Compte-Rendu de Travaux Pratiques

Commande des Systèmes Linéaires

Lara El Chawa Firdaws Fihri

INSA de TOULOUSE

Département Génie Electrique et Informatique

3A FISA Groupe 1 Spécialité Automatique Electronique

Introduction

Dans ce compte-rendu, nous allons présenter les résultats des travaux pratiques réalisés dans le cadre du module "Commande des Systèmes Linéaires". L'objectif principal de ces TPs était de mettre en pratique les concepts théoriques abordés en cours, à travers des calculs, des expériences et l'analyse de différents systèmes. Trois séances ont été effectuées :

1. **Modélisation d'un moteur à courant continu**
   Ce TP avait pour but de caractériser un moteur à courant continu à partir de mesures expérimentales. Nous avons déterminé les paramètres statiques du moteur, tels que les gains Ks et Kg, en utilisant un potentiomètre et un tachymètre. Nous avons aussi étudié le modèle du moteur en utilisant MATLAB, pour analyser la réponse du système à différents signaux et tracer des diagrammes de Bode.
2. **Commande d'un moteur à courant continu**
   L'objectif de ce TP était de concevoir des correcteurs pour améliorer les performances du moteur. Nous avons utilisé un correcteur proportionnel pour stabiliser le système en boucle fermée, puis calculé les marges de phase et de gain. Ensuite, nous avons mis en place une commande par retour d'état, en choisissant les pôles en boucle fermée, pour optimiser la dynamique du moteur.
3. **Régulation de la pression d'air**
   Ce TP a permis d'explorer les concepts de régulation en modélisant et en contrôlant un système pneumatique. Nous avons étudié la régulation de la pression en ajustant les paramètres du régulateur pour obtenir un comportement stable et précis. Les résultats expérimentaux ont été comparés aux prédictions théoriques pour évaluer l'efficacité des réglages effectués.

Ces travaux pratiques nous ont permis de mieux comprendre l'identification des systèmes, la régulation et l'optimisation des performances des systèmes linéaires. Chaque partie de ce compte-rendu présente les étapes suivies, les résultats obtenus et leur analyse, en mettant l'accent sur les outils et les méthodes utilisés.

Table des matières

TP 1
Modélisation d'un moteur à courant continu

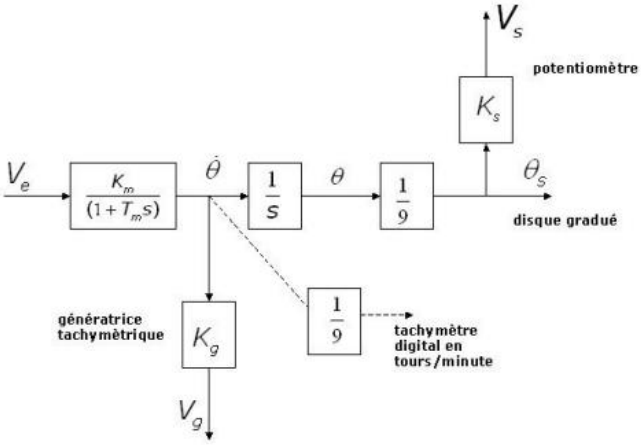


Figure 1: Schéma fonctionnel de la platine

Ce système est composé d'un moteur électrique qui peut être commandé de deux manières :

- Par le potentiomètre : délivre sur sa borne V_{OUT} une tension V_s proportionnelle à la position angulaire θ (rad/s) (disque gradué) de l'arbre de sortie.

- Par le Tachymètre : délivre sur sa borne V_{OUT} une tension V_g proportionnelle à la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ (rad/s)

1.3 Identification des paramètres K_s et K_g

Calcul de Ks : Utilisation du potentiomètre :

Pour trouver Ks, nous avons analysé premièrement la position angulaire que nous avons trouvée à l'aide du disque gradué, sur l'arbre de sortie puis nous avons relié un multimètre à la borne $\mathbf{V_{OUT}}$ pour mesurer la tension V_s qui varie en tournant le potentiomètre. Nous avons donc relevé les valeurs de tension V_s en fonction de la position angulaire de l'arbre.

Position angulaire (°)	0	38	50	72	90	120
$\mathbf{V_s}$	2	3	3.36	4	4.6	5

Expérimentation sur MATLAB :

On trace premièrement la courbe expérimentale à partir des valeurs du tableau, valeurs que nous avons relevé durant la manipulation.

Pour comparer avec la courbe théorique, nous avons réalisé une régression linéaire avec la fonction polyfit() qui permet de calculer les coefficients a et b du polynôme de la droite avec « a » la pente donc la valeur du gain Ks et « b » l'ordonnée à l'origine.

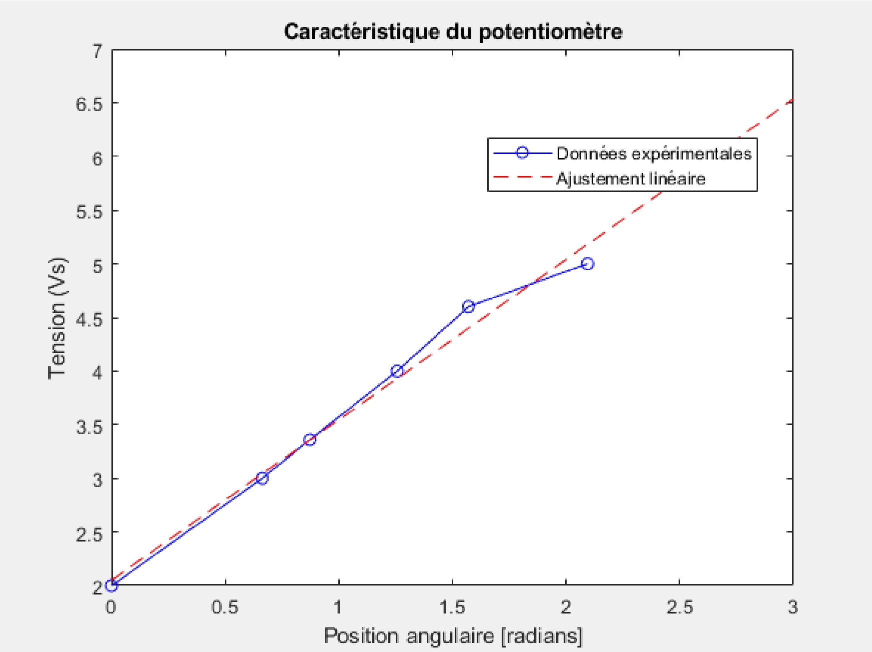
On obtient le vecteur Ks :

```
ks =

    1.4943    2.0517
```

Donc le gain statique $Ks = 1.49 \text{ V}/rad$

La courbe obtenue est la suivante :



<u>Calcul de Kg :</u> Utilisation du tachymètre :

Pour trouver Kg, nous avons réalisé le câblage suivant :

Nous avons modifié la valeur de Vg avec le tachymètre qui est relié à la tension d'entrée +-5V. Nous avons relié le tachymètre avec le Vout Generator ce qui nous a permis d'alimenter le moteur. Nous avons ensuite relevé les valeurs, puis nous avons convertit les tours/minutes en radians/sec et nous avons multiplié cette valeur par 9 pour pouvoir tracer la courbe de Vg en fonction de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$.

