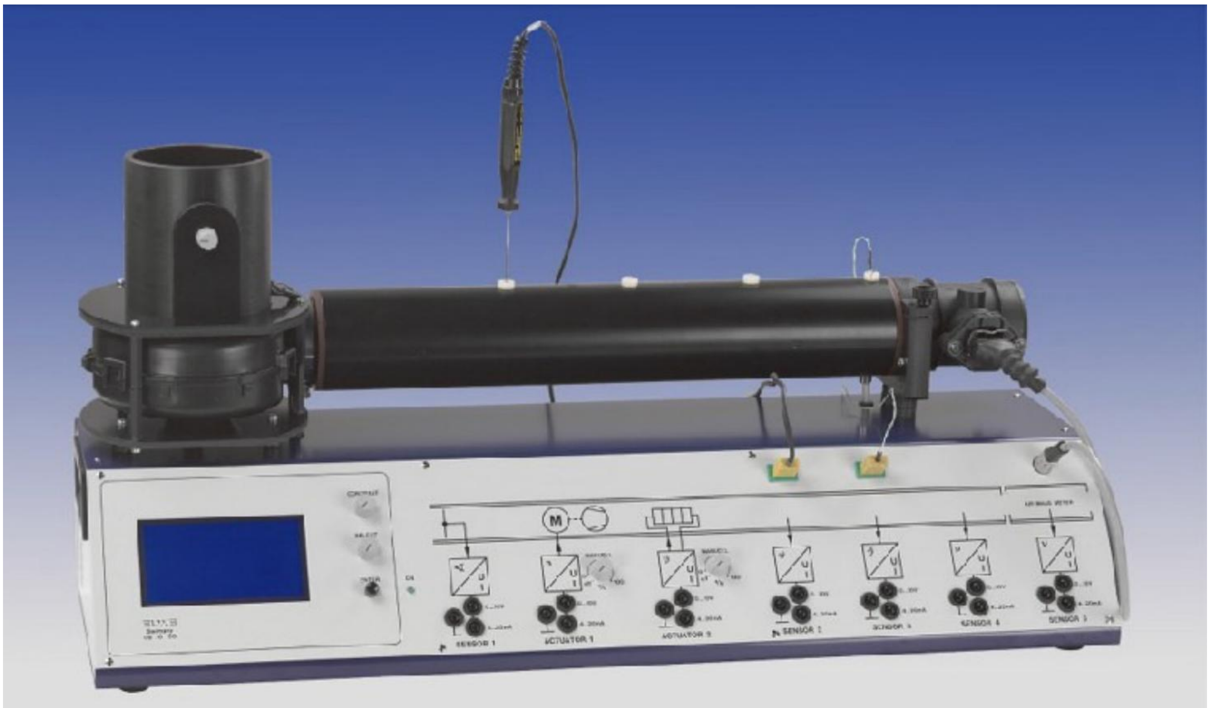
TP - Commande de systèmes Linéaires



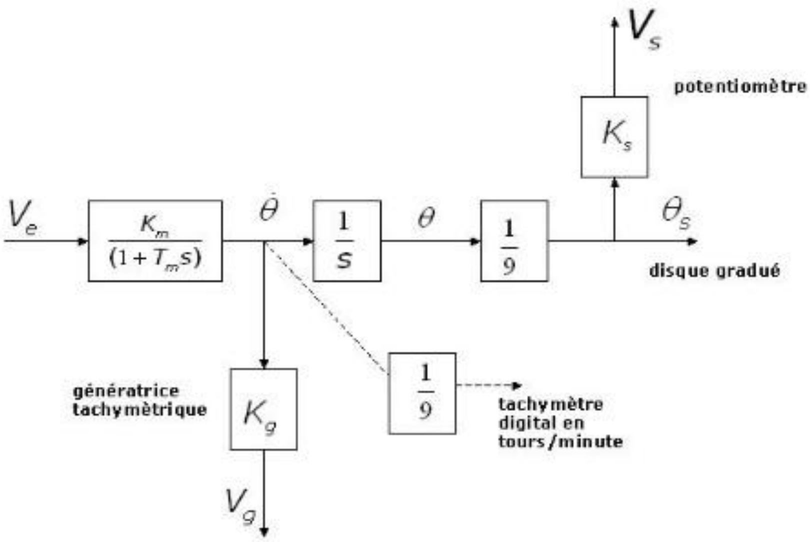
TP1 : Modélisation d'un moteur à courant continu
TP2 : Commande d'un moteur à courant continu
TP3 : Régulation de pression : commande par retour d'état – Observateur

