RENDSZER- ÉS IRÁNYÍTÁSTECHNIKA

MÁSODIK HÁZI FELADAT

Réda Vince – Z697LX

1. táblázat. Házi feladat kódja

ϑ_0	ϑ_1	ϑ_2	ϑ_3	ϑ_4
36 V	60°	10%	3%	50 ms

Mechatronika, Optika és Gépészeti Informatika Tanszék

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

2020. november 16.

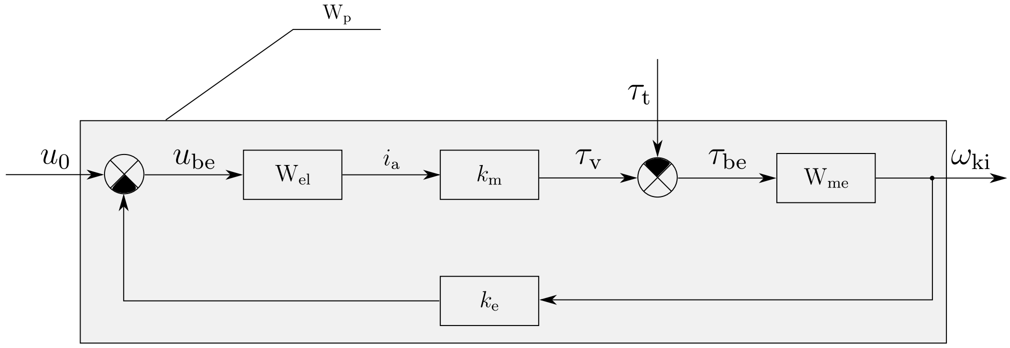
Tartalomjegyzék

A második házi feladat a tárgyhoz kapcsolódó első házi feladat folytatása. A rendszer paraméterei és egyenleteit ott tárgyaltam, amelyeket itt fel fogok használni.

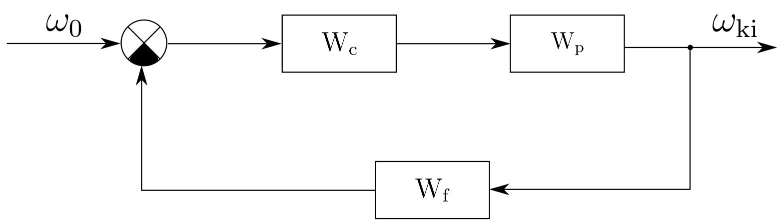
Az egyenáramú motor paraméterei

2. táblázat. A motor és a hajtómű paraméterei

Név	Jelölés	Katalógus-beli érték	SI-beli érték
armatúra ellenállás	R_a	11,1 Ω	11,1 Ω
armatúra induktivitás	L_a	1,52 mH	$1,52 \cdot 10^{-3}$ H
nyomatékállandó	k_m	58,2 $\frac{\text{mNm}}{\text{V}}$	0,0582 $\frac{\text{Nm}}{\text{V}}$
sebességállandó	k_s	164 $\frac{\text{rpm}}{\text{V}}$	17,17 $\frac{\text{rad}}{\text{Vs}}$
elektromos állandó	k_e	0,006097 $\frac{\text{V}}{\text{rpm}}$	0,05822 $\frac{\text{Vs}}{\text{rad}}$
forgórész tehetetlenségi nyomatéka	J_a	44,6 gcm^2	4,46$\cdot 10^{-6}$ kgm^2
névleges szögsebesség	ω_n	4430 rpm	463,91 $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
névleges áramerősség	i_n	0,804 A	0,804 A
névleges feszültség	u_n	36 V	36 V



(a) A motor hatásvázlata



(b) A szabályozott rendszer hatásvázlata

1. ábra. A rendszer és a visszacsatolt kör hatásvázlatai

1. PI szabályzó tervezése pólus-zérus kiejtéssel

a. P és I paraméterek számítása

Az 1b. ábra mutatja a rendszerünket, ahol a $\mathrm{W_c}$ szabályzó átviteli függvénye

$$\mathrm{W_c} = P\frac{1+sT_\mathrm{I}}{sT_\mathrm{I}} \tag{1}$$

alakú. T_I-vel a motor legnagyobb időállandóját ejtjük ki, tehát ezt válasszuk $T_\mathrm{I} = T_1 = 0,0145$ s értékűre, az első házi feladatban kiszámoltak alapján.

