

UNIVERSITÉ ABDELHAMID IBN BADIS-MOSTAGANEM
FACULTÉ DES SCIENCES EXACTES ET L'INFORMATIQUE
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES

Travail perssonel de Modilisation

Master 1 Mathématiques

Spécialité : Modélisation,Controle et Optimisation

Thème

La malaria



Présenté par
Refai Mustapha



Sommaire

Introduction	3
1 La malaria (paludisme)	4
1.1 Qu'est ce que la malaria ?	4
1.2 Symptômes	4
1.3 les régions touchées par la malaria	5
1.4 Diagnostic et traitement	5
1.5 Principaux faits	6
1.6 Le diagramme qui d'écrit le dynamique de la Paludisme	7
1.7 Le modèle mathématique qui représente cette dynamique	7
1.8 Analyse de stabilité	8
1.9 Calcul de R_0 (Le résultat du seuil)	9
Conclusion	10

INTRODUCTION

La malaria, aussi appelée le paludisme affecte les êtres humains depuis plus de 50 000 ans et aurait été un pathogène depuis le début de l'histoire de notre espèce . On trouve ainsi des parasites proches de celui de la malaria chez les chimpanzés, le genre le plus proche de l'humain . Les chimpanzés abritent un parasite du paludisme, le *Plasmodium reichenowi*, proche parent du *Plasmodium falciparum*; les gorilles abritent quant à eux le *Plasmodium falciparum* qui pourrait être à l'origine du parasite humain (le séquençage de l'ADN du *Plasmodium falciparum* dans des fèces de gorille infecté montre par analyse phylogénétique que ce parasite primatophile serait l'ancêtre de la souche qu'on retrouve chez l'humain) . Il y a environ 10 000 ans, le paludisme commence à avoir un impact majeur sur la survie humaine, ce qui coïncide avec le début de l'agriculture (révolution néolithique) donc à la sédentarisation. Une des conséquences (impact + modification du mode de vie) en est la sélection naturelle des gènes de la drépanocytose, des thalassémies, du déficit en glucose 6-phosphate déshydrogénase, de l'elliptocytose héréditaire (appelée dans certains cas ovalocytose). Ces maladies qui touchent les globules rouges du sang, donnent un avantage sélectif envers le paludisme (cf. section détaillée : « Les facteurs génétiques »).

- Le terme paludisme provient du latin palus, « marais ».
- Le mot malaria dérive de l'italien mal'aria, « mauvais air » . Ce terme est utilisé par la majorité des langues.

La malaria (paludisme)

1.1 Qu'est ce que la malaria ?

La malaria est une maladie infectieuse grave, parfois mortelle .elle est dû à des parasites du genre *Plasmodium* transmis à l'homme par des piqûres de moustiques *Anopheles* femelles infectés,appelés «vecteurs du paludisme». Il existe 5 types espèces de parasite responsables du paludisme chez l'homme, dont 2 – *Plasmodium falciparum* et *P. vivax* sont les plus dangereux.

- *Plasmodium falciparum* est le parasite du paludisme le plus répandu sur le continent africain. Il est responsable de la plupart des cas mortels dans le monde.
- *P. vivax* est le parasite prédominant hors d'Afrique.

La personne qui souffre de malaria se plaint souvent de symptômes de type grippal, accompagnés de fièvre, frissons, maux de tête, douleurs musculaires, nausées, maux de ventre et sensation générale de fatigue.