Timothée Burgmeier & Raphaël Louis-le-Denmat
3ème année Automatique Electronique
FISA

Sommaire

TP1 : Modélisation d’un moteur à courant continu

Schéma 1 :



Identification des paramètres Ks et Kg

Pour l’identification du paramètre Ks, on mesure la tension au niveau de la sortie *potentiomètre* de la maquette pour un angle donné sur la roue graduée de la maquette. On obtient alors les tableaux suivants :
angle = [150 180 210 240 270 300 330];
tension_angle = [0.00 0.77 1.55 2.36 3.20 4.03 4.77];

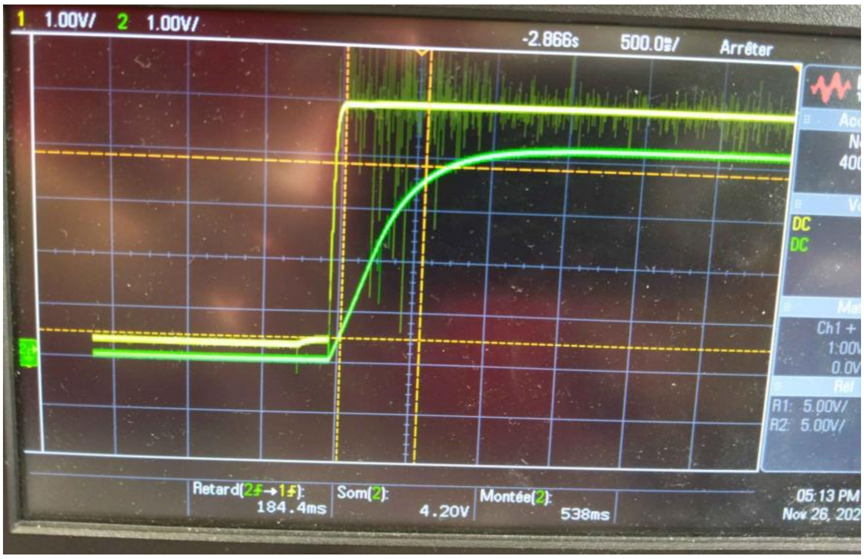
Sachant que l’on veut un angle en radians et que nous l’avons mesuré en degrés, nous allons multiplier le tableau d’angle par $\frac{pi}{180}$. Ensuite via matlab nous calculons l’équation de la droite Ax + B, sachant que Ks est le coefficient A de cette équation de droite. On trouve alors Ks = 1.5333

Pour l’identification du paramètre Kg, on mesure la tension au niveau de la sortie *tachimètre* de la maquette pour une vitesse moteur donnée.
On obtient alors les tableaux suivants :
rpm = [325 285 250 230 200 174 145 100 50 0];
tension_rpm = [4.16 3.60 3.20 2.94 2.55 2.20 1.85 1.27 0.63 0.00];

Sachant que l’on veut une vitesse en radians/secondes et que nous l’avons mesurée en rpm et que l’affichage de la vitesse en RPM la divisait par 9, nous allons multiplier le tableau des rpm par $\frac{9*2*pi}{60}$ car $\frac{2*pi}{60}$permet de passer en radians/secondes et la multiplication par 9 permet de donner la vitesse réelle. Ensuite via matlab nous calculons l’équation de la droite Ax + B, sachant que Kg est le coefficient A de cette équation de droite. On trouve alors Kg = 0.0135.
Le détail du fichier Matlab se trouve en annexe.

Identification des paramètres Km et Tm

Pour déterminer ses paramètres on a mesuré la tension du tachymètre en réponse à un échelon de 4.62v sur un oscilloscope:



Montée(2): temps de montée
Som(2): Vg(∞)