Az előrevezető ág átviteli függvénye ekkor leegyszerűsödik:

$$\mathrm{W_x} = \frac{\Psi}{\cancel{(1+T_1 s)}(1+T_2 s)} P \frac{\cancel{1+sT_\mathrm{I}}}{sT_\mathrm{I}} = \frac{\Psi P}{T_\mathrm{I}} \frac{1}{s(1+sT_2)}, \tag{2}$$

ahol T_1 és T_2 a szabályozott szakasz időállandója, Ψ a nullfrekvenciás erősítés.

Most írjuk fel a fáziskésést az $s = j\omega$ helyettesítéssel.

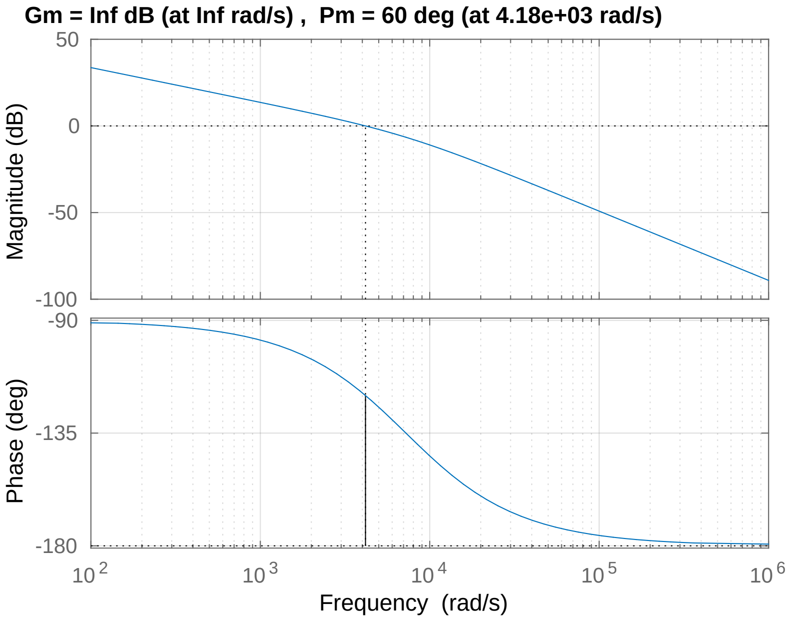
$$\varphi(\omega) = \underbrace{-\frac{\pi}{2}}_{\text{integráló tag miatt}} - \underbrace{\operatorname{arctg}(T_2\omega)}_{\text{kisebbik időállandó}} . \tag{3}$$

A megadott fázistartalék $\varphi_\mathrm{t} = \vartheta_1 = 60°$. A következő egyenlet megoldása adja a vágási körfrekvenciát:

$$\varphi_\mathrm{t} = \varphi(\omega_\mathrm{c}) + \pi \;\Rightarrow\; \omega_\mathrm{c} = 4176,1\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \tag{4}$$

Ha ω_c a vágási körfrekvencia, definíció szerint $|\mathrm{W_x}(\omega_\mathrm{c})| = 1$. Ez alapján $P = 4,0709$.

A MATLAB-ban található `margin` függvény segítségével ellenőrizzük a számolást, amit a 2. ábra igazol.



