EXAMEN BIMESTRAL

s s -+

EXAMEN BIMESTRAL

EXAMEN BIMESTRAL DE: Cálculo Diferencial
Nombre de la materia

Autorizó

Nombre del Alumno: ______________________

Grupo: __________ **Fecha:** __________

Nombre del profesor: M. en C. Reinaldo Arturo Zapata Peña

Instrucciones

1. **Lee con atención todo el examen antes de resolverlo. Escribe todos los datos que se solicitan con tinta negra o azul. Solo hay una respuesta correcta por reactivo. No uses corrector, evita tachaduras, sobreponer letras y/o números; de lo contrario se anulará el reactivo.**
2. **El examen es un documento institucional por lo tanto no debes rayar, dibujar o realizar cualquier otro escrito ajeno a los contenidos del examen o que por instrucción no se te hayan solicitado; de lo contrario se ANULARA el examen.**
3. **No se permite hablar, voltear o pedir algún material a compaeros y/o profesor durante el examen. No sacar celular, audífonos o cualquier aparato ajeno al examen; de no cumplir con lo especificado se ANULARá el examen.**
4. **Si se sorprende a un alumno (os) copiando bajo cualquier forma o medio se ANULA el examen.**
5. **Los exámenes resueltos con lápiz no tienen derecho a revisión o aclaraciones.**
6. **Es importante anotar TODOS LOS PASOS o PROCEDIMIENTOS en todos los problemas y que estos sean lógicos y entendibles, no hacerlo anula la respuesta, aún si esta es correcta, se deberá remarcar el resultado con tinta negra o azul.**

LA ANULACIÓN DE EXAMEN EQUIVALE A CERO DE CALIFICACIÓN.

Teoría

1. Explique con sus palabras que es una función, cual es la variable dependiente y cual es la variable independiente. **8 puntos.**
2. Explique qué es una función par e impar. **8 puntos.**
3. Haciendo uso de la fugura 1, haga un bosquejo de las funciones $f(x) = \cos(x)$ y $g(x) = \sin(x)$ para el intervalo $0 \leq x \leq 2\pi$. Identifica cada una de ellas etiquetándolas. **9 puntos.**

4. Complete los siguiente teoremas sobre límites: **9 puntos.**

Sean $f(x)$ y $g(x)$ dos funciones definidas y con límites L_1 y L_2 en el punto $x = a$ de tal manera que

$$\lim_{x \to a} f(x) = L_1, \qquad \lim_{x \to a} g(x) = L_2,$$

entonces

$$\lim_{x \to a} [f(x) + g(x)] = \tag{1}$$

$$\lim_{x \to a} [f(x) \cdot g(x)] = \tag{2}$$

$$\lim_{x \to a} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \qquad \forall \quad L_2 \neq \tag{3}$$

5. Explique con sus palabras que interpretación geométrica tiene la derivada de una función. **8 puntos.**

6. Escriba la ecuación de la recta y explique cada uno de sus elementos. **8 puntos.**

Problemas

1. Haciendo uso de la figura 1 trace la gráfia de la función $f(x) = 2\sin(3x)$ para el intervalo $0 \leq x \leq 2\pi$. **8 puntos.**

2. Utilizando la definición de límite para la derivada de una función, **8 puntos.**

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to a} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x},$$

calcule la derivada de $f(x) = 3x^2 - 6x + 2$.

3. Determine la ecuación de la recta que pasa por el punto (-1,2) y que tiene pendiente $m = 3$. El ángulo que forma esta recta con el eje de las x ¿es mayor o menor qeu 45°? ¿Es mayor o menor qeu 90°? **8 puntos.**