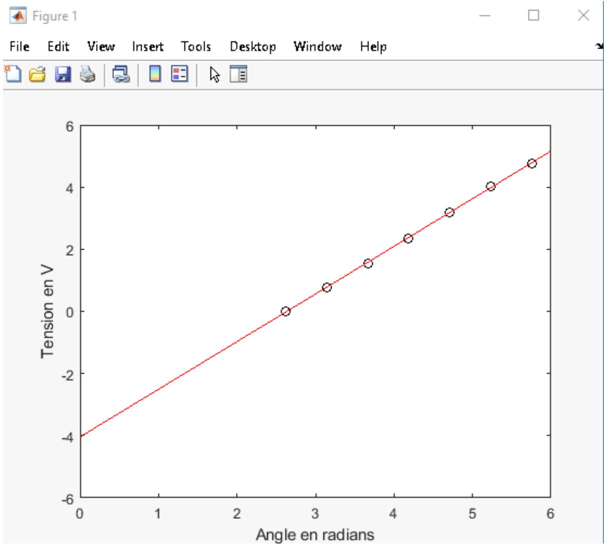
Tm est la constante de temps du moteur, on peut donc la déterminer avec le temps de monté par la relation suivante :

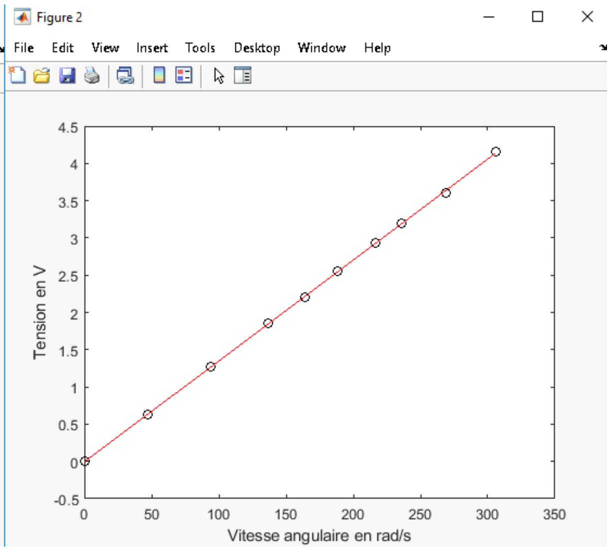
$$Tm = \frac{tm}{2.2} = \frac{0.538}{2.2} = 244\ ms$$

Km est le gain du système, on détermine l'équation suivante à l'aide du schéma 1

$$Vg(\infty) = Ve(\infty) \times Km \times Kg \Leftrightarrow Km = \frac{Vg(\infty)}{Ve(\infty) \times Kg} = \frac{4.18}{4.62 \times 0.0135} = 66.8$$

Vérifier par simulation sous Simulink



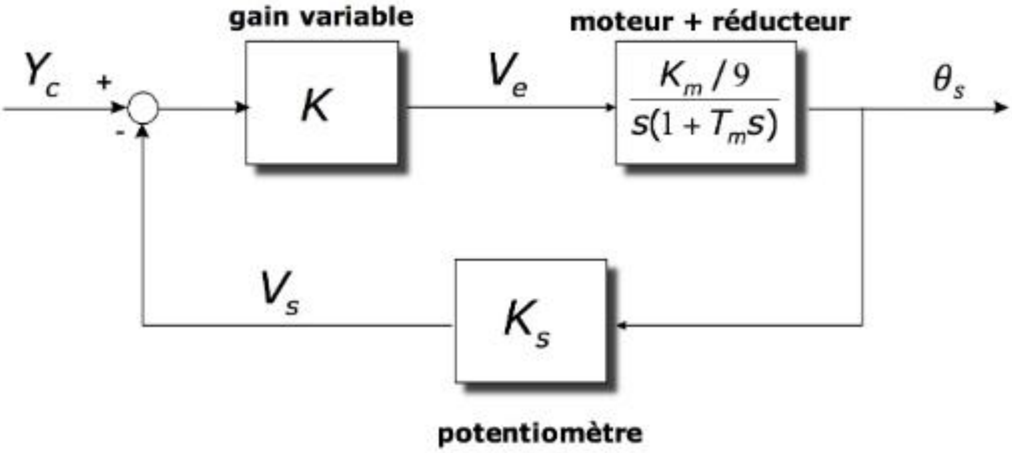


Identification du moteur dans le domaine fréquentiel

Par manque de temps pour la réalisation du TP il a été en accord avec le professeur de passer cette partie afin de pouvoir réaliser le TP2.

TP2 : Commande d’un moteur à courant continu

Calcul d’un correcteur proportionnel



1. Lorsque K = 1, déterminer par le calcul, la marge de phase du système à partir de la fonction de transfert identifiée dans la manipulation 1 (valeurs des paramètres à valider avec l’enseignant). On vérifiera en séance cette valeur sous Matlab grâce à la fonction margin.