2. ábra. Szabályozott rendszer Bode-diagramja

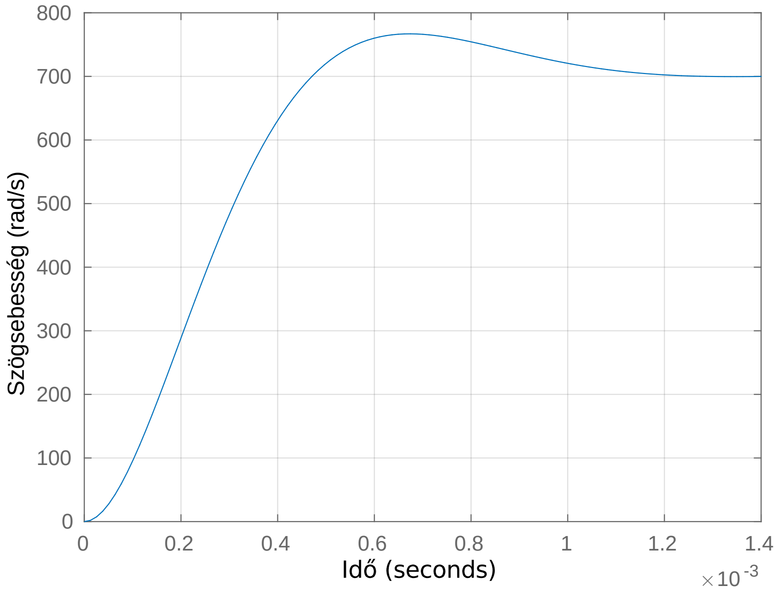
b. Egységugrás válasz

Az előrevezető ág $\mathrm{W_x}$, a zárt kör átviteli függvénye ebből

$$\mathrm{W_{cl}} = \frac{\mathrm{W_x}}{1 + \mathrm{W_x}}, \tag{5}$$

mivel a visszacsatoló ágban $\mathrm{W_{fb}} = 1$. Ezt meg kell szorozni az $\omega_{\mathrm{ref}} = 4430 \text{ rpm} = 705.0564\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$ referencia szögsebességgel.

A PI-szabályozott rendszer egységugrás-válaszát a MATLAB-os `step` függvény adja meg.



3. ábra. PI egységugrás-válasz

c. Állandósult szögsebesség

A bemenet legyen $\mathrm{X} = \frac{\omega_{\mathrm{ref}}}{s}$, a rendszer válasz $\mathrm{Y} = \mathrm{W}_{\mathrm{cl}}\mathrm{X}$.

A végérték-tétel alapján az állandósult szögsebesség $\omega_\infty = \lim_{s \to 0} s\mathrm{Y} = 705,0564$.

2. PD szabályzó tervezése pólus-zérus kiejtéssel

a. P és D paraméterek számítása

Az 1b. ábra mutatja a rendszerünket, ahol a $\mathrm{W_c}$ szabályzó átviteli függvénye

$$\mathrm{W_c} = P\frac{1+sT_\mathrm{D}}{1+snT_\mathrm{D}} \tag{6}$$

alakú. T_D-vel a motor második legnagyobb időállandóját ejtjük ki,
tehát ezt válasszuk $T_\mathrm{D} = T_2 = 1,3825 \cdot 10^{-4}$ s értékűre, az első házi feladatban kiszámoltak alapján.

Az előrevezető ág átviteli függvénye ekkor leegyszerűsödik:

$$\mathrm{W_x} = \frac{\Psi}{(1+T_1 s)\cancel{(1+T_2 s)}} P \frac{\cancel{1+sT_2}}{1+snT_\mathrm{D}} = \frac{\Psi P}{(1+sT_1)(1+snT_2)}, \tag{7}$$

ahol T_1 és T_2 a szabályozott szakasz időállandója, Ψ a nullfrekvenciás erősítés.

Most írjuk fel a fáziskésést az $s = j\omega$ helyettesítéssel.

