

20. Que condicao os conjuntos A e B devem satisfazer para que $A - B = B - A$? E para que $A \cup B = A \cap B$?

Para ambas as perguntas a resposta é $A=B$:

Suponha que $A=B$. Então $A \cap B = A$ e $A \cup B = A$. Assim, substituindo A por $A \cap B$ em $A \cup B = A$, temos $A \cup B = A \cap B$.

Além disso, temos que $A - B = A - (A \cap B)$. Assim, substituindo A por $A \cap B$ e B por A, temos que $A - B = A - (A \cap B) \Leftrightarrow A - A = A - A \Leftrightarrow \emptyset = \emptyset$, uma tautologia.

31. Diga que propriedades, dentre reflexividade, simetria e transitividade, tem a relação: $\{(x, y) \in \mathbb{N}^2 \mid x \text{ é divisível por } y\}$.

A relação pode ser interpretada como $\{(x, y) \in \mathbb{N}^2 \mid x=n*y, n \in \mathbb{N}\}$. Assim temos que :

A relação é reflexiva, pois seja $x \in \mathbb{N}$, temos $x=n*x$, com $n=1$.

A relação não é simétrica, pois dando um contra exemplo, 15 é divisível por 5, mas 5 não é divisível por 15.

A relação é transitiva, pois seja $x,y,z \in \mathbb{N}$, se $x=n*y$ e $y=m*z$ com $n,m \in \mathbb{N}$, então $x=n*(m*z) \Leftrightarrow x=(n*m)*z$, com $n*m \in \mathbb{N}$.

33. Diga que propriedades, dentre reflexividade, simetria e transitividade, tem a relação: $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x - y \text{ é um inteiro}\}$.

A relação é reflexiva, pois para $x \in \mathbb{N}$, temos $x-x=0$, $0 \in \mathbb{N}$

A relação não é simétrica, pois dando um contra exemplo, $15-5=10$, $10 \in \mathbb{N}$, mas $5-15=-10$, $-10 \notin \mathbb{N}$.

A relação é transitiva, pois seja $x,y,z \in \mathbb{N}$, se $x-y=n$ e $y-z=m$, com $n,m \in \mathbb{N}$, então $x-y=n \Leftrightarrow x-(m+z)=n \Leftrightarrow x-z=m+n$, com $n+m \in \mathbb{N}$.

Arquivo Fonte : <https://github.com/reicavera/LFA>