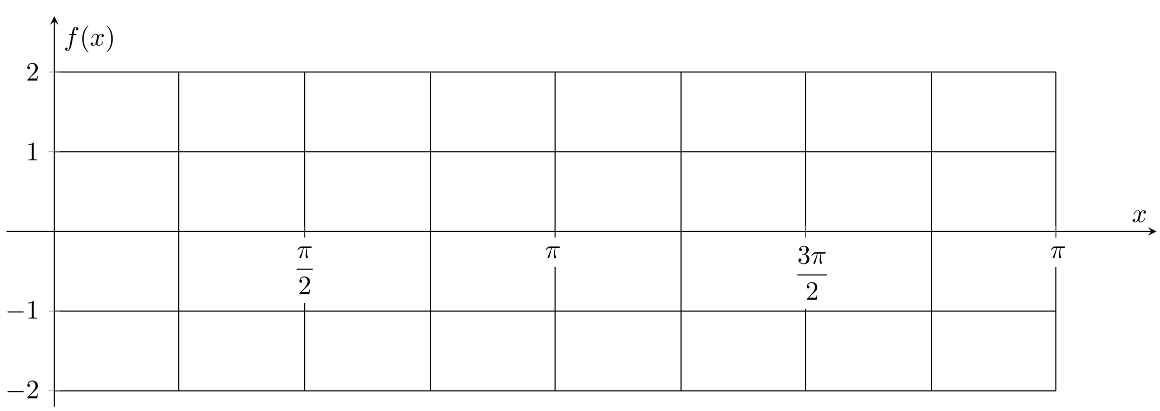


Figura 1: especio para graficar funciones.

4. Determine la ecuación de la recta que pasa por los puntos (4,5) y (2,3). **8 puntos.**

5. Dadas las siguientes funcines, **9 puntos.**

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{x + 5}, \tag{1}$$

$$g(x) = \frac{\sin^2(x)}{x^2 - 25}, \tag{2}$$

   encuentre los puntos para los cuales estas funciones son indeterminadas.

6. Determine

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x)}{x},$$

   calculando el límite por la izquierda (0^-) derecha (0^+)

7. Calcule la derivada de las siguientes funciones: **9 puntos.**

$$f(x) = 8x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 3x + 6, \tag{1}$$

$$g(x) = 3x^2 \cos(x), \tag{2}$$

$$h(x) = \frac{\sin(x)}{2x^2}, \tag{3}$$

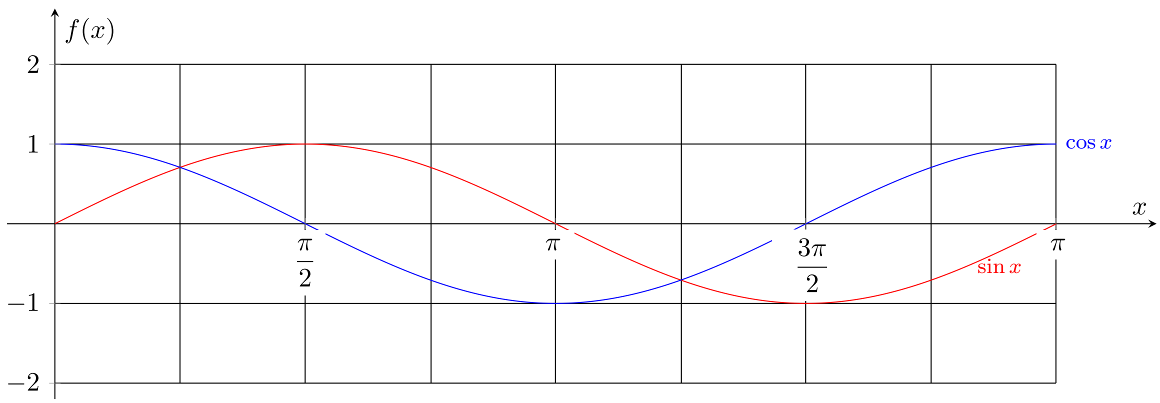
Respuestas

Teoría

1. Es una relación entre un conjunto dado x, llamado dominio, y otro conjunto de elementos y, llamado codominio, de forma que a cada elemento del dominio le corresponde un único elemento del codominio. La variable dependiente, generalmente x, es aquella a la que puede adquirir cualquier valor que se encuentra en el dominio y la variable dependiente, generalmente y, es aquella que adquiere valores en el contradominio y depende de que valor se le haya asignado a la variable independiente.

