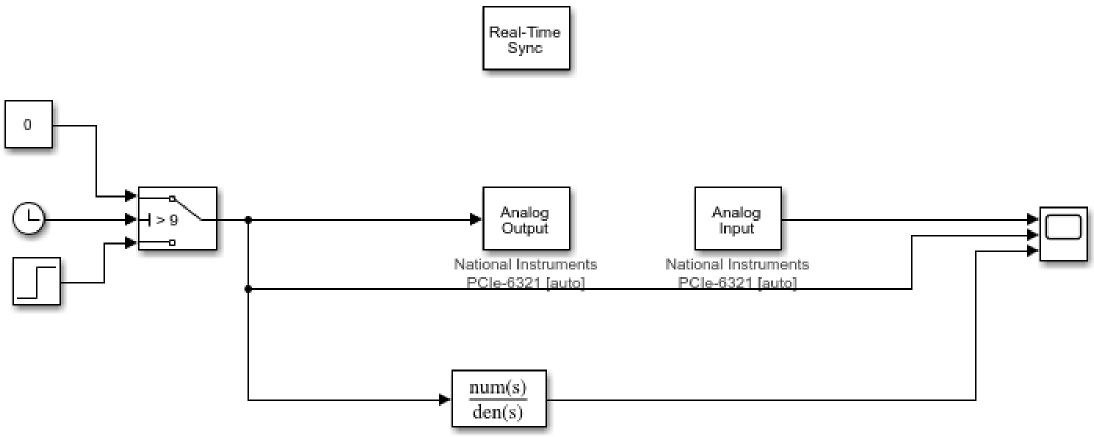
Compte rendu TP3 : Commande de système linéaire (Régulation de pression)

L'objectif de ce TP est d'asservir la vitesse d'un moteur afin de réguler la pression de l'air dans un tube. Pour ce faire nous utiliserons le logiciel MATLAB et du logiciel associé : Simulink.

Partie 1 : Modélisation et identification du processus

1. Validation du modèle

On souhaite valider le modèle fournit



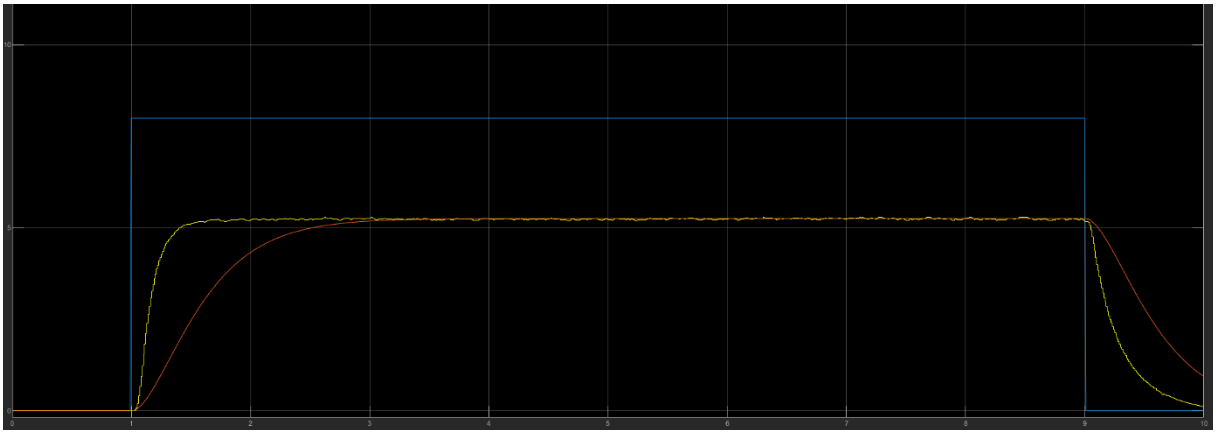
Pour cela, il nous faut trouver le gain statique entre la commande et la sortie du système réel. Nous disposons de la valeur de l'échelon qui est de 8V ainsi que la valeur de la sortie en régime permanent Vs = 5,25V. Ainsi nous en déduisons la valeur de du gain statique K à appliquer au modèle :

$$K = \frac{5.25}{8} \approx 0.656$$

On obtient ainsi la fonction de transfert suivante : $G(s) = \frac{0.6563}{1+0.6323s+0.1001s^2}$

Nous avons alors ajouté un bloc « Fonction de transfert » en parallèle de l'entrée et sortie du système réel.