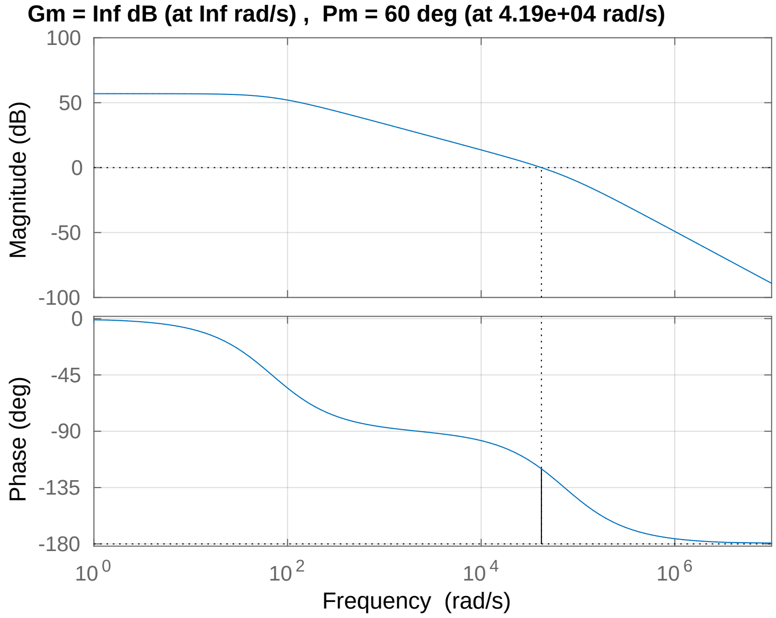
$$\varphi(\omega) = -\underbrace{\mathrm{arctg}(T_1\omega)}_{\text{nagyobbik időállandó}} - \underbrace{\mathrm{arctg}(nT_2\omega)}_{\text{szűrő időállandó}}. \tag{8}$$

A megadott fázistartalék most is $\varphi_\mathrm{t} = \vartheta_1 = 60°$. A következő egyenlet megoldása adja a vágási körfrekvenciát:

$$\varphi_\mathrm{t} = \varphi(\omega_c) + \pi \Rightarrow \omega_\mathrm{c} = 41920\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \tag{9}$$

Ha ω_c a vágási körfrekvencia, definíció szerint $|\mathrm{W_x}(\omega_\mathrm{c})| = 1$. Ez alapján $P = 40,9024$.

A MATLAB-ban található `margin` függvény segítségével ellenőrizzük a számolást, amit a 2. ábra igazol.



4. ábra. Szabályozott rendszer Bode-diagramja

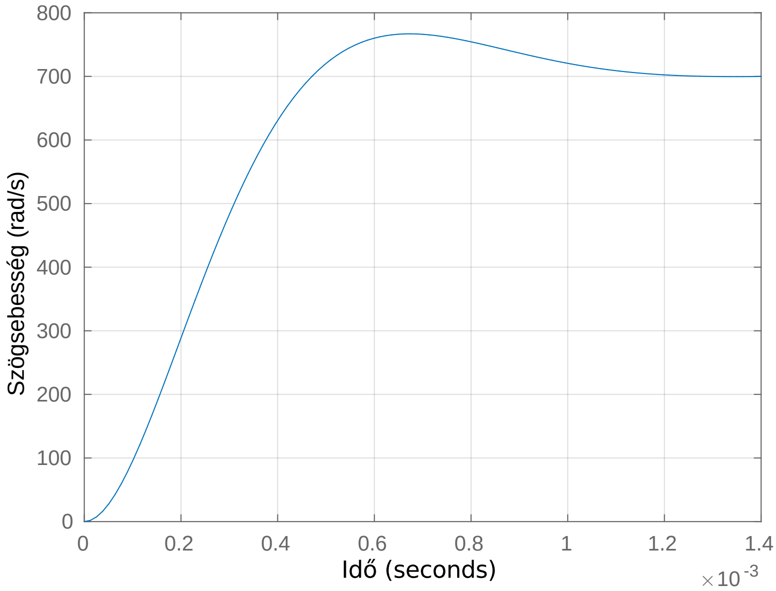
b. Egységugrás válasz

Az előrevezető ág $\mathrm{W_x}$, a zárt kör átviteli függvénye ebből

$$\mathrm{W_{cl}} = \frac{\mathrm{W_x}}{1 + \mathrm{W_x}}, \tag{10}$$

mivel a visszacsatoló ágban $\mathrm{W_{fb}} = 1$. Ezt meg kell szorozni az $\omega_{\mathrm{ref}} = 4430$ rpm $= 705.0564\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$ referencia szögsebességgel.