Le tableau ci-dessous sont les valeurs de vitesse angulaire pour différentes valeurs de Vg choisis :

Vitesse angulaire (rad/s)	5.79	12.04	18.32	25.13	31.41
Vg	0.8	1.71	2.64	3.65	4.54

Expérimentation sur MATLAB :

On trace premièrement la courbe expérimentale avec les valeurs du tableau pour la position angulaire et la tension Vg.

Pour comparer avec la théorie, on fait une régression linéaire avec la fonction polyfit() qui permet de calculer les coefficients a et b du polynôme de la droite avec à la pente donc la valeur du gain Ks et b l'ordonnée à l'origine.

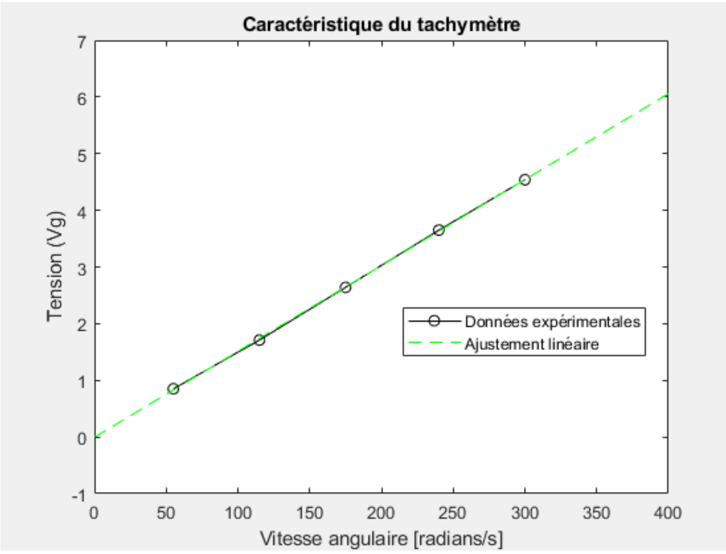
On obtient le vecteur kg :

```
kg =

    0.0155    0.3133
```

Donc le gain statique $Kg = 0.0155\ \mathrm{V}.s/rad$

La courbe obtenue est la suivante :



1.4 Identification du moteur dans le domaine temporel

$$y = \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) \Gamma(t)$$

Pour un échelon de position de l'entrée *Ve = 3V* appliquée sur l'entrée du moteur, on relève la réponse en vitesse sur la sortie *Vg* :

Figure 2 : Réponse en tension Vg du système

On trouve la valeur finale de *Vg* qui vaut 2,56 V.

<u>On calcule donc *Km* :</u>

On sait que, $Vg = Ve * Km * Kg$

On en déduit que, $\boldsymbol{Km} = \frac{\boldsymbol{Vg}}{\boldsymbol{Ve*Kg}}$ **= 55.08.**

De plus, on sait que *Tm* est la valeur pour laquelle l'échelon atteint 63% de la valeur finale,

On en déduit que $\boldsymbol{Tm = 0.278\ s}$ **.**

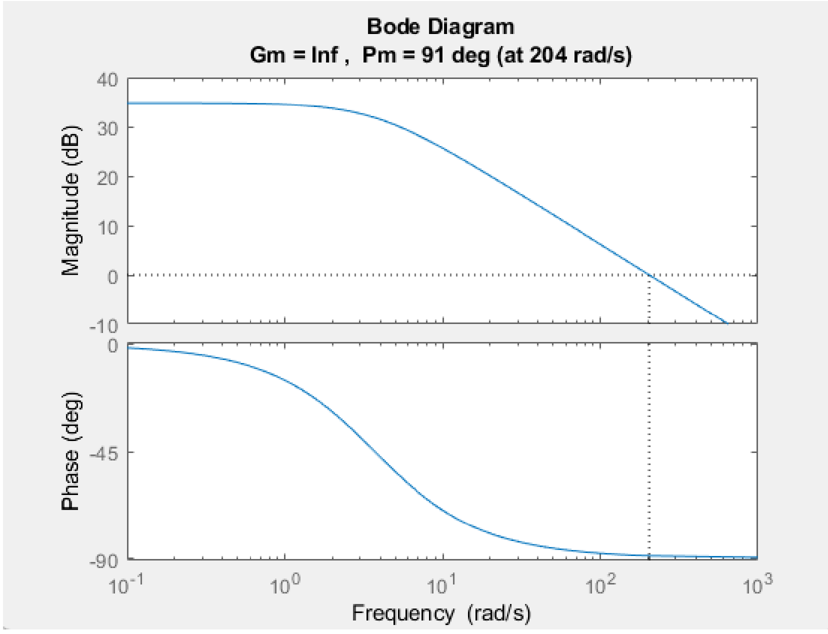
1.5 Identification du moteur dans le domaine fréquentiel

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{V_e(s)} = \frac{K_m}{s(1 + T_m s)}$$

Il n'est pas possible de faire directement une analyse fréquentielle entre la tension d'entrée *Ve* et la position de l'arbre ϑ, car la position est liée à la vitesse $\dot{\vartheta}$ par une intégration. Cela signifie qu'il y a plusieurs étapes intermédiaires entre *Ve* et ϑ, ce qui complique l'interprétation. Une analyse plus simple et directe consiste à étudier la relation entre *Ve* et $\dot{\vartheta}$.

L'analyse fréquentielle doit porter sur la relation entre la tension d'entrée *Ve* et la vitesse angulaire $\dot{\vartheta}$. Sur la platine, ces grandeurs sont mesurables grâce à la tension *Ve*, qui est le signal d'entrée, et au capteur tachymétrique, qui fournit $\dot{\vartheta}$.