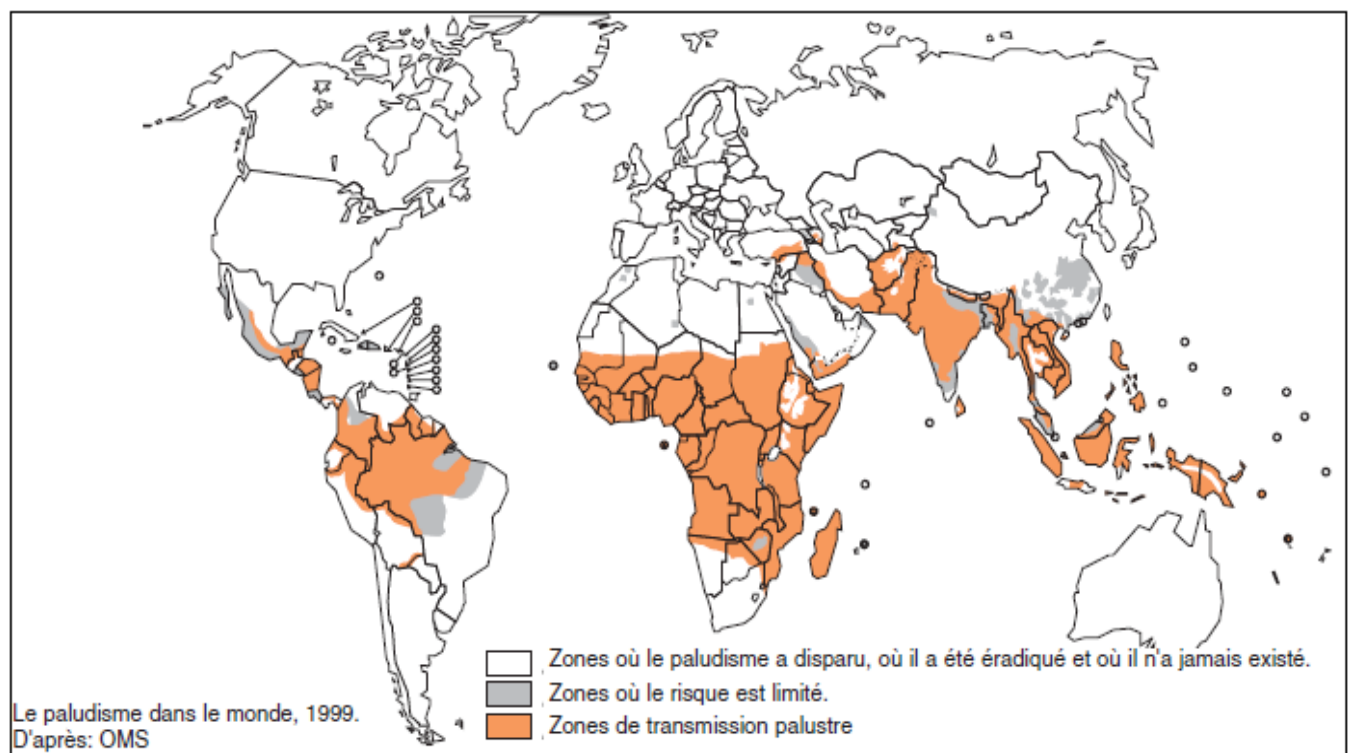
1.2 Symptômes

Le paludisme est une affection fébrile aiguë. Chez un sujet non immunisé, les symptômes apparaissent au bout de 7 jours ou plus (généralement 10 à 15 jours) après la piqûre de moustique infectante.

Les premiers symptômes – fièvre, maux de tête, frissons et vomissements – peuvent être modérés et difficiles à attribuer au paludisme. S'il n'est pas traité dans les 24 heures, le paludisme à *Plasmodium falciparum* peut évoluer vers une affection sévère souvent mortelle.

Les enfants fortement atteints développent fréquemment un ou plusieurs des symptômes suivants : anémie sévère, détresse respiratoire consécutive à une acidose métabolique ou paludisme cérébral. Chez l'adulte, on observe aussi fréquemment une atteinte multiorganique. Dans les zones d'endémie, les personnes peuvent parfois être partiellement immunisées, et il peut y avoir des infections asymptomatiques.

