INSTITUTO FEDERAL DE MINAS GERAIS

Bacharelado em Ciência da Computação

Disciplina: Matemática Discreta

Trabalho Prático

Prof. Diego Mello da Silva

Formiga-MG
19 de novembro de 2025

Sumário

1 Informações Gerais

Este documento descreve a especificação do Trabalho Prático da disciplina Matemática Discreta e deve ser seguido para contemplar os itens considerados na avaliação por parte do professor da disciplina. O trabalho deve ser feito em grupo de até 04 (quatro) alunos, sem exceção, e tem o valor de 20 pontos. O trabalho deverá ser implementado em linguagem C, e entregue em formato `.zip` até a data e hora limite determinados na plataforma Google Classroom.

O documento é organizado como segue. Na Seção 2 será apresentado o problema que este trabalho prático pretende resolver; na Seção 3 serão apresentados os requisitos de *software* que, se implementados, permitirão resolver o problema proposto; na Seção 4 serão apresentados os critérios de avaliação do trabalho e respectiva pontuação; na seção 5 serão abordadas algumas considerações importantes sobre o trabalho em equipe e código de conduta.

2 O problema

O presente documento especifica um *software* capaz de processar um arquivo de entrada que especifica um relação R sobre o produto cartesiano $A \times A$, onde A é um conjunto formado por números inteiros na faixa $1, \ldots, N$, com N informado por arquivo via linha de comando. A aplicação deverá carregar o arquivo em memória, armazenando seu conteúdo em uma estrutura de dados do tipo matriz para representar os pares ordenados da relação e permitir que operações sejam realizadas sobre a estrutura. Dentre as operações a serem realizadas estão a verificação das propriedades da relação (reflexiva, simétrica e transitiva), e cálculo do fecho correspondente caso a relação R não possua uma das propriedades em questão.

Uma relação R em um conjunto A é chamada de ***reflexiva*** se $(x, x) \in R$ para todo elemento $x \in A$, ou seja, $\forall x \in A\big((x, x) \in R\big)$. Em outras palavras, R é reflexiva se contiver todos os pares do tipo (x, x), onde x é elemento do domínio A. Uma relação R em um conjunto A é chamada de ***simétrica*** se $(y, x) \in R$ sempre que $(x, y) \in R$, ou seja, $\forall x \forall y \ \big((x, y) \in R \rightarrow (y, x) \in R\big)$. Novamente, uma relação será simétrica desde que, para cada par ordenado (x, y) existente em R também exista o par ordenado (y, x) correspondente. Por fim, uma relação é ***transitiva*** se, sempre que o par $(x, y) \in R$ e $(y, z) \in R$, então $(x, z) \in R$ para todo $x, y, z \in A$.

Quando ao fecho de uma relação, este consiste em um conjunto que contém os pares da relação original adicionados de novos pares acrescentados até que se obtenha a propriedade P à qual o fecho se refere. Sob o ponto de vista mais formal, seja A um conjunto, R uma relação binária em A e P uma das três propriedades comentadas acima. O ***fecho*** de R é uma relação binária R^* em A que possui a propriedade P e satisfaz três condições, a saber: R^* tem a propriedade P; $R \subseteq R^*$; e S é uma relação qualquer que contém R e satisfaz P, então $R^* \subseteq S$. Em outras palavras, o fecho de uma propriedade P sobre R é o menor conjunto de pares que contêm os pares de R e acrescentam novos para atingir P.

A próxima seção apresentará a especificação técnica da aplicação classificador proposto neste trabalho prático, destacando os requisitos que ele deverá cumprir para completar o trabalho prático.

3 Especificação

Esta seção apresenta uma especificação técnica de elementos que devem ser implementados pelo grupo para atender à aplicação de cálculo de fecho especificado neste trabalho. A aplicação deverá ser escrita em linguagem `C` usando o compilador `gcc` disponível em distribuições Linux Ubuntu – sistema operacional em que a aplicação será compilada via linha de comando, executada e corrigida.

