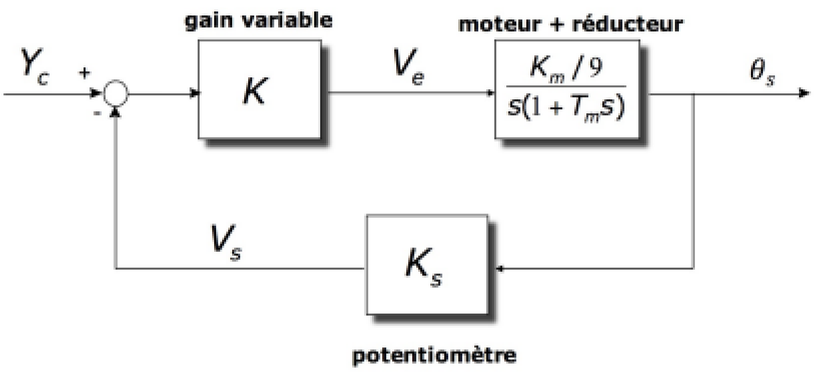
Cours : Commande des systèmes linéaires

Compte rendu TP2 : Commande d'un moteur à courant continu

Calcul d'un correcteur proportionnel

Diagramme du système :



Avec :

- **K_m = 69.6 rad/s/V**
- **K_s = 1.64 V/rad**
- **T_m = 0.28s**

Marge de phase (K = 1)

En en déduit la FTBO :

$$G(s) = \frac{(K \cdot K_m \cdot K_s)/9}{s(1+T_m s)}$$

Pour **K = 1**, en traçant la fonction de transfert G(s) sur Matlab, avec l'outil graphique nous trouvons en marge de phase **m_ϕ = 30°**.

Marge de phase (m_ϕ = 45°)

Il faut trouver la valeur de **K** pour que la courbe coupe l'axe des 0dB (**G = 1 = 0dB**) à une fréquence **ω_n** ou la phase **ϕ = -135°** (-180° + 45°) :

$$\arg\left(G(j\omega_c)\right) = \arg\left(\frac{(K\cdot K_m\cdot K_s)/9}{-\omega_c^2 T_m + j\omega_c}\right) = -\arg\left(-\omega_c^2 T_m + j\,\omega_c\right)$$

$$\Leftrightarrow -\arctan\left(\frac{\omega_c}{-\omega_c^2 T_m}\right) = -135°$$

$$\Leftrightarrow \omega_c T_m = \frac{-1}{\tan 135} = 1$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\omega_c = \frac{1}{T_m}}$$

$$|G(j\omega_c)| = 1 = 0\,dB \Leftrightarrow \left|\frac{(K\cdot K_m\cdot K_s)/9}{-\omega_c^2 T_m + j\omega_c}\right| = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{(K\cdot K_m\cdot K_s)/9}{\omega_c\sqrt{\omega_c^2 T_m^2 + 1}} = 1 \qquad \text{or } \omega_c T_m = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{K\cdot K_m\cdot K_s\cdot T_m}{\sqrt{2}} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{K\,K_m\,K_s}{9} = \frac{\sqrt{2}}{T_m}$$

$$\Leftrightarrow K = \frac{9\sqrt{2}}{K_m K_s T_m} = \frac{9\sqrt{2}}{69{,}6\cdot 1{,}66\cdot 0{,}28} = \boxed{0{,}4 = K}$$

On a donc **K = 0.4** pour une marge de phase **m_ϕ = 45°**.

Amortissement et les pôles du système en boucle fermée

On en déduit la FTBF :

$$F(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)}$$

$$F(s) = \frac{\frac{(K\cdot K_m\cdot K_s)/9}{T_m}}{s^2 + \frac{1}{T_m}s + \frac{(K\cdot K_m\cdot K_s)/9}{T_m}}$$

$$F(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

avec :

$$* \ \omega_n = \sqrt{\frac{(K\cdot K_m\cdot K_s)/9}{T_m}} = \boxed{4{,}25\,rad/s = \omega_n}$$

$$* \ \zeta = \frac{1}{2\sqrt{K\cdot K_m\cdot K_s T_m}} = \boxed{0{,}42 = \zeta}$$

On a donc :

- **ω_n = 4.25rad/s**
- **ξ = 0.42** < 0.7, donc la réponse à un échelon unitaire aura un **dépassement**.

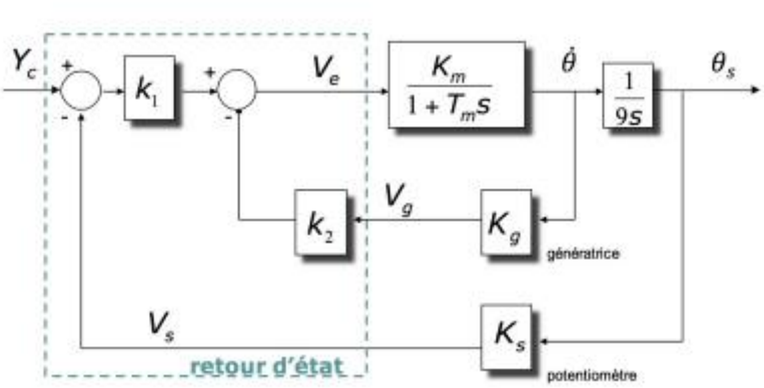
Pôles du système :

$$p_1 = -\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$p_2 = -\zeta\omega_n - j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

Calcul d'une commande par retour d'état

Diagramme du système :



Modèle d'état :

$$x = \begin{bmatrix} V_s \\ V_g \end{bmatrix} \qquad u = V_e \qquad y = V_s$$

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{K_s}{9K_g} \\ 0 & -\dfrac{1}{T_m} \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{K_m K_g}{T_m} \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V_e = -\begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s \\ V_g \end{bmatrix} + k_1 V_s^*$$

Equation caractéristique :

$$s^2 + \frac{1 + k_2 K_m K_g}{T_m} s + \frac{k_1 K_m K_s}{9 T_m} = 0$$

Par identification avec le polynôme caractéristique souhaité :

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

On en déduit K_1 :

$$\omega_n^2 = \frac{k_1 K_m K_s}{9\, T_m}$$

$$(7{,}142)^2 = \frac{k_1 \times 60 \times (4{,}9 \times 10^{-4})}{9 \times 0{,}28}$$

$$51{,}008 \times 2{,}52 \approx k \times 60 \times 0{,}0281$$

$$128{,}540 = k_1 \times 82{,}614$$

$$\frac{20{,}241}{82{,}614} = k_1$$

$$628{,}48 = k_1 \quad 3{,}81$$

Et K_2 :

$$2\xi\omega_n = \frac{1 + K_2 K_m K_g}{T_m}$$

$$2 \times 0,7 \times 7,142 = \frac{1 + K_2 \times 60 \times 0,0153}{0,28}$$

$$9,998 =$$

$$9,998 \times 0,28 = 1 + K2 \times 0,918$$

$$\frac{2,799}{0,918} = 1 + K2$$

$$3,049 - 1 = K2$$

$$K2 = 2,049$$