A l'aide de MATLAB, nous traçons le diagramme de Bode de cette fonction de transfert :



$$Km = 10^{\frac{AdB0}{20}} = 10^{\frac{35}{20}} = 56.23 \quad \text{et} \quad Tm = \frac{1}{\omega c} = \frac{1}{f{-}3dB*2\pi} = \frac{1}{3{,}7} = 0{,}27\ s$$

1.6 Conclusion : Modélisation du moteur

En conclusion, les valeurs de *Km* et *Tm* identifiés sur la maquette et les valeurs identifié théoriquement en utilisant le diagramme de Bode sont environ similaire, nous allons donc relever une moyenne des deux valeurs

Pour proposer une modélisation du moteur, nous avons d'abord effectué une moyenne des valeurs identifiées :

$$K_m^{moy} = \frac{Kmtemporel * Kmfréquentiel}{2} = 55.65$$

$$T_m^{moy} = \frac{Tmtemporel * Tmfréquentiel}{2} = 0.274\ s$$

Ces valeurs moyennes permettent d'obtenir une fonction de transfert plus précise qui se rapproche au mieux de la réalité tout en prenant en compte les résultats de deux approches.

On obtient donc $H(s) = \frac{\theta(s)}{Ve(s)} = \frac{Km\ moy}{1+Tm\ moy\ s} = \frac{55.65}{1+0.274s}$

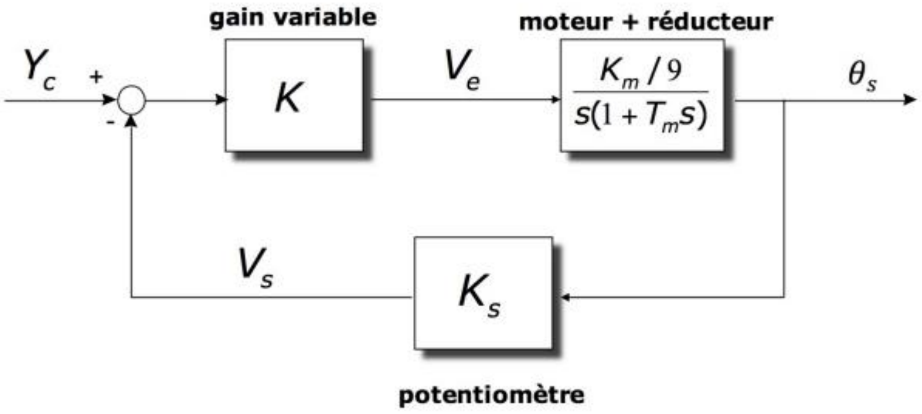
La fonction de transfert entre la tension induit Ve et la position de l'arbre moteur est la suivante :

$$H(s) = \frac{55.65}{1+0.274s}$$

TP 2

Commande d'un moteur à courant continu

2.2 Calcul d'un correcteur proportionnel



1// Pour K=1, on cherche la marge de phase de la fonction de transfert en **boucle ouverte**, d'où :

$$F(s) = \frac{K.Km\ /\ 9}{s.(1+Tm.s)} = \frac{Km\ /\ 9}{s.(1+Tm.s)}$$

On calcule la réponse en fréquence :

$$F(jw) = \frac{1 \cdot K_m\ /\ 9}{jw \cdot\ (1+T_m \cdot jw)} = \frac{1 \cdot K_m\ /\ 9}{j \cdot w - T_m \cdot w^2} = \frac{1 \cdot K_m}{9} \cdot \frac{1}{jw - T_m w^2}$$

La marge de phase s'obtient de la manière suivante :

Nous avons d'abord trouvé la fréquence de croisement, fréquence où le gain en boucle ouverte est égal à 1.

$|F(jw)| = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{Km/9}{w\sqrt{1+(wTm)^2}} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad w^2(1+(wTm)^2) = (\frac{Km}{9})^2 \quad \Leftrightarrow \quad w^2 + w^4Tm^2 - \left(\frac{Km}{9}\right)^2 = 0$

On pose X $= \ w^2$

On trouve $Tm^2 + X^2Tm^2 - \left(\frac{Km}{9}\right)^2 = 0$

On en conclus donc que $\mathrm{X}^2 = 16{,}87$ *car l'autre solution n'est pas possible (solution négative)*

Donc $w = 4{,}11\ rad/s$

Ensuite, nous avons calculer la phase de *F(jw)* à cette fréquence :

Avec $Km = 55{,}65$, $Tm = 0{,}274$s et $w = 4{,}11\ rad/s$

Arg($\frac{\frac{Km}{9}}{jw\cdot\ (1+T_m\cdot jw)}$) = Arg($\frac{\frac{55,65}{9}}{4,11j*(1+0,274*4,11j)}$) = Arg(6,183) – Arg (−4,63 + 4,11j) = 0° - $\tan^{-1}(\frac{4,11}{-4,63})$

Donc Arg($\frac{\frac{Km}{9}}{jw\cdot\ (1+T_m\cdot jw)}$) = 41,65°

On calcul la marge de phase :

$\Phi = -180° + Arg(F(jw_c)) = -180° + 41{,}65° = 138{,}34°$

2// Détermination du gain K pour une marge de phase de 45 degrés :

Pour ajuster la marge de phase à 45°, il est nécessaire de modifier le gain K pour obtenir une fréquence de croisement qui corresponde à cette nouvelle marge.

Il faut que $\Phi = -180° + Arg(\frac{\frac{K*Km}{9}}{jw\cdot\ (1+T_m\cdot jw)}) = 45°$

$\Leftrightarrow Arg\left(\frac{\frac{K*Km}{9}}{jw\cdot\ (1+T_m\cdot jw)}\right) = 225°$