A aplicação será do tipo console (linha de comando), sendo que toda a entrada e saída de dados ocorrerá mediante uso de teclado e monitor. Na entrada, espera-se apenas um único arquivo contendo as funções desenvolvidas para implementar os requisitos funcionais dados no texto.

O código-fonte da aplicação será compilado no ambiente operacional Linux, distribuição Ubuntu. Certifique-se que o seu código-fonte é compatível com tal ambiente. Terão nota zero trabalhos cujo código-fonte (i) não compilar no ambiente especificado; (ii) compilar, mas apresentar erros de gerenciamento de memória que levem a um *segmentation fault*; (iii) tenha sido copiado de outros grupos (neste caso, todos os envolvidos levam nota zero); (iv) que tenham sido fruto de código gerado com uso de LLMs (GPT, Gemini, Claude, Perplexity, DeepSeek e afins) já que o trabalho tem detalhes suficientes para ser desenvolvido pelos membros do grupo; (v) que não responderem de maneira satisfatória a arguição do professor e, obviamente, (vi) que não resolvam o problema proposto, gerando resultados errados.

Toda a implementação deverá ser entregue em um único arquivo de código em linguagem C de nome `check-closure.c`. **O código-fonte deverá possuir um cabeçalho em comentários contendo os nomes e matrículas dos integrantes do grupo.** O trabalho deverá ser enviado ao professor até a data limite em um único arquivo compactado contendo o código-fonte da aplicação e outros arquivos que sejam requeridos na especificação do trabalho como, por exemplo, instâncias do problema, arquivos READ.ME com instruções de compilação, etc. As próximas subseções detalham cada requisito da aplicação. Não enviar arquivos de projeto de IDEs usadas em outras disciplinas - o código deve ser autocontido e suficiente para rodar após a compilação na mão, usando o comando dado a seguir:

```
$ gcc -lm check-closure.c -o check-closure.bin
```

Para capturar os parâmetros de linha de comando, deve-se utilizar o seguinte protótipo para a função `main()`, dado a seguir. Nele, `int argc` conta o total de argumentos informados via linha de comando, incluindo o nome da própria aplicação. Já `char** argv` é um vetor que contém, em cada posição, a *string* correspondente ao argumento informado. É importante destacar que o próprio nome da aplicação é contabilizada no vetor `argv`. Por exemplo, seja o comando `./check-closure.bin relacao01.txt fecho01.txt`. Ao consultar os valores em `argv`, teremos em `argv[0]` a string `check-closure.bin`, em `argv[1]` a string `relacao01.txt` e, em `argv[2]`, a string `fecho01.txt`. Um possível protótipo para a função `main()` é dado a seguir. Ele contém o essencial, sendo que ajustes devem ser feitos pelo grupo para adequá-lo à aplicação.

```
#include <stdlib.h>
#include <stdio.h>

int main(int argc, char **argv)
{
    char* StrEntrada;
    char* StrSaida;

    /* Testa se a quantidade de parâmetros informada esta correta */]
    if(argc != 3)
    {
        print("\nErro de Sintaxe\n);
        print("Usar: ./check-closure.bin <entrada> <saida>\n\n");
        exit(1);
    }

    /* Obtem os parametros informados */
    StrEntrada = argv[1];
    StrSaida   = argv[2];

    /* Restante do código  */

    ....

    /* Encerra a aplicacao */
    exit(0);
}
```

3.1 Req. 01 - Entrada de Dados

A entrada de dados para a aplicação que calcula fechos deve ser feita por meio de arquivo informado via linha de comando. Um argumento de linha de comando é qualquer string informada quando se invoca uma aplicação via terminal. No caso específico deste trabalho, os argumentos de linha de comando que devem ser informados são os seguintes:

```
$ ./check-closure.bin <arquivo-entrada> <preâmbulo-saída>
```

sendo que:

