

(א) הסימנים בהוכחה של שיתוף היא שיתוף לא בהכרח את נוסחת הסימנים של

$$T(n) = T(n-1) + O(n)$$

מחשבים לנני  $O(n)$  ואנן פורמלים את הנוסחה  $n$  פעמים של  $T(1)$

$$O(n) \cdot O(n) = O(n^2)$$

$$T(n) = T(n-1) + O(n) = T(n-2) + O(n-1) + O(n) = \dots$$

↑  
⊗

$$= T(1) + O(2) + \dots + O(n-2) + O(n-1) + O(n)$$

n פעמים

$$T(n) = O(n^2) \quad \text{ולכן} \quad \frac{n}{2} \cdot n = \frac{n^2}{2}$$

שיתוף בהכרח את הנוסחה רק פעם אחת ⊗ ולא של הכול

(ב) נרצה להוכיח האינדוקציה של  $T(n) = O(n^2)$

$$T(n) = T(n-1) + O(n)$$

כדי להוכיח של  $T(n) = O(n^2)$ , אף הבהמה, נראה שקיים  $C_1 > 0$

$$T(n) \leq C_1 \cdot n^2 \quad \text{לכל } n \in \mathbb{N} \text{ כך שלכל } n > n_1 \text{ מתקיים}$$

← אף ה  $O(n)$  שקיים הנוסחה נסיחה של ה  $insert$ , אנו יוצרים שקיים

$$T(n) \leq T(n-1) + C_2 \cdot n \quad \text{לכל } n \in \mathbb{N} \text{ כך שלכל } n > n_1 \text{ מתקיים}$$

• נשים האינדוקציה:

$$T(n_1) \leq C' \cdot n_1^2 \quad \text{יהי } C' > 0 \text{ מספר קבוע שנקרא}$$

ולכל  $C > C'$  נבחר האינדוקציה של  $n_1$  מתקיימת עבור  $n = n_1$

$$C_1 > \max \left\{ \frac{C_2}{2}, C' \right\} > 0 \quad (*)$$

$$n_1 = \max \left\{ n_2, \frac{-C_1}{C_2 - 2C_1} \right\} > 0$$

• תחת האינדוקציה:

$$T(k) \leq C_1 \cdot k^2 \quad \text{לכל } n_1 \leq k < n$$

• נבחר האינדוקציה: נניח שלעבור  $n$   $T(n) \leq C_1 \cdot n^2$

לאחר שבתנו את  $C_1, n_1$  קבוע של  $n > n_1$ :

$$T(n) = T(n-1) + O(n) \leq T(n-1) + C_2 \cdot n \leq C_1 (n-1)^2 + C_2 n$$

↓  
מתחת האינדוקציה  
 $n > n_1 \geq n_2$



$$= c_1(n^2 - 2n + 1) + c_2n = c_1n^2 + \underbrace{c_1}_{\substack{\checkmark \\ 0}} + \underbrace{n(c_2 - 2c_1)}_{\substack{\checkmark \\ 0 \\ \checkmark \\ 0}}$$

$$\leq c_1n^2 + c_1 + n_1(c_2 - 2c_1) \leq c_1n^2 + c_1 + \left(\frac{-c_1}{c_2 - 2c_1}\right)(c_2 - 2c_1)$$

$$= c_1n^2 + c_1 - c_1 = c_1n^2$$

$$\Rightarrow \forall n > n_1 \quad T(n) \leq c_1n^2 \quad \blacksquare$$