



**Instruções:**

- A interpretação das questões faz parte dos critérios de avaliação desta prova.
- Responda cada questão de maneira clara e organizada.
- Resultados apresentados sem justificativas do raciocínio não serão considerados.
- Uma questão com mais de uma resposta é considerada errada.
- Não é permitido o uso de laptops, palmtops, celulares, calculadoras hp, livros e/ou anotações.
- Junto com o aluno deve ficar somente borracha, lápis, lapiseira, caneta e calculadora científica.
- Qualquer aluno pego consultando alguma fonte ou colega terá, imediatamente, atribuído grau zero na prova. O mesmo ocorrerá com o aluno que facilitar a consulta do colega. Casos mais graves, envolvendo algum tipo de fraude, deverão ser punidos de forma bem mais rigorosa.

---

**Questão 1 (3,3 pontos):** Calcule a seguinte integral dupla  $\iint_D x^2 y dA$ ,  
onde  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}; (x - 1)^2 + y^2 \leq 1\}$

**Questão 2 (3,3 pontos):** Calcule a integral  $\int_0^2 \int_{y^2}^4 \sqrt{x} \operatorname{sen} x dx dy$

**Questão 3 (3,4 pontos):** Um certo professor de cálculo permitiu que seus alunos usassem laptops durante a prova para auxiliar na resolução das questões. Uma das questões era calcular a integral

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dz dy dx.$$

Um dos estudante não tinha estudado a matéria referente à prova confiando no fato de que seu laptop possuía um potente software para cálculos matemáticos muito conhecido no mercado. Quando lançou a integral no software este retornou a seguinte expressão nada satisfatória

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} -\frac{1}{4} \ln(x^2+y^2)x^2 - \frac{1}{4} \ln(x^2+y^2)y^2 + \frac{1}{2} \sqrt{1-x^2-y^2} + \frac{1}{2} \ln(\sqrt{1-x^2-y^2}+1)x^2 + \frac{1}{2} \ln(\sqrt{1-x^2-y^2}+1)y^2 dy dx.$$

Usando seus conhecimentos adquiridos nesta disciplina, escreva a integral inicial, em coordenadas cilíndricas e esféricas, assim mostrando que com qualquer uma dessas novas integrais o software conseguiria calcular a integral com extrema facilidade.