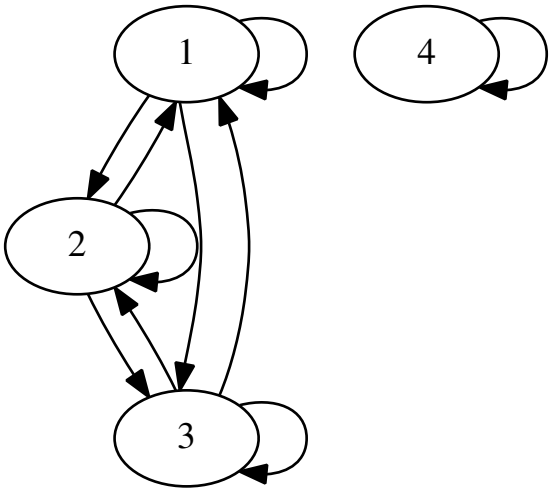
- `arquivo-entrada`: nome do arquivo de entrada, no formato ASCII texto plano, contendo a descrição da relação e seus pares;
- `preâmbulo-saída`: nome do arquivo de saída, em formato ASCII texto plano, contendo comandos da linguagem DOT capazes de descrever o dígrafo do fecho correspondente destacando os arcos originais e acrescentados no cálculo do fecho, para cada tipo de relação. Maiores detalhes na seção correspondente ao requisito de saída.

O conteúdo do arquivo de saída será melhor detalhado adiante, no requisito correspondente. Já o conteúdo do arquivo de entrada é descrito a seguir. Ele contêm informações linha por linha sobre a relação, sempre iniciando com um caracter de controle seguido dos dados correspondentes. Seu conteúdo é descrito pelos seguintes caracteres de controle:

- `n`: inteiro. Indica o total de elementos do conjunto A sobre o qual a relação R é construída. Em outras palavras identifica quantos nós terá o dígrafo da relação R;
- `r`: inteiro inteiro. Indica o par $(x, y) \in R$, ou em outras palavras, que um arco parte do nó x em direção ao nó y no dígrafo correspondente à R.
- `f`: fim de arquivo. Indica que não haverá mais informações sobre R a partir deste ponto no arquivo.

Para exemplificar, seja o arquivo de entrada hipotético descrito abaixo, que descreve uma relação sobre o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$, ou seja, $R \subseteq A \times A$. O conteúdo do arquivo descreve a entrada como sendo um conjunto com 4 elementos (por convenção, o primeiro elemento é o 1), que são vinculados uns aos outros segundo alguma propriedade não descrita no arquivo. Ao todo o arquivo de entrada descreve 10 pares ordenados. O dígrafo correspondente é dado a seguir.

```
n 4
r 1 1
r 3 2
r 2 2
r 1 3
r 4 4
r 3 3
r 2 3
r 2 1
r 3 1
r 1 2
f
```



O grupo deverá pensar em situações problemas que devem ser tratadas na entrada de dados. Caso alguma delas ocorra a aplicação deverá ser abortada, exibindo uma mensagem de erro para o usuário no terminal. A entrada de dados deverá ser implementada em uma função auxiliar que percorrerá o arquivo lendo seu conteúdo.

3.2 Req. 02 - Estrutura de Dados Matriz

Neste requisito pede-se que o aplicativo guarde em memória os pares contidos na relação R descrita no arquivo de entrada em memória.