On a, Arg($\frac{K*Km}{9}$) - Arg($jw\cdot\ (1 + T_m\cdot jw)$) = 225°

$\Leftrightarrow$ 0° - (90° + -$\tan^{-1}(T_m\cdot w)$) = 225 °

$\Leftrightarrow$ - $\tan^{-1}(T_m\cdot w)$ = 315 °

Donc, $(T_m\cdot w) = 1$

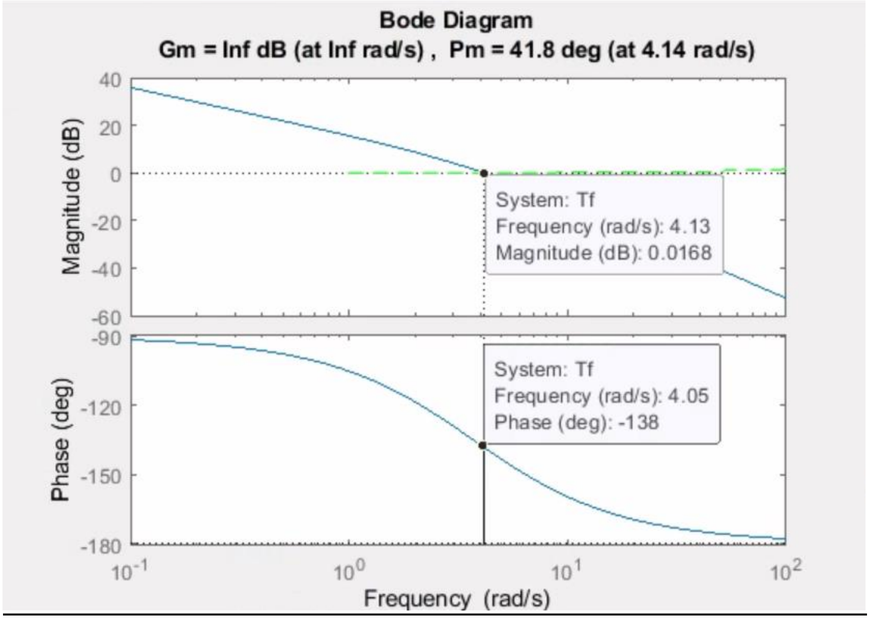
$$w = \frac{1}{T_m} = 3{,}649\ rad/s$$

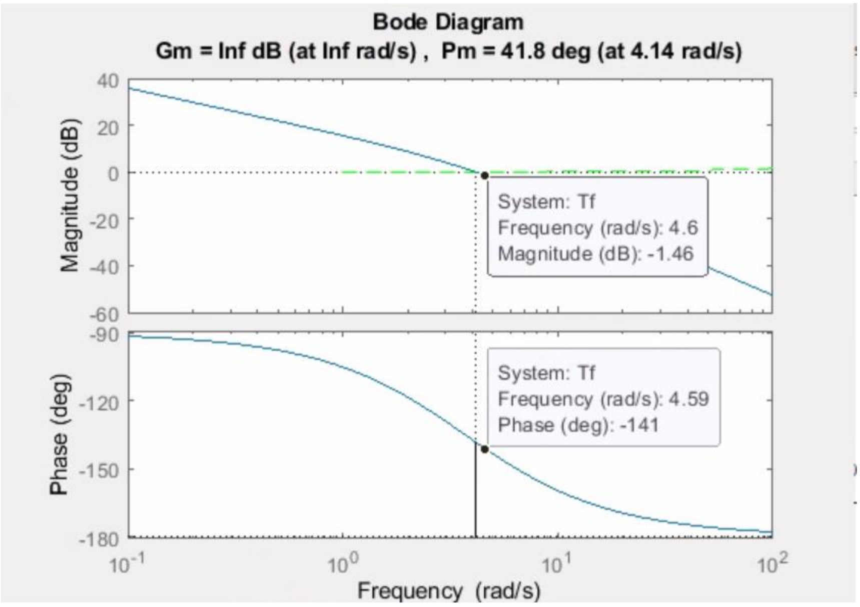
Le module de la fonction de transfert à cette fréquence est égal à 1, on obtient donc :

$$|\frac{\frac{K*Km}{9}}{w\sqrt{1+(wTm)^2}}| = 1$$

Ce qui nous donne : $\boldsymbol{K = \frac{9*w*\sqrt{1+(wTm)^2}}{Km}}$ **= 0,835**

Expérimentation sur MATLAB :





Méthode de calcul :

La courbe de Bode coupe l'axe 0 dB en w=wc avec wc la pulsation de coupure, on trouve $\varphi(wc) = -138\ deg.$

$$-138 - (45 - 41.8) = -141\ deg.$$

$$G(-141deg) = -1.46\ dB$$

$$Donc\ on\ trouve\ K = G(45deg) = 10^{-1.46/20} = \ 0.845$$

Après vérification sur MATLAB, nous obtenons k=0.845 afin d'avoir une marge de phase de 45°.

3// Calcul de l'amortissement et pôles en boucle fermée :

$$F\ boucle\ fermée(s) = \frac{1 \cdot K_m\ /\ 9}{s \cdot\ (1 + T_m \cdot s) + K * Km/9} = \frac{\frac{Km}{9}}{s^2 + \frac{1}{Tm} \cdot s + \frac{K * Km}{9}}$$

Sous la forme

$$F\ boucle\ fermée(s) = \frac{K * w^2}{s^2 +\ 2\zeta * \mathrm{w} * \mathrm{s} + w^2}$$

Par identification, on trouve : $w^2 = \frac{K*Km}{9Tm} = \frac{0,835*55,65}{9*0,274} =$ ⇔ $\boldsymbol{w = \sqrt{19,839} = 4,34}$ ***rad/s***

$$\zeta = \frac{1/Tm}{2*w} = \frac{1/0,274}{2*4,34} \quad \Leftrightarrow \boldsymbol{\zeta = 0,42}$$

Les pôles du système sont les racines du polynôme caractéristique, $s^2 + \frac{1}{Tm} \cdot s + \frac{K*K_m}{T_m 9} = 0$

4// erreur de trainage

$$\varepsilon(s) = \frac{1}{s^2} \quad et \quad H(s) = \frac{F\ boucle\ fermée(s)}{1+ F\ boucle\ fermée(s)},$$

on a $e_{traînage} = \lim_{s\to\infty} s^2 H(s) = \lim_{s\to\infty} s^2 \frac{F\ boucle\ fermée(s)}{1+ F\ boucle\ fermée(s)} = \lim_{s\to\infty} s^2 \frac{\frac{\frac{Km}{9}}{s^2+\frac{1}{Tm}.s+\frac{K*Km}{9}}}{1+\frac{\frac{Km}{9}}{s^2+\frac{1}{Tm}.s+\frac{K*Km}{9}}}$

Donc, $\boldsymbol{e_{traînage} = \lim_{s\to\infty} \frac{s^2 * \frac{Km}{9}}{s^2(1+\frac{1}{Tm\,s}+\frac{K*Km}{9\,s^2}+\frac{Km}{9\,s^2})} = \frac{Km}{9}}$

2.3 Calcul d'une commande par retour d'état

2.3.2 Choix des pôles en boucle fermée

On a l'équation caractéristique :

$$s^2 + \frac{1 + K_2 * K_m * K_g}{T_m} + \frac{K_1 * K_m * K_s}{9 * T_m} = 0$$

On souhaite calculer les valeurs k1 et k2, on procède par identification :

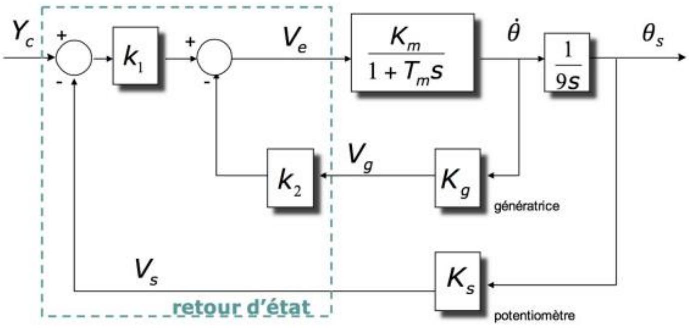
On nous demande un temps de réponse de tr = 0,8 s avec un dépassement inférieur à 5%.