Nous obtenons les réponses suivantes (en jaune pour la réponse du système et en rouge pour la réponse du modèle), on voit que le gain statique du modèle correspond au gain statique du système malgré des phases de monté et de descente différente.



En comparant les réponses à des échelons de 5, 10 et 20%, on observe que le modèle ne correspond plus à la réalité. En effet le gain statique du modèle et de la maquette ne sont plus superposés. Ceci s'explique par le fait que le système est non linéaire et que la fonction de transfert a été donné pour un échelon de 80%.

2. Mise en place du Modèle d'état

On met sous forme canonique la fonction de transfert : $G(s) = \frac{\frac{0.6563}{0.1001}}{\frac{1}{0.1001}+\frac{0.6323s}{0.1001}+s^2} = \frac{6.556}{9.99+6.317s+s^2}$

Par indentification des coefficients de la forme compagne de commande horizontale on trouve les matrices d'état : A, B, C et D.

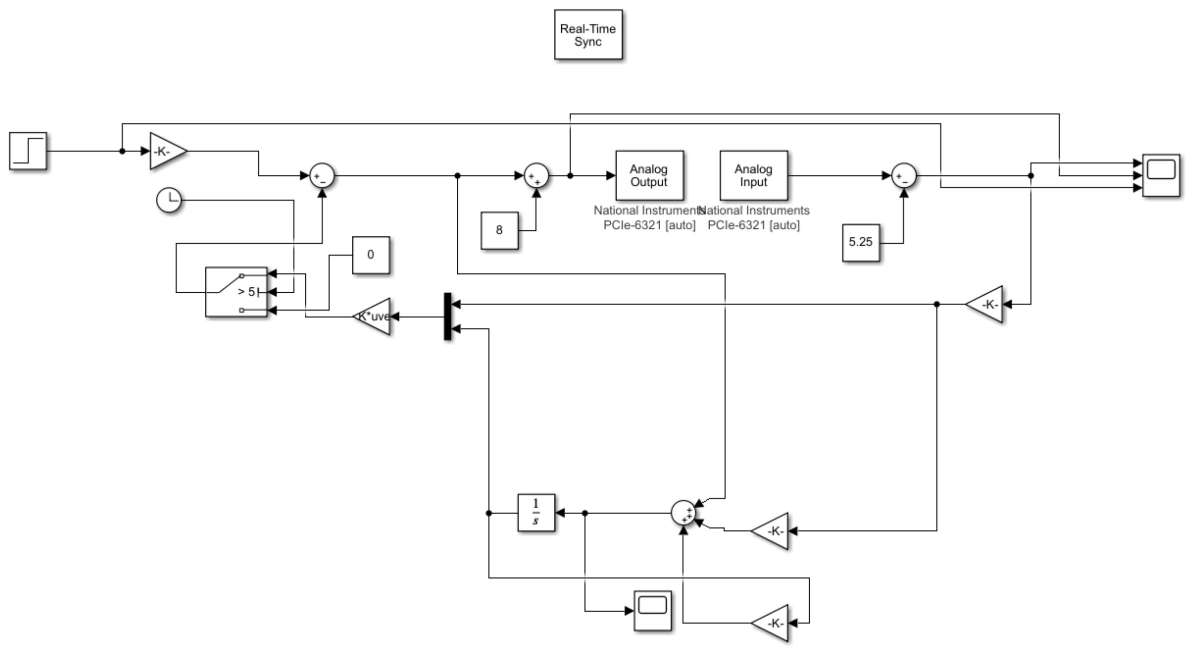
- $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -9.99 & -6.137 \end{bmatrix}$
- $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
- $C = \begin{bmatrix} 6.556 & 0 \end{bmatrix}$

On a donc la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -9.99 & -6.317 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 6.556 & 0 \end{bmatrix} x \end{cases}$$

