## 图的基本概念

#### 问题引入

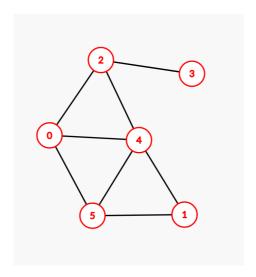
假设现在我们处在马路上的某个**公交站点**,可以通过公交车到达城市中其他的公交站点(前提是必须有对应的公交线路)。**公交线路**众多,也许从某个公交站点A到另一个公交站点B有不同的路线,所需的**乘坐时间**也各不相同。尝试将该例子抽象成一个图论模型。

### 图的概念

图(graph)是数据结构和算法学中最强大的框架之一(或许没有之一)。图几乎可以用来表现所有类型的结构或系统,从交通网络到通信网络,从下棋游戏到最优流程,从任务分配到人际交互网络,图都有广阔的用武之地。

而要进入图论的世界,清晰、准确的基本概念是必须的前提和基础。下面对其最核心和最重要的概念作出说明。关于图论的概念异乎寻常的多,先掌握下面最核心最重要的,足够开展一些工作了,其它的再到实践中不断去理解和熟悉吧。

图(graph)并不是指图形图像(image)或地图(map)。通常来说,我们会把图视为一种由"顶点"组成的抽象网络,网络中的各顶点可以通过"边"实现彼此的连接,表示两顶点有关联。注意上面图定义中的两个关键字,由此得到我们最基础最基本的2个概念,顶点(vertex)和边(edge)。直接上图吧。



大家可以去这个链接https://csacademy.com/app/graph\_editor/去随便搞搞,能加深对图的理解。

### 顶点(vertex)

上图中红色的带数字的点就是顶点,表示某个事物或对象。可以称顶点,也可以称节点,点,结点,端点,理解就行。如上述中的例子一样,公交站点就是所谓的顶点。我们需要在两个公交站点间移动就是要在两个不同的节点上移动。

## 边(edge)

上图中顶点之间的黑色的线条就是边,表示事物与事物之间的关系。需要注意的是边表示的是顶点之间的关系,用于连接不同的顶点。比如之前的例子,公交线路就是边,它连接了两个不同的公交站点。

### 有向/无向图 (Directed/Undirected)

向指的是边的方向。有向就是指连接某两个顶点的一条边只在一条方向上连通。形象点就是假设顶点A和顶点B通过边C连接,C是有向的并规定**在该边上只能由A通向B,B不能通向A**。再形象点就是马路上的单行线,只能在一个方向上进行流通。

清楚了有向图无向图就很好理解了,就是边没有方向,就是该边连接的两个顶点是互通的。比如假设顶点A和顶点B通过边C连接,C是无向的也就意味着**在该边上A能通向B,同时B也能通向A**。

注意有向边的方向必须由题目给出,不能自己瞎给。

### 权重(weight)

一般是指边的权重,将其称之为边权,当然点可能也有权重,叫做点权(不常见)。这是一个非常核心的概念,即每条边都有与之对应的值。**通常通过权重的大小来判断当前方案的优劣**。可能有不同的权重,一般来说参考的权重依据只有一个(最常用的就是**两点间的距离**)

例如上面举的例子,两个公交站点间的地理距离/坐车费用/车辆行驶时间都可以设置为边权。

比如目前有两个方案A和B,都是要从公交站点X到Y

A方案: 地理距离为1km, 坐车费用为1块钱, 行驶时间为10分钟

B方案: 地理距离为1.5km, 坐车费用为0.5块钱, 行驶时间为30分钟

假设以坐车费用为权重参考,B方案优于A方案,但是以行驶时间或地理距离为权重参考的话,A方案的表现就比B方案要更加优秀。

**注意**: 有时应对某些特殊情况(比如顶点之间不连通),边的权重可以是0,可以是负数,可以是无穷 大及一切**非一般情况的取值**。别忘了"图"是用来记录不同事物间关联的工具,并不是真正的地图,不要 陷入教条主义。

### 路径/最短路径(path/shortest path)

在图上任取两顶点,分别作为起点(start vertex)和终点(end vertex),我们可以规划许多条由起点到终点的路线。不会来来回回绕圈子、不会重复经过同一个点和同一条边的路线,就是一条"路径"。两点之间存在路径,则称这2个顶点是连通的(connected)。

比如 北京->上海->广州,是一条路径,北京->武汉->广州,是另一条路径,北京—>武汉->上海->广州,也是一条路径。而北京->武汉->广州这条路径最短,称为最短路径。 判定的依据就是**边权**,这里对应距离。

路径也有权重。路径经过的每一条边,沿路加权重,权重总和就是路径的权重(通常只加边的权重,而不考虑顶点的权重)。在路网中,路径的权重,可以想象成路径的总长度。在有向图中,路径还必须跟随边的方向。

比如北京到上海是1000km,上海到广州是700km,北京到上海的距离就是1700km。抽象为图的模型 后就是:

顶点A到顶点B有一条边,边权为1000;顶点B到顶点C有一条边,边权为700.所以顶点A到C就有一条路径,路径的权重为1700

# 环 (loop)

环,也称为环路,是一个与路径相似的概念。通过来说就是绕圈。表示的是起点可以通过某条路径重新回到起点,那么这条路径就构成了一个环路(顶点个数大于2)。比如 北京->上海->武汉->广州->北京就是一个环路。