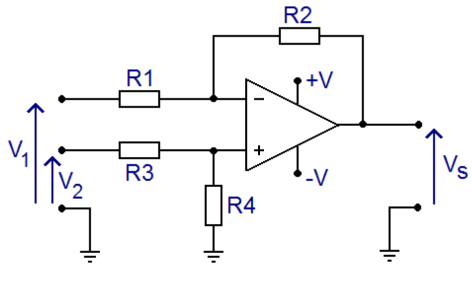
On sait que $tr = \frac{4}{\zeta*wn}$ ⇔ $wn = \frac{4}{\zeta*tr} = \frac{4}{0,7*0,8}$ *Donc wn = 7,17 rad/s.*

On a $wn^2 = \frac{K_1*K_m*K_s}{9*T_m}$ ⇔ $K_1 = \frac{wn^2*9Tm}{Km*Ks} = \frac{51,41*2,466}{55,65*1.49} = \mathbf{1,52}$

On a $\frac{1+K_2*K_m*K_g}{T_m} = 2\zeta w_n$ ⇔ $K_2 = \frac{(2\zeta w_n*Tm)-1}{K_m*K_g} = \frac{(10,038*0,274)-1}{55,65*0,0155} = \mathbf{3,18}$

Une fois les valeurs des gains définis, on calcule ensuite les valeurs des résistances qui vont nous permettre de réaliser ce montage :





$$V_S = \frac{(R1 + R2)}{R1} \frac{R4}{(R3+R4)} V2 - \frac{R2}{R1} V1$$

Calculons alors les valeurs des résistances :

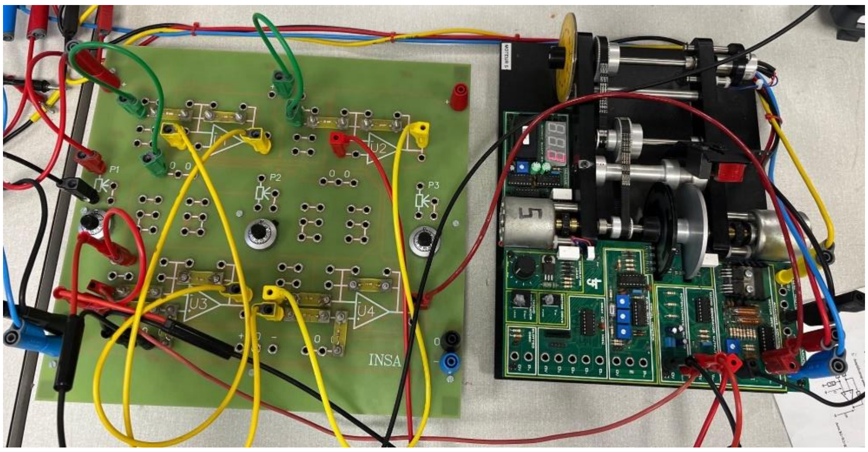
$$K_1 = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$\boxed{R_2 = K_1 . R_1 - R_1 = 52\ k\Omega}$$

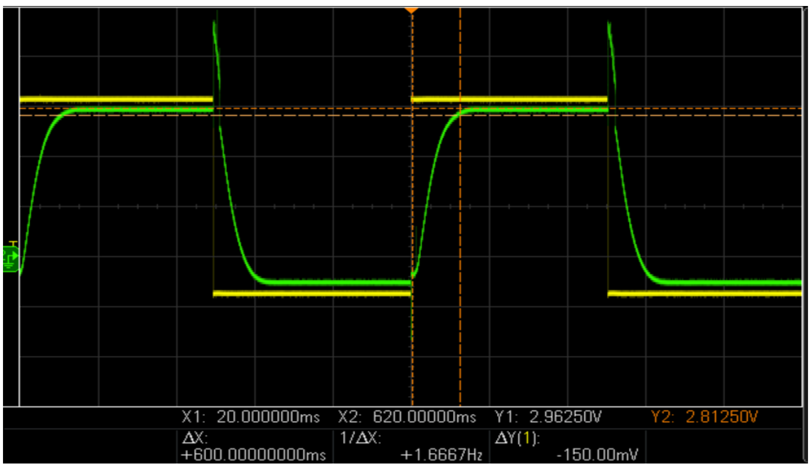
$$K_2 = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$\boxed{R_2 = K_2 . R_1 - R_1 = 218\ k\Omega}$$

Nous réalisons le cablage ci-dessous :



D'apès les résultats obtenus dans l'oscilloscope en générant une tension d'entrée de 3Vpp avec une fréquence minimale, on peut conclure que notre système s'est stabilisé :



La fonction de transfert en boucle ouverte est :

$$H\ boucle\ ouverte(s) = \frac{K1 \cdot K2 \cdot K_m}{9\ s \cdot\ (1 + T_m \cdot s)}$$

2. Déterminer les valeurs de K1 et K2 conduisant à une marge de phase de 45 degrés et une erreur de traînage deux fois plus petite que celle obtenue à la question 4 du paragraphe 2.2.