1.3 les régions touchées par la malaria



1.4 Diagnostic et traitement

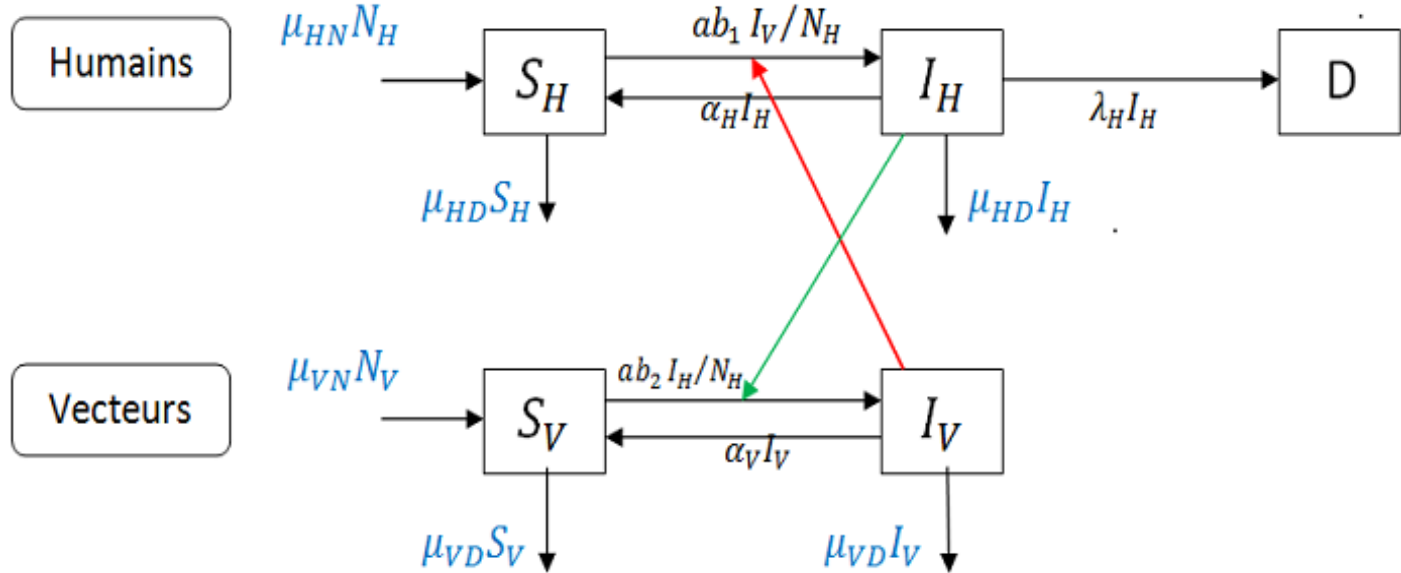
Le diagnostic et le traitement précoces du paludisme réduisent l'intensité de la maladie et permettent d'éviter le décès. Ils contribuent aussi à réduire la transmission du paludisme. Le meilleur traitement disponible, en particulier pour le paludisme à *P. falciparum*, est une combinaison thérapeutique à base d'artémisinine (CTA).

L'OMS recommande que, dans tous les cas présumés, le paludisme soit confirmé par un diagnostic basé sur la recherche des plasmodies (par microscopie ou test diagnostique rapide) avant d'administrer un traitement. La confirmation parasitologique peut être obtenue en 30 minutes ou moins. Un traitement sur la seule base des symptômes ne doit être envisagé que si le diagnostic parasitologique n'est pas possible. On trouvera des recommandations plus détaillées dans les Directives pour le traitement du paludisme (troisième édition), publiées, en anglais, en avril 2015.

1.5 Principaux faits

1. La malaria est une maladie potentiellement mortelle due à des parasites transmis à l'homme par des piqûres de moustiques femelles infectés.
2. Il n'y a pas de transmission homme-homme ou moustique-moustique .
3. L'Afrique subsaharienne supporte une part disproportionnée de la charge mondiale du malaria . En 2015, 90% des cas de malaria et 92% des décès dus à cette maladie sont survenus dans cette région .
4. La période d'incubation est de 7 jours ou plus (généralement 10 à 15 jours), mais on suppose que cette période est négligable.
5. Pas de transmission verticale.
6. Il n'existe pas un vaccin de cette maladie.
7. Cette maladie est guérissable , c'est à dire que il y'a une partie du groupe malade qui ont devenue susceptible .

1.6 Le diagramme qui d'écrit le dynamique de la Paludisme



1.7 Le modèle mathématique qui représente cette dynamique

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS_H}{d(t)}(t) = \mu_{HN} N_H - \frac{ab_1 I_V}{N_H} - \mu_{HD} S_H + \alpha_H I_H \\ \frac{dI_H}{d(t)}(t) = \frac{ab_1 I_V}{N_H} - \alpha_H I_H - \mu_{HD} I_H - \lambda_H I_H \\ \frac{dD}{d(t)}(t) = \lambda_H I_H \\ \frac{dS_V}{d(t)}(t) = \mu_{VN} N_V - \frac{ab_2 I_H}{N_H} - \mu_{VD} S_V + \alpha_V I_V \\ \frac{dI_V}{d(t)}(t) = \frac{ab_2 I_H}{N_H} - \alpha_V I_V - \mu_{VD} I_V \end{array} \right.$$

Avec :

$$S_H + I_H + D = N_H$$

$$S_V + I_V = N_V$$

a : Le nombre moyenne de piqueur par unité de temps .

b_1 : La probabilité que la piqueur d'un moustique infecté infecte un homme .

b_2 : La probabilité que la piqueur d'un homme infecté infecte un moustique .

