Technische Universität Hamburg-Harburg
Prof. Dr. Karl-Heinz Zimmermann

Hamburg, den 14. Februar 2007

Klausur zur Diplom-Hauptprüfung
Diskrete Mathematik II
WS 2006/07

____________________________ ____________

Name, Vorname — Matrikelnummer

Aufgaben	1	2	3	4	5	6
Maximale Punktezahl	4	4	4	4	4	4
Erreichte Punktezahl						

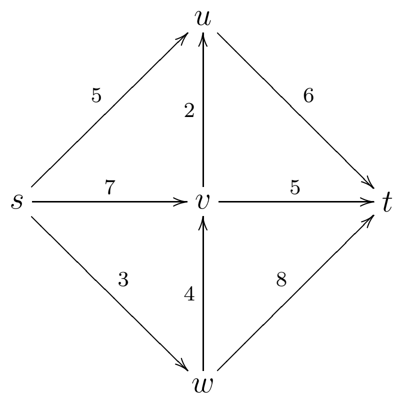
Bitte beachten Sie noch die folgenden Punkte:

- Es sind *alle sechs* Aufgaben zu bearbeiten. Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.
- Schreiben Sie leserlich. Unleserliches wird nicht bewertet. Schreiben Sie weder mit Bleistift noch mit roter Tinte.
- Der Lösungsweg muss stets klar erkennbar sein. Die Angabe des Endergebnisses ist *nicht* ausreichend.
- Zulässige Hilfsmittel sind Skript, Übungen und eigene Aufzeichnungen. Weitere Hilfsmittel sind nicht zulässig.
- **Tragen Sie die Lösungen in die Aufgabenblätter ein.** Falls Sie zusätzliche Blätter benötigen, kennzeichnen Sie diese bitte mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Aufgabe 1: [4 Punkte]

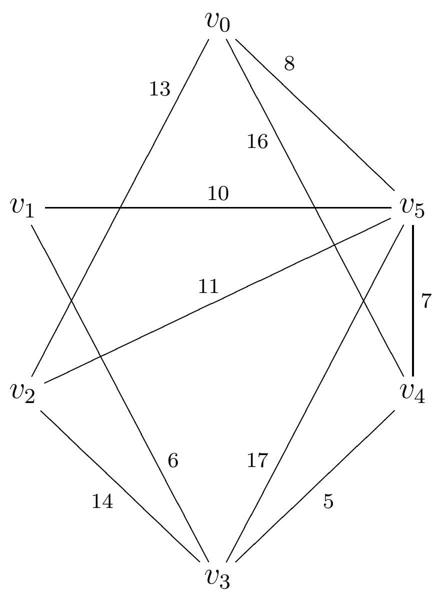
Gegeben sei untenstehendes Netzwerk N mit Quelle s und Senke t sowie Kapazitäten auf den Kanten.

Finde einen maximalen Fluss auf N anhand des Algorithmus' von Ford-Fulkerson und gib den zugehörigen minimalen Schnitt an.



Aufgabe 2: [4 Punkte]

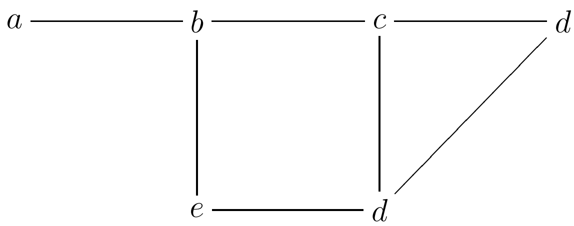
Gegeben sei untenstehendes Netzwerk N. Konstruiere kürzeste Wege vom Knoten v_0 zu allen übrigen Knoten in N anhand des Algorithmus' von Dijkstra.



Aufgabe 3: [4 Punkte]

Dominating Set Problem:
Sei $G = (V, E)$ ein Graph. Eine *minimale dominierende Menge* in G ist eine minimale Teilmenge U von V derart, dass jeder Knoten in $V \setminus U$ mit wenigstens einem Knoten in U verbunden (adjazent) ist.

1. Bestimme eine minimale dominierende Menge in folgendem Graphen:



2. Spezifiziere einen Backtracking-Algorithmus, der eine minimale dominierende Menge in einem Graphen G ermittelt.

Aufgabe 4: [4 Punkte]

Dominating Set Problem:
Sei $G = (V, E)$ ein Graph. Spezifiziere einen nach dem Prinzip des simulierten Ausglühens (Simulated Annealing) arbeitenden Algorithmus, der das 'Dominating Set Problem' (siehe Aufgabe 3) näherungsweise löst.

Aufgabe 5: [4 Punkte]

Set Cover Problem:
Sei $U = \{x_1, \ldots, x_n\}$ eine Menge und $\mathcal{S} = \{S_1, \ldots, S_m\}$ eine Menge von Teilmengen von U (Mengensystem). Eine *minimale Mengenüberdeckung* von U bzgl. $\mathcal{S}$ ist eine minimale Teilmenge von $\mathcal{S}$, deren Vereinigung U ergibt.

1. Betrachte $U = \{1, 2, \ldots, 14\}$ und das Mengensystem $\mathcal{S}$ mit den Elementen

$$\begin{array}{rcl} S_1 & = & \{1,2\}, \\ S_2 & = & \{3,4,5,6\}, \\ S_3 & = & \{7,8,9,10,11,12,13,14\}, \\ S_4 & = & \{1,3,4,7,8,9,10\}, \\ S_5 & = & \{2,5,6,11,12,13,14\}. \end{array}$$

   Bestimme eine minimale Mengenüberdeckung von U bzgl. $\mathcal{S}$.

2. Formuliere das Problem, eine minimale Mengenüberdeckung für das Beispiel in (1) zu finden, als ganzzahliges lineares Programm.

Aufgabe 6: [4 Punkte]

Ein Süßwarenhersteller hat 130 Pfund schokoladenüberzogene Kirschen und 170 Pfund schokoladenüberzogene Pefferminzbonbons auf Lager. Er verkauft Kirschen und Bonbons in zwei verschiedenen Mischungen. Eine Mischung enthält genau so viele Kirschen wie Minzebonbons und wird für 2 Euro pro Pfund verkauft. Die andere Mischung besteht aus einem Drittel Kirschen und zwei Drittel Minzebonbons und wird für 1.25 Euro pro Pfund verkauft. Wie viel Pfund jeder Mischung muss der Hersteller zurechtmachen, um seinen Gewinn zu maximieren?

A candy manufacturer has 130 pounds of chocolate-covered cherries and 170 pound of chocolate-covered mints in stock. He decides to sell them in the form of two different mixtures. One mixture will contain half cherries and half mints by weight and will sell for $2.00 per pound. The other mixture will contain one-third cherries and two-third mints by weight and will sell for $1.25 per pound. How many pounds of each mixture should the candy manufacturer prepare in order to maximize his sales revenue?