{\mathbf{A}}^{-1}\mathbf{B}\right)^{-1} = \begin{bmatrix} 0{,}0016 \end{bmatrix}. \tag{40}$$

f. Alapjelkompenzált ugrásválasz



13. ábra. A rendszer ugrásválasza alapjelkompenzálóval

g. Állandósult érték

A 6.d. részfeladathoz hasonló módon járunk el. A végérték-tétel alapján az állandósult szögsebesség $\omega_\infty = \lim_{s\to 0} s\mathrm{Y} = 613{,}6578$.

h. Statikus alapjelkompenzáció

Most legyen $\mathbf{K}_{\mathrm{rx}}$ nullától különböző. Ekkor

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\mathrm{rx}} \\ \mathbf{K}_{\mathrm{ru}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.17 \cdot 10^{-7} \\ 0 \\ 0{,}058 \end{bmatrix}. \tag{41}$$

i. Statikus alapjelkompenzált ugrásválasz

Írjuk fel a rendszer átviteli függvényét $\mathbf{r}$-től $\mathbf{y}$-ig.

$$\mathbf{u} = \left(\mathbf{K}_{\text{ru}} + \mathbf{K}_{\text{x}}\mathbf{K}_{\text{rx}}\right)\mathbf{r} - \mathbf{K}_{\text{x}}\mathbf{x} \tag{42}$$

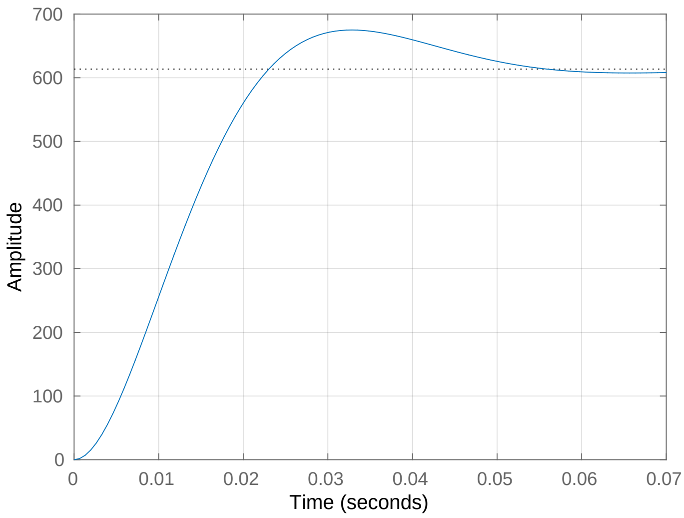
$$\mathbf{x} = \frac{1}{s}\left(\mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{A}\mathbf{x}\right) \tag{43}$$

$$\mathbf{x} = \frac{1}{s}\left(\mathbf{B}\left(\mathbf{K}_{\text{ru}} + \mathbf{K}_{\text{x}}\mathbf{K}_{\text{rx}}\right)\mathbf{r} + \left(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}_{\text{x}}\right)\mathbf{x}\right) \tag{44}$$

$$\mathbf{x} = \left(\mathbf{I} - \frac{1}{s}\left(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}_{\text{x}}\right)\right)^{-1}\frac{1}{s}\mathbf{B}\left(\mathbf{K}_{\text{ru}} + \mathbf{K}_{\text{x}}\mathbf{K}_{\text{rx}}\right)\mathbf{r} \tag{45}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} = \boxed{\frac{a_0}{s^2+a_1 s+a_0}} \tag{46}$$

Az egységugrás válasz ebből a szokásos módon számítható.



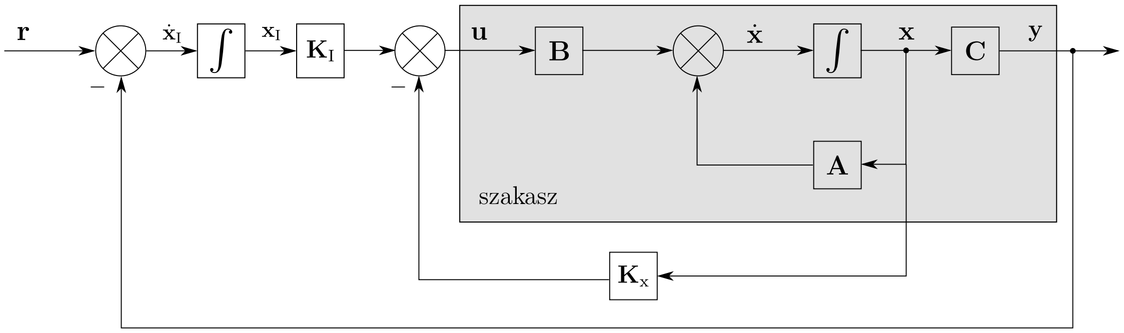
14. ábra. A rendszer ugrásválasza statikus alapjelkompenzálóval

j. Állandósult érték

A végérték-tétel alapján az állandósult szögsebesség $\omega_\infty = \lim_{s\to 0} s\mathrm{Y} = 613{,}6578$.

