HO
GENT

Valentin Vaerwyckweg 1
9000 Gent
T +32 9 243 22 00
fbo@hogent.be
www.hogent.be/fbo

<table>
<tr><td colspan="2">Academiejaar 2018-2019 – 2e examenperiode</td></tr>
<tr><td>Faculteit: Bedrijf en Organisatie
Opleiding, afstudeerrichting en jaar:
Toegepaste Informatica, 2TI - 2TILE
Naam van het opleidingsonderdeel:
Probleemoplossend Denken II
Campus: Schoonmeersen/Aalst
Lector(en): Jens Buysse, Harm De Weirdt, Wim Goedertier, Stijn Lievens en Lieven Smits</td><td>Examendatum: jun 2019

Aanvangsuur examen: 13u30

Reeks A</td></tr>
<tr><td colspan="2">Naam en voornaam student:</td></tr>
<tr><td colspan="2">Studentennummer:</td></tr>
<tr><td>Lector bij wie de student de onderwijsactiviteit volgde:</td><td>Lesgroep v.d. onderwijsactiviteit:</td></tr>
<tr><td colspan="2">Behaald resultaat: ____ op 100</td></tr>
</table>

☐ Tijdens het examen mogen GEEN hulpmiddelen gebruikt worden.
☒ Tijdens het examen mogen volgende hulpmiddelen gebruikt worden:

- De programma's: Excel (inclusief Oplosser), Kladblok, Rekenmachine.
- Het formularium POD II zoals ter beschikking gesteld op de PC.
- Er mogen **GEEN** communicatieprogramma's (email, browser, chat, ...) gebruikt worden!

Voorbeeldexamen

Vraag:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Totaal
Punten:	17	16	15	6	7	6	6	10	17	100
Score:										

Vraag 1 .../**17**

Beschouw volgend **geheeltallig** lineair programmeringsprobleem waarbij de doelfunctie moet **geminimaliseerd** worden.

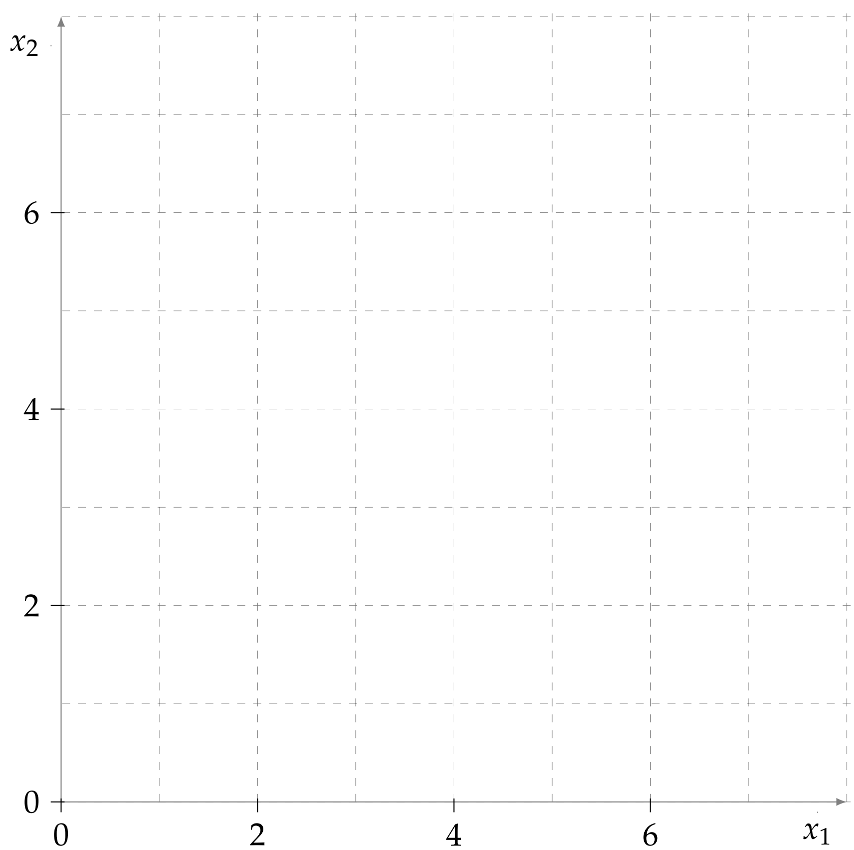
$$\text{Minimaliseer } Z = x_1 + 2x_2$$

met als beperkingen:

