

复摆振动中的混沌现象

潘洪明

(浙江工商大学 信电学院, 浙江 杭州 310035)

摘要:利用组合物理实验仪,研究了复摆振动中的混沌现象,分析了产生混沌的物理条件,并给出不同条件下的混沌图形。

关键词:复摆;非线性振动;混沌

中图分类号:O322

文献标识码:A

文章编号:1005-4642(2006)09-0010-02

1 引言

混沌现象出现于非线性系统中,它揭示了有序与无序的统一,确定性与随机性的统一.对混沌现象的研究不但在自然科学领域受到人们的极大关注,而且已扩展到人文科学,如经济学、社会科学等领域.涉及混沌的非线性系统的微分方程不可能用解析方法求解,所以混沌概念是与计算机等学科分不开的.由于其数学上的复杂及学科上的交叉,在大学学习中很难有定量且直观的课程可以让学生感受到混沌现象的奥妙.

为了提高学生的综合素质,我校引进了美国PASCO公司的组合物理实验仪,利用其丰富的组合功能,及各种传感器与计算机的实时数据处理功能,成功的开设了有关非线性振动混沌的物理实验^[1],使学生亲身感受到混沌现象的产生,拓展了学生的思路.

2 实验装置及理论分析

实验装置如图1所示,将铝盘复摆固定在旋转移动传感器上,通过细尼龙绳连接2只轻弹簧绕过铝盘,分别系于机械振荡驱动器及底座上.系统振动的外力由机械振荡驱动器提供,振动的阻尼可由磁阻尼装置调节,摆的重心可由一黄铜螺丝来调整,系统振动周期可通过稳压电源输出电压的大小来确定.假如系统无外驱动力及磁阻尼的作用,系统将作有规律的周期性振动,观察不到混沌现象.当系统在有外驱动力,且在摆的重

心、重力场等条件不变的情况下,通过调节磁阻尼装置,系统将出现一系列非线性现象,可实时观察到一系列倍周期过程及逐渐进入混沌态的现象.

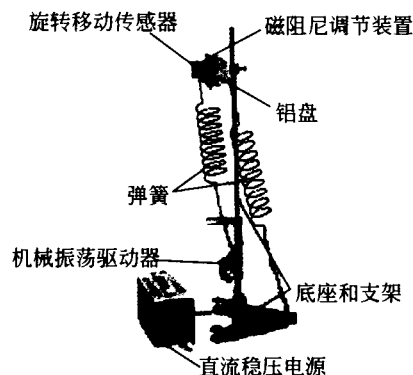


图1 混沌实验装置

实验采用旋转移动传感器及 Science Workshop 750 Interface,通过计算机自动测量和记录摆转动的角速度和角度,通过 Science Workshop 程序描绘出它们的关系曲线,从而得到:一倍周期、二倍周期、三倍周期等窗口及单吸引子、双吸引子的混沌图形.

如图2,设铝圆盘半径为 R ,质量为 M ,则转动惯量 $J_0 = \frac{1}{2}MR^2$,黄铜螺丝质量为 m ,距离圆盘中心为 l .圆盘在运动中受重力矩为 $mglsin\theta$,阻力矩为 $-c\theta$,空气阻力矩为 $-\gamma \frac{d\theta}{dt}$,驱动力矩为 $Acos\Omega t$,则受迫振动的复摆系统遵守转动定律^[2]:

“第四届全国高等院校物理实验教学研讨会”论文

收稿日期:2006-04-20;修改日期:2006-06-26

作者简介:潘洪明(1969—),男,浙江长兴人,浙江工商大学信息与电子工程学院实验师,学士,主要从事大学物理实验教学及研究工作.

$$M = J\beta = J \frac{d^2\theta}{dt^2}.$$

其中 $J = J_0 + ml^2$, 有:

$$(J_0 + ml^2) \frac{d^2\theta}{dt^2} = mgl \sin \theta - c\dot{\theta} - \gamma \frac{d\theta}{dt} + A \cos \Omega t. \quad (1)$$

