

Carátula de Examen Final

EXAMEN FINAL

INTEGRACIÓN DE LA CALIFICACIÓN

		Calificación	%	Calificación Final
EXAMEN FINAL DE:	Examen Parcial		40	
	Cálculo Diferencial	Examen Final	50	
	Nombre de la materia	Act. Aprendizaje	10	
			100	

Nombre del alumno:

Grupo: TG01S Fecha: 20-abr-2017

Nombre del profesor: M. en C. Reinaldo Arturo Zapata Peña

AUTORIZÓ

Instrucciones:

1. Lee con atención todo el examen antes de resolverlo. Escribe todos los datos que se solicitan con tinta negra o azul. Solo hay una respuesta correcta por reactivo. No uses corrector, evita tachaduras, sobreponer letras y/o números; de lo contrario se anulará el reactivo.
2. El examen es un documento institucional por lo tanto no debes rayar, dibujar o realizar cualquier otro escrito ajeno a los contenidos del examen o que por instrucción no se te hayan solicitado; de lo contrario se ANULARÁ el examen
3. No se permite hablar, voltear o pedir algún material a compañeros y/o profesor durante el examen. No sacar celular, audífonos o cualquier aparato ajeno al examen; de no cumplir con lo especificado se ANULARÁ el examen.
4. Si se sorprende a un alumno (os) copiando bajo cualquier forma o medio se ANULA el examen
5. Los exámenes resueltos con lápiz no tienen derecho a revisión o aclaraciones.
6. Es importante anotar TODOS LOS PASOS o PROCEDIMIENTOS en todos los problemas y que estos sean lógicos y entendibles, no hacerlo anula la respuesta, aún si esta es correcta, se deberá remarcar el resultado con tinta negra o azul.

LA ANULACIÓN DE EXAMEN EQUIVALE A CERO DE CALIFICACIÓN.

Instrucciones:

- 1) Lea atentamente las indicaciones y conteste según le sea indicado.
- 2) Utilice el material permitido para contestar sus respuestas.
- 3) Escriba su nombre completo en cada hoja en la parte superior derecha.
- 4) Guarde silencio, orden y respeto antes, durante y después del examen.
- 5) Sólo usar lápiz, borrador y/o bolígrafo para contestar el examen y escriba sus respuestas con bolígrafo.

1 Teoría

1. Explique matemáticamente qué es una función par e impar. **6 puntos.**
2. Haciendo uso de la figura 1, haga un bosquejo de las funciones $f(x) = \cos(2x)$ y $g(x) = 2\sin(x)$ para el intervalo $0 \leq x \leq 2\pi$. Identifica cada una de ellas etiquetándolas. **6 puntos.**
3. Explique con sus palabras que interpretación geométrica y matemática tiene la derivada de una función. **6 puntos.**
4. Si para una recta tangencial a una función $f(x)$ se conoce el punto $(a, f(a))$ y la pendiente de la recta tangente m_{\tan} , escriba el procedimiento para encontrar la recta perpendicular a la función en dicho punto. **6 puntos.**
5. Explique con sus palabras que establece el teorema de l'Hôpital y las situaciones en las que se puede utilizar. **6 puntos.**

2 Problemas

1. Sea la función $f(x) = 2x^2 - 3x + 8$ encuentre las rectas tangente y perpendicular a dicha función en el punto $x = 4$. Determine para ambos casos si la recta forma un ángulo mayor o menor a 90° respecto al eje de las x midiendo en sentido contrario a las manecillas del reloj. **9 puntos.**
2. Dadas las siguientes funciones, **9 puntos.**

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2}, \quad (1)$$

$$g(x) = \frac{\sin^2(x)}{x^2 - 25}, \quad (2)$$

encuentre los puntos para los cuales estas funciones son indeterminadas.