La fonction de transfert de la manipulation 1 est :

$$T(s) = \frac{K \times K_m/9}{s(T_m s + 1)} = \frac{K \times 7.42}{s(0.244s + 1)}$$

On cherche quand |T(jw1)| = 1 :
Soit quand

$$7.42 = |jw_1(0.244jw_1 + 1)| = |jw_1 - 0.244\, w_1{}^2| = \sqrt{w_1{}^2 + 0.06\, w_1{}^4}$$

$55.0 \times K^2 = w_1{}^2 + 0.06\, w_1{}^4 = w_2 + 0.06\, w_2{}^2$ avec w2 = w1²

$$w_2 = \frac{-1 \pm \sqrt{14.2}}{0.12} = 23.07 \;\; ou \; -39.7$$

$$w_1 = 4.8 = \sqrt{\frac{-1 \pm \sqrt{13.2 \times K^2}}{0.12}}$$

$$M_\varphi = Arg(T(jw_1)) - \pi = 2.43 - \pi = 0.71\, rad = 40°$$

2. Déterminer la valeur de K conduisant à une marge de phase de 45 degrés.

$$M_\varphi = 45° = \left(Arg\left(T(jw_1)\right) - \pi\right) \times \frac{180}{\pi} =$$

$$\frac{K \times 7.42}{jw_1(0.244 \times jw_1 + 1)} = \frac{K \times 7.42}{jw_1 - 0.244 \times w_1^2}$$

$$= \frac{K \times 7.42 \times jw_1 + K \times 7.42 \times 0.244 \times {w_1}^2}{({w_1}^2 + 0.06 \times {w_1}^4)}$$

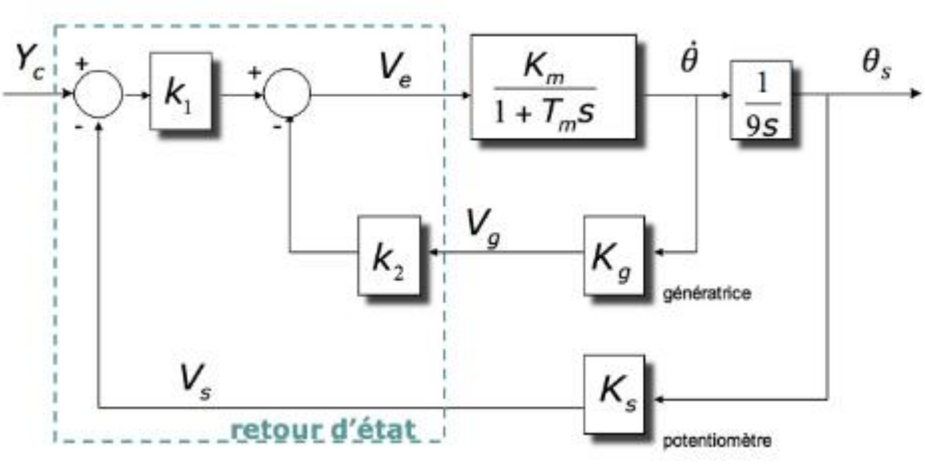
$$Arg(T(jw_1) = Arctan(\frac{0.244 \times w_1}{1}) = \frac{45 \times \pi}{180} + \pi$$

$$\frac{0.244 \times w_1}{1} = tan(\frac{45 \times \pi}{180} + \pi) \Leftrightarrow w_1 = \frac{tan(\frac{45 \times \pi}{180} + \pi)}{0.244} = \sqrt{\frac{-1 \pm \sqrt{13.2 \times K^2}}{0.12}}$$

$$\Leftrightarrow (\frac{tan(\frac{45 \times \pi}{180} + \pi)}{0.244})^2 = \frac{-1 \pm \sqrt{13.2 \times K^2}}{0.12} \Leftrightarrow (\frac{tan(\frac{45 \times \pi}{180} + \pi)}{0.244})^2 \times 0.12 + 1 = \pm\sqrt{13.2 \times K^2}$$

$$K = \sqrt{((\frac{tan(\frac{45 \times \pi}{180} + \pi)}{0.244})^2 \times 0.12 + 1)^2 / 13.2} = 0.83$$

Calcul d’une commande par retour d’état



On nous dit que le système bouclé se comporte comme un système du second ordre et on nous demande un dépassement inférieur à 5% et de temps de réponse à 2% inférieur à tr = 0,8 s.