Para tal sugere-se usar uma estrutura de dados do tipo matricial, contendo valores booleanos que representam se dois elementos quaisquer da matriz estão ou

não relacionados segundo R. A interpretação e gravação dos dados deverá seguir a convenção de que as linhas quando percorridas referem-se aos elementos x do par ordenado $(x, y) \in R$, e que as colunas quando percorridas referem-se aos elementos y do mesmo par ordenado. Os elementos das linhas e colunas devem ser rotulados de forma sequencial, partindo de 1 até n. Para exemplificar, a relação

$$R = \Big\{(1,1),(3,2),(2,2),(1,3),(4,4),(3,3),(2,3),(2,1),(3,1),(1,2)\Big\}$$

seria representada matricialmente por

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.3 Req. 03 - Check Propriedade Reflexiva

Neste requisito o grupo deve implementar um algoritmo capaz de verificar se a relação R representada em matriz possui a propriedade reflexiva. Caso a relação não seja identificada com esta propriedade, então deve-se invocar o algoritmo que irá computar o fecho reflexivo e persistir o resultado em arquivo, no formato DOT. Mais detalhes na seção 3.6.

3.4 Req. 04 - Check Propriedade Simétrica

Neste requisito o grupo deve implementar um algoritmo capaz de verificar se a relação R representada em matriz possui a propriedade simétrica, isto é, se para cada arco $(x, y) \in R$ existe também o arco (y, x) na mesma relação. Caso a relação não seja identificada com esta propriedade, então deve-se invocar o algoritmo que irá computar o fecho simétrico e persistir o resultado em arquivo, no formato DOT. Mais detalhes na seção 3.7.

3.5 Req. 05 - Check Propriedade Transitiva

Neste requisito o grupo deve implementar um algoritmo capaz de verificar se a relação R representada em matriz possui a propriedade transitiva, isto é, para cada arco $(x, y) \in R$ onde existe um outro arco (y, z) que parte de y, então deve haver um 'atalho' direto entre x e z para que a relação seja transitiva. Caso a relação não seja identificada com esta propriedade, então deve-se invocar o algoritmo que irá computar o fecho transitivo e persistir o resultado em arquivo, no formato DOT. Mais detalhes na seção 3.8.

3.6 Req. 06 - Fecho Propriedade Reflexiva

Neste requisito o grupo deverá encontrar o fecho reflexivo de uma relação R informada que não possua essa propriedade. O grupo deverá projetar e implementar um algoritmo capaz de identificar os novos arcos a adicionar na relação tal que R torne-se reflexiva. Estes novos arcos deverão ser destacados em vermelho no arquivo .DOT a ser construído como saída, no formato dado pelo requisito da seção

3.9. Neste caso, o nome do arquivo de saída deverá ser montado pela concatenação do preâmbulo informado por linha de comando seguido da substring `'-ref.dot'`. Exemplo: se o preâmbulo é `fecho-relacao01`, logo arquivo de saída deverá ser `fecho-relacao01-ref.dot`.

3.7 Req. 07 - Fecho Propriedade Simétrica

Neste requisito o grupo deverá encontrar o fecho simétrico de uma relação R informada que não possua essa propriedade. O grupo deverá projetar e implementar um algoritmo capaz de identificar os novos arcos a adicionar na relação tal que R torne-se simétrica. Estes novos arcos deverão ser destacados em vermelho no arquivo .DOT a ser construído como saída, no formato dado pelo requisito da seção 3.9. Neste caso, o nome do arquivo de saída deverá ser montado pela concatenação do preâmbulo informado por linha de comando seguido da substring `'-sim.dot'`. Exemplo: se o preâmbulo é `fecho-relacao01`, logo arquivo de saída deverá ser `fecho-relacao01-sim.dot`.

3.8 Req. 08 - Fecho Propriedade Transitiva

http://www.graphviz.org/Documentation/dotguide.pdf Neste requisito o grupo deverá encontrar o fecho transitivo de uma relação R informada que não possua essa propriedade. O grupo deverá projetar e implementar um algoritmo capaz de identificar os novos arcos a adicionar na relação tal que R torne-se transitiva. Estes novos arcos deverão ser destacados em vermelho no arquivo .DOT a ser construído como saída, no formato dado pelo requisito da seção 3.9. Neste caso, o nome do arquivo de saída deverá ser montado pela concatenação do preâmbulo informado por linha de comando seguido da substring `'-tra.dot'`. Exemplo: se o preâmbulo é `fecho-relacao01`, logo arquivo de saída deverá ser `fecho-relacao01-tra.dot`.