3. Calculer la fonction de transfert du système en boucle fermée.

$$H\ boucle\ fermée(s) = \frac{H\ boucle\ ouverte(s)}{1 +\ H\ boucle\ ouverte(s)} = \frac{\frac{K1 \cdot K2 \cdot K_m}{9\ s \cdot\ (1 + T_m \cdot s)}}{1 + \frac{K1 \cdot K2 \cdot K_m}{9\ s \cdot\ (1 + T_m \cdot s)}}$$

Donc, $H\ boucle\ fermée(s) = \frac{K1 \cdot K2 \cdot K_m}{9\ s \cdot\ (1+T_m \cdot s)+K1 \cdot K2 \cdot K_m} = \frac{K1 \cdot K2 \cdot K_m}{9 \cdot Tm \cdot s2+9 \cdot s+K1 \cdot K2 \cdot Km}$

Sous la forme canonique :

$$H\ boucle\ fermée(s) = \frac{\frac{K1 \cdot K2 \cdot K_m}{9\ T_m}}{s2 + \frac{1}{T_m} \cdot s + \frac{K1 \cdot K2 \cdot K_m}{9\ T_m}}$$

4. ***Déterminer l'amortissement, les pôles du système en boucle fermée ainsi que la valeur du premier dépassement.***

Par identification : $\omega n^2 = \frac{K1 \cdot K2 \cdot K_m}{9\ T_m} =$, $\omega n = \sqrt{\frac{K1 \cdot K2 \cdot K_m}{9\ T_m}} = \sqrt{}$

et $2\zeta\omega n = \frac{1}{T_m}$ donc $\zeta = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{T_m \omega n}$

Les pôles du système sont les valeurs pour lesquelles : $9 \cdot Tm \cdot s2 + 9 \cdot s + K1 \cdot K2 \cdot Km = 0$

Soit $s = \frac{-1 \pm \sqrt{\mathbf{1-4} \cdot Tm \frac{K1 \cdot K2 \cdot K_m}{9}}}{2\ T_m}$

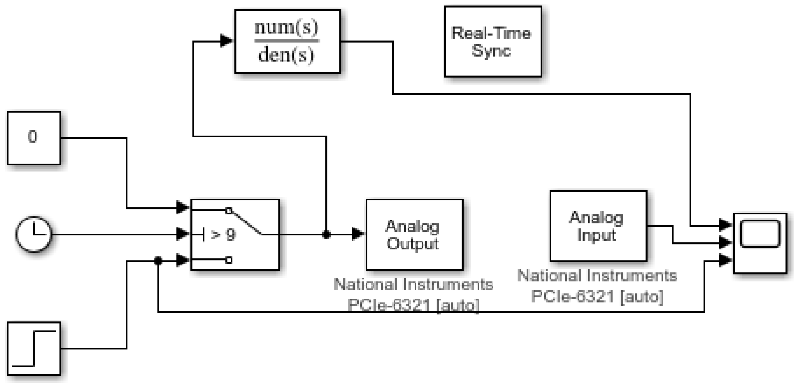
TP 3

Régulation de pression : commande par retour d'état - Observateur

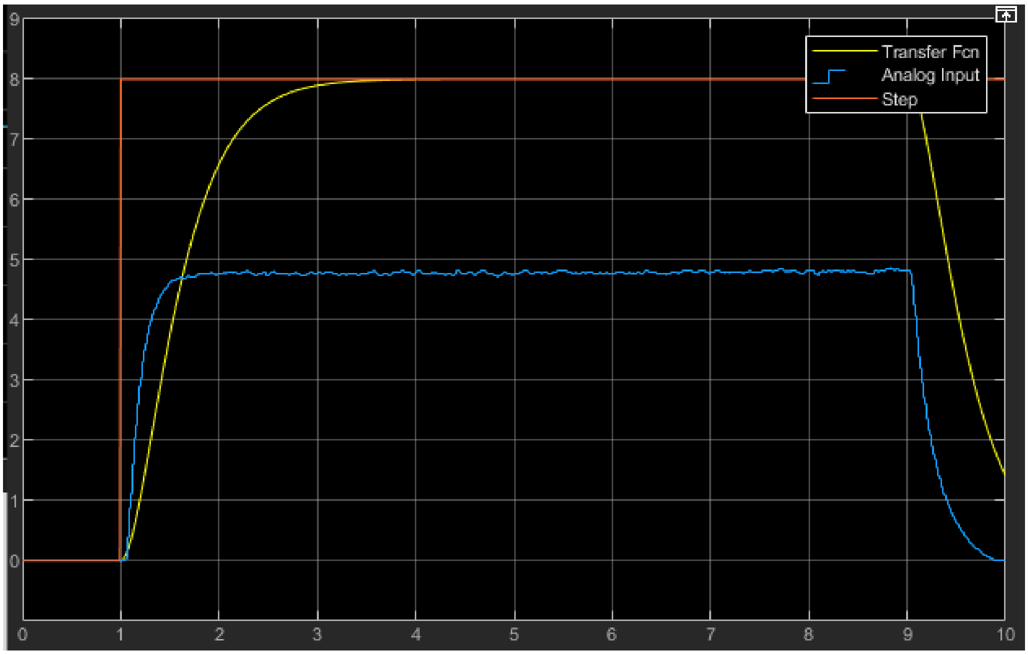
3.3 Modélisation et identification du processus

$$F(s) = \frac{K}{0.1001\ \mathrm{s}\ +\ 0.6323\ \mathrm{s2} + 1}$$

1. *Mettre en place un modèle simulink permettant de tracer la réponse du système réel à un échelon autour du point de fonctionnement utilisé lors de l'identification. Identifier la valeur de K.*
2. *Mettre en place un modèle simulink permettant de tracer la réponse du système identifié à un échelon autour du point de fonctionnement utilisé lors de l'identification.*
3. *Comparer les deux réponses à un échelon de 5%, 10%, 20% (dépassement, temps de réponse, retard, valeur finale, etc). Conclure sur la validité de la fonction de transfert proposée.*



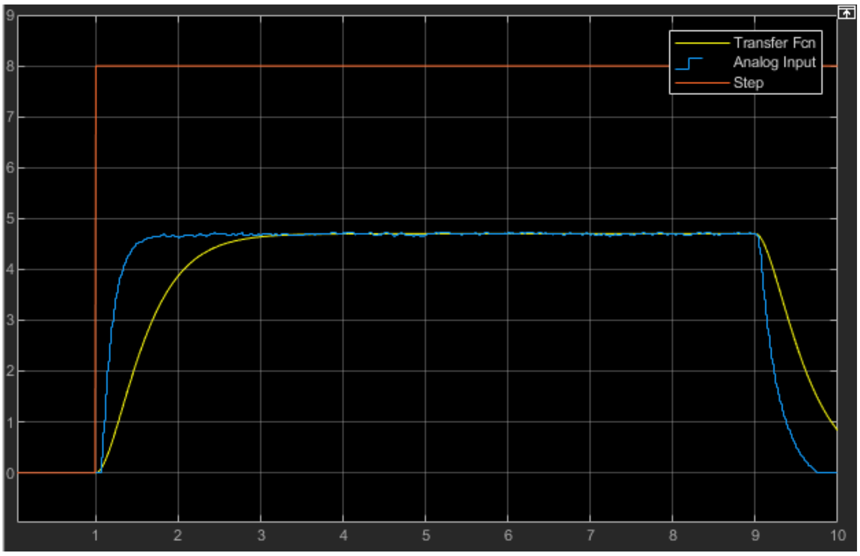
On commence notre simulation avec une valeur de K=1, on regarde notre Analog Input qui correspond à la mesure obtenue du sèche-cheveux (ici, en bleu).



