Compte rendu Commande et systèmes linéaire TP3 : Régulation de pression

L'objectif de la manipulation consiste à réaliser une régulation de pression d'air dans un tube sur un processus de type "sèche-cheveux". Le modèle étant donné, les études seront menées théoriquement et pratiquement grâce à Simulink Temps Réel.

Table des matières

Modélisation : 2
Validité du modèle : 3
Modèle d'état : 4
Cahier des charges n°1 : 6
Cahier des charges n°2 : 6
Cahier des charges n°3 : 7
Vérification Cahier n°1 : 8
Vérification Cahier n°2 : 8
Vérification Cahier n°3 : 8

Modélisation :

On souhaite modéliser ce système en débit d'air. Nous avons alors le modèle suivant et sa fonction de transfert.

Le modèle étant non linéaire, pour faciliter les calculs et la modélisation, on identifiera un modèle linéaire en mettant en place une commande par retour d'état autour d'un point de fonctionnement (Mo,Po), schématisé par la figure suivante :

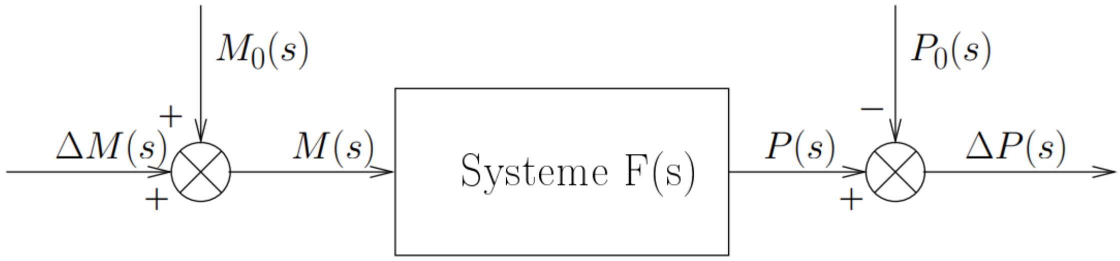
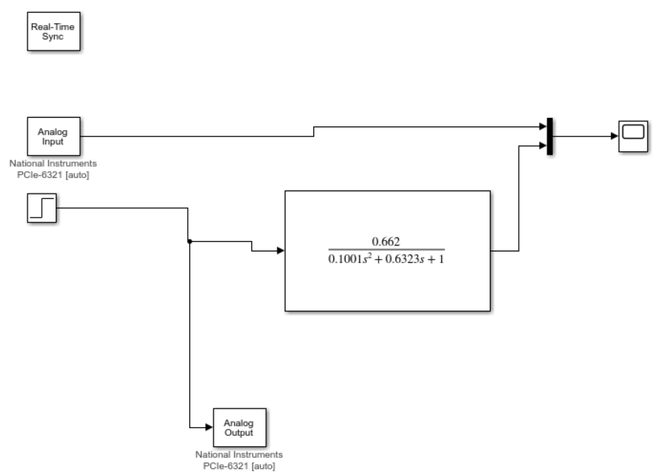


FIGURE 3.2 – *Schéma bloc du système en Boucle Ouverte*

En approximant le système à un deuxième ordre, le modèle identifié en choisissant M0= 80% et en effectuant un échelon de 10% est le suivant :

$$F(s) = \frac{\Delta P(s)}{\Delta M(s)} = \frac{K}{1 + 0.6323s + 0.1001s^2}$$

Nous allons dans un premier temps étudier la validité du modèle en le simulant avec toutes les conditions précédemment vues. On a alors le modèle Simulink de notre système :



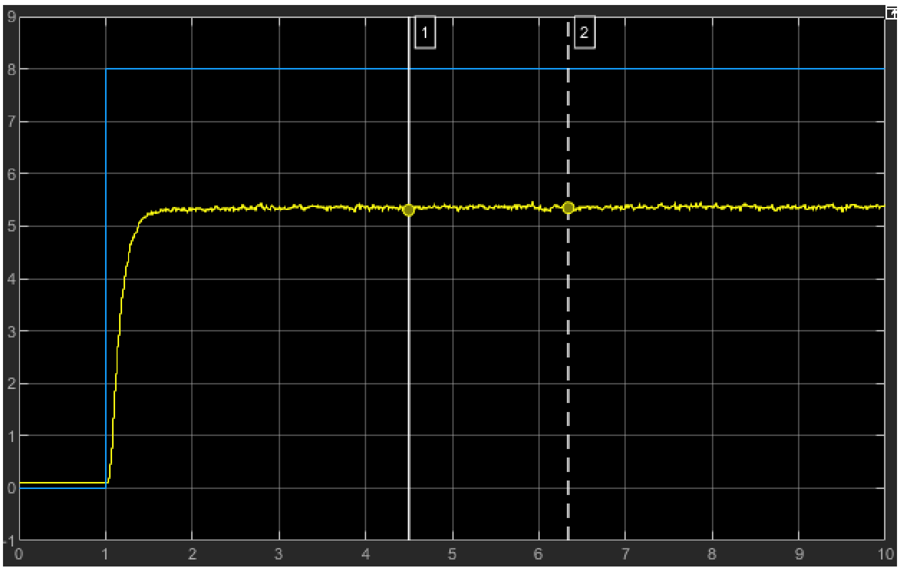
Grace à cette simulation, on peut aussi lire graphiquement K que l'on utilisera tout au long du TP par : $K = \frac{\text{valeur sortie}}{\text{valeur entrée}} = \frac{5,314}{8}$ (voir graphe de la simulation)

