



**Instruções:**

- A interpretação das questões faz parte dos critérios de avaliação desta prova.
- Responda cada questão de maneira clara e organizada.
- Resultados apresentados sem justificativas do raciocínio não serão considerados.
- Uma questão com mais de uma resposta é considerada errada.
- Não é permitido o uso de laptops, palmtops, celulares, calculadoras hp, livros e/ou anotações.
- Junto com o aluno deve ficar somente borracha, lápis, lapiseira, caneta e calculadora científica.
- Qualquer aluno pego consultando alguma fonte ou colega terá, imediatamente, atribuído grau zero na prova. O mesmo ocorrerá com o aluno que facilitar a consulta do colega. Casos mais graves, envolvendo algum tipo de fraude, deverão ser punidos de forma bem mais rigorosa.

---

**Questão 1 (3 pontos):** Calcule a área da superfície da esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 12$  que não se encontra no interior do parabolóide  $z = x^2 + y^2$

**Questão 2 (4 pontos):** Considere a curva  $C$  obtida como interseção do plano  $z = 1$  com a superfície dada por

$$\frac{x^2}{3} + y^2 + \frac{z^2}{4} = 1, \quad y \geq 0.$$

Considere a curva  $C$  orientada no sentido crescente do eixo  $OX$ . Calcule  $\int_C F dr$ , onde

$$F(x, y, z) = \left( 2xy \cos(x^2) + ze^x, \sin(x^2) + \frac{2y}{y^2 + 1}, e^x \right)$$

**Questão 3 (3 pontos):** Calcule o fluxo  $\iint_S F \cdot n \, dS$ , onde

$$F(x, y, z) = \left( z^2x, \frac{y^3}{3} + \cos(z), x^2z + y^2 \right),$$

$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 2, z \geq 0\}$  e  $n$  denota o vetor unitário apontando para cima (isto é, a terceira componente de  $n$  é positiva).

**Questão Bônus (1 ponto):** Existe um campo vetorial  $F$  de classe  $C^2$  tal que  $\text{rot } F(x, y, z) = (x, y, z)$ ?

---

Na Batalha das Termópilas, o rei Xerxes da Pérsia enviou uma mensagem de aviso aos espartanos:  
— Entregue-se, espartano, minhas flechas serão tão numerosas que cobrirão o sol.  
Ao que o rei Leônidas respondeu:  
— Ótimo, então lutaremos à sombra!