A PI-szabályozott rendszer egységugrás-válaszát a MATLAB-os `step` függvény adja meg.



5. ábra. PI egységugrás-válasz

c. Állandósult szögsebesség

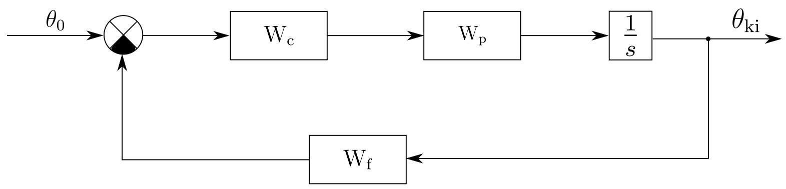
A bemenet legyen $\mathrm{X} = \frac{\omega_{\mathrm{ref}}}{s}$, a rendszer válasz $\mathrm{Y} = \mathrm{W}_{\mathrm{cl}}\mathrm{X}$.

A végérték-tétel alapján az állandósult szögsebesség $\omega_\infty = \lim\limits_{s\to 0} s\mathrm{Y} = 704,0542$.

3. PI pozíció szabályozás szimmetrikus optimum módszerrel

a. P és I paraméterek számítása

A DC motor szögsebességének integrálásával kapjuk meg annak pozícióját. A módosított hatásvázlatot a 6. ábra mutatja.



6. ábra. Pozíció-szabályzott DC motor hatásvázlata

Írjuk fel az előrevezető ág átviteli függvényét:

$$\mathrm{W_x} = \mathrm{W_c}\mathrm{W_p}\frac{1}{s} = \frac{\Psi\, P\ (T_\mathrm{I}\, s+1)}{s^2\ (T_1\, s+1)\ (T_2\, s+1)}, \tag{11}$$

ahol Ψ a szabályozott szakasz erősítése.

Ezután írjuk fel a fázistolást a körfrekvencia függvényében:

$$\varphi(\omega) = -\pi - \mathrm{arctg}(T_1\omega) - \mathrm{arctg}(T_2\omega) + \mathrm{arctg}(T_\mathrm{I}\omega). \tag{12}$$

Ennek a függvénynek a szélsőértékét keressük. Ehhez tegyük nullává a deriváltat:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\omega} = \frac{T_\mathrm{I}}{T_\mathrm{I}^2\,\omega^2+1} - \frac{T_2}{{T_2}^2\,\omega^2+1} - \frac{T_1}{{T_1}^2\,\omega^2+1} = 0. \tag{13}$$

Ebből megkaptunk egy ω_c értéket, ami T_I-től függ. Ezt helyettesítsük be a fázistartalékhoz tartozó képletbe, ami kiadja T_I-t és ezáltal ω_c numerikus értékét is:

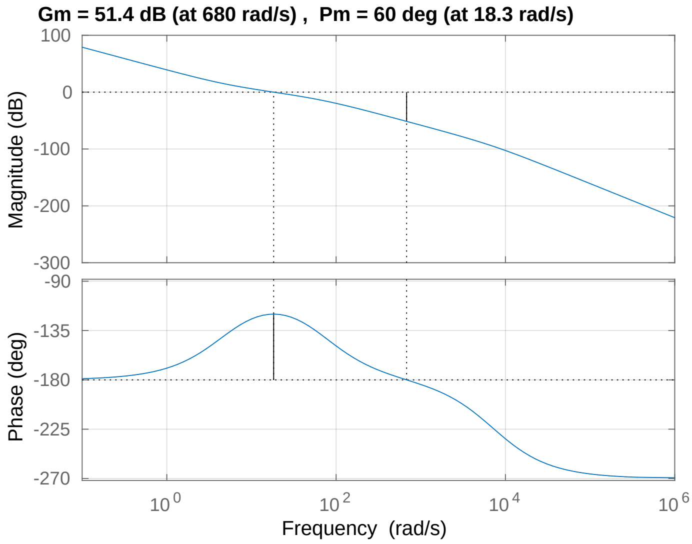
$$\varphi_\mathrm{t} = \pi + \varphi(\omega_\mathrm{c}). \tag{14}$$