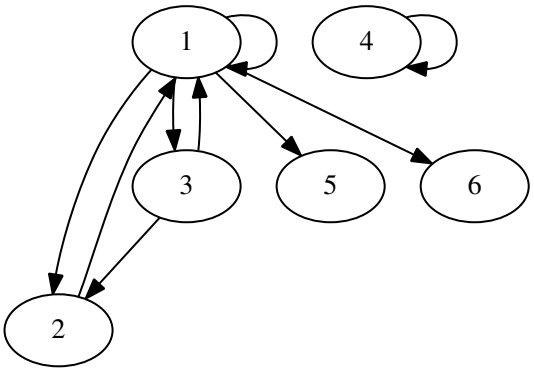
3.9 Req. 09 - Saída de Dados

Neste requisito o grupo deverá implementar a saída de dados sob a forma de arquivo de saída. Para cada propriedade que a relação R informada não possuir deve-se criar uma arquivo contendo seu fecho, conforme os requisitos contidos nas seções 3.6, 3.7 e 3.8.

Os arquivos devem ser construídos em formato texto plano, ASCII, contendo comandos da linguagem .DOT que descreve grafos. Para maiores detalhes sobre a sintaxe desta linguagem consultar o artigo '*Drawing graphs with dot*', disponível em http://www.graphviz.org/Documentation/dotguide.pdf, além de outros materiais de interesse.

Para exemplificar, seja a relação R descrita pelo seguinte arquivo de entrada:

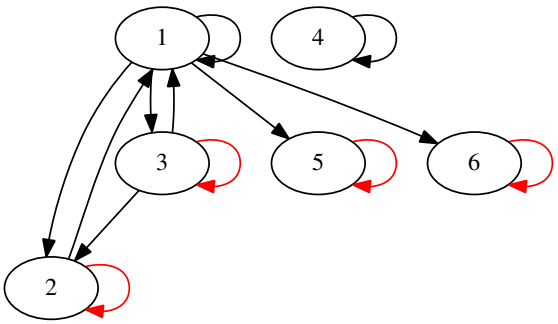
```
n 6
r 1 1
r 3 2
r 1 3
r 4 4
r 2 1
r 3 1
r 1 2
r 1 6
r 1 5
f
```



Como pode ser visto, o grafo não possui nenhuma das três propriedades. Logo a aplicação deverá criar três arquivos de saída, conforme os requisitos expostos acima, cada qual contendo a descrição do grafo da relação R com novos arcos (isto é, o fecho de cada propriedade). Desta forma espera-se como saída arquivos no formato .DOT que destacam os novos arcos. Vamos exemplificar a saída usando o mesmo grafo de entrada, com três arquivos de saída hipotéticos que devem servir de modelo para a construção da saída. Observem o arco em destaque.

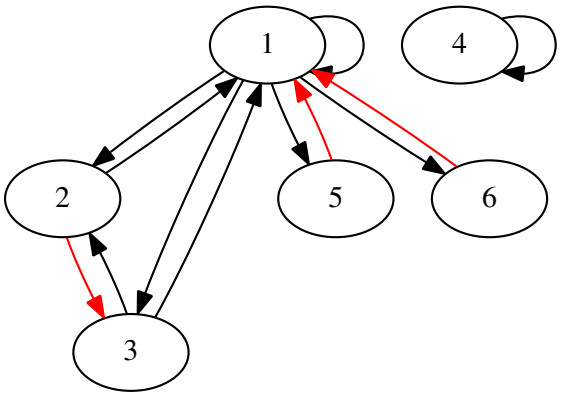
Fecho reflexivo:

```
digraph fecho
{
    1;
    2;
    3;
    4;
    5;
    6;
    1 -> 1;
    3 -> 2;
    1 -> 3;
    4 -> 4;
    2 -> 1;
    3 -> 1;
    1 -> 2;
    1 -> 6;
    1 -> 5;
    2 -> 2 [color=red];
    3 -> 3 [color=red];
    5 -> 5 [color=red];
    6 -> 6 [color=red];
}
```