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 \geq 5 \\ 12x_1 + 5x_2 \leq 30 \end{cases}$$

en bovendien $x_1 \in \mathbb{N}$ en $x_2 \in \mathbb{N}$.

.../3 (a) Maak een figuur van het aanvaardbaar gebied voor de **LP-relaxatie** van het gegeven probleem. Geef duidelijk de grens van het aanvaardbaar gebied (AG) aan, alsook welke punten tot het AG behoren. Doe dit door het gedeelte *buiten* het AG te arceren.



.../2 (b) Teken op de figuur de doelfunctierechte waarvoor de waarde $Z = 6$ wordt bereikt.

.../3 (c) Leid uit deze figuur af wat de optimale oplossing is voor de **LP-relaxatie**. Geef eveneens de waarde van de doelfunctie Z voor deze optimale oplossing.

.../2 (d) Wanneer men deze oplossing afrondt naar de dichtstbijzijnde gehele getallen, behoort het resultaat dan tot het aanvaardbaar gebied? Duid het correcte antwoord aan:

◯ Ja ◯ Nee ◯ Onvoldoende gegevens

Is dit steeds het geval, m.a.w. is voorgaand antwoord correct voor *alle* geheeltallige LP problemen? Duid het correcte antwoord aan:

◯ Ja ◯ Nee ◯ Onvoldoende gegevens

.../4 (e) Leid uit de figuur af welke punten (x_1, x_2) **aanvaardbaar** zijn voor het oorspronkelijk **geheeltallig** lineair programmeringsprobleem. Som al deze punten hieronder op.

.../3 (f) Geef hieronder de optimale oplossing van het ILP-probleem en geef ook de bijhorende waarde van de doelfunctie.

Vraag 2 .../**16**

Een team van 3 alpinisten gaat een berg beklimmen. Ze starten met y_1 kilogram aan bagage (waarbij y_1 nog bepaald moet worden!). Na x_1 kilometer (waarbij x_1 nog moet bepaald worden) omhoog te hebben geklommen houden ze halt en blijft één van de teamleden achter. De twee resterende teamleden vertrekken vanaf dit punt met y_2 kilogram aan bagage (waarbij ze niet noodzakelijk *alle* bagage meenemen). Na het klimmen van x_2 extra kilometer (vanaf het eerste rustpunt) herhaalt het proces zich: één van de twee teamleden blijft achter en de laatste alpinist neemt y_3 kilogram aan bagage mee (waarbij opnieuw eventueel bagage kan worden achtergelaten). De derde alpinist klimt nog x_3 kilometer.

Het doel van de expeditie is dat de laatste alpinist zo hoog mogelijk geraakt, waarbij er rekening moet worden gehouden met het feit dat één alpinist hoogstens 20 kilogram bagage kan dragen. De bagage (voedsel, touwen, haken, etc.) wordt gedurende het klimmen "geconsumeerd" aan het tempo van 10 kg per alpinist per afgelegde kilometer. Neem aan dat deze consumptie op een lineaire manier gebeurt. Dit laatste betekent dat een alpinist om 1 km te klimmen 10 kg bagage consumeert, om een halve kilometer te klimmen consumeert hij 5 kg bagage, voor het klimmen van 100 meter heeft hij 1 kg bagage nodig, enzovoort. Hieruit volgt uiteraard ook onmiddellijk dat wanneer een alpinist geen bagage bij zich heeft deze ook niet meer verder kan klimmen.

