CI 2 – SLCI : Étude du comportement des Systèmes Linéaires Continus Invariants

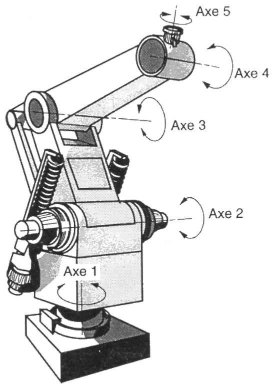
Chapitre 2 – Modélisation des Systèmes Linéaires Continus Invariants
Transformée de Laplace

Travail Dirigé

Robot Ericc

Le robot Ericc est un robot série équipé de 5 axes en série qui lui permettent d'atteindre toutes les positions et toutes les orientations de l'espace. Le dernier axe peut être équipé d'une pince ou d'un outil spécifique. Le robot est par exemple utilisé sur les chaînes de montage dans le domaine de l'automobile afin de souder des éléments de carrosserie de voiture.

Les axes sont appelés ainsi :
- axe 1 : axe de lacet ;
- axe 2 : axe d'épaule ;
- axe 3 : axe de coude ;
- axe 4 : axe de poignet ;
- axe 5 : axe de pince.



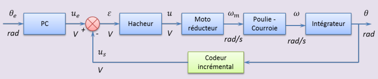
On s'intéresse uniquement au déplacement de l'axe de lacet. On donne le cahier des charges partiel du robot Ericc.

tt

Pour déplacer uniquement l'axe de rotation du lacet l'utilisateur peut, par le biais d'un logiciel, piloter l'angle à atteindre par l'axe. Un hacheur permet de distribuer l'énergie électrique dans un motoréducteur. Ce dernier est relié à un système poulie-courroie. La position de l'axe de lacet est mesurée par un codeur incrémental. Le signal du codeur est alors comparé à la consigne de l'utilisateur.

Question 1
Réaliser le schéma-bloc fonctionnel de l'axe de lacet du robot Ericc.

Correction



Étude du moteur en boucle ouverte

Un moteur électrique est alimenté par une tension continue. Pour une tension donnée, le moteur tourne à une vitesse donnée.

Le comportement du moteur est régit par l'équation différentielle suivante :

$$\omega_m(t)+\tau\frac{d\omega_m(t)}{dt}=Ku(t)$$

en notant :

- $\omega_m(t)$ la fréquence de rotation du moteur (en rad/s) ;
- $u(t)$ la tension d'alimentation du moteur (en V) ;
- $K=23,26 rad\cdot s^{-1}V^{-1}$ le gain du moteur ;
- $\tau=0,51s$: constante de temps mécanique du moteur.

Le moteur est suivi de deux réducteurs. Le rapport de réduction total est noté $k=\dfrac{12}{4000}$. La fréquence de rotation en sortie des réducteurs $\omega(t)$ peut se calculer ainsi :

$$\omega(t)=k\omega_m(t)$$

Question 2

On se place dans les conditions de Heaviside. Donner les deux équations dans le domaine de Laplace. Exprimer alors $\Omega_m(p)$ en fonction de $U(p)$.

Correction

On a :

$$\Omega_m(p)+\tau p\Omega_m(p)=KU(p)\quad \Omega(p)=k\Omega_m(p)$$

En conséquence,

$$s$$

Question 3

On sollicite le système par une entrée échelon d'amplitude 1V. Déterminer l'expression de $\Omega(p)$ sous forme littérale.

Correction

Dans ces conditions, $U(p)=\dfrac{1}{p}$. On

Question 4

Après avoir déterminé les valeurs initiales et finales de $\omega(t)$ ainsi que la pente à l'origine, tracer l'allure de la courbe en indiquant les valeurs numériques.

Correction

Question 5

Commenter l'allure de la courbe.

Correction

On souhaite maintenant avoir accès à la position du moteur en fonction du temps. La position angulaire du moteur est notée θ.

Question 6

Exprimer la relation entre $\theta(t)$ et $\omega(t)$.

Correction

Question 7

En déduire la relation entre $\Theta(p)$ et $\Omega(p)$.

Correction

Question 8

Exprimer alors $\Theta(p)$ en fonction de $U(p)$.

Question 9

On sollicite à nouveau le système par une entrée échelon d'amplitude 1V. Déterminer l'expression de $\Theta(p)$ sous forme littérale.

Correction

Question 10

Commenter l'allure de la courbe. Justifier la nécessite de mettre en œuvre un asservissement en position.

Correction

Question 11

Après avoir déterminé les valeurs initiales et finales de $\theta(t)$ ainsi que la pente à l'origine, tracer l'allure de la courbe en indiquant les valeurs numériques.

Correction

Question 12

Déterminer l'expression de $\Theta(p)$ dans le domaine temporel. On utilisera la transformée de Laplace inverse.

Correction

Étude de l'asservissement en position de l'axe de lacet

Afin d'asservir la position angulaire de l'axe de lacet, on utiliser un codeur incrémental. La loi de comportement du codeur est la suivante :

$$u_s(t) = K_{capt} \cdot \theta(t)$$

La consigne angulaire donnée par l'utilisateur est adaptée suivant la loi de comportement suivante :

$$u_e(t) = K_{Adapt} \cdot \theta_e(t) \quad \text{avec} \quad K_{Adapt} = K_{Capt}$$

Un comparateur permet de comparer la tension d'entrée et la tension de sortie :

$$\varepsilon(t) = u_e(t) - u_s(t)$$

Enfin, un amplificateur permet d'adapter la faible tension $\varepsilon(t)$ en tension de commande pour le moteur à courant continu :

$$u(t) = K_{Ampli} \cdot \varepsilon(t)$$

Question 13

Justifier que $K_{Adapt} = K_{Capt}$.

Correction

On se place dans les conditions de Heaviside.

Question 14

Transformer chacune des 4 équations dans le domaine de Laplace.

Correction

Question 15

Exprimer $\Theta(p)$ en fonction de $\Theta_e(p)$

Correction

Question 16

Après avoir déterminé les valeurs initiales et finales de $\theta(t)$ ainsi que la pente à l'origine, tracer l'allure de la courbe en indiquant les valeurs numériques.

Correction

Question 17

Déterminer l'expression de $\Theta(p)$ dans le domaine temporel. On utilisera la transformée de Laplace inverse.

Correction

Question 18

Conclure sur la validité du cahier des charges.

Correction