Validité du modèle :

Pour conclure sur la validité, nous allons étudier des réponses pour différentes valeurs de M0 (5%, 10% et 20%). Avec les différentes valeurs d'échelon réglées pour une alimentation de 10V, on obtient des valeur de K, le gain statique de la fonction de transfert :

- M0 = 80% → échelon à 8V
  - K = 5,314/8, Dépassement = 0 et Temps de réponse = 3 ,15 s
- M0 = 20% → échelon à 2V
  - K = 0,614 , Dépassement = 0 et Temps de réponse = 0,479s
- M0 = 10% → échelon à 1V
  - K = 0,3 /0,5 , Dépassement = 0 et Temps de réponse = 0,378s
- M0 = 5% → échelon à 0,05V
  - K = 0,3/0,5, Dépassement = 0 et Temps de réponse = 0,189s

Pour chacune des graphes, nous avions la réponse avec la tendance suivante. Sur celle-ci, nous pouvions observer les différentes caractéristiques de notre réponse grâce aux outils de graphique de MATLAB :



En dehors du fait que nous avons correctement observé les évolutions de notre système, sur cette partie nous avons remarqué que l'acquisition est très bruitée due à la nature de notre système (sèche-cheveux donc perturbations dans l'air forte) mais nous avons aussi vérifié que notre système était non linéaire auprès des gains statiques qui varient en fonction de la grandeur de l'entrée.

Modèle d'état :

Maintenant que nous avons vérifié la validité de notre modèle, nous pouvons nous intéresser au modèle d'état de notre commande. On chercher alors à définir les matrices A,B,C et D correspondant à la forme compagne de commandabilité.

On a notre fonction de transfert représenté par le modèle :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad \text{et} \quad F(s) = \frac{\frac{K}{0,1001}}{\frac{1}{0,1001} + \frac{0,6323}{0,1001} + s^2}$$

On applique un commande par retour d'état tel que :

$$u = -Kx + Hy_c$$

On chercher les matrices A,B,C et D correspondantes à la forme compagne de commandabilité. D'après les propriétés, on a :

$$\rightarrow A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{0,1001} & \frac{-0,6323}{0,1001} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -9,99 & -6,316 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \rightarrow C_c = \begin{bmatrix} \frac{K}{0,1001} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow D = 0 \qquad \rightarrow K = \frac{5}{8}$$

On rentre ensuite les valeurs des matrices dans Matlab pour par la suite travailler sur les réponses de chaque cahier des charges. Nos lignes de codes sont alors les suivantes

```
A = [0 1 ; -9.99 -6.316]
B = [0;1]
K = 5/8;
C = [K/0.1001 0];

LO = 0 ; L1 = 0;
L = [LO L1];
bf = ss(A-B*L,B,C,0);
```

Pour le moment, nos valeurs de correction sont pour le moment nulles car nous n'avons pas encore établi de valeurs dans notre correcteur.

L'objectif de la commande par retour d'état est de commander le système selon un cahier des charges donné. Le système identifié étant un système du second ordre, on peut choisir facilement la dynamique du système corrigé. Nous avons à notre disposition 3 cahiers des charges différents, deux basés sur des caractéristiques dynamiques souhaitées, un sur du placement de pôles.