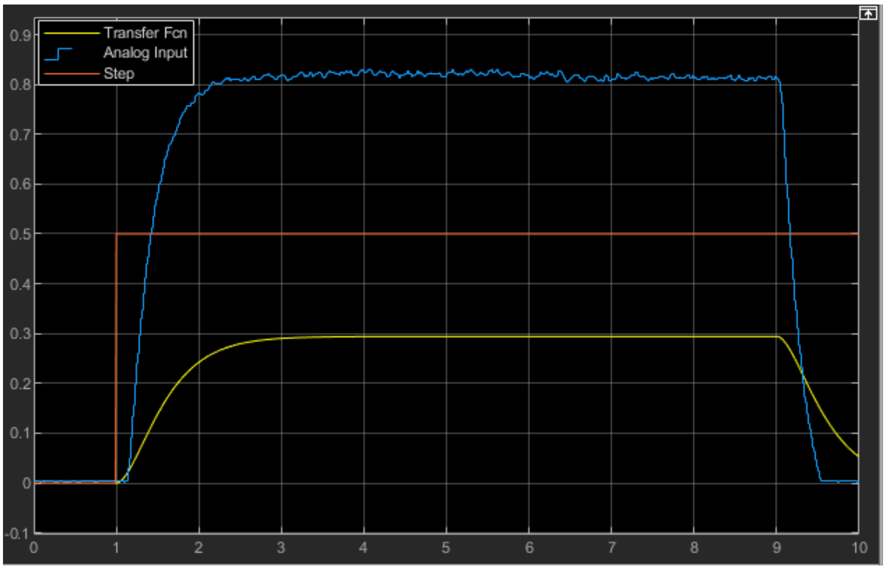
Nous pouvons donc ensuite identifier la valeur du gain **K= 4.7/8=0.58.**

On remplace **k** par la valeur trouvée :

K=0.58 :



ECHELON 5% :



Courbe jaune (fonction de transfert)

- **Retard** : ≈ 0 (réponse immédiate).
- **Temps de montée (10 % à 90 %)** : ≈ 0.5 s.
- **Dépassement** : ≈ 0 % (aucun dépassement observé).
- **Temps de réponse (atteinte de 95 % de la valeur finale)** : ≈ 1.5 s.
- **Valeur finale** : ≈ 0.5.

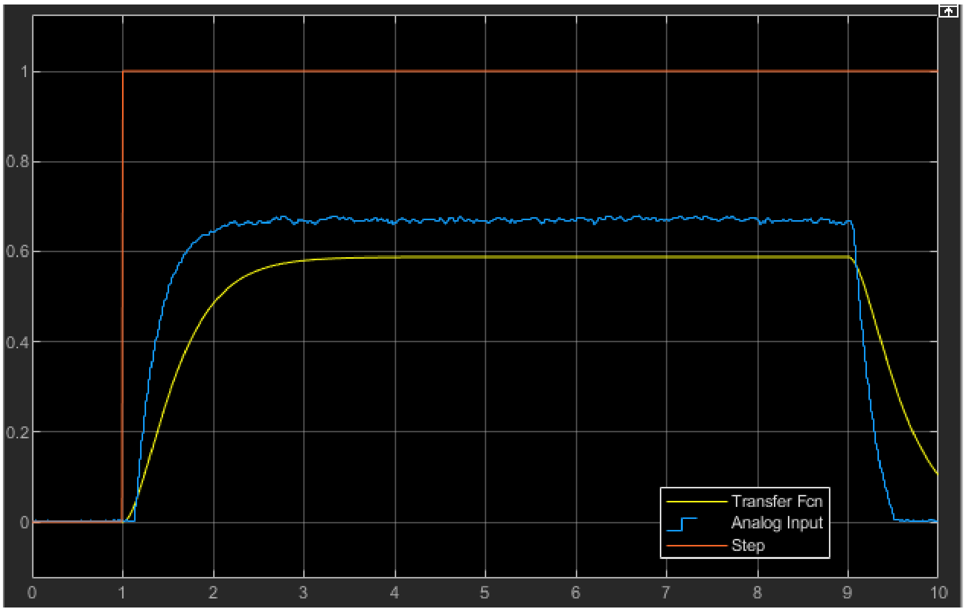
Courbe bleue (entrée analogique)

- **Retard** : ≈ 0.2 s.
- **Temps de montée (10 % à 90 %)** : ≈ 1.2 s.
- **Dépassement** : ≈ 5 % (valeur maximale ≈ 0.95 avant stabilisation à ≈ 0.9).
- **Temps de réponse (atteinte de 95 % de la valeur finale)** : ≈ 2.5 s.
- **Valeur finale** : ≈ 0.9.

Conclusion :

La fonction de transfert (courbe jaune) semble bien modéliser le comportement du système pour la valeur finale et le temps de montée. Cependant, elle ne prend pas en compte le retard initial ni le dépassement observés dans l'entrée analogique (courbe bleue). Cela indique que la fonction de transfert proposée est simplifiée et pourrait être affinée pour mieux représenter le système réel.

ECHELON 10% :



Courbe jaune (fonction de transfert)

- **Retard** : ≈ 0 s (réponse immédiate).
- **Temps de montée (10 % à 90 %)** : ≈ 0.5 s.
- **Dépassement** : ≈ 0 % (aucun dépassement observé).
- **Temps de réponse (atteinte de 95 % de la valeur finale)** : ≈ 1.5 s.
- **Valeur finale** : ≈ 0.6.