2. Función par: $f(-x) = f(x)$. Función impar: $f(-x) = -f(x)$.

3. Gráfica: $f(x) = \sin(x)$; $g(x) = \cos(x)$.



4. Teoremas:

$$\lim_{x\to a}[f(x) + g(x)] = L_1 + L_2 \tag{1}$$

$$\lim_{x\to a}[f(x) \cdot g(x)] = L_1 \cdot L_2 \tag{2}$$

$$\lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{L_1}{L_2} \qquad \forall \quad L_2 \neq 0 \tag{3}$$

5. La derivada de una función evaluada en un punto nos proporciona el valor de la pendiente de la recta tangente a la función en dicho punto.

6. Ecuación: $y = mx + b$

   y: variable dependiente,

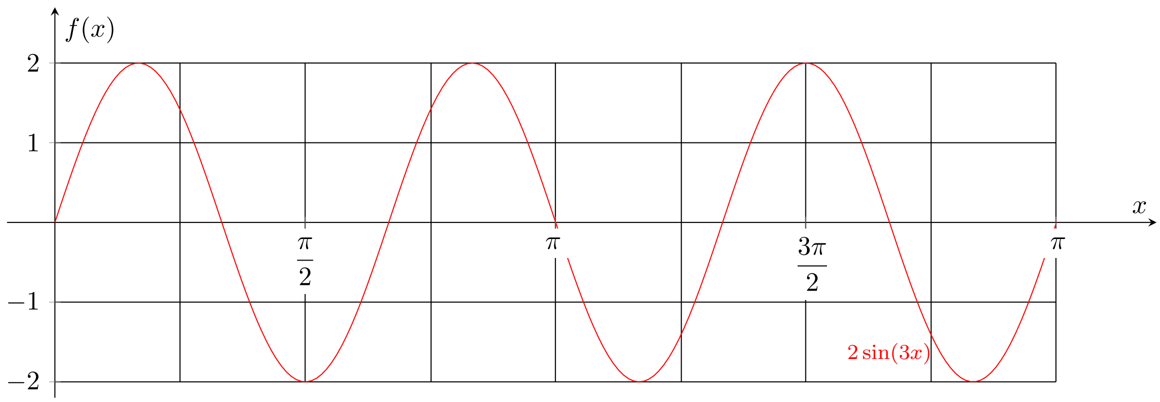
   x: variable independiente,

   m: pendiente,

   b: ordenada al origen o instersección de la recta con el eje y.

Problemas

1. Gráfica: $2\sin(3x)$.



2. $f(x) = 3x^2 - 6x + 2$

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= \lim_{\Delta x \to a} \frac{3(x+\Delta x)^2 - 6(x+\Delta x) + 2 - 3x^2 + 6x - 2}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x \to a} \frac{3(x^2 + 2x\Delta x + \Delta x^2) - 6(x+\Delta x) + 2 - 3x^2 + 6x - 2}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x \to a} \frac{6x\Delta x + 3\Delta x^2 - 6\Delta x}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x \to a} 6x + 3\Delta x - 6 \\
&= 6x - 6.
\end{aligned}
$$

3. Ecuación de la recta:

$$
\begin{aligned}
y - y_1 &= m(x - x_1) \\
y - 2 &= 3(x - (-1)) \\
y &= 3x + 3 + 2 \\
y &= 3x + 5
\end{aligned}
$$

   El ángulo que forma respecto al eje x es mayor a 45° y menor que 90°.

4. Ecuación d la recta:

$$
m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-5}{2-4} = \frac{-2}{-2} = 1
$$

$$
\begin{aligned}
y - y_1 &= m(x - x_1) \\
y - 5 &= (1)(x - 4) \\
y &= x - 4 + 5 \\
y &= x + 1
\end{aligned}
$$

5. Indeterminaciones:

$$\begin{aligned} x + 5 &= 0 \\ x &= -5 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 25 &= 0 \\ x &= \sqrt{25} \\ x &= \pm 5 \end{aligned} \tag{2}$$

6. Límite:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1,$$

7. Derivadas:

$$f'(x) = 32x^3 - 18x^2 + 24x - 3, \tag{1}$$

$$g'(x) = -3x^2 \sin(x) + 6x \cos(x), \tag{2}$$

$$h'(x) = \frac{\cos(x)}{2x^2} - \frac{\sin(x)}{x^3}, \tag{3}$$