Universidade Federal Fluminense
Instituto de Humanidades e Saúde
Departamento de Ciências da Natureza

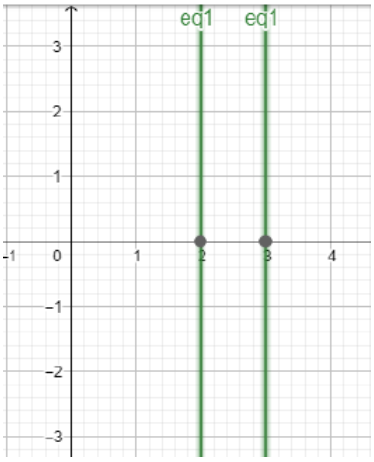
Gabarito das Listas de Exercíciso de Geometria Analítica e Cálculo Vetorial

Seção 1.1.2

1. a) $d = \sqrt{2}$ c) $d = \sqrt{65}$ e) $d = \sqrt{10 - 6\sqrt{2}}$

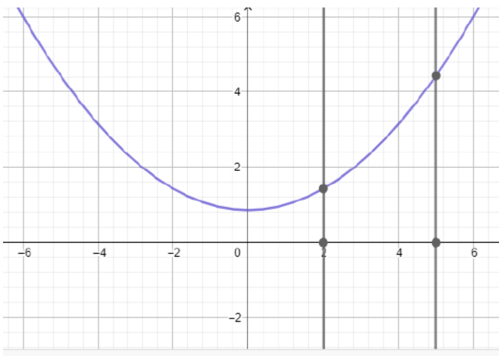
3. $x + 3y = 5$

5. a)

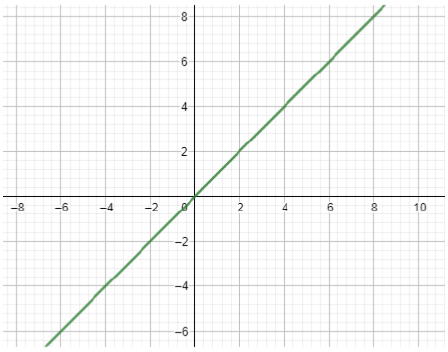


c) Solução é vazia.

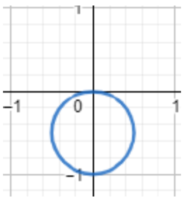
e)



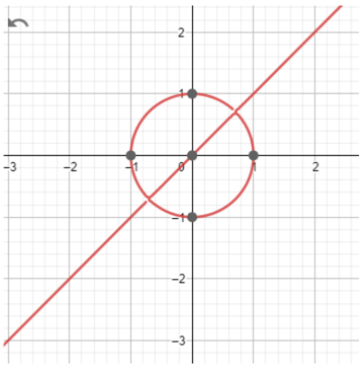
g)



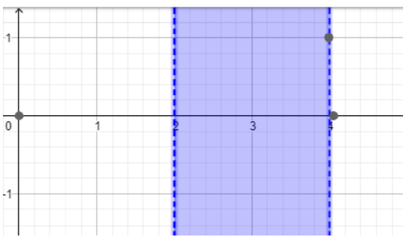
i)



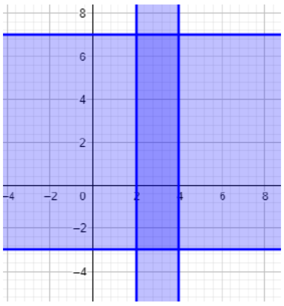
k)



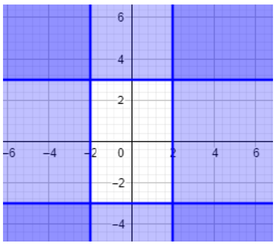
7. a)



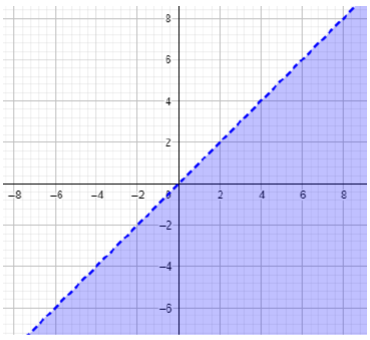
c)



