

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Департамент математического и компьютерного моделирования

Эффективная длинная арифметика

Доклад

Направление подготовки 09.03.03 Прикладная информатика

Профиль «Прикладная информатика в компьютерном дизайне»

Обучающийся _____

И.С. Щербак

Руководитель _____ доцент ИМКТ А.С. Кленин

Владивосток 2022

Содержание

1	Введение	3
1.1	Информация	3
1.2	История	3
2	Описание	4
2.1	Начальные данные	4
3	Реализация	5
3.1	Сложение	5
3.2	Вычитание	5
3.3	Умножение	6
3.4	Деление	6
4	Формальная постановка задачи	8
5	Исследование	9
6	Тестирование	10
7	Заключение	11

1 Введение

1.1 Информация

Длинная арифметика - набор алгоритмов для поразрядной работы с целыми числами произвольной длины. Она применяется как с относительно небольшими целыми числами, превышающими ограничения типа `long long` в несколько раз, так и с по-настоящему большими целыми числами (чаще всего до 10100000.). Для работы с “длинными” целыми числами их разбивают на разряды. Многие языки (Java, Ruby, Python) имеют встроенную поддержку длинной арифметики, что в разы может сократить время написания программы.

1.2 История

Первый бизнес-компьютер IBM 702 (цифровой компьютер на базе ламповых компьютеров первого поколения) в середине 1950-х годов полностью реализовывал целочисленную арифметику в аппаратных средствах для строк цифр любой длины от 1 до 511 цифр. Самая ранняя широко распространенная программная реализация арифметики произвольной точности была реализована в MacLisp. Ранняя широко распространенная реализация была доступна через IBM 1620 (1959-1970 годов). Эта машина была десятичной, которая использовала дискретные транзисторы, но имела аппаратное обеспечение (которое использовало таблицы поиска) для выполнения целочисленной арифметики над строками цифр длиной от двух до любой доступной памяти. Для арифметики с плавающей точкой мантиса была ограничена сотней цифр или меньше, а показатель степени был ограничен только двумя цифрами.

2 Описание

2.1 Начальные данные

На вход подается строка с целыми числами и оператором. Строка может включать в себя 4294967295 символов.

Далее строка разбивается на два числа и оператор.

3 Реализация

3.1 Сложение

Рассмотрим арифметическую операцию сложения, применяемую в длинной арифметике.

Для начала смотрим на знак чисел. Если они оба положительные, то складываются последние индексы двух чисел. И если их сумма больше десяти, то эту сумму делим на десять и переносим это значение к следующему разряду.

Если же одно из этих чисел отрицательное, то сначала отбрасываются знаки, из большего вычитается меньшее, и в зависимости от того, какое значение имело большее число, ставится конечный знак.

Пример

Первое число 1234567890987654321

Второе число 123456789

Результат 123456789111111110

Пример

Первое число 1234567890987654321

Второе число -123456789

Результат 1234567890864197532

Пример

Первое число -1234567890987654321

Второе число 123456789

Результат -1234567890864197532

3.2 Вычитание

Рассмотрим арифметическую операцию вычитания, применяемую в длинной арифметике.

Для начала смотрим на знак чисел. Если они оба положительные, то вычитаем последние индексы двух чисел. И если цифра большего числа меньше цифры меньшего числа, то нужно занять единицу у предыдущего разряда большего числа.

Если же одно из этих чисел отрицательное, то сначала отбрасываются знаки, большее складывается с меньшим, и в зависимости от того, какое значение имело большее число, ставится конечный знак.

Пример

Первое число 1234567890987654321

Второе число 123456789

Результат 1234567890864197532

Пример

Первое число 1234567890987654321

Второе число -123456789

Результат 1234567891111111110

Пример

Первое число -1234567890987654321

Второе число 123456789

Результат -1234567891111111110

3.3 Умножение

Рассмотрим арифметическую операцию умножение, применяемую в длинной арифметике.

Умножение работает следующим образом: каждый разряд первого числа умножается на каждый разряд второго числа. При умножении разряда i на разряд j добавим результат к разряду $i+j$ произведения и перенос.

Далее смотрим на знаки чисел. Если первое и второе числа оба положительные или отрицательные, то результат умножения будет положительным. Если первое или второе число отрицательное, то результат умножения будет отрицательным.

Пример

Первое число 1234567890987654321

Второе число 123456789

Результат 152415787623837841112635269

Пример

Первое число 1234567890987654321

Второе число -123456789

Результат -152415787623837841112635269

Пример

Первое число -1234567890987654321

Второе число 123456789

Результат -152415787623837841112635269

3.4 Деление

Рассмотрим арифметическую операцию деление, применяемую в длинной арифметике.

Для начала сравниваем два числа. Если первое число больше второго, то из первого числа вычитается столько раз, сколько в него помещается второе.