μ_{HD} : Le taux de mortalité naturelle pour les humains.

μ_{VD} : Le taux de mortalité naturelle pour les moustiques.

μ_{HN} : Le taux de naissance naturelle pour les hommes.

μ_{VN} : Le taux de naissance naturelle pour les moustiques.

λ_H : Le taux des humains décédé à cause de la maladie .

α_H : Le taux de guérison pour les individus

α_V : Le taux de guérison pour les moustiques

N_H : La population totale des humains.

N_V : La population totale des moustiques.

1.8 Analyse de stabilité

Pour étudier la stabilité du paludisme et dire que cette maladie stable ou non , il faut d'abord trouver les conditions d'existence des solutions stationnaires du système ssuivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} S'_H(t) = \mu_{HN} N_H - \frac{ab_1 I_V}{N_H} - \mu_{HD} S_H + \alpha_H I_H \\ I'_H(t) = \frac{ab_1 I_V}{N_H} - \alpha_H I_H - \mu_{HD} I_H - \lambda_H I_H \\ D'(t) = \lambda_H I_H \\ S'_V(t) = \mu_{VN} N_V - \frac{ab_2 I_H}{N_H} - \mu_{VD} S_V + \alpha_V I_V \\ I'_V(t) = \frac{ab_2 I_H}{N_H} - \alpha_V I_V - \mu_{VD} I_V \end{array} \right.$$

Avec : $a, b_1, b_2, \lambda_H, \alpha_H, \alpha_V, \mu_{HN}, \mu_{HD}, \mu_{VN}, \mu_{VD} > 0$ et $S_H, I_H, D, S_V, I_V > 0$

On remarque qu'il est compliqué de trouver les conditions de stabilité des solutions du système précédent . Donc ; on ne dire rien pour la stabilité du système.

1.9 Calcul de R_0 (Le résultat du seuil)

Sachant que les deux populations sont constantes $S_H = N_H - I_H - D$ et $S_V = V - I_V$, en posant $m = \frac{V}{N_H}$ qui représente le nombre de moustique par humain.

On définit :

$$\mathcal{R}_0 = \frac{ma^2b_1b_2}{\mu + \alpha + \lambda}$$

telle que

On l'appelle le taux de reproduction de base. Cette quantité est définie comme le nombre moyen de cas secondaires d'une maladie infectieuse, engendrés par un individu typique dans une population constituée entièrement d'individus susceptibles, durant toute sa période d'infectiosité.

On a : $\alpha_H \gg \mu_{HD} + \lambda_H$. En effet si on suppose, par exemple, que l'espérance de vie d'un humain est de 60 ans et que le temps de guérison est de 6 mois alors

$$\mu_{HD} + \lambda_H = \frac{1}{60 \times 360} \text{jour}^{-1} = 4.56 \times 10^{-5} \text{jour}^{-1} \quad \text{devant} \quad \alpha_H = \frac{1}{6 \times 30} \text{jour}^{-1} = 0.008 \text{jour}^{-1}.$$

De même, on a aussi $\mu_{VD} \gg \alpha_V$.

La valeur de \mathcal{R}_0 a un sens si :

$$\mathcal{R}_0 = \frac{ma^2b_1b_2}{\mu + \alpha + \lambda} > 1$$

Alors ; on l'appelle l'équilibre endémique.

• Si :

$$\mathcal{R}_0 = \frac{ma^2b_1b_2}{\mu + \alpha + \lambda} \leq 1$$

★Le paludisme disparaît.

CONCLUSION

La contribution du théorème de Ross est qu'il n'est pas nécessaire d'éradiquer les anophèles pour faire disparaître le paludisme.

A partir de ce moment là, une lutte anti-vectorielle a pu être menée, conduisant à la disparition du paludisme dans certaines régions.

Le plus bel exemple d'une intervention basée sur une modélisation ne provient pas du paludisme mais d'une autre maladie l'onchocercose.

L'onchocercose ou cécité des rivières est une filariose humaine transmise par un moustique appelée simulié. Elle était très présente en Afrique de l'Ouest.