Partie 2 : conception par retour d'état

Mise en place du modèle Simulink :



Préparation

Nous aurons besoin des expressions suivantes :

Polynôme caractéristique : $\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n s + s^2$ avec $\alpha_0 = \omega_n^2$ et $\alpha 1 = 2\zeta\omega_n$

$$tr_{5\%} = \frac{3}{\zeta\omega_n} <=> \omega_n = \frac{3}{tr_{5\%} \times \zeta}$$

$$D_1 = e^{\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)} \leq 5\% \quad <=> \quad \zeta \leq \sqrt{\frac{\ln^2\left(\frac{5}{100}\right)}{\pi^2 + \ln^2\left(\frac{5}{100}\right)}}$$

- ### Cahier des charges 1 :

Dans le cas du cahier des charges 1, nous avons :

$$\zeta \leq 0.69$$

$$\omega_{n1} = \frac{3}{2 \times 0.69} = 2.17\, rad. s^{-1}$$

Polynôme caractéristique : $2.17^2 + 2 \times 0.69 \times 2.17s + s^2$

$\alpha_0 = 4.71$ et $\alpha_1 = 4.17$

On peut ensuite faire :

$$sI-(A-BL)=\begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -9.99 & -6.317 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} l_1 & l_2 \end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix} s & -1 \\ 9.99+l_1 & s+6.317+l_2 \end{bmatrix}$$

Puis on a :

$$\det[sI-(A-BL)]=s(s+6.317+l_2)+9.99+l_1$$
$$=s^2+s(6.317+l_2)+9.99+l_1$$

$$\begin{cases} \alpha_0=9.99+l_1 \\ \alpha_1=6.317+l_2 \end{cases}=\begin{cases} l_1=4.71-9.99 \\ l_2=4.17-6.317 \end{cases}=\begin{cases} l_1=-5.28 \\ l_2=-2.147 \end{cases}$$

Nous avons donc $L=\begin{bmatrix} -5.28 \\ -2.147 \end{bmatrix}$

Pour l_c, on prendra $l_c=1$

- Cahier des charges 2 :

Dans le cas du cahier des charges 1, nous avons :

Toujours : $\zeta \leq 0.69$

Et : $\omega_{n1}=\frac{3}{0.5\times 0.69}=8.70\, rad.s^{-1}$

Polynôme caractéristique : $8.70^2+2\times 0.69\times 8.70s+s^2$

$\alpha_0=75.69$ et $\alpha_1=12$

On peut ensuite faire :

$$sI-(A-BL)=\begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -9.99 & -6.317 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} l_1 & l_2 \end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix} s & -1 \\ 9.99+l_1 & s+6.317+l_2 \end{bmatrix}$$

Puis on a :

