A3AEAU11 : Commande des Systèmes Linéaires Continus

TP 3 : Régulation de pression : commande par retour d'état - Observateur

Melik MILI - Nicolas BREIL - Juliette BENDIB

3A FISA AE

Table des matières

I. Présentation du TP :

Le but de ce TP est de modéliser puis de concevoir une commande par retour d'état sur la maquette d'un sèche-cheveux. Via Simulink et une carte périphérique PCIe_6321, il faudra caractériser le comportement du système et créer un observateur qui reconstruira un état du système.

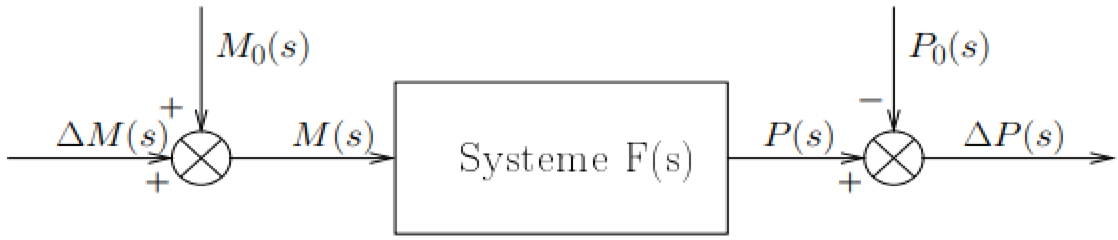

Figure 1: Modèle du système à un point de fonctionnement M

Figure 2 : Module Électromécanique

II. Validité du modèle :

Dans l'énoncé, on nous donne la fonction de transfert censée représenter le système :

$$F(s) = \frac{\Delta P(s)}{\Delta M(s)} = \frac{K}{1 + 0.6323s + 0.1001s^2}$$

Figure 3: Fonction de transfert du système

Pour tester la validité du modèle, on appliquera en entrée un échelon de position V_e avec comme amplitude différents niveau M de fonctionnement : 5% (0.5V) 20% (2V) et 80% (8V).

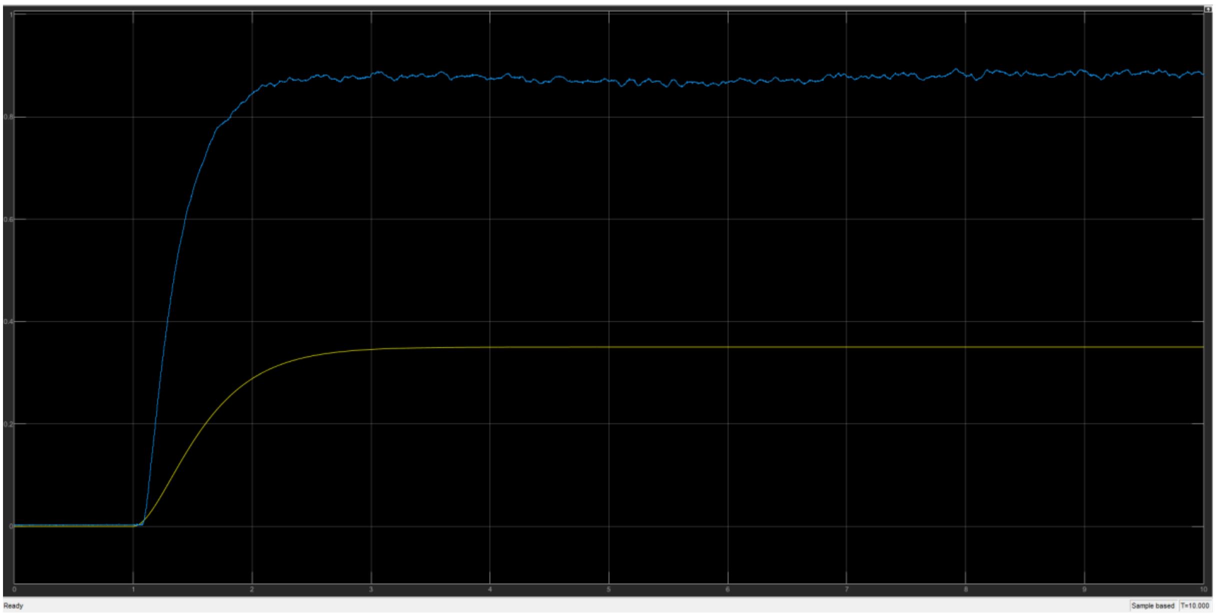

Figure 4 : Modèle simulé (jaune) contre système réel (bleu) à M= 5%

On constate ici une erreur de position assez conséquente. Pour y remédier, on modifie le gain k pour s'approcher du système réel.

