UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE
FACULDADE FEDERAL DE RIO DAS OSTRAS
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA (RCT)

Gabarito da 1ª Prova – Cálculo IV – 16/09 – 11:00 - 13:00

Questão 1 (4 pontos):

Solução:

Invertendo a ordem de integração obtemos:

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 \frac{4ye^{x^2}}{x^3} dxdy = \int_0^1 \int_0^{x^2} \frac{4ye^{x^2}}{x^3} dydx = e - 1.$$

Questão 2 (4 pontos):

Solução:

Podemos ver que a região de integração é o semicírculo de raio três e centro zero à direita do eixo OY. Neste caso, usando coordenadas polares temos

$$\int_0^3 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} \frac{x}{x^2+y^2} dydx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^3 \frac{r\cos\theta}{r^2} rdrd\theta = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^3 \cos\theta drd\theta = 6.$$

Questão 3 (2 pontos):

Solução:

Podemos ver que W é a região entre as esferas de centro zero e raios 1 e 2. Com isso, usando coordenadas esféricas,

$$\begin{aligned}\iiint_W \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\, dxdydz &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_1^2 \frac{\rho^2 \operatorname{sen}\varphi}{\rho \operatorname{sen}\varphi}\, d\rho d\varphi d\theta \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_1^2 \rho\; d\rho d\varphi d\theta = 3\pi^2.\end{aligned}$$