

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Департамент математического и компьютерного моделирования

Эффективная длинная арифметика

Доклад

Направление подготовки 09.03.03 Прикладная информатика

Профиль «Прикладная информатика в компьютерном дизайне»

Обучающийся _____

И.С. Щербак

Руководитель _____ доцент ИМКТ А.С. Кленин

Владивосток 2022

Содержание

1	Введение	3
1.1	О длинной информации	3
1.2	История	3
2	Описание	4
2.1	Начальные данные	4
3	Реализация	5
3.1	Сложение	5
3.2	Вычитание	5
3.3	Умножение	6
3.4	Деление	6
4	Формальная постановка задачи	8
5	Исследование	9
5.1	Сложение	9
5.2	Вычитание	9
5.3	Произведение	9
5.4	Деление	9
6	Тестирование	10
7	Заключение	11

1 Введение

1.1 О длинной информации

Длинная арифметика - набор алгоритмов для поразрядной работы с целыми числами произвольной длины. Она применяется как с относительно небольшими целыми числами, превышающими ограничения типа `long long` в несколько раз, так и с по-настоящему большими целыми числами (чаще всего до 10100000.). Для работы с “длинными” целыми числами их разбивают на разряды. Многие языки (Java, Ruby, Python) имеют встроенную поддержку длинной арифметики, что в разы может сократить время написания программы.

1.2 История

Первый бизнес-компьютер IBM 702 (цифровой компьютер на базе ламповых компьютеров первого поколения) в середине 1950-х годов полностью реализовывал целочисленную арифметику в аппаратных средствах для строк цифр любой длины от 1 до 511. Самая ранняя широко распространенная программная реализация арифметики произвольной точности была реализована в MacLisp. Ранняя широко распространенная реализация была доступна через IBM 1620 (1959-1970 годов). Эта машина была десятичной, которая использовала дискретные транзисторы, но имела аппаратное обеспечение (которое использовало таблицы поиска) для выполнения целочисленной арифметики над строками цифр длиной от двух до любой доступной памяти. Для арифметики с плавающей точкой мантиса была ограничена сотней цифр или меньше, а показатель степени был ограничен только двумя цифрами.

2 Описание

2.1 Начальные данные

На вход подается строка с целыми числами и оператором. Строка может включать в себя 4294967295 символов.

На вход подается строка с данными: <операнд1>, <операция>, <операнд2>.

3 Реализация

3.1 Сложение

Рассмотрим арифметическую операцию сложения, применяемую в длинной арифметике.

Для начала смотрим на знак чисел. Если они оба положительные, то складываются последние индексы двух чисел. И если их сумма больше десяти, то эту сумму делим на десять и переносим это значение к следующему разряду.

Если же одно из этих чисел отрицательное, то сначала отбрасываются знаки, из большего вычитается меньшее, и в зависимости от того, какое значение имело большее число, ставится конечный знак.

Пример

Первое число 1234567890987654321

Второе число 123456789

Результат 123456789111111110

Пример

Первое число 1234567890987654321

Второе число -123456789

Результат 1234567890864197532

Пример

Первое число -1234567890987654321

Второе число 123456789

Результат -1234567890864197532

3.2 Вычитание

.

Рассмотрим арифметическую операцию вычитания, применяемую в длинной арифметике.

Для начала смотрим на знак чисел. Если они оба положительные, то вычитаем последние индексы двух чисел. И если цифра большего числа меньше цифры меньшего числа, то нужно занять единицу у предыдущего разряда большего числа.

Если же одно из этих чисел отрицательное, то сначала отбрасываются знаки, большее складывается с меньшим, и в зависимости от того, какое значение имело большее число, ставится конечный знак.

Пример

Первое число 1234567890987654321

Второе число 123456789

Результат 1234567890864197532

Пример

Первое число 1234567890987654321

Второе число -123456789

Результат 1234567891111111110

Пример

Первое число -1234567890987654321

Второе число 123456789

Результат -1234567891111111110

3.3 Умножение

Рассмотрим арифметическую операцию умножение, применяемую в длинной арифметике.

Умножение работает следующим образом: каждый разряд первого числа умножается на каждый разряд второго числа. При умножении разряда i на разряд j добавим результат к разряду $i+j$ произведения и перенос.

Далее смотрим на знаки чисел. Если первое и второе числа оба положительные или отрицательные, то результат умножения будет положительным. Если первое или второе число отрицательное, то результат умножения будет отрицательным.

Пример

Первое число 1234567890987654321

Второе число 123456789

Результат 152415787623837841112635269

Пример

Первое число 1234567890987654321

Второе число -123456789

Результат -152415787623837841112635269

Пример

Первое число -1234567890987654321

Второе число 123456789

Результат -152415787623837841112635269

3.4 Деление

Рассмотрим арифметическую операцию деление, применяемую в длинной арифметике.

Для начала сравниваем два числа. Если первое число больше второго, то из первого числа вычитается столько раз, сколько в него помещается второе.