On prend alors ζ = 0.7
A l’aide de l’équation suivante:

Temps de réponse (ou temps d’établissement) à 2 % : $t_r = \frac{4}{\zeta\omega_n}$

On calcul ainsi ωn = 7.07

Equation caractéristique :

$$s^2 + \frac{1 + k_2 K_m K_g}{T_m} s + \frac{k_1 K_m K_s}{9T_m} = 0$$

Par identification avec le polynôme caractéristique souhaité : $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$, on déduit k_1 et k_2.

Par identification :

$$\frac{k_1 K_m K_s}{9T_m} = {\omega_n}^2 \Leftrightarrow k_1 = \frac{{\omega_n}^2 \times 9T_m}{K_m K_s}$$

$$\frac{1 + k_2 K_m K_g}{T_m} = 2\zeta\omega_n \Leftrightarrow k_2 = \frac{T_m \times 2\zeta\omega_n - 1}{K_m K_g}$$

On fait l’application numérique :

$k_1 = 0.99$

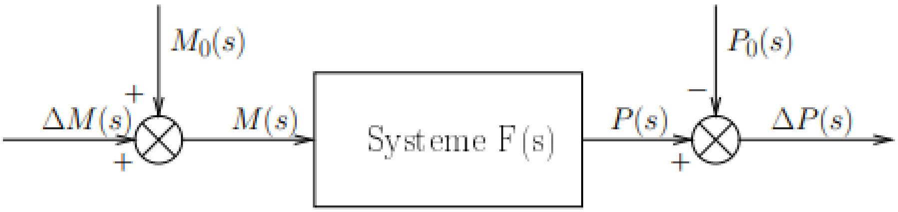
$k_2 = 1.39$

Calcul d'un correcteur proportionnel dérivé

1. Calculer la fonction de transfert du système en boucle ouverte.

$$T(s) = \frac{K_m\, K_1}{(T_m s+1)\times 9s} = \frac{66.8 \times 0.99}{(0.244\times s+1)\times 9s}$$

TP3 : Régulation de pression : commande par retour d’état – Observateur



En approximant le système à un deuxième ordre, le modèle identifié en choisissant $M_0 = 80\%$ et en effectuant un échelon de 10% est le suivant :

$$F(s) = \frac{\Delta P(s)}{\Delta M(s)} = \frac{K}{1 + 0.6323s + 0.1001s^2} \tag{3.1}$$

3.3.2 Validité du modèle

Afin de vérifier la validité de la dynamique de la fonction de transfert (Équation 3.1) et d’identifier la valeur du gain K, on se propose de comparer la réponse du système réel et du système identifié à un échelon.
Pour ce faire, récupérer tout d’abord sur Moodle le fichier Simulink qui vous servira pour la suite du TP. Ce fichier contient les blocs convertisseurs CNA et CAN présents dans le PC que vous utilisez. Le signal d’entrée n’est en revanche pas spécifié : c’est à vous de le définir. Il faut également préciser la période d’échantillonnage en fixant sous Matlab : Te = 0.001. Ensuite :

I Mettre en place un modèle simulink permettant de tracer la réponse du système réel à un échelon autour du point de fonctionnement utilisé lors de l’identification. Identifier la valeur de K.