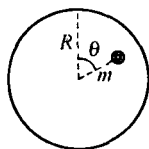


图2 铝盘复摆结构图

将 $\sin \theta$ 做泰勒展开, 取 $\sin \theta \approx \theta - \frac{\theta^3}{6}$, 代入

(1)式, 整理得:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{\gamma}{J_0 + ml^2} \frac{d\theta}{dt} - \frac{mgl - c}{J_0 + ml^2} \theta + \frac{mgl}{6(J_0 + ml^2)} \theta^3 = \frac{A}{J_0 + ml^2} \cos \Omega t. \quad (2)$$

令 $\Omega_0^2 = \frac{mgl - c}{J_0 + ml^2}$, 则可知系统有2个稳定平衡位置:

$\theta_0 = \pm \sqrt{6 \left(1 - \frac{c}{mgl}\right)}$. 取 $T_0 = \frac{1}{\Omega_0}$, 令 $x = \frac{\theta}{\theta_0}$,

$\tau = \frac{t}{T_0}$. 对(2)式作无量纲化处理, 令

$$\delta = \frac{\gamma}{\sqrt{(mgl - c)(J_0 + ml^2)}},$$

$$f = \frac{A\sqrt{mgl}}{\sqrt{6}(mgl - c)^{3/2}}, \quad \omega = \frac{\Omega}{\Omega_0},$$

则有

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + \delta \frac{dx}{d\tau} - x + x^3 = f \cos \omega \tau. \quad (3)$$

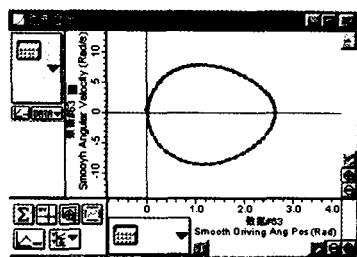
此即为著名的强迫杜芬(Duffing)振动方程^[3], 是此装置能够实现混沌运动的基本物理条件.

3 实验结果及分析

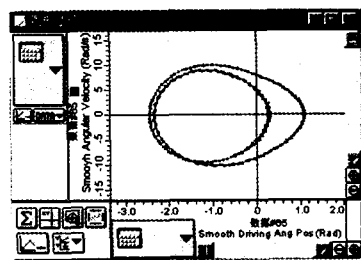
1) 对于方程(3)理论上要求^[3] $\delta < 1, f < 25$, 可调整阻尼系数 c 来实现, 在满足上述条件时, 可观察到杜芬方程解中丰富的 2π 周期解(谐波和高次谐波)和子谐波解. 图3为 Science Workshop 窗口所示的复摆非线性振动下的不同周期解.

2) 通过慢慢减少 c 值, 使 f 值缓缓增加, 可观察到非线性振动进入非 2π 周期解, 其轨迹逐渐从周期转向混沌的过程, 如图4所示.

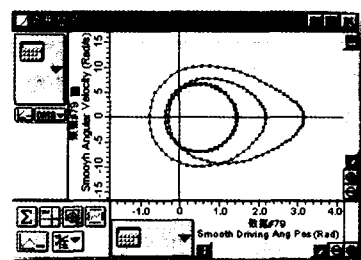
通过计算机模拟仿真, 还得到了与实验相同



(a) 一倍周期



(b) 二倍周期



(c) 三倍周期

图3 复摆作非线性振动的各种周期解

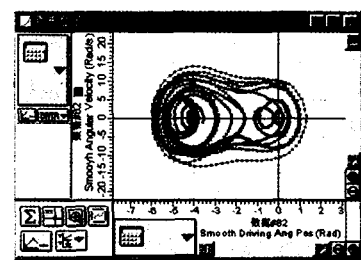


图4 复摆作非线性振动的混沌解

的图形(略), 使同学们对混沌过程, 从现象到理论都得到较深刻的认识, 收到了良好的教学效果.