On rappel pour les calculs, les formules suivantes :

- Dépassement = $e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$ (en %)
- Temps de réponse = $\frac{4}{\xi \omega_n}$
- Forme canonique de notre fonction de transfert : $F(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n + \omega_n}$

On doit alors appliquer une matrice de correction L nous permettant de changer les valeurs des pôles de notre fonction de transfert :

$$(A_c - B_c L) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_0 & l_1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow (A_c - B_c L) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 - l_0 & -a_1 - l_1 \end{bmatrix}$$

On détermine le dénominateur de la fonction de transfert pour ensuite faire l'analogie avec notre système :

$$\det(sI - (A - BK)) = \begin{vmatrix} s & -1 \\ a_0 + k_0 & s + a_1 + k_1 \end{vmatrix} = s(s + a_1 + k_1) - (a_0 + k_0) = s^2 + s(a_1 + k_1) - (a_0 + k_0)$$

Par analogie :

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + s(a_1 + l_1) - (a_0 + l_0)$$

Ainsi :

$$2\xi\omega_n = a_1 + l_1$$
$$\omega_n^2 = -(a_0 + l_0)$$

Avec pour notre système sans retour :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{0,1001}} = 3,16 \text{ rad/s}$$

$$\xi = \frac{\frac{0,6323}{0,1001}}{2 \times \omega_n} = 0,99$$

Maintenant que nous avons toutes les expressions de notre correcteur, nous pouvons nous pencher sur le cahiers des charges et faire les applications analogiques pour chaque cahiers des charges.

Cahier des charges n°1 :

- Le dépassement voulu doit être inférieur à 5% donc D = 0,05
- Le temps de réponse voulu : Tr = 2s

On a alors pour ces valeurs d'exigences les coefficients associés :

$$\left.\begin{array}{l} \xi = \sqrt{\dfrac{\frac{\ln(D)^2}{\pi^2}}{1+\frac{\ln(D)^2}{\pi^2}}} = 0,7 \\[2em] \omega_n = \dfrac{3}{\xi \times t_r} = 2,14 \text{ rad/s} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \omega_n^2 = a_0 + l_0 = 4,58 \\[2em] 2\xi\omega_n = a_1 + l_1 = 2,856 \end{array}$$

$$\rightarrow \quad l_0 = 4,58 - a_0 = 4,58 - 9,99 = \boxed{-5,41}$$

$$\rightarrow \quad l_1 = 2,856 - a_1 = 2,856 - 6,316 = \boxed{-3,46}$$

$$\Rightarrow \quad L_1 = [-5,41 \quad -3,46]$$

Cahier des charges n°2 :

- Le dépassement voulu doit être inférieur à 5% donc D = 0,05
- Le temps de réponse voulu : Tr = 0,5 s

On a alors pour ces valeurs d'exigences les coefficients associés :

$$\rightarrow \xi = 0,7 \qquad \rightarrow \omega_n = \frac{3}{0,5 \times \xi} = 8,57 \text{ rad/s}$$

$$\rightarrow \omega_n^2 = 73,5 \quad \text{et} \quad 2\xi\omega_n = 12$$

$$a_0 + k_0 = 73,5 \quad \text{donc} \quad l_0 = 73,5 - 9,99 = \boxed{63,51}$$

$$a_1 + k_1 = 12 \quad \text{donc} \quad l_1 = 12 - 6,316 = \boxed{5,684}$$

$$L = [63,15 \quad 5,684]$$

Cahier des charges n°3 :

Cette fois-ci nous ne raisonneront pas par objectif de propriétés des réponses mais par objectif de valeur de nos pôles. On commence par trouver les valeurs du coefficient d'amortissement et de la pulsation pour ensuite trouver nos coefficients a0 et a1. Après les étapes de calculs, on trouve :

$$\rightarrow \xi = 0{,}707 \qquad \rightarrow \omega_n = 2{,}88 \text{ rad/s}$$

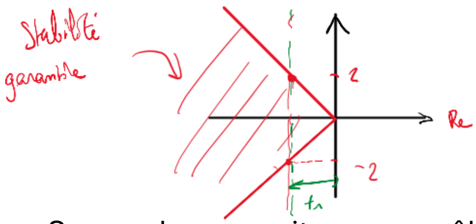
$$\Rightarrow \underbrace{2\xi\omega_n}_{a_1} = 4{,}07 \qquad \Rightarrow \underbrace{\omega_n^2}_{a_0} = 8{,}3$$

$$\rightarrow t_r = 1{,}57 \text{ s}$$

On reprend ensuite les calculs fait pour les autres cahiers des pour trouver nos valeurs composantes de la matrice de correction :

$$l_0 = -1{,}99 \qquad l_1 = -2{,}316 \qquad \Rightarrow L = [-1{,}99 \quad -2{,}316]$$

On retrouve l'explication physique du choix de ces deux pôles. Ceux-ci ont été choisi car les parties réelles et imaginaire des pôles seront identiques après notre correcteur. Dans un plan du secteur des pôles tels que :