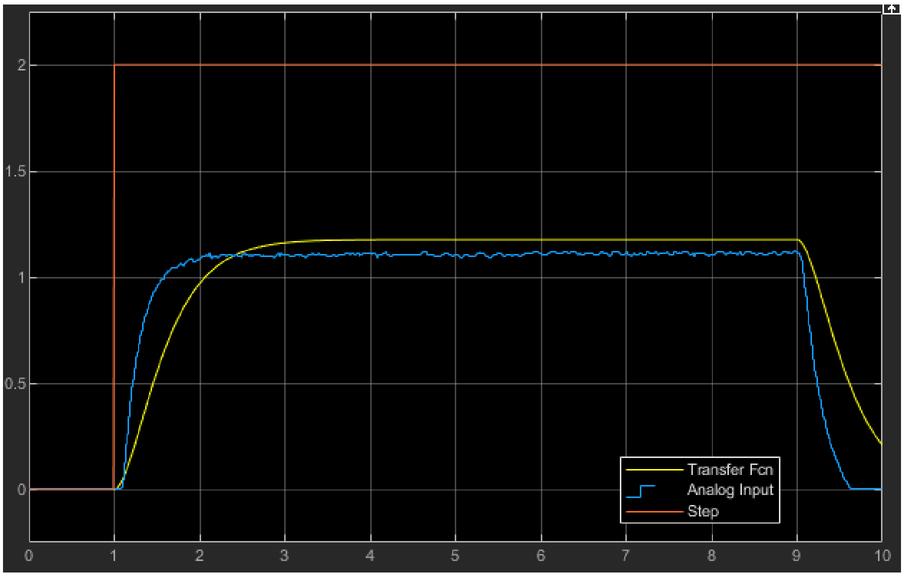
Courbe bleue (entrée analogique)

- **Retard** : ≈ 0.2 s.
- **Temps de montée (10 % à 90 %)** : ≈ 1.2 s.
- **Dépassement** : ≈ 5 % (valeur maximale ≈ 0.63 avant stabilisation à ≈ 0.6).
- **Temps de réponse (atteinte de 95 % de la valeur finale)** : ≈ 2.5 s.
- **Valeur finale** : ≈ 0.6.

Conclusion :

Comme pour l'échelon de 5 %, la fonction de transfert proposée (courbe jaune) correspond bien à la valeur finale et au temps de montée rapide, mais ne modélise pas le retard initial ni le dépassement de la courbe bleue (entrée analogique). Cela indique que la fonction de transfert est une approximation simplifiée qui pourrait être ajustée pour mieux représenter le comportement réel du système.

ECHELON 20% :



Courbe jaune (fonction de transfert)

- **Retard** : ≈ 0 s (réponse immédiate).
- **Temps de montée (10 % à 90 %)** : ≈ 0.5 s.
- **Dépassement** : ≈ 0 % (aucun dépassement observé).
- **Temps de réponse (atteinte de 95 % de la valeur finale)** : ≈ 1.5 s.
- **Valeur finale** : ≈ 1.0.

Courbe bleue (entrée analogique)

- **Retard** : ≈ 0.2 s.
- **Temps de montée (10 % à 90 %)** : ≈ 1.2 s.
- **Dépassement** : ≈ 5 % (valeur maximale ≈ 1.05 avant stabilisation à ≈ 1.0).
- **Temps de réponse (atteinte de 95 % de la valeur finale)** : ≈ 2.5 s.
- **Valeur finale** : ≈ 1.0.

Conclusion :

La courbe jaune (fonction de transfert) modélise correctement la valeur finale et le temps de montée rapide, mais, encore une fois, elle ne prend pas en compte le retard ni le dépassement observés sur la courbe bleue (entrée analogique). Cela confirme que la fonction de transfert est une approximation et pourrait nécessiter des ajustements pour mieux capturer la dynamique réelle du système.

3.3.3 Mise en place du modèle d'état

De manière à pouvoir mettre en place une commande par retour d'état, définir les matrices A, B, C, D correspondant à la forme compagne de commandabilité.

$$F_{(s)} = \frac{K\,/0.1001}{\underbrace{0{,}1001\,s^2}_{0.1001} + \underbrace{0{,}6323\,s}_{0.1001} + 1\,/_{0.1001}} = \frac{\overbrace{5.869}^{b_0}}{\underbrace{1}_{a_2}s^2 + \underbrace{6.31}_{a_1}s + \underbrace{9.99}_{a_0}}$$

Soit sous forme matricielle commandable :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix}}_{A} x + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{B} u \qquad \begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -9.99 & -6.31 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 5{,}869 & 0 \end{bmatrix} x \end{cases}$$

$$C = \begin{bmatrix} \underset{5.864}{b_0} & \underset{0}{b_1} \end{bmatrix}$$

3.4 Conception du retour d'état

L'objectif de cette section est de concevoir une loi de commande en utilisant la méthode du retour d'état pour répondre aux exigences de chaque cahier des charges.

Préparation

La dynamique souhaitée est définie par le polynôme caractéristique de la boucle fermée sous la forme :

$$P(s) = s^2 + l_1 s + l_0$$

Où $l1$et $l0$ dépendent des caractéristiques dynamiques imposées.

Cahier des charges 1/

Temps de réponse à 5 % =2s.

En utilisant la relation $w_n = \frac{3}{tr5\%} = \frac{3}{2} = 1.5\, rad/s$

Les coefficients du polynome sont alors :

$l0$ = ωn^2 − 9.9 = 1.5^2 − 9.9 = −7.75,

$l1$ = 2*ζ*ωn − 6.3 =2*(0.7)*(1.5) − 6.3 = − 4.2.

Le polynome caractéristique est donc :

$$P(s) = s^2 - 4.2s - 7.75.$$

Cahier des charges 2/

Temps de réponse à 5 % =0.5 s.

En utilisant la relation $w_n = \frac{3}{\boldsymbol{tr5\%}} = \frac{3}{0.5} = 6\, rad/s$

Les coefficients du polynome sont alors :

$l0$ = ωn^2 − 9.9 = 6^2 − 9.9 = 26.1,

$l1$ = 2*ζ*ωn − 6.3 =2*(0.7)*(6) − 6.3 = 2.1.

Le polynome caractéristique est donc :

$$P(s) = s^2 + 2.1s + 26.1.$$

Cahier des charges 3/

Avec les valeurs propres données dans le cahier des charges nous pouvons trouver le polynome caractéristique suivante :

P(s)=(s+2−2i)(s+2+2i)=s2+4s+8.

Ainsi : $l0$ = 8 ; $l1$= 4

On remarque que les valeurs propres ont leur partie réelle négative, cela va permettre de garantir la stabilité du système qui permettra aux oscillations de s’atténuer avec le temps, donc de gérer le temps de réponse. De plus, ce choix permet un calcul mathématique plus simple car elles respectent les contraintes de placement des poles.

Nous n’avons malheureusement pas pu finir la partie simulation après avoir rencontré plusieurs probèmes sur Simulink.

-------------- FIN DOCUMENT -----------------