Далее смотрим на знаки чисел. Если первое и второе числа оба положительные или отрицательные, то результат деления будет положительным. Если первое

или второе число отрицательное, то результат деления будет отрицательным.

Пример

Первое число 1234567890987654321

Второе число 123456789

Результат 100000000008

Пример

Первое число 1234567890987654321

Второе число -123456789

Результат -100000000009

Пример

Первое число -1234567890987654321

Второе число 123456789

Результат -100000000009

4 Формальная постановка задачи

В данной работе требуется:

1. Изучить алгоритм по литературным источникам и описать его в форме научного доклада
2. Реализовать алгоритм "Длинная арифметика" с использованием языка программирования C++.
3. Длина строки не должна превышать 4294967295 символов.
4. Выполнить исследование данного алгоритма на время

5 Исследование

Данный алгоритм будет исследован на время операций.

Длина числа	Сложение	Вычитание	Произведение	Деление
100	cell5	cell6	cell3	cell3
200	cell5	cell6	cell3	cell3
300	cell8	cell9	cell3	cell3
400	cell5	cell6	cell3	cell3
500	cell8	cell9	cell3	cell3

Столбец "**Длина числа**" обозначает, что в строке будет два числа и каждое число будет содержать 100, 200, 300, 400 или 500 символов.

В столбце "**Сложение**" находится результат исследования на время при сложении двух чисел.

В столбце "**Вычитание**" находится результат исследования на время при вычитании двух чисел.

В столбце "**Произведение**" находится результат исследования на время при произведении двух чисел.

В столбце "**Деление**" находится результат исследования на время при делении двух чисел.

6 Тестирование

Данные берутся с файлов.

На один тест приходится три файла. Первый файл - **номер-теста.in**, второй - **номер-теста.out**, третий - **номер-теста.ans**.

В файле - **номер-теста.in** лежат Число1, Операнд, Число2.

В файле - **номер-теста.out** лежит результат примера с файла **номер-теста.in** после работы программы.

В файле - **номер-теста.ans** лежит заранее посчитанный результат.

Всего тестов: 91.

7 Заключение

Этот алгоритм был создан для работы с длинными числами, на случай, если нужно будет посчитать что-либо. Также этот алгоритм можно использовать для большой точности, например, как для подсчета вероятности.

Список литературы

1. <https://brestprog.by/topics/longarithmetics/>
2. http://e-maxx.ru/algo/big_integer
3. <http://comp-science.narod.ru/DL-AR/okulov.htm>
4. <https://habr.com/ru/post/172285/>
5. <http://cppalgo.blogspot.com/2010/05/blog-post.html>
6. [http://cppalgo.blogspot.com/2010/08/div-mod₂9.html](http://cppalgo.blogspot.com/2010/08/div-mod_29.html)
7. [https://infourok.ru/dlinnaya-arifmetika-na-c-opisanie-modeli-realizaciya-zadachi-1959820.html](https://infourok.ru/dlinnaya-arifmetika-na-c-opisanie-modeli-realizaciyazadachi-1959820.html)
8. <http://cppstudio.com/en/post/5036/>
9. <https://readera.org/using-long-arithmetic-in-c-programming-language>
10. https://en.wikipedia.org/wiki/Arbitrary-precision_arithmetic
11. http://zonakoda.ru/dlinnaya-arifmetika-vsy-o-biblioteke-big_int.html
12. <https://inf.1sept.ru/2000/1/art/okul1.htm>
13. <https://yougame.biz/threads/199672/>
14. <https://forum.antichat.com/threads/50392/>
15. <https://present5.com/arifmetika-mnogokratnoj-tochnosti-dlinnaya-arifmetika-biryukov-s-v/>
16. <https://itnan.ru/post.php?c=1p=578718>
17. https://revolution.allbest.ru/programming/00680612_0.html
18. <https://www.sites.google.com/site/algoritmyprogramm/c/dlinnye-cisla-v-razrabotke>
19. <https://www.geeksforgeeks.org/longest-arithmetic-progression-dp-35/>
20. <https://www.sanfoundry.com/dynamic-programming-solutions-longest-arithmetic-progression-problem/>
21. <https://www.codingninjas.com/codestudio/library/longest-arithmetic>
22. <https://github.774.gs/AngelicosPhosphoros/LongArithmeticsCPP>
23. <https://software-testing.com/topic/597880/long-arithmetic-c/2>
24. <http://bb3x.ru/blog/dlinnaya-arifmetika-ot-microsoft/>
25. <https://progaem.forum2x2.ru/t93-topic>
26. <https://fenlin.ru/video/i1uHzncfVr0>
27. <https://pro-prof.com/forums/topic/long-integer-arithmetic-cplusplus>