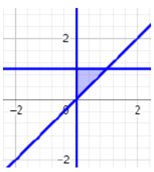
e)



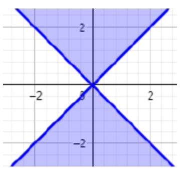
g)



i)



k)

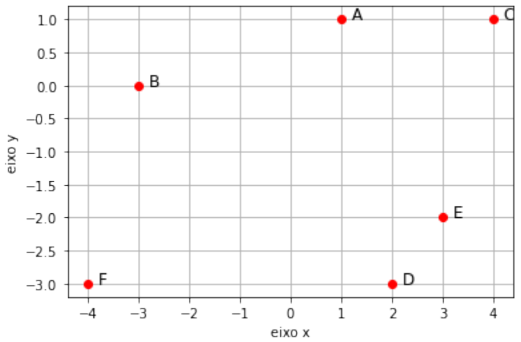


9. O lugar geométrico é a $y = 1$.

Seção 1.2.2

1. Sim, $\overrightarrow{AB} = (1,1) = \overrightarrow{CD}$, mas $AB \neq CD$, pois são segmentos orientados diferentes, mas representam o mesmo vetor.

7.

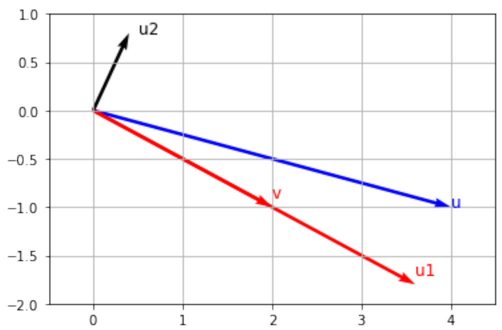


a) $(0,-5)$ b) $(-11,1)$ c) $(0,0)$ d) $(-1,11)$

Seção 1.3.1

2. a) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{26}}{26}\right) \approx 1.76819188664478$
   b) $\pi/2$
   c) $\arccos\left(\frac{\sqrt{10}}{10}\right) \approx 0.321750554396642$
   d) $\pi/6$

4. $\vec{u}_1 = \left(\frac{18}{5}, -\frac{9}{5}\right)$, $\vec{u}_2 = \left(\frac{2}{5}, -\frac{4}{5}\right)$



5. $\vec{u}_1 = \left(\frac{9\sqrt{39}}{13}, -\frac{6\sqrt{39}}{13}\right)$, $\vec{u}_2 = \left(-\frac{9\sqrt{39}}{13}, \frac{6\sqrt{39}}{13}\right)$.

   $\vec{u}_1$ forma um ângulo agudo com $(1,0)$

Seção 1.4.5

2. $P = (0, 0)$

3. Escolha um sistema de eixos com o eixo OY contendo os pontos A, C e P se tendo A como a origem. Neste caso, $A = (0, 0)$, $C = (0, 2$ e $P = (0, 1)$. A partir daí, usando-se que $d(B, A) = 2$ e $d(C, B) = 3$, pode-se determinar $B = \left(\frac{3\sqrt{15}}{4}, \frac{11}{4}\right)$. Em seguida, obtém-se que $Q = \left(\frac{3\sqrt{15}}{8}, \frac{19}{8}\right)$. Agora, determinando-se equações para a reta que passa por P e B e da reta por A e Q, pode-se determinar o ponto de interseção $X = \left(\frac{\sqrt{15}}{4}, \frac{19}{12}\right)$. Por fim, usando-se a fórmula de área de um triângulo, obtém-se Área=$\frac{\sqrt{15}}{4}$, dada pela pela soma das áreas dos dois triângulos determinados pelos pontos C, P, X e por C, X, Q.

