

已知：直线 $AB \parallel CD$ ，点 P 为平面上一点，连接 AP 与 CP 。

(1) 如 1，点 P 在直线 AB 、 CD 之间，当 $\angle BAP = 60^\circ$ ， $\angle DCP = 20^\circ$ 时，求 $\angle APC$ 。

(2) 如 2，点 P 在直线 AB 、 CD 之间，当 $\angle BAP$ 与 $\angle DCP$ 的角平分线相交于 K ，写出 $\angle AKC$ 与 $\angle APC$ 之间的数量关系，并说明理由。

(3) 如 3，点 P 落在 CD 之外， $\angle BAP$ 与 $\angle DCP$ 的角平分线相交于 K ， $\angle AKC$ 与 $\angle APC$ 有何数量关系？并说明理由。

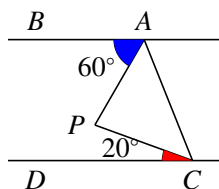


图 1

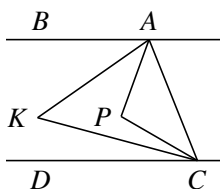


图 2

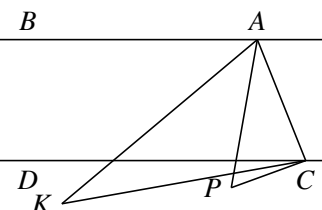


图 3

(1) 解. $\because AB \parallel CD$

$$\therefore \angle BAC + \angle DCA = 180^\circ$$

$$\text{又} \because \angle BAC = \angle BAP + \angle PAC$$

$$\angle DCA = \angle ACP + \angle DCP$$

$$\therefore \angle BAP + \angle PAC + \angle ACP + \angle DCP = 180^\circ$$

$$\text{又} \because \text{三角形内角和} = 180^\circ$$

$$\therefore \angle APC + \angle PAC + \angle ACP = 180^\circ$$

从而可得：

$$\begin{aligned} \angle APC &= \angle BAP + \angle DCP \\ &= 60^\circ + 20^\circ \\ &= 80^\circ \end{aligned}$$

□

(2) 解. $\because AB \parallel CD$

$$\therefore \angle BAC + \angle DCA = 180^\circ$$

$$\text{又} \because \angle BAC = \angle BAP + \angle PAC$$

$$\angle DCA = \angle ACP + \angle DCP$$

$$\therefore \angle BAP + \angle PAC + \angle ACP + \angle DCP = 180^\circ$$

又 \because 三角形内角和 $= 180^\circ$

$$\therefore \angle APC + \angle PAC + \angle ACP = 180^\circ$$

$$\therefore \angle APC = \angle BAP + \angle DCP$$

同理可得: $\therefore \angle AKC = \angle BAK + \angle DCK$

又 $\because K$ 是 $\angle BAP$ 与 $\angle DCP$ 的角平分线的交点

从而可得:

$$\begin{aligned}\angle AKC &= \frac{1}{2}\angle BAP + \frac{1}{2}\angle DCP \\ &= \frac{1}{2}(\angle BAP + \angle DCP) \\ &= \frac{1}{2}\angle APC\end{aligned}$$

□

(3) 解. $\because AB \parallel CD$

$$\therefore \angle BAC + \angle DCA = 180^\circ$$

$$\text{又 } \because \angle BAC = \angle BAP + \angle PAC$$

$$\angle DCA = \angle ACP - \angle DCP$$

$$\therefore \angle BAP + \angle PAC + \angle ACP - \angle DCP = 180^\circ$$

又 \because 三角形内角和 $= 180^\circ$

$$\therefore \angle APC + \angle PAC + \angle ACP = 180^\circ$$

$$\therefore \angle APC = \angle BAP - \angle DCP$$

同理可得: $\therefore \angle AKC = \angle BAK - \angle DCK$

又 $\because K$ 是 $\angle BAP$ 与 $\angle DCP$ 的角平分线的交点

从而可得:

$$\begin{aligned}\angle AKC &= \frac{1}{2}\angle BAP - \frac{1}{2}\angle DCP \\ &= \frac{1}{2}(\angle BAP - \angle DCP) \\ &= \frac{1}{2}\angle APC\end{aligned}$$

□