Ebből $T_\mathrm{I} = 0,204$ s, és $\omega_\mathrm{c} = 18,2783\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$.

Már csak a P körerősítést kell meghatároznunk, ami ugyanúgy történik mint az első feladatban:

$$|\mathrm{W_x}(\omega_\mathrm{c})| = 1 \Rightarrow P = 5,2163. \tag{15}$$

Ellenőrizzük, hogy a fázistartalék tényleg 60°-e a `margin` függvénnyel.

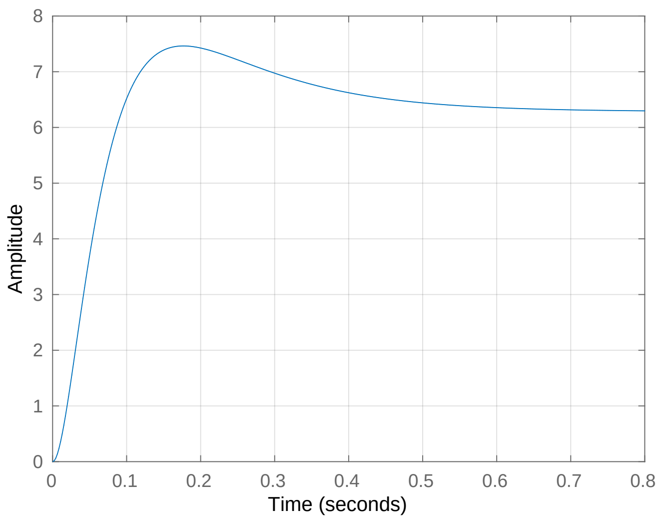


7. ábra. Pozíció-szabályzott rendszer Bode-diagramja, fázistartalék feltüntetve

Ez teljesül.

b. Egységugrás válasz

Egy kör fordulat szabályozása esetén a bemenet Laplace-transzformáltja $\mathrm{X} = \frac{2\pi}{s}$, a kimenet ebből $\mathrm{Y} = \mathrm{W_{cl}X}$. Ezt a szokásos `step` függvény ki is rajzolja nekünk időtartományban, amit a 8. ábra mutat.



8. ábra. PI egységugrás-válasz

c. Állandósult szögsebesség

Az előző részfeladatban kiszámolt kimenetet felhasználva az állandósult szög érték: $\theta_\infty = \lim_{s\to 0} s\mathrm{Y} = 6,2832$ rad.

Az állandósult hiba a PI szabályzótól vártan zérus.

4. PID pozíció szabályozás szimmetrikus optimum módszerrel

a. P, I és D paraméterek számítása

Az előző feladatból a szabályzót változtassuk meg egy PID kontrollerre:

$$\mathrm{W_c} = P\frac{(1+T_\mathrm{I}s)(1+T_\mathrm{D}s)}{s(1+nT_\mathrm{D})}. \tag{16}$$

Válasszuk meg a deriváló tag időállandóját úgy, hogy az kiejtse a szabályozott szakasz egyik pólusát, tehát legyen $T_\mathrm{D} = T_2$.

Írjuk fel az előrevezető ág átviteli függvényét:

$$\mathrm{W_x} = \mathrm{W_c}\mathrm{W_p}\frac{1}{s} = \frac{P}{s^2}\frac{(1+T_\mathrm{I}s)\cancel{(1+T_\mathrm{D}s)}}{1+nT_\mathrm{D}s}\frac{\Psi}{(1+sT_1)\cancel{(1+sT_2)}} \tag{17}$$

ahol Ψ a szabályozott szakasz erősítése.