4. As retas paralelas e perpendiculares são respectivamente:

   a) $2x + y - 3 = 0$ e $-x + 2y - 1 = 0$

   b) $3x + 2y - 2 = 0$ e $-2x + 3y - 3 = 0$

   c) $y = 2$ e $x = -1$

   d) $-\pi x + y - 3 + \sqrt{2}\,\pi = 0$ e $-x - \pi y + \sqrt{2} + 3\pi = 0$

5. Seja $(x_0, 0)$ o ponto de interseção da reta com o eixo OX. Neste caso,

$$P = \left(\frac{4x_0}{x_0^2 + 4}, \frac{2x_0^2}{x_0^2 + 4}\right)$$

   Esta representação é conhecida como **projeção estereográfica**. Com ela, é possível projetar os pontos do círculo unitário, menos o "polo norte", na reta. Além disso, a função que leva os pontos do círculo na reta é uma função bijetiva e contínua, o que em matemática chamamos de um **homeomorfismo**. Neste caso, dizemos que o círculo menos um ponto é **homeomorfo** à reta, isto é, eles tem a mesma forma no sentido topológico. A mesma conclusão pode ser feita em relação à esfera e o plano.

6. O pontos são: $P_1 = \left(\dfrac{-2 + \sqrt{19}}{5}, \dfrac{1 + 2\sqrt{19}}{5}\right)$ e $P_2 = \left(\dfrac{-2 - \sqrt{19}}{5}, \dfrac{1 - 2\sqrt{19}}{5}\right)$

7. $\left(\dfrac{23}{3}, 3\right)$.

8. $3x - 4y - 24 = 0$ e $3x - 4y + 26 = 0$.

9. $\dfrac{7\sqrt{10}}{20}$

10. $\left(\dfrac{ac}{a^2+b^2}, \dfrac{bc}{a^2+b^2}\right)$

11. Eixo OX em $P = \left(\frac{c}{a}, 0\right)$ e eixo OY em $Q = \left(0, \frac{c}{b}\right)$. No caso em que $a = 0$, então só intercepta o eixo OY e no caso em que $b = 0$ somente o eixo OX.

12. $r : (x, y) = (2, 3) + t(3, 5),\ t \in \mathbb{R}$.

13. $(a, b) = (1, 2)$.

14. $\alpha = \arccos\left(\frac{7\sqrt{1898}}{1898}\right) \approx 1.40942121637421$ rad $\approx 80.7538872544368°$

15. Ângulo com eixo OX: $\arccos\left(\frac{4}{5}\right) \approx 0.643501108793284$ rad $\approx 36.869897645844°$

    Ângulo com eixo OY: $\arccos\left(\frac{3}{5}\right) \approx 0.927295218001612$ rad $\approx 53.130102354156°$

16. Reta 1: $\left(\sqrt{3} - 2\right)x + y = 0$

    Reta 2: $\left(\sqrt{3} + 2\right)x + y = 0$

17. $\Delta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ e $Q = \left(\frac{13}{5}, \frac{1}{5}\right)$.

18. a) $r_1 : \left(-6 + 5\sqrt{3}\right)x + 13y - 5\sqrt{3} - 7 = 0$

       $r_2 : \left(-5\sqrt{3} - 6\right)x + 13y - 7 + 5\sqrt{3} = 0$

    b) Existe uma única reta: $x + 2y - 1 = 0$

    c) $r_1 : \left(-27 + 13\sqrt{2}\right)x + 34y - 61 + 13\sqrt{2} = 0$

       $r_2 : \left(-27 - 13\sqrt{2}\right)x + 34y - 61 - 13\sqrt{2} = 0$

20. $P = \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

21. No primeiro caso, pode-se ver que o ponto com essa propriedade é o ponto de interseção da reta r com a reta que passa por P e Q. Neste caso, este ponto é $X = (3/2, 1)$.

22. Mediatriz de AB: $x - 3y + 5 = 0$, Mediatriz de BC: $2x + 2y - 12 = 0$.

    Equação da circunferência: $\left(x - \dfrac{13}{4}\right)^2 + \left(y - \dfrac{11}{4}\right)^2 = \dfrac{25}{8}$.

23. Os pontos são colineares, portanto não existe uma circunferência que os contém.

24. $x^2 + (y - 5)^2 = 10$.