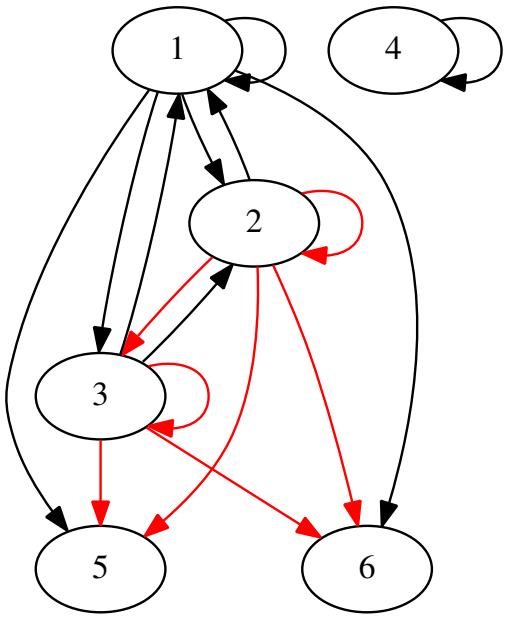
Fecho simétrico:

```
digraph fecho
{
    1;
    2;
    3;
    4;
    5;
    6;
    1 -> 1;
    3 -> 2;
    1 -> 3;
    4 -> 4;
    2 -> 1;
    3 -> 1;
    1 -> 2;
    1 -> 6;
    1 -> 5;
    2 -> 3 [color=red];
    5 -> 1 [color=red];
    6 -> 1 [color=red];
}
```



Fecho transitivo:

```
digraph fecho
{
    1;
    2;
    3;
    4;
    5;
    6;
    1 -> 1;
    3 -> 2;
    1 -> 3;
    4 -> 4;
    2 -> 1;
    3 -> 1;
    1 -> 2;
    1 -> 6;
    1 -> 5;
    2 -> 3 [color=red];
    2 -> 5 [color=red];
    2 -> 6 [color=red];
    3 -> 5 [color=red];
    3 -> 6 [color=red];
    2 -> 2 [color=red];
    3 -> 3 [color=red];
}
```



Uma vez construídos os arquivos de saída, pode-se utilizar o aplicativo GraphViz para gerar imagens a partir da descrição dos grafos. No Linux, uma vez instalado, o aplicativo pode ser invocado por linha de comando usando o seguinte comando

```
user@machine$ dot -Tpdf arquivo.dot -o saida.pdf
```

onde `arquivo.dot` consiste em qualquer arquivo com descrição de grafos no formato .DOT, e `saida.pdf` é o nome do arquivo de saída especificado que conterá a imagem do grafo. Para maiores detalhes sobre o pacote GraphViz e seus comandos, consultar o site http://www.graphviz.org/. Na distribuição Ubuntu, o programa pode ser instalado usando-se `sudo apt-get install graphviz`.

3.10 Req. 10 - Instâncias de Teste

Neste requisito o grupo deverá construir 04 (quatro) arquivos contendo instância de relações que não sejam nem reflexivas, nem simétricas, nem transitivas. **Não é permitido aproveitar arquivos de outros grupos (sob pena de zerar o valor deste requisito caso ocorra)**. Cada arquivo deverá ter relações sobre o conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, com pelo menos 30 (trinta) arcos cada. Os arquivos devem ser compactados junto com o código fonte e submetidos para o email do professor até a data limite.