6. Pozíció szabályozás állapotvisszacsatolással

a. Pólusok számítása



15. ábra. Integrátorral kiegészített állapottér modell

A zárt rendszer pólusai $p_1 = -70{,}13 + 95.69i$, p_2 ennek komplex konjugáltja.

$$p_3 = 3\,\mathrm{Re}(p_1). \tag{47}$$

b. A szabályozó mátrix számítása

$$\widetilde{\mathrm{p}}(s) = s^3 + \widetilde{a}_2 s^2 + \widetilde{a}_1 s + \widetilde{a_0} \tag{48}$$

$$\widetilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\left|\widetilde{a}_2\right| & -\left|\widetilde{a}_1\right| & -\left|\widetilde{a}_0\right| \end{bmatrix} \tag{49}$$

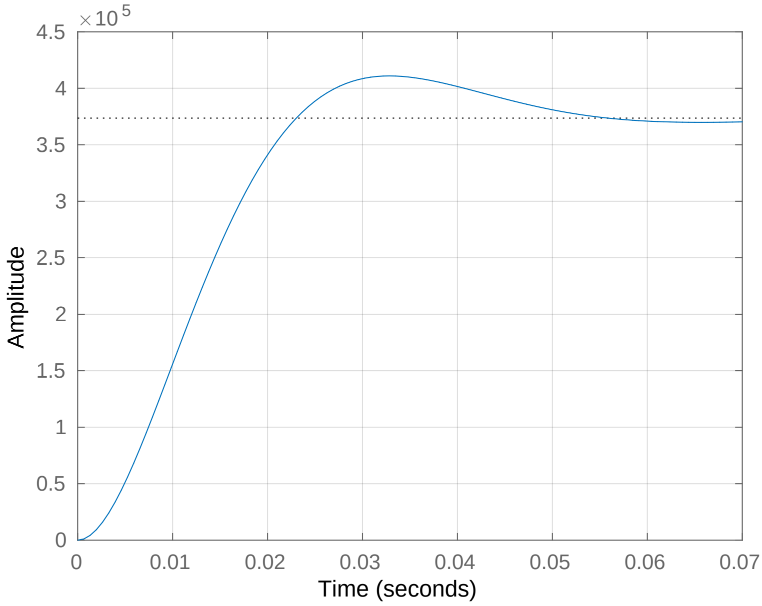
$$\mathrm{p}(s) = (s - p_1)(s - p_2)(s - \underbrace{p_3}_{\equiv 0}) = s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 \tag{50}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\left|a_2\right| & -\left|a_1\right| & -\left|a_0\right| \end{bmatrix} \tag{51}$$

$$\mathbf{A}_\mathrm{d} = \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}_\mathrm{x} \Rightarrow \mathbf{K}_\mathrm{x} = \begin{bmatrix} 2961089{,}26 & -469771{,}98 & -6951{,}58 \end{bmatrix} \tag{52}$$

c. Ugrásfüggvény

Az üresjárati szögsebesség $\omega_{\text{noload}} = 5860 \text{ rpm} = 932.648 \ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Az ugrásválaszt a rendszermátrixok ismeretében a MATLAB `step` függvénye rajzolja ki.



16. ábra. A rendszer ugrásválasza

d. Állandósult érték

Az állapottér rendszerünket írjuk vissza MATLAB segítségével átviteli függvény alakra ($\mathrm{W_{cl}}$), amivel könnyen tudunk állandósult értéket számolni. A bemenet legyen $\mathrm{X} = \frac{\omega_{\text{noload}}}{s}$, a rendszer válasz $\mathrm{Y} = \mathrm{W_{cl}X}$.

A végérték-tétel alapján az állandósult szögsebesség $\omega_\infty = \lim\limits_{s \to 0} s\mathrm{Y} = 2 \cdot 10^7$.

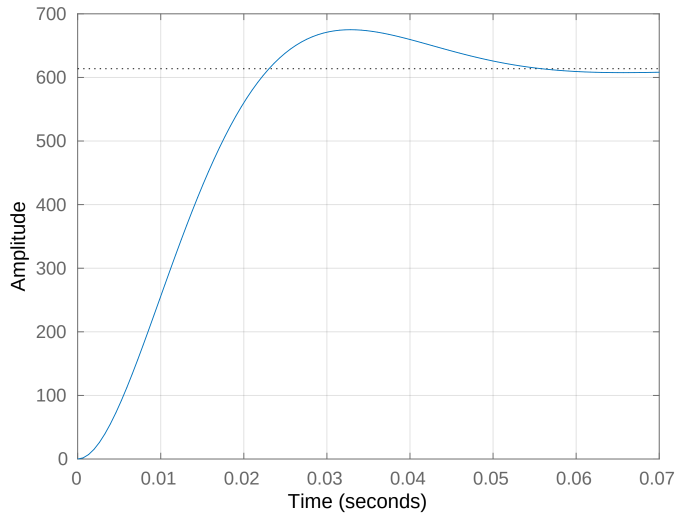
e. Alapkompenzáció számítása

Ha nincs statikus alapjelkompenzáció, vagyis $\mathbf{K}_{\text{rx}} \equiv 0$, akkor éljünk a $\mathbf{K}_{\text{ru}} := \mathbf{K}_{\text{r}}$ jelöléssel, az érthetőség kedvéért.