3. Utilizando las funciones del inciso anterior, determine si existe el límite para la Ec. (1) cuando $x \rightarrow 2$ y el límite para la Ec. (2) cuando $x \rightarrow 5$. **9 puntos.**

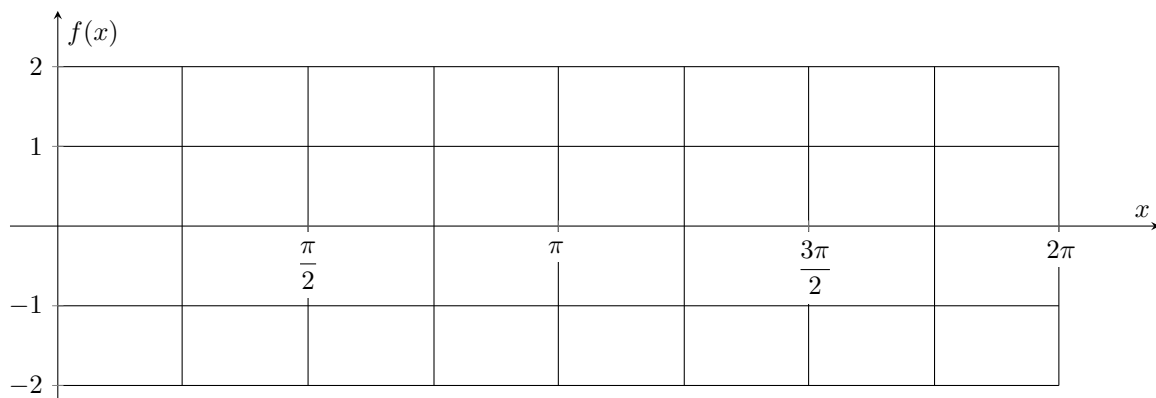


Figure 1: espacio para graficar funciones.

4. Utilizando la regla de l'Hôpital, determine el límite de las siguientes funciones

9 puntos.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(x)}{x^2} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x)}{e^x} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{x} \quad (5)$$

5. Usando la regla de la cadena y las reglas de derivación encuentre la derivada de las siguientes funciones.

9 puntos.

$$f(x) = \tan(x) \quad (6) \quad i(x) = 3x^5 \cos(2x) \quad (9)$$

$$g(x) = \ln(x^2)e^{2x^3} \quad (7) \quad j(x) = \sin^3(2x^2) \quad (10)$$

$$h(x) = \frac{\sin(2x)}{e^x} \quad (8) \quad k(x) = \frac{1}{e^{2x^5}} \quad (11)$$

6. Si la posición de un sistema en movimiento está dada por la función

8 puntos.

$$x(t) = 5t^2 - 6t + 8 \quad (12)$$

determine la velocidad y la aceleración de la partícula en función del tiempo.

7. Encuentre la tercera derivada de la Ec. (11).

9 puntos.

RESPUESTAS

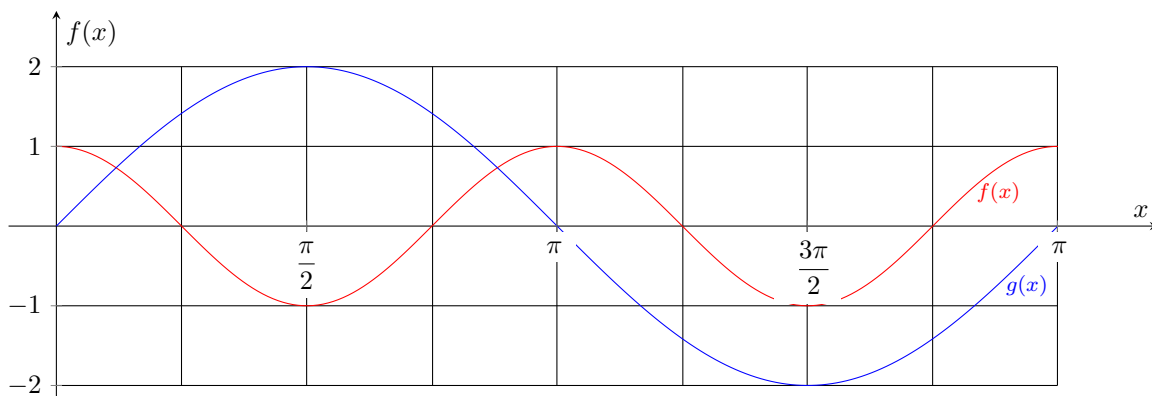
1 Teoría

1. Función par: $f(-x) = f(x)$. Función impar: $f(-x) = -f(x)$.

6 puntos.