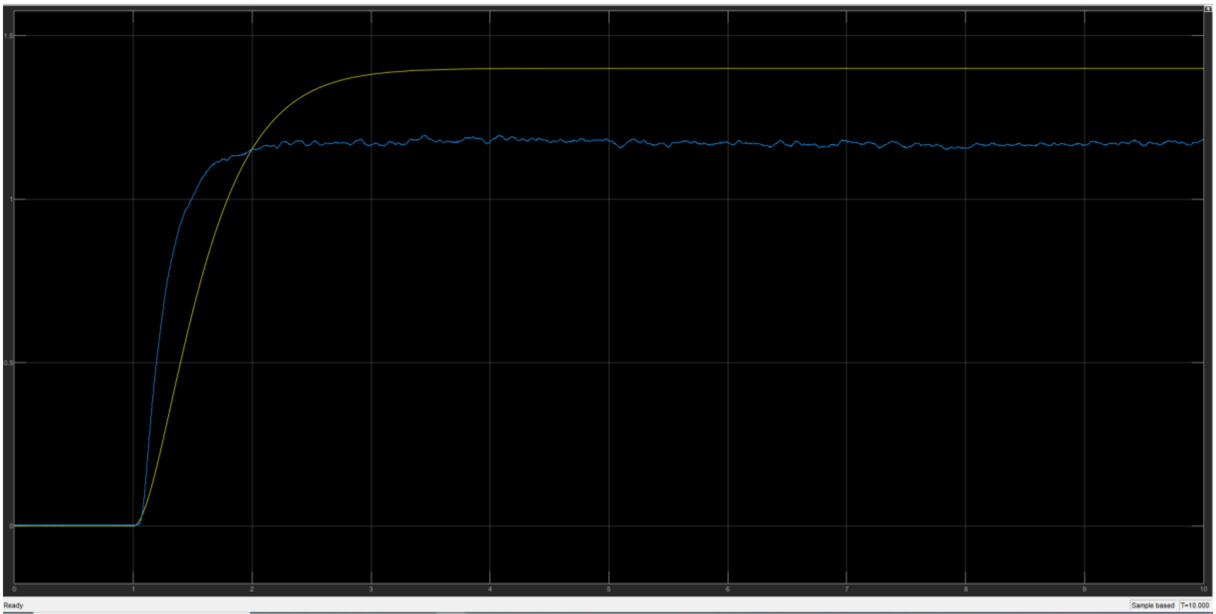

Figure 5 : Même mesure avec M à 20%

On remarque aussi une non-linéarité du système qui se traduit par un gain statique variable comme le montre la comparaison entre la figure 4 et 5.

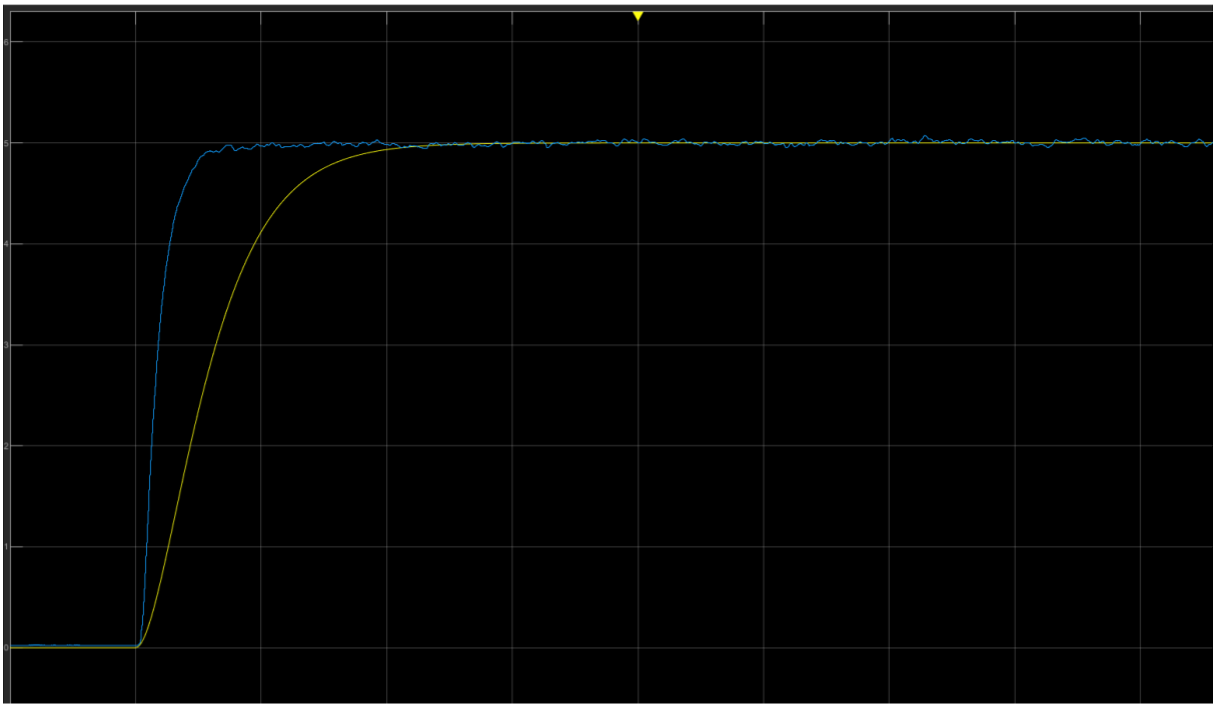

Figure 6 : Résultat avec k = 0.632 à M =80%

Ici, on détermine K= 0.632 pour le point de fonctionnement M = 80%.

