



Questão 1 (3 pontos): Seja $f(x, y) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{x}{x^2 + y^2}$.

- a) Encontre e faça um esboço do domínio de f .
- b) Discuta sobre a continuidade e a diferenciabilidade de f .
- c) Mostre que f é harmônica, ou seja, f satisfaz a equação

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0.$$

Questão 2 (3 pontos): O potencial elétrico em qualquer ponto (x, y) no plano é dado por $V(x, y) = e^{-2x} \cos 2y$ volts. Encontre a razão de variação do potencial no ponto $(0, \pi/4)$ na direção do vetor $(\cos \frac{\pi}{6}, \sin \frac{\pi}{6})$. Encontre a direção e a magnitude da razão de variação máxima de V no ponto $(0, \pi/4)$.

Questão 3 (2 pontos): Sejam $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - x$ e $D = \{(x, y); x^2 + y^2 \leq 1\}$.

- a) Determine e classifique os pontos críticos de f no interior de D ;
- b) Esta função possui máximo e mínimo absolutos? Justifique.

Questão 4 (2 pontos): Use o método dos multiplicadores de Lagrange para encontrar os extremos da função $f(x, y, z) = y + xz - 2x^2 - y^2 - z^2$ sujeita à restrição $z = 35 - x - y$