Help de alpinisten om te beslissen op welke plaatsen ze moeten halthouden én hoeveel bagage ze op elk van de deeltrajecten moeten meenemen[1]. Beantwoord hiertoe onderstaande vragen.

.../1 (a) Hoeveel beslissingsvariabelen bevat dit probleem?

.../2 (b) Geef de formule voor de totale overwonnen hoogte. Dit is meteen ook de doelfunctie voor dit probleem.

.../1 (c) Gaan we de doelfunctie maximaliseren of minimaliseren?

[1] We nemen aan dat om af te dalen er geen bagage nodig is.

.../3 (d) Geef (wiskundig) de drie beperkingen die ervoor zorgen dat iedere alpinist op elk van de drie trajecten hoogstens 20 kilogram moet dragen.

.../3 (e) Geef (wiskundig) de drie beperkingen die uitdrukken dat er op elk van de drie trajecten voldoende bagage aanwezig is om het traject uit te voeren, rekening houdende met het feit dat een alpinist minstens $10x$ kilogram bagage nodig heeft om x kilometer te klimmen.

.../2 (f) Geef (wiskundig) de twee beperkingen die uitdrukken dat op elk van de twee stopplaatsen (waar een alpinist) achterblijft, de meegenomen bagage hoogstens zoveel weegt als de bagage die op dat moment nog beschikbaar is.

.../1 (g) Welke beperkingen zijn er nog van kracht? Geef hun naam.

.../3 (h) Los het volledig LP probleem op (bv. met de Oplosser van Excel). Formuleer het antwoord, d.w.z. dat je voor elk van de beslissingsvariabelen de bijhorende waarde moet geven én dat je moet zeggen welke hoogte de derde alpinist kan bereiken.

Vraag 3 .../**15**

Je weet uit ervaring dat de tijd die je nodig hebt om het computerspel Maria Bras uit te spelen exponentieel verdeeld is. Gemiddeld duurt het 20 minuten om een spelletje Maria Bras uit te spelen.

.../2 (a) Geef de waarde van de parameter λ die bij deze exponentiële verdeling hoort.

.../2 (b) Wat is de kans dat je een spelletje Maria Bras in minder dan 5 minuten kan uitspelen?

.../3 (c) Wat is de kans dat je over een spelletje Maria Bras tussen de 5 en 15 minuten doet? Toon je werkwijze.

Je vriend stelt een weddenschap voor. Wanneer je het spel kan uitspelen in minder dan 5 minuten dan krijg je 20 EUR; wanneer je er tussen de 5 en 15 minuten over doet dan krijg je 10 EUR; langer dan 15 maar minder dan 30 minuten levert nog 5 EUR op. Wanneer je er meer dan een half uur over doet dan krijg je niets. Noem X de toevalsveranderlijke die het bedrag voorstelt dat je vriend je betaalt.

.../2 (a) Geef het beeld van X door opsomming.

.../2 (b) Geef de kansfunctie van de toevalsveranderlijke X in tabelvorm:

.../2 (c) Hoeveel zou jij moeten inzetten opdat het een *eerlijk* spel wordt?

.../2 (d) Je kreeg 10 EUR (m.a.w. je deed er tussen de 5 en 15 minuten over). Wat is de kans dat je hoogstens 10 minuten hebt gedaan over dit spelletje? Toon je werkwijze.

Vraag 4 **.../6**

Vier duidelijk verschillende brieven, gericht aan vier verschillende geadresseerden, worden zonder controle volledig willekeurig in vier enveloppen gestoken, waarbij elke enveloppe gericht is aan juist één van de vier geadresseerden.

.../3 (a) Geef de kans dat ze allemaal in de juiste enveloppe zitten. Antwoord in breukvorm.

.../3 (b) Geef de kans dat er geen enkele in de juiste enveloppe zit. Antwoord in breukvorm.