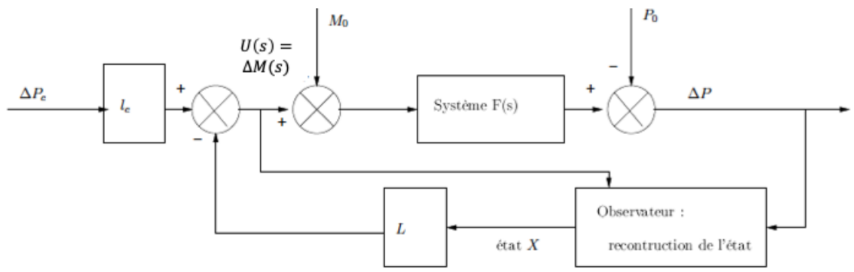


→ stabilité assurée avec les pôles $2+2i$ et $2-2i$

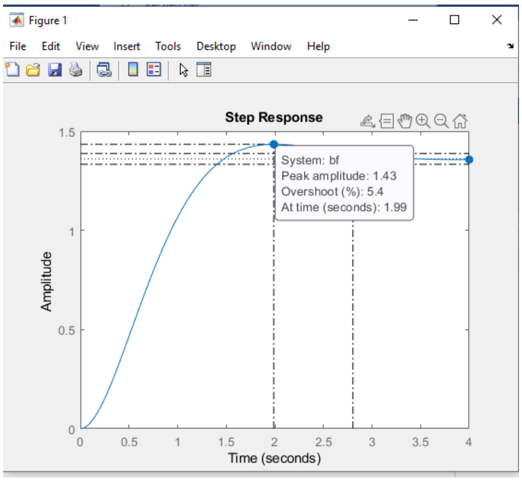
le stabilité, quelqu
→ + temps de réponse associé à
onque

Sur ce plan, on voit que nos pôles sont à la limite de la stabilité et ainsi avec ses pôles particuliers, nous aurons la certitude d'avoir un système stable et un dépassement inférieur à 5%.

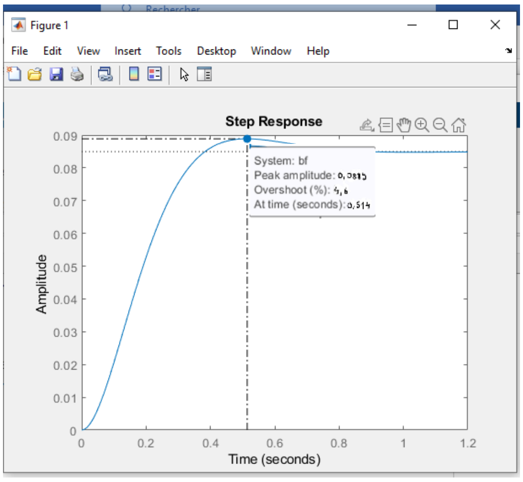
Maintenant que nous avons calculé les valeurs, nous pouvons vérifier les réponses On va réaliser le schéma suivant sur Simulink et on aura les réponses suivantes nous permettant de vérifier si les cahiers des charges.



Vérification Cahier n°1 :

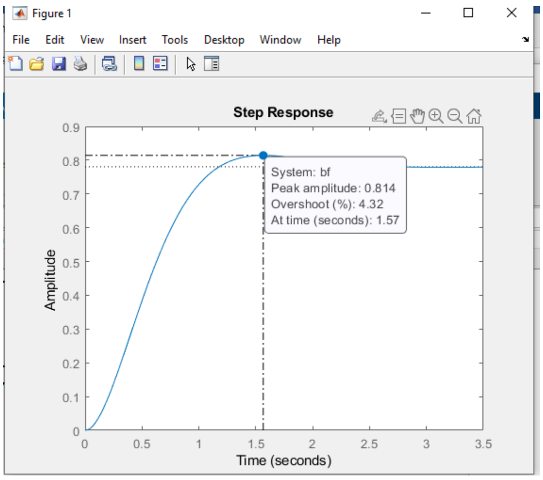


Vérification Cahier n°2 :



On constate que pour les trois graphes, les cahiers des charges ont été respectés et donc le dépassement est autour de 5% et les temps de réponse sont en adéquation avec leurs cahier des charges associés.

Vérification Cahier n°3 :



Ces vérifications nous montre bien que pour avoir une réponse exigées par certains cahier des charges, il y a plusieurs couple de valeur permettant l'asservissement. Cependant dans notre cas, le système n'est pas linéaire et donc nos points de fonctionnement peuvent varier. Pour les trois cahiers des charges, les points de fonctionnement sont sensiblement les mêmes.

On teste également notre manipulation sur le sèche-cheveux qui est l'objectif de base. Pour appliquer le correcteur et ainsi obtenir une pression voulue, on dessine sur Simulink le schéma de pilotage suivant :