4 结束语

把现代化教育手段引入物理实验教学, 能让学生们接触到高科技技术前沿, 开阔眼界; 使学生既掌握了基本物理实验技能, 又可掌握计算机实时处理数据的技能, 在教学实践中受到学生们的欢迎. (下转第16页)

参考文献:

- [1] 宿昌厚, 庞大文, 张治国, 等. SnO_2/ITO 复合透明导电膜的研究[J]. 半导体学报, 1991, 12(11): 709.
- [2] 张治国. ITO 薄膜的能带结构及电导特性[J]. 半导体学报, 2006, 26(5): 840.
- [3] 季振国, 王超, 刘坤. ITO/ Al_2O_3 复合透明导电膜的制备及光电性能[J]. 真空科学与技术, 2003, 23(3): 173.
- [4] 余俊. 溅射法制备 ZAO 透明导电薄膜及其光电性质的研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2004.
- [5] 王树林. ITO 薄膜的制备工艺及研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2004.
- [6] 马瑾, 赵俊卿, 李淑英, 等. 有机材料衬底 ITO 透明导电膜的结构和导电特性研究[J]. 半导体学报, 1998, 19(11): 841.
- [7] Zhang J, Au K H, Zhu Z Q, et al. Sol-gel preparation of poly (ethylene glycol) doped indium tin oxide thin films for sensing applications [J]. Optical Materials, 2004, (26): 47.
- [8] 张治国. ITO 薄膜温度传感器的研究[J]. 内蒙古电力技术, 1996(5): 10.

Preparation of $\text{Sn}_{1-x}(\text{In}_{1-y}\text{Cu}_y)_x\text{O}$ films

GUO Ling-ling, ZHENG Guang-yu, ZHANG Zhi-guo

(School of Science and Technology, Quanzhou Normal University, Quanzhou 362000, China)

Abstract: By reaction evaporation, $\text{Sn}_{1-x}(\text{In}_{1-y}\text{Cu}_y)_x\text{O}$ films are prepared on glass. The O_2 differential pressure is 8.5×10^{-2} Pa and the temperature of substrate is 400 °C. The temperature dependence of transmissivity, square resistance and resistivity of samples with different proportionality constants of x and y are studied. The photoelectric property of $\text{Sn}_{1-x}(\text{In}_{1-y}\text{Cu}_y)_x\text{O}$ film is also investigated. The $\text{Sn}_{1-x}(\text{In}_{1-y}\text{Cu}_y)_x\text{O}$ films may be used as a substitute for ITO film because of the reduction of the content of indium.

Key words: $\text{Sn}_{1-x}(\text{In}_{1-y}\text{Cu}_y)_x\text{O}$ films; reaction evaporation; XRD spectra; temperature property; transmissivity

(上接第 11 页)

参考文献:

- [1] 梁家惠, 李朝荣, 徐平, 等. 基础物理实验[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2005. 226~234.
- [2] 肖井华, 蒋达娅, 陈以方, 等. 大学物理实验教程[M]. 北京: 北京邮电大学出版社, 2005. 197~201.
- [3] 汪建章, 潘洪明. 大学物理实验 [M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2004. 215~218.
- [4] 马文蔚, 解希顺, 谈漱梅, 等. 物理学(下册)[M]. 北京: 高等教育出版社, 1999. 12~14.
- [5] 王东生, 曹磊. 混沌、分形及其应用[M]. 合肥: 中国科技大学出版社, 1995.

Chaos in vibration of the physical pendulum

PAN Hong-ming

(College of Information and Electronic Engineering,
Zhejiang Gongshang University, Hangzhou 310035, China)

Abstract: Using the comprehensive physics systems, the chaotic phenomena of the physical pendulum are studied, the qualifications of chaos are investigated, and the chaotic graphs are also given for different conditions.

Key words: physical pendulum; nonlinear vibration; chaos