III. Mise en place du modèle d'état :

De manière à pouvoir mettre en place une commande par retour d'état, définir les matrices A, B, C, D correspondant à la forme compagne de commandabilité.

$$F(s) = \frac{K}{1 + 0.6323s + 0.1001s^2} = \frac{\frac{K}{0.1001}}{s^2 + 0.632s + 10} = \frac{b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

Le système est d'ordre 2. Cela signifie que l'on aura une matrice 2x2. La forme compagne de commandabilité est la suivante :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} b_0 & b_1 \end{bmatrix} x$$

Par identification, on obtient :

$$\dot{x} = \overset{\text{Matrice A}}{\boxed{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -10 & -0,632 \end{bmatrix}}} x + \overset{\text{Matrice B}}{\boxed{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}} u$$

$$y = \underset{\text{Matrice C}}{\boxed{\begin{bmatrix} \frac{K}{0.1001} & 0 \end{bmatrix}}} x + \underset{\text{Matrice D}}{\boxed{0}} u$$

IV. Conception du retour d'état :

$u = -Lx + l_c g_c$

A partir des matrices A, B et C obtenues dans la partie précédente, on détermine :

$\dot{x}_1 = 0 * x_1 + 1 * x_2 + 0 * u = x_2 = \int (= -10 * x_1 - 0.632 * x_2 + u)dt$

$\dot{x}_2 = -10 * x_1 - 0.632 * x_2 + u$

$x_1 = \frac{0.1001}{K} y$

On calcule maintenant le retour d'état :

$$sI - (A - BL) = \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - (\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -10 & -0{,}632 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} * [l_0 \quad l_1]$$

$$= \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - (\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -10 & -0{,}632 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ l_0 & l_1 \end{bmatrix})$$

$$= \begin{bmatrix} s & -1 \\ 10 + l_0 & s + 0{,}632 + l_1 \end{bmatrix}$$

Puis son déterminant :

$$\text{Det}\left(sI - (A - BL)\right) = s * (s + 0{,}632 + l_1) - (-)1 * (10 + l_0) = s^2 + 0.632s + l_1 s + 10 + l_0$$

$$= s^2 + (0.632 + l_1)s + (10 + l_0) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n{}^2$$

Par identification, on a : $0.632 + l_1 = 2\zeta\omega_n \; et \; (10 + l_0) = \omega_n{}^2$

Ainsi, $l_1 = 2\zeta\omega_n - 0.632 \; et \; l_0 = \omega_n{}^2 - 10$

Cahier des charges n°1 :

- Dépassement inférieur à 5%,
- Temps de réponse à 5% de 2s

Pour respecter le 1er cahier des charges, on déduit d'abord la valeur de ζ avec le calcul du dépassement :

$D = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$ avec D = 0.05 (pour avoir un dépassement inférieur à 0.05). Ainsi :

$$\ln(D) = -\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad <=> \quad \ln(D)^2 = \frac{(-\zeta\pi)^2}{1-\zeta^2}$$

$$\ln(D)^2 - \ln(D)^2 \zeta^2 = \zeta^2\pi^2$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{\ln(0.05)^2}{\pi^2 + \ln(0.05)^2}} = \sqrt{\frac{9}{\pi^2 + 9}}$$

D'où ζ = 0.69

Pour avoir un temps de réponse à 5% de 2s, on reprend la formule $tr_{5\%} = \frac{3}{\zeta\omega_n}$ en remplaçant ζ par la valeur calculée précédemment. On a donc :

$$\omega_n = \frac{3}{\zeta * tr_{5\%}} = \frac{3}{0.69 * 2} = 2.17\, rad/s$$

Ainsi on a L = $\begin{bmatrix} l_0 \\ l_1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 2.17^2 - 10 \\ 2\zeta\omega_n - 0.632 \end{bmatrix}^T = [-5.29 \quad 2.3626]$

Et $l_c = \frac{1}{-a_0 + l_1} = 0.08$ car le gain statique est égal à 1 en boucle fermée

Cahier des charges n°2 :

- Dépassement inférieur à 5%,
- Temps de réponse à 5% de 0,5s

Le dépassement souhaité est le même que pour le cahier des charges n°1. Ainsi $\zeta = 0.69$.

Pour avoir un temps de réponse à 5% de 0.5s, on reprend la formule $tr_{5\%} = \frac{3}{\zeta\omega_n}$ en remplaçant ζ par la valeur calculée précédemment. On a donc :

$$\omega_n = \frac{3}{\zeta * tr_{5\%}} = \frac{3}{0.69 * 0.5} = 8.696\, rad/s$$

Ainsi on a L = $\begin{bmatrix} l_0 \\ l_1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 8.696^2 - 10 \\ 2\zeta\omega_n - 0.632 \end{bmatrix}^T = [65.6 \quad 12]$

$$Et\ l_c = \frac{1}{-a_0 + l_1} = 0.01$$