Vraag 5 **.../7**

Een vliegtuigmaatschappij weet uit ervaring dat voor een bepaalde lijnvlucht over het algemeen slechts 80% van de passagiers die een geldig ticket hebben, komt opdagen (onafhankelijk van de andere passagiers). Daarom verkoopt ze systematisch meer tickets dan er plaatsen zijn op het vliegtuig. Voor de volgende vlucht zijn er 190 passagiersplaatsen op het vliegtuig en er zijn 225 tickets verkocht.

.../2 (a) Noem X het aantal passagiers dat komt opdagen voor de volgende vlucht. Welke verdeling volgt X?

Geef de parameters die de verdeling volledig beschrijven, samen met hun waarde:

.../2 (b) Wat is het verwachte aantal passagiers voor de volgende vlucht?

.../3 (c) Wat is de kans dat de volgende vlucht overboekt is, m.a.w. wat is de kans dat er te veel passagiers komen opdagen[2]? Rond af op 4 cijfers na de komma. Toon je redenering.

Vraag 6 .../**6**

.../2 (a) Als de gebeurtenissen C, D en V disjunct zijn en $\mathbb{P}(C) = 0,5$; $\mathbb{P}(D) = 0,2$ en $\mathbb{P}(V) = 0,1$, dan is $\mathbb{P}(C \cap D \cap V) =$

- ◯ $0,80$
- ◯ $0,01$
- ◯ $0,20$
- ◯ een andere waarde, namelijk (waarde geven): ....

.../2 (b) Als $\mathbb{P}(S \mid A) = 0,60$; $\mathbb{P}(A \mid S) = 0,20$ en $\mathbb{P}(S) = 0,60$, dan is $\mathbb{P}(A) =$

- ◯ $0,12$
- ◯ $0,40$
- ◯ $0,20$
- ◯ een andere waarde, namelijk (waarde geven): ....

.../2 (c) Stel $\mathbb{P}(A) = 3/4$ en $\mathbb{P}(B) = 1/3$. Geef de minimale waarde voor $\mathbb{P}(A \cap B)$:

- ◯ 0
- ◯ $1/4$
- ◯ 1
- ◯ een andere waarde, namelijk (waarde geven): ....

[2]Gebruik de PC om het antwoord te bepalen.

Vraag 7 .../**6**

Gegeven een binaire hoop met als inorde sequentie

$$21, 15, 25, 9, 19, 11, 12, 7, 20, 13, 22, 10, 18, 14$$

.../4 (a) Teken de binaire hoop of schrijf "onvoldoende gegevens" wanneer er niet voldoende gegevens zijn om dit te doen.

.../2 (b) Geef de postorde sequentie van deze binaire hoop:

Vraag 8 .../**10**

Zijn de volgende uitspraken juist of fout. Indien je "Fout" antwoordt dien je uit te leggen waarom de uitspraak fout is.

.../2 (a) Een voordeel van de eerste-kind-volgende-broer voorstelling van gewortelde bomen is dat men efficiënt door de boom kan navigeren.

- ◯ Juist
- ◯ Fout

.../2 (b) Een gerichte graaf zonder cykels heeft steeds een unieke topologische sortering.

- ◯ Juist
- ◯ Fout

.../2 (c) Er bestaat met zekerheid geen algoritme dat alle instanties van het handelsreizigersprobleem in polynomiale tijd kan oplossen.