Ezután írjuk fel a fázistolást a körfrekvencia függvényében:

$$\varphi(\omega) = -\pi - \mathrm{arctg}(T_1\omega) - \mathrm{arctg}(nT_\mathrm{D}\omega) + \mathrm{arctg}(T_\mathrm{I}\omega). \tag{18}$$

Ennek a függvénynek a szélsőértékét keressük. Ehhez tegyük nullává a deriváltat:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\omega} = \frac{T_\mathrm{I}}{(T_\mathrm{I}\omega)^2+1} - \frac{nT_\mathrm{D}}{(T_\mathrm{D}\omega)^2+1} - \frac{T_1}{(T_1\omega)^2+1} = 0. \tag{19}$$

Ebből megkaptunk egy ω_c értéket, ami T_I-től függ. Ezt helyettesítsük be a fázistartalékhoz tartozó képletbe, ami kiadja T_D-t és ezáltal ω_c numerikus értékét is:

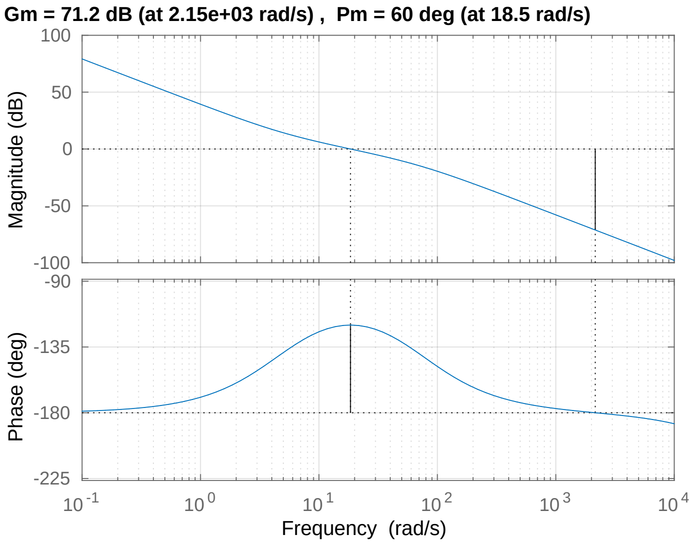
$$\varphi_\mathrm{t} = \pi + \varphi(\omega_\mathrm{c}). \tag{20}$$

Ebből $T_\mathrm{I} = 0,2022$ s, és $\omega_\mathrm{c} = 18,4589\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$.

Már csak a P körerősítést kell meghatároznunk, ami ugyanúgy történik mint az első feladatban:

$$|\mathrm{W_x}(\omega_\mathrm{c})| = 1 \Rightarrow P = 5,3159. \tag{21}$$

Ellenőrizzük, hogy a fázistartalék tényleg 60°-e a `margin` függvénnyel.

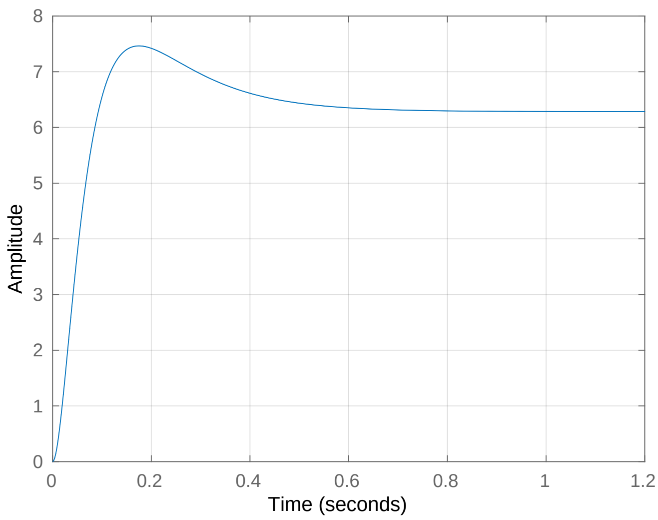


9. ábra. PID pozíció-szabályzott rendszer Bode-diagramja, fázistartalék feltüntetve