Most állítsuk be a $\mathbf{K}_{\text{r}}$ mátrixot úgy, hogy $\lim\limits_{t \to \infty} \mathbf{y} = \mathbf{r}$ igaz legyen. Ezt a következő összefüggés adja meg:

$$\mathbf{K}_{\text{r}} = -\left(\mathbf{C}\widetilde{\mathbf{A}}^{-1}\mathbf{B}\right)^{-1} = \left[4{,}6684 \cdot 10^{-5}\right]. \tag{53}$$

f. Alapjelkompenzált ugrásválasz



17. ábra. A rendszer ugrásválasza alapjelkompenzálóval

g. Állandósult érték

A 6.d. részfeladathoz hasonló módon járunk el. A végérték-tétel alapján az állandósult szögsebesség $\omega_\infty = \lim_{s\to 0} s\mathrm{Y} = 932{,}648$.

h. Statikus alapjelkompenzáció

Most legyen $\mathbf{K}_{\mathrm{rx}}$ nullától különböző. Ekkor

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\mathrm{rx}} \\ \mathbf{K}_{\mathrm{ru}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}17 \cdot 10^{-7} \\ 0 \\ 0{,}0582 \end{bmatrix}. \tag{54}$$

i. Statikus alapjelkompenzált ugrásválasz

Írjuk fel a rendszer átviteli függvényét $\mathbf{r}$-től $\mathbf{y}$-ig.

$$\mathbf{u} = (\mathbf{K}_{\mathrm{ru}} + \mathbf{K}_{\mathrm{x}}\mathbf{K}_{\mathrm{rx}})\,\mathbf{r} - \mathbf{K}_{\mathrm{x}}\mathbf{x} \tag{55}$$

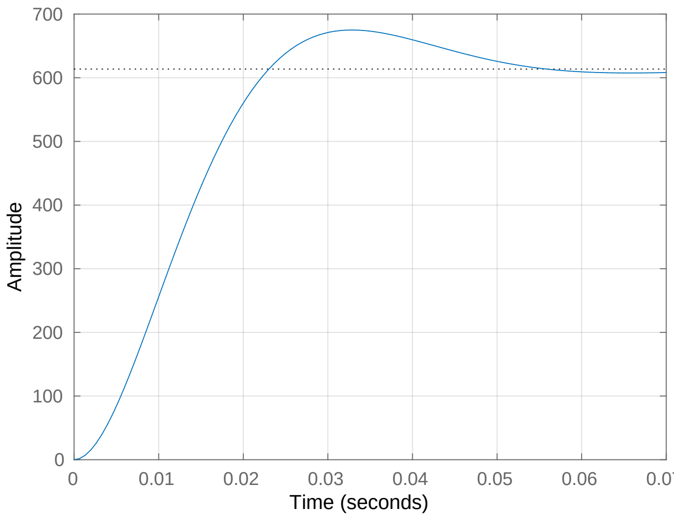
$$\mathbf{x} = \frac{1}{s}\,(\mathbf{Bu} + \mathbf{Ax}) \tag{56}$$

$$\mathbf{x} = \frac{1}{s}\,(\mathbf{B}\,(\mathbf{K}_{\mathrm{ru}} + \mathbf{K}_{\mathrm{x}}\mathbf{K}_{\mathrm{rx}})\,\mathbf{r} + (\mathbf{A} - \mathbf{BK}_{\mathrm{x}})\,\mathbf{x}) \tag{57}$$

$$\mathbf{x} = \left(\mathbf{I} - \frac{1}{s}\,(\mathbf{A} - \mathbf{BK}_{\mathrm{x}})\right)^{-1}\frac{1}{s}\mathbf{B}\,(\mathbf{K}_{\mathrm{ru}} + \mathbf{K}_{\mathrm{x}}\mathbf{K}_{\mathrm{rx}})\,\mathbf{r} \tag{58}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{Cx} = \boxed{\frac{400}{s^2+23{,}646s+400}} \tag{59}$$

Az egységugrás válasz ebből a szokásos módon számítható.



18. ábra. A rendszer ugrásválasza statikus alapjelkompenzálóval

j. Állandósult érték

A végérték-tétel alapján az állandósult szögsebesség $\omega_\infty = \lim\limits_{s\to 0} s\mathrm{Y} = 932{,}648$.

Hivatkozások

[1] DC motor adatlapja
https://www.maxongroup.com/maxon/view/product/motor/dcmotor/amax/amax32/236671