- ◯ Juist
- ◯ Fout

.../2 (d) We zoeken in een binaire zoekboom (met gehele getallen als sleutels) naar de sleutel 363. De volgende sequentie is een mogelijke opeenvolging van sleutels tijdens het zoekproces:

924, 220, 911, 244, 898, 240, 362, 363

- ◯ Juist
- ◯ Fout

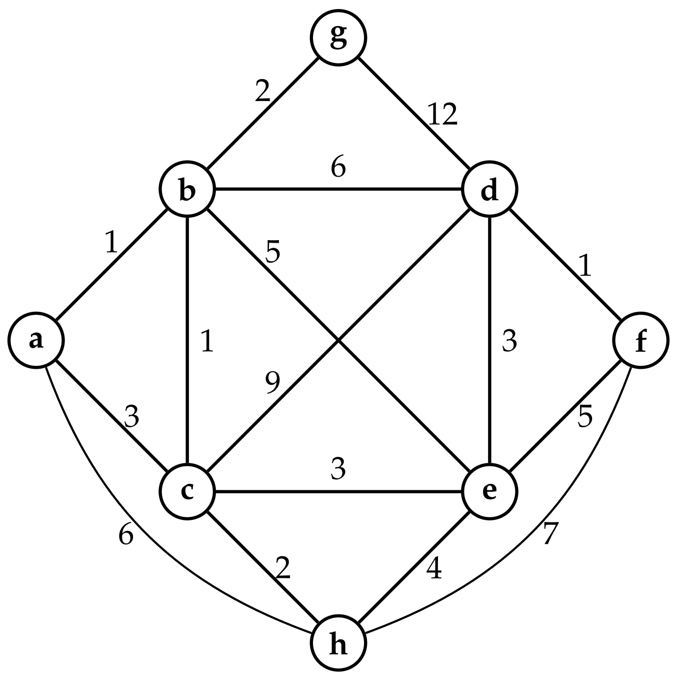
.../2 (e) We beschouwen een gewortelde boom als een gerichte graaf waarbij de bogen gericht zijn van de ouder naar zijn kinderen. Het diepte-eerste zoekalgoritme startend bij de wortel van de boom markeert de toppen van zo'n graaf in dezelfde volgorde als waarin deze worden bezocht bij het in preorde doorlopen van de boom.

◯ Juist

◯ Fout

Vraag 9 .../**17**

Beschouw de (gewogen) graaf $G = (V, E)$ in Figuur 1.



Figuur 1: Graaf voor Vraag 9.

.../1 (a) Geef $\#(V)$:

.../2 (b) Wat is het maximaal aantal bogen dat een ongerichte graaf met dit aantal knopen zou *kunnen* hebben?

.../4 (c) Pas het algoritme van Prim toe op deze graaf, startend vanaf de knoop a. Geef de *bogen* in de volgorde waarin deze worden toegevoegd aan de minimale kost opspannende boom. Wanneer er op een bepaald moment in het algoritme meerdere keuzes mogelijk zijn dan wordt steeds de lexicografisch kleinste boog gekozen.

.../1 (d) Wat is de kost van de gevonden minimale kost opspannende boom?

.../3 (e) Pas het algoritme van Dijkstra toe op deze graaf startend vanaf de knoop a. Wanneer er op een bepaald moment meerdere knopen kunnen verwijderd worden uit Q, kies dan steeds de lexicografisch kleinste knoop. Geef aan hoe de kost van het gevonden pad verandert voor de knoop f, m.a.w. hoe verandert $D[f]$?

.../3 (f) Geef het gevonden kortste pad van a naar f.

.../3 (g) We definiëren de **max-kost** van een pad tussen twee knopen v en w als het maximum van de gewichten van de bogen op dit pad.

We wensen het algoritme van Dijkstra aan te passen zodanig dat het de kleinste max-kost van een startknoop s tot alle andere knopen kan ontdekken.

Noteer hieronder welke lijnen moeten aangepast worden in het algoritme van Dijkstra om dit te realiseren. Verwijs naar de lijnnummers in het formularium.

Schrijf steeds het lijnnummer gevolgd door de nieuwe code voor die lijn. Je mag ervan uitgaan dat je operatoren **min** en **max** ter beschikking hebt en dat deze respectievelijk het minimum en maximum van twee getallen retourneren.

lijnnummer	nieuwe code

Kladfiguren. Worden niet verbeterd!