Semesterarbeit Teil 5: Numerische Integration und Abschluss

# Aufgabenstellung

*(Die Nummern dienen als Referenz für den Rest des Dokumentes)*

1. Implementieren Sie die Trapezregel und die Simpsonsche Regel zur numerischen Bestimmung von bestimmten Integralen.
2. Wenden Sie diese Algorithmen auf die Berechnung des Volumens eines Kreisrings an. (Ein Kreisring kann als Rotationskörper eines Kreises aufgefasst werden, wenn der Kreis sich vollständig oberhalb der x-Achse befindet und wenn er um die x-Achse rotiert wird.
3. Vergleichen Sie die Genauigkeit dieser Approximationen miteinander und vergleichen Sie die Resultate mit den exakten Werten, die sie von Hand und mit mit Sympy bestimmen.
4. Schließen Sie Ihre Semesterarbeit mit einer Diskussion des Einsatzes von Python für praxisbezogene Anwendungen ab. (Dieser Teil ist in diesem Dokument nicht ersichtlich. Meinen Beitrag an der Diskussion finden Sie hier: <https://moodle.ffhs.ch/mod/forum/discuss.php?d=25204>)

# Theorieteil

Für diese Aufgabe habe ich zuerst den Theorieteil dokumentiert und dann den Code gemäss Theorie implementiert.

## TrapezregelTrapezregel

Abbildung 1 http://matheguru.com/images/trapezregel2.png

Die Trapezregel dient zur Berechnung einer Fläche zwischen einer Funktion und der x-Achse.

Wie man auf Abbildung 1 gut erkennen kann, wird diese Fläche in Trapeze aufgeteilt mit einer Breite von Delta-X, je kleiner Delta-X ist, desto genauer stimmen die Berechnungen.

Für die Berechnung benötigt man also folgende Parameter: Die Funktion f(x), Punkt a auf der x-Achse und Punkt b auf der x-Achse, sowie die Anzahl der Trapeze n (daraus folgt Delta-X).

Die Berechnung in Pseudocode (die Parameter aus dem letzten Absatz werden übergeben):

1. Definiere: total=0
2. Definiere: deltaX=(b-a)/n
3. Definiere: i=0
4. Definiere: xi=a+(i\*deltaX)
5. Definiere: xii=a+((i+1)\*deltaX)
6. Definiere: total+=((f(xi)+f(xii))\*deltaX)/2
7. Falls (i+1<n) Dann (Definiere: i+=1; Definiere xi=xii; Gehe zu 5) Sonst fortfahren
8. Fertig: total entspricht der Approximation der Fläche

Dieser Pseudo-Code entspricht der Berechnung jedes einzelnen Trapezes und wird für die Implementation so mit Python umgesetzt als Funktion im «tools.py»-Script.

## Simpsonsche FormelSimpsonsche Regel

Die Simpsonsche Regel dient zur Berechnung einer Fläche zwischen einer Funktion und der x-Achse.

Wie man auf Abbildung 2 erkennen kann, wird diese Fläche in Parabeln aufgeteilt. Diese Stücke werden dann berechnet. Auf Abbildung 2 werden nur 2 Parabeln erstellt (also n=2), für unsere Berechnungen werden wir n offenlassen.

Für die Berechnung benötigt man also folgende Parameter: Die Funktion f(x), Punkt a auf der x-Achse und Punkt b auf der x-Achse, sowie die Anzahl der Trapeze n (daraus folgt Delta-X).

Abbildung 2 http://www.mathepedia.de/html/th\_numerik/a\_liste/c\_numerischeintegration/Simpson\_rule.aspx?w=240&h=156

Die Berechnung in Pseudocode (die Parameter aus dem letzten Absatz werden übergeben):

1. Definiere: total=f(a)
2. Definiere: deltaX=(b-a)/n
3. Definiere: lastXValue=b-deltaX
4. Definiere: x=a+deltaX
5. Definiere: total+=4\*f(x)
6. Definiere: total+=2\*f(x + deltaX)
7. Definiere: x+=2\*deltaX
8. Falls (x<lastXValue) Dann (Gehe zu 5) Sonst fortfahren
9. Definiere: total+=4\*f(lastXValue)
10. Definiere: total+=f(b)
11. Definiere: total\*=deltaX/3

Dieser Pseudo-Code entspricht der Berechnung jedes einzelnen Trapezes und wird für die Implementation so mit Python umgesetzt als Funktion im «tools.py»-Script.

## Kreisring / Torus

Referenzen zu den folgenden Annahmen und Behauptungen:

* <https://de.wikipedia.org/wiki/Kreisring>
* <https://de.wikipedia.org/wiki/Rotationsk%C3%B6rper>
* <https://de.wikipedia.org/wiki/Torus>

Gemäss meinem Verständnis geht es in der Aufgabe 2 um einen Torus. Ein Kreisring ist ein zweidimensionaler Körper und hat entsprechend kein Volumen. Wird jedoch ein Kreis als Rotationskörper um die x-Achse rotiert, wie dies zusätzlich definiert wird, entsteht ein Torus. Ich habe diesbezüglich auch einen Beitrag im Moodle-Forum verfasst, erhielt jedoch bisher keine Bestätigung eines Dozenten. <https://moodle.ffhs.ch/mod/forum/discuss.php?d=25487>

Für diese Semesterarbeit werde ich also davon ausgehen, dass ein Torus gemeint ist.

Die Berechnung des Volumens eines Torus habe ich von Wikipedia abgeschaut und implementiert, dort wird dies sehr detailliert erklärt: <https://de.wikipedia.org/wiki/Torus> (Ansonsten wäre der Inhalt dieses Dokumentes zu gross geworden)

# Implementation

## Struktur

Für diese Arbeit verwende ich folgende Scripts:

* «test.py»: Dieses Script dient zur Überprüfung der Implementationen.
* «calc.py»: Dieses Script enthält eine einfache Rechner-Funktion für die Benutzereingabe.
* «tools.py»: Dieses Script enthält die Funktionen für die Trapezregel und für die Simpsonsche Regel.

## Scripts

Für diese Semesterarbeit habe ich den Python-Code ausführlich kommentiert, damit ich mehr Platz für den Theorieteil der Aufgabe habe.

## Resultat & Vergleich der Werte gemäss Aufgabe 3

TODO