2. Gráfica: $f(x) = \cos(2x)$; $g(x) = 2\sin(x)$.

6 puntos.



3. La derivada de una función evaluada en un punto a da como resultado la pendiente de la recta tangente a la curva de la función en ese mismo punto. La derivada de una función respecto a una de sus variables puede ser interpretada como la razón de cambio de la función respecto a dicha variable. **6 puntos.**

4. La recta perpendicular está dada por la ecuación

6 puntos.

$$m_{\perp} = -\frac{1}{m_{\text{tan}}}$$

$$y - f(a) = m_{\perp}(x - a)$$

5. La regla o teorema de l'Hôpital establece que el límite del cociente de dos funciones $f(x)$ y $g(x)$ cuando x tiende a un valor dado a , se puede obtener mediante **6 puntos.**

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

siempre y cuando se cumpla uno de los siguientes criterios

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0}$$

2 Problemas

1. Ecuación de la recta tangente:

9 puntos.

$$\begin{aligned}P(x, y) &= (4, f(4)) = (4, 28) \\m_{\text{tan}} &= f'(4) = 13 \\y - 28 &= 13(x - 4) \\y &= 13x - 24\end{aligned}$$

Ecuación de la recta perpendicular:

$$\begin{aligned}P(x, y) &= (4, f(4)) = (4, 28) \\m_{\perp} &= -\frac{1}{f'(4)} = -\frac{1}{13} \\y - 28 &= -\frac{1}{13}(x - 4) \\y &= -\frac{x}{13} + \frac{368}{13}\end{aligned}$$

2. Puntos de indeterminación:

9 puntos.

Para la Eq. (1): $x = 2$
Para la Eq. (2): $x = \pm 5$

3. Límites:

9 puntos.

Para la Eq. (1): $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$
Para la Eq. (2): No existe el límite.

4. Regla de l'Hôpital:

9 puntos.

Para la Eq. (3): $\lim = \frac{1}{2}$
Para la Eq. (4): $\lim = 0$
Para la Eq. (5): $\lim = -1$

5. Derivadas:

9 puntos.

$$\begin{aligned}f'(x) &= \frac{1}{\cos^2(x)} = \csc^2(x) \\g'(x) &= \ln(x^2)e^{2x^3}(6x) + \frac{e^{2x^3}}{x^2}(2x) \\&= 6x \ln(x^2)e^{2x^3} + \frac{2e^{2x^3}}{x^2} \\h'(x) &= -\sin(2x)e^{-x} + 2e^{-x} \cos(2x) \\i'(x) &= 15x^4 \cos(2x) - 6x^5 \sin(2x) \\j'(x) &= 12x \sin^2(2x^2) \cos(2x^2) \\k'(x) &= -10x^4 e^{-2x^5}\end{aligned}$$

6. Velocidad y aceleración:

8 puntos.

$$\begin{aligned}v(t) &= \frac{dx}{dt} = 10t - 6 \\a(t) &= \frac{d^2x}{dt^2} = 10\end{aligned}$$

7. Tercera derivada

9 puntos.

$$\begin{aligned}k''(x) &= 100x^4 e^{2x^5} - 40x^3 e^{2x^5} \\k'''(x) &= -1000x^4 e^{2x^5} + 400x^7 e^{2x^5} + 400x^3 e^{2x^5} - 120x^2 e^{2x^5} \\&= (-1000x^4 + 400x^7 + 400x^3 - 120x^2)e^{2x^5}\end{aligned}$$