Ez teljesül.

b. Egységugrás válasz

Egy kör fordulat szabályozása esetén a bemenet Laplace-transzformáltja $\mathrm{X} = \frac{2\pi}{s}$, a kimenet ebből $\mathrm{Y} = \mathrm{W_{cl}X}$. Ezt a szokásos `step` függvény ki is rajzolja nekünk időtartományban, amit a 10. ábra mutat.



10. ábra. PID egységugrás-válasz

c. Állandósult szögsebesség

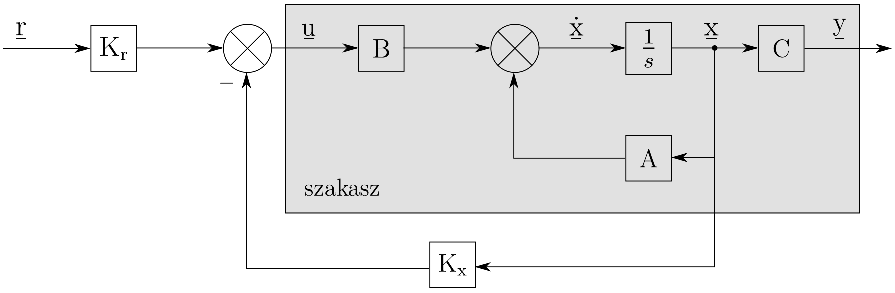
Az előző részfeladatban kiszámolt kimenetet felhasználva az állandósult szög érték: $\theta_\infty = \lim_{s\to 0} s\mathrm{Y} = 6,2832^\circ$.

Az állandósult hiba a PID szabályzótól vártan zérus.

5. Szögsebesség szabályozás állapotvisszacsatolással

a. Pólusok számítása

Írjuk át a rendszerünket állapotteres alakra, valamint a $\mathrm{W_c}$ kontrollert cseréljük le a $\mathrm{K_x}$ és $\mathrm{K_r}$ állapotvisszacsatoló és alapjelkompenzáló mátrixokra. A D kimeneti mátrix esetünkben zérus, és egyenlőre az alapjelkompenzáló mátrix egységnyi.



11. ábra. Állapottér modell hatásvázlata

A rendszer átviteli függvény formában van megadva:

$$\mathrm{W_p} = \frac{\Psi}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)} = \frac{\Psi}{T_1 T_2 s^2 + (T_1+T_2)s + 1}, \tag{22}$$

amelynek a pólusai $p_1 = -\frac{1}{T_1} = -68,97$ és $p_2 = -\frac{1}{p_2} = -7233,3$.

Írjuk át ezt állapottér modellre, irányíthatósági kanonikus alakra:

$$\mathrm{Y} = \frac{\Psi}{T_1 T_2 s^2 + (T_1+T_2)s + 1}\mathrm{U} \tag{23}$$

$$\mathrm{X} := \frac{\,}{T_1 T_2 s^2 + (T_1+T_2)s + 1}\mathrm{U} \ \Rightarrow \tag{24}$$

$$u = T_1 T_2 \ddot{x} + (T_1+T_2)\dot{x} + x \ \Rightarrow \tag{25}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{T_1 T_2} & \frac{T_1+T_2}{T_1 T_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \tag{26}$$

$$y = \begin{bmatrix} \Psi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u \tag{27}$$

A feladatkiírás alapján a domináns időállandó $\widetilde{T}_1 = 50$ ms $= 0,05$ s kell hogy legyen. A másik pedig valami.

Hivatkozások

[1] DC motor adatlapja
https://www.maxongroup.com/maxon/view/product/motor/dcmotor/amax/amax32/236671