Далее смотрим на знаки чисел. Если первое и второе числа оба положительные или отрицательные, то результат деления будет положительным. Если первое

или второе число отрицательное, то результат деления будет отрицательным.

Пример

Первое число 1234567890987654321

Второе число 123456789

Результат100000000008

Пример

Первое число 1234567890987654321

Второе число -123456789

Результат -100000000009

Пример

Первое число -1234567890987654321

Второе число 123456789

Результат -100000000009

4 Формальная постановка задачи

В данной работе требуется:

1. Изучить алгоритм по литературным источникам и описать его в форме научного доклада
2. Реализовать алгоритм "Длинная арифметика" с использованием языка программирования C++.
3. Длина строки не должна превышать 4294967295 символов.
4. Выполнить исследование данного алгоритма на время

5 Исследование

Данный алгоритм будет исследован на время операций.

5.1 Сложение

Разрядность	100	200	300	400	500
50	1	1	4	6	2
100	4	1	2	2	2
150	4	1	2	2	2
200	1	1	1	2	2
250	4	1	1	2	2

5.2 Вычитание

Разрядность	100	200	300	400	500
50	1	0	1	5	2
100	1	0	1	1	5
150	1	1	1	1	1
200	3	1	1	1	2
250	0	1	1	1	1

5.3 Произведение

Разрядность	100	200	300	400	500
50	35	46	66	89	177
100	115	114	133	234	316
150	114	149	331	466	482
200	126	249	298	584	748
250	273	316	458	676	940

5.4 Деление

Разрядность	100	200	300	400	500
50	cell5	cell6	cell3	cell3	cell3
100	cell5	cell6	cell3	cell3	cell3
150	cell8	cell9	cell3	cell3	cell3
200	cell5	cell6	cell3	cell3	cell3
250	cell8	cell9	cell3	cell3	cell3

6 Тестирование

Данные берутся с файлов.

На один тест приходится три файла. Первый файл - **номер-теста.in**, второй - **номер-теста.out**, третий - **номер-теста.ans**.

В файле - **номер-теста.in** лежат Число1, Операнд, Число2.

В файле - **номер-теста.out** лежит результат примера с файла **номер-теста.in** после работы программы.

В файле - **номер-теста.ans** лежит заранее посчитанный результат.

Всего тестов: 91.

7 Заключение

Этот алгоритм был создан для работы с длинными числами, на случай, если нужно будет посчитать что-либо. Также этот алгоритм можно использовать для большой точности, например, как для подсчета вероятности.

Список литературы

1. <https://brestprog.by/topics/longarithmetics/>
2. http://e-maxx.ru/algo/big_integer
3. <http://comp-science.narod.ru/DL-AR/okulov.htm>
4. <https://habr.com/ru/post/172285/>
5. <http://cppalgo.blogspot.com/2010/05/blog-post.html>
6. [http://cppalgo.blogspot.com/2010/08/div-mod₂9.html](http://cppalgo.blogspot.com/2010/08/div-mod_29.html)
7. [https://infourok.ru/dlinnaya-arifmetika-na-c-opisanie-modeli-realizaciya-zadachi-1959820.html](https://infourok.ru/dlinnaya-arifmetika-na-c-opisanie-modeli-realizaciyazadachi-1959820.html)
8. <http://cppstudio.com/en/post/5036/>
9. <https://readera.org/using-long-arithmetic-in-c-programming-language>
10. https://en.wikipedia.org/wiki/Arbitrary-precision_arithmetic
11. http://zonakoda.ru/dlinnaya-arifmetika-vsy-o-biblioteke-big_int.html
12. <https://inf.1sept.ru/2000/1/art/okul1.htm>
13. <https://yougame.biz/threads/199672/>
14. <https://forum.antichat.com/threads/50392/>
15. <https://present5.com/arifmetika-mnogokratnoj-tochnosti-dlinnaya-arifmetika-biryukov-s-v/>
16. <https://itnan.ru/post.php?c=1p=578718>
17. https://revolution.allbest.ru/programming/00680612_0.html
18. <https://www.sites.google.com/site/algoritmyprogramm/c/dlinnye-cisla-v-razrabotke>
19. <https://www.geeksforgeeks.org/longest-arithmetic-progression-dp-35/>
20. <https://www.sanfoundry.com/dynamic-programming-solutions-longest-arithmetic-progression-problem/>
21. <https://www.codingninjas.com/codestudio/library/longest-arithmetic>
22. <https://github.774.gs/AngelicosPhosphoros/LongArithmeticsCPP>
23. <https://software-testing.com/topic/597880/long-arithmetic-c/2>
24. <http://bb3x.ru/blog/dlinnaya-arifmetika-ot-microsoft/>
25. <https://progaem.forum2x2.ru/t93-topic>
26. <https://fenlin.ru/video/i1uHzncfVr0>
27. <https://pro-prof.com/forums/topic/long-integer-arithmetic-cplusplus>