$$\det[sI-(A-BL)]=s(s+6.317+l_2)+9.99+l_1$$
$$=s^2+s(6.317+l_2)+9.99+l_1$$

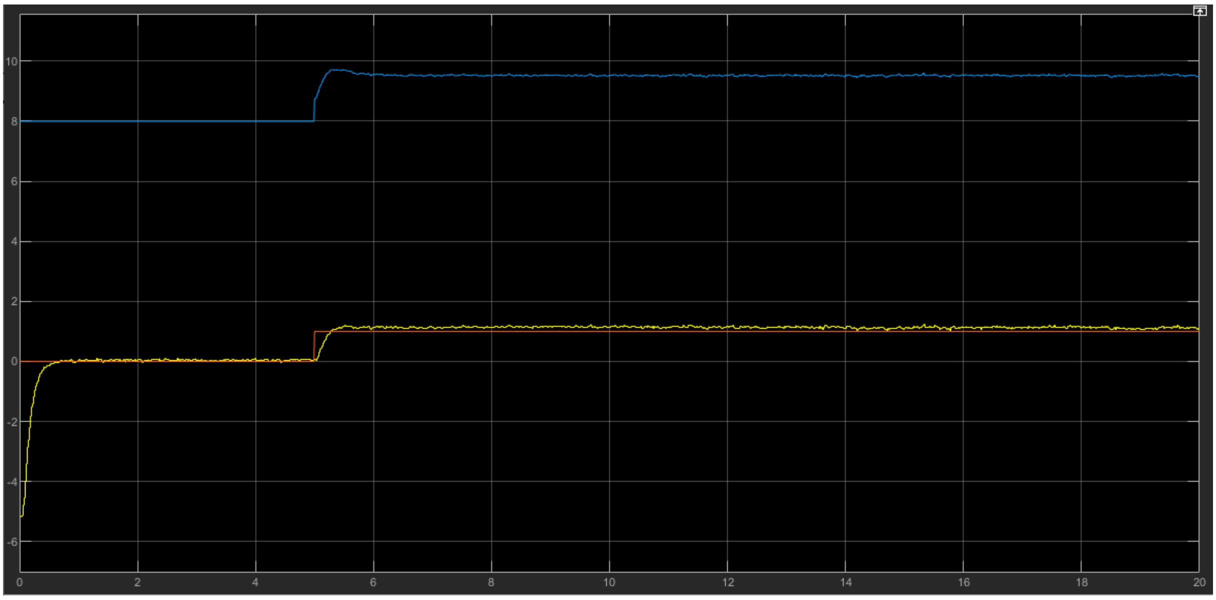
$$\begin{cases} \alpha_0=9.99+l_1 \\ \alpha_1=6.317+l_2 \end{cases}=\begin{cases} l_1=75.69-9.99 \\ l_2=12-6.317 \end{cases}=\begin{cases} l_1=65.7 \\ l_2=5.683 \end{cases}$$

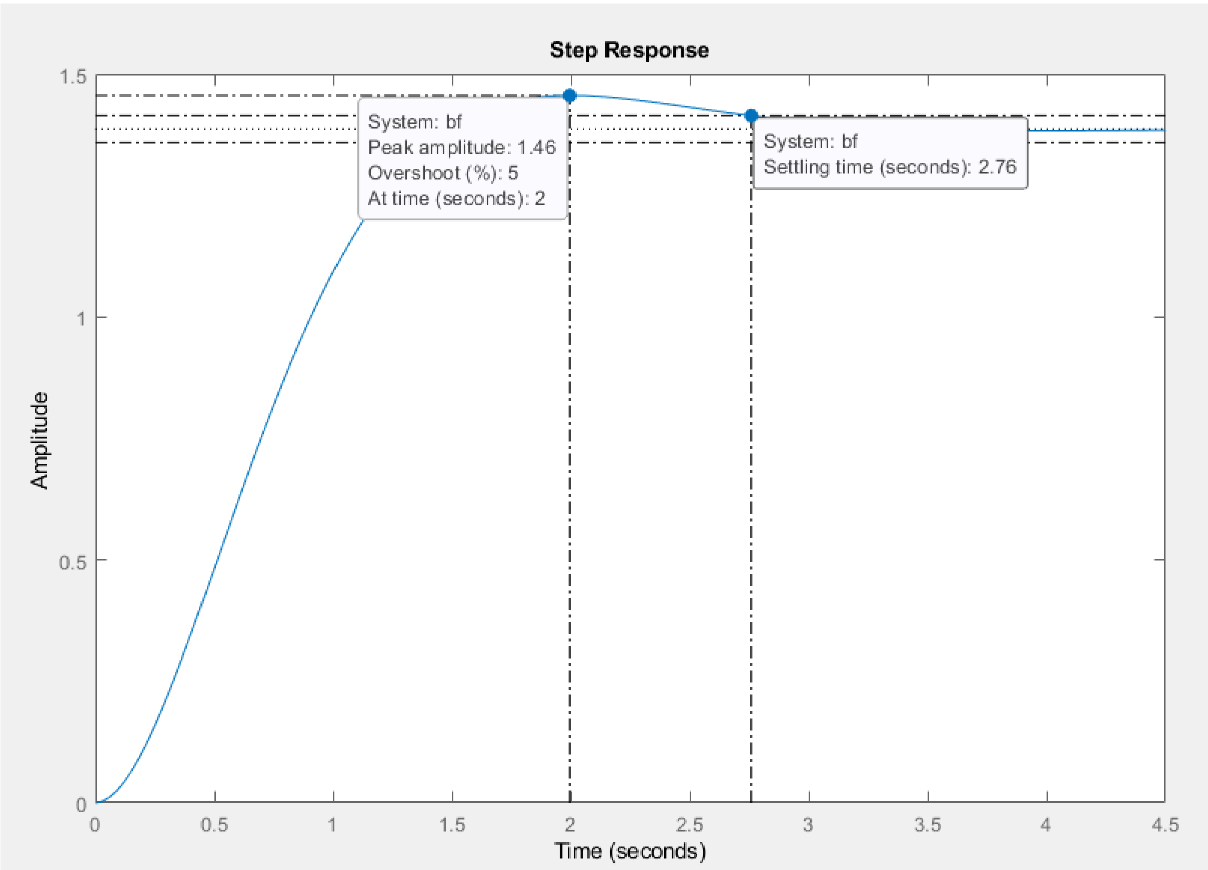
Nous avons donc $L = \begin{bmatrix} 65.7 \\ 5.683 \end{bmatrix}$