3.11 Req. 11 - Documentação de Código

A documentação de código é importante em qualquer implementação computacional e será considerada neste trabalho. Pede-se que o arquivo que contem o código fonte possua ao menos (i) cabeçalho inicial, contendo nome do aplicativo, membros do grupo com nome e matrícula, instruções de compilação, ambiente de desenvolvimento, data e objetivo do arquivo; (ii) cabeçalho das funções auxiliares e procedimentos implementados no trabalho; (iii) comentários nos principais trechos de código de cada algoritmo, explicando resumidamente o que está sendo codificado a seguir.

3.12 Req. 12 - Corretude dos Resultados

O requisito mais importante do trabalho é aquele que lida com resultados corretos. Desta forma, este requisito consiste em garantir que os resultados gerados pela aplicação em termos de identificação das propriedades da relação e em termos da geração do fecho correspondentes funcionem corretamente e gerem resultados corretos. O grupo deverá testar intensivamente cada uma das instâncias geradas. Sugere-se validar a aplicação com muitas instâncias além das solicitadas em requisito. O requisito somente será considerado se a aplicação gerar resultados corretos para todas as instâncias de testes usadas pelo professor.

4 Barema de Correção

Conforme mencionado, o trabalho prático tem valor de 20 pontos. A correção seguirá o barema apresentado a seguir, que lista os requisitos do trabalho prático e suas respectivas pontuações.

Requisito	**Pontos**
Req. 01 - Entrada de Dados	0.5
Req. 02 - Estrutura de Dados Matriz	0.5
Req. 03 - Check Propriedade Reflexiva	1.0
Req. 04 - Check Propriedade Simétrica	2.0
Req. 05 - Check Propriedade Transitiva	3.0
Req. 06 - Fecho Propriedade Reflexiva	1.0
Req. 07 - Fecho Propriedade Simétrica	2.0
Req. 08 - Fecho Propriedade Transitiva	3.0
Req. 09 - Saída de Dados	0.5
Req. 10 - Instâncias de Teste	1.0
Req. 11 - Documentação de Código	0.5
Req. 12 - Corretude dos Resultados	5.0
TOTAL	**20.0 ptos**

5 Considerações Finais

O trabalho prático especificado neste documento procura desenvolver habilidades técnicas e interpessoais entre os membros da equipe de maneira saudável. Para tal, é fundamental que o trabalho seja feito de maneira ética e profissional. Desta forma algumas considerações finais devem ser feitas:

- Este é um trabalho de programação, portanto aqueles que possuem dificuldades devem estudar o assunto, procurando livros, tutoriais e outros materiais que complementem sua deficiência em programação por conta própria;

- Trabalhos plagiados ou feitos por terceiros valerão zero, assim como trabalhos com alto grau de similaridade ou gerados por chatbots;

- Todos os membros da equipe deverão participar efetivamente da implementação do trabalho para aumentar suas perícias em matemática e programação, em especial porque todos tem chance de serem arguidos no final.

- Caso o professor julgue necessário poderá fazer uma arguição de um ou mais membros do grupo; Caso o aluno falte na arguição, ele não interfere na nota do grupo que se apresentou, porém, terá sua própria nota zerada.

- Trabalhos entregues fora do prazo serão desconsiderados;

- Dúvidas sobre o trabalho devem ser tiradas com no máximo 01 semana do prazo de entrega.

- Cada grupo deve se responsável por projetar os algoritmos a serem desenvolvidos. Pode-se, contudo, consultar a literatura especializada. Neste caso, indicar no comentário do código qual foi a fonte consultada, entre artigos de conferências, artigos de revistas, e livros apenas.

- No cabeçalho das funções que verificam as propriedades e das que calculam o fecho deve-se comentar qual é a lógica adotada. O professor da disciplina irá considerar essa informação quando estiver analisando o código-fonte submetido, portando a documentação do trabalho é o próprio comentário do código.