목차

문제 1. De-morgan 의 정리를 설명하고, NAND 게이트의 논리식을 인버트 OR 게이트로 표시하시오.

드 모르간의 법칙(영어: De Morgan's laws)은 수리 논리학이나 집합론에서 논리곱(집합의 공통 부분), 논리합(집합의 모든 부분), 부정(여집합) 연산간의 관계(드 모르간의 상대성이라고 부름)를 기술하여 정리한 것으로, 수학자 오거스터스 드 모르간의 이름을 따서 드 모르간의 법칙이라고 한다.

- 집합에서의 드모르간의 법칙
  - 제1법칙
    . 두 집합의 합집합의 보집합은 각각의 집합의 보집합의 교집합과 같음

    $$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

  - 제2법칙
    . 두 집합의 교집합의 보집합은 각각의 집합의 보집합의 합집합과 같음

    $$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

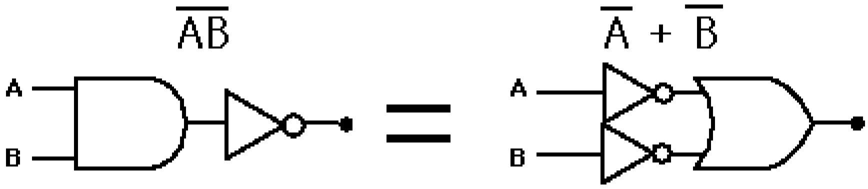
논리식(부울 대수)에서 De-morgan 법칙을 두 정리로 나타내면 다음과 같다.

$$\overline{\bar{A} + \bar{B} + \cdots} = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \cdots$$

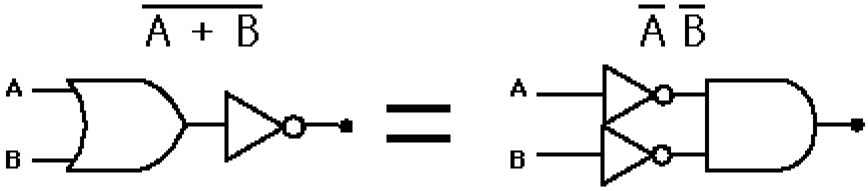
$$\overline{\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \cdots} = \bar{A} + \bar{B} + \cdots$$

NAND 게이트의 논리식은 $\overline{(A * B)}$ 인버트 OR 게이트의 논리식은 $\overline{A} + \overline{B}$ 이므로 De-morgan 의 정리를 통해 두 게이트의 결과가 같음을 알 수있고 각 게이트의 논리식으로 상호간의 게이트 논리식을 표현할 수 있다.

$$\overline{(A * B)} = \overline{A} + \overline{B}$$

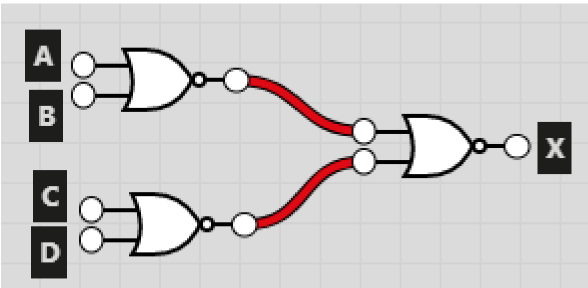


A NAND gate is equivalent to an inversion followed by an OR



A NOR gate is equivalent to an inversion followed by an AND

문제 2. X=(A+B) (C+D) 논리식을 NOR 게이트 형식으로 바꾸고 논리도를 그리시오.(교재 227~233 참조)

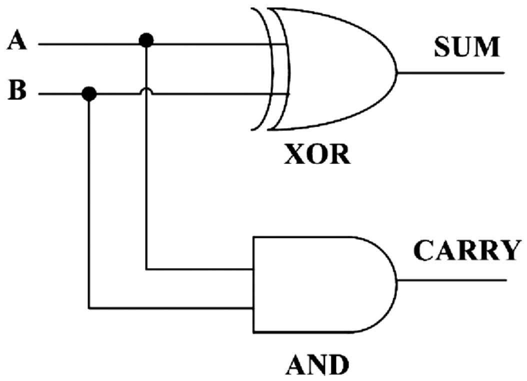


$$X = (A+B)\cdot(C+D) = \overline{\overline{(A+B)\cdot(C+D)}} = \overline{\overline{(A+B)} + \overline{(C+D)}}$$

문제 3. XOR 게이트가 사용되는 가장 주요한 점을 설명하시오.(힌트 : 가산기 논리 회로 참조)

주요하게 사용되는 전가산기를 만드는 데에는 반가산기 2 개가 필요한데

이러한 반가산기를 XOR 게이트를 사용하면 개별 게이트를 여러 개 사용하지 않고 구현할 수 있기 때문이다.



(XOR 게이트로 구현된 반가산기)

문제 4. 전가산기가 반가산기와 다른 차이점을 설명하시오.(교재 236~237 참조)

반가산기는 덧셈 시 하위의 자리로부터 올라오는 자리 올림수를 전혀 고려하지 않은 상태이지만, 실제로 덧셈을 할 경우에 하위의 자리로부터 올라오는 자리 올림수를 포함하지 않을 수 없고 이와 같은 반가산기의 단점을 보완한 것이 전가산기이다.

반가산기는 입력 X, Y 를 받아 하위 자리에서 올라오는 자리 올림수를 고려하지 않고 SUM(합)과 CARRY(올림)을 출력하지만 전가산기는 입력 X, Y 와 자리올림 입력 CARRY_input 을 받아 자리올림이 고려된 출력 CARRY_output 과 SUM(합)을 출력한다.

문제 5. 쌍대성(duality) 원리를 설명하고, 논리식 A(A + B)를 대수적 간소화 하시오.

Duality(쌍대성)이란 어떤 수학적 구조를 뒤집어서 구성한 것을 나타낸다. 이때 만약 A 가 성립했다면 A 의 쌍대인 B 도 성립한다는 것이 바로 Duality(쌍대성)이다.

예를 들면 X+0=X 라는 명제가 참이면 +(OR)은 ·(AND)로, 0 은 1 로 바꾸면 X·1=X 이 되고 이 명제 역시 반드시 참이 된다.

쌍대성을 이용해서 간소화 하기 위해 A(A + B)와 쌍대 관계에 있는 식인 A + AB 를 간소화하면

A + AB = A·1…[멱등 법칙] + AB = A(1 + B)…[분배 법칙] = A(B + 1)…[교환 법칙] = A·1…[멱등 법칙] = A

부울 대수의 쌍대성 원리에 의해 A(A + B) = A 다.

<참고>

AA + AB = A +…[분배 법칙] AB = …[동일 법칙] A(1…[분배 법칙] + B) = A