Pour l_c, on prendra aussi $l_c = 1$

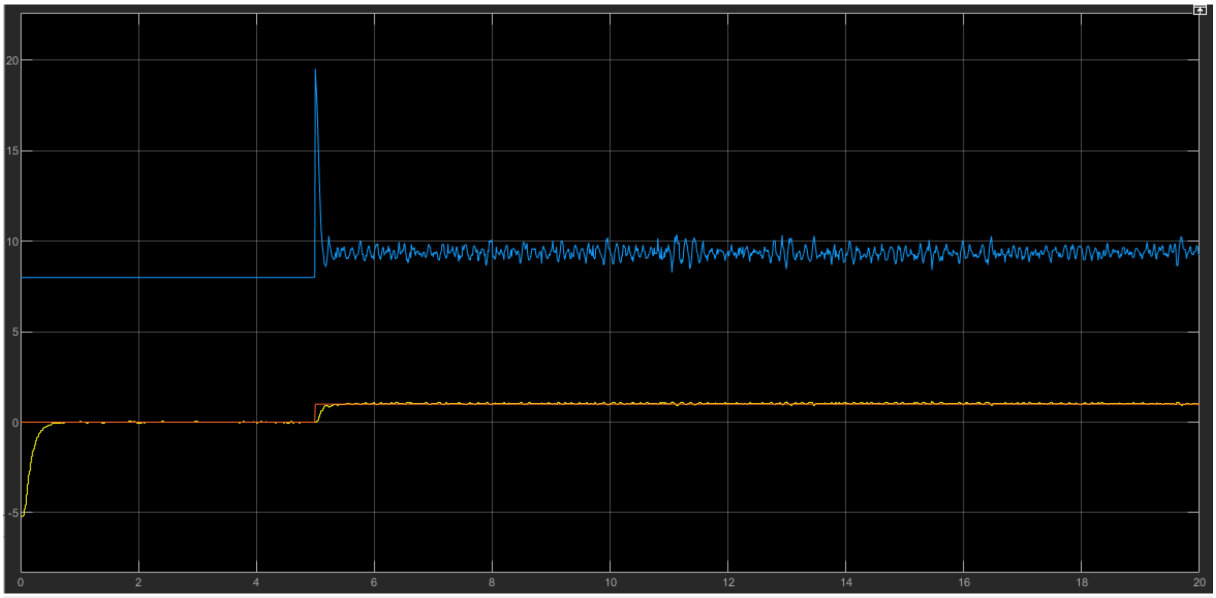
Travail expérimental

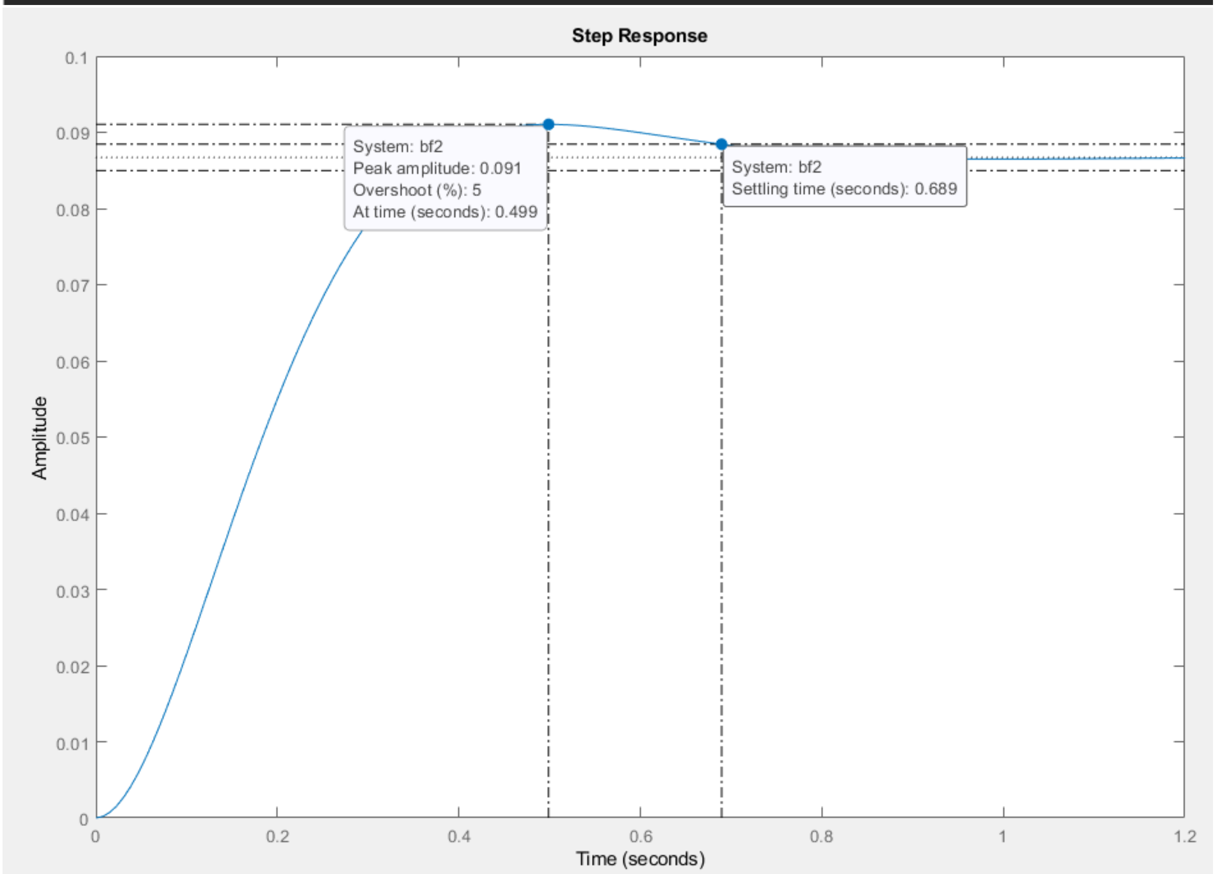
- ### Cahier des charges 1 :





- Cahier des charges 2 :





Synthèse

Nous obtenons des résultats satisfaisants par rapport aux réponses du système dans les différents cas de figure. De plus ce TP nous a permis d'approfondir nos connaissances sur Simulink.

Il est cependant dommage que nous n'ayons pas eu suffisamment de temps pour finir ce TP ...

Code MATLAB :

```
A = [0 1; -9.99 -6.317];
B = [0;1];
C = [6.556 0];

%CDC1
z1 = 0.69;
wn1 = 3/(2*z1);
K = 5.25/8;
num1 = K*wn1^2;
den1 = [1 2*z1*wn1 wn1^2];
G1 = tf(num1, den1);

L1 = [wn1^2-9.99 z1*2*wn1-6.317];

figure();
bf1 = ss(A-B*L1,B,C,0);
eig(bf1);
step(bf1);
dcgain(bf1);

%CDC2

z2 = 0.69;
wn2 = 3/(0.5*z2);
L2 = [wn2^2-9.99 z2*2*wn2-6.317];

figure();
bf2 = ss(A-B*L2,B,C,0);
eig(bf2);
step(bf2);
dcgain(bf2);
```