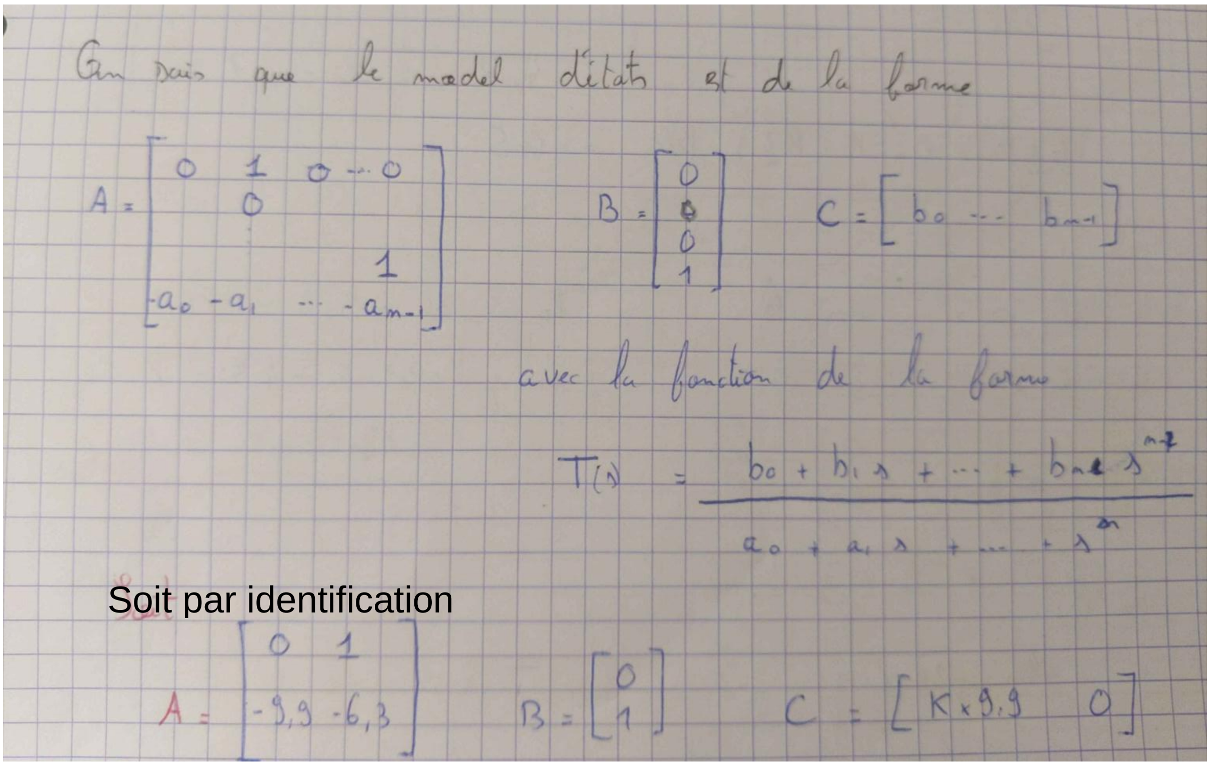
I Mettre en place un modèle simulink permettant de tracer la réponse du système identifié à un échelon autour du point de fonctionnement utilisé lors de l’identification.

3.3.3 Mise en place du modèle d'état

De manière à pouvoir mettre en place une commande par retour d'état, définir les matrices A, B, C, D correspondant à la forme compagne de commandabilité.

La forme compagne du modèle d'état est la suivante :

$$\frac{K}{1+0.6323s+0.1001s^2} = \frac{9.9\,K}{9.9+6.3s+s^2}$$



On sais que le model d'état est de la forme

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ & 0 & & & \\ & & & & 1 \\ -a_0 & -a_1 & & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} b_0 & \cdots & b_{n-1} \end{bmatrix}$$

avec la fonction de la forme

$$T(s) = \frac{b_0 + b_1 s + \cdots + b_{n-1} s^{n-1}}{a_0 + a_1 s + \cdots + s^n}$$

Soit par identification

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -9,9 & -6,3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} K \times 9,9 & 0 \end{bmatrix}$$

et D= 0

On pose $u = L\,x + y_c$ avec $L = [\,l_0\,,\ l_1\,]$

$A_2 = A - B\,L = [0\ \ 1\ ,\ (-9.9 - l_0)\ \ (-6.3 - l_1)]$

Soit le calcul du polynôme P = det (sI - A)

$P_2 = \det(sI - A_2) = s^2 + (l_1 + 6.3)s + (9.9 + l_0)$

Par identification pour un 2nd ordre :

$9.9 + l0 = {\omega_n}^2 \Leftrightarrow l0 = {\omega_n}^2 - 9.9$

$l1 + 6.3 = 2\zeta\omega_n \Leftrightarrow l1 = 2\zeta\omega_n - 6.3$

3.4 Conception du retour d'état

Pour le cas 1 et 2, on est sur un système du 2eme ordre et on nous demande un temps de réponse à 5%, on utilisera donc l'équation suivante :

$tr_{5\%} = \frac{3}{\xi \omega_n}$ pour ξ proche de 0.7.

Cahier des charges n°1 :

- Dépassement inférieur à 5%,
- Temps de réponse à 5% de 2s.

$$\omega_n = \frac{3}{\zeta \, t_{r5\%}} = 1.5$$

$$l0 = {\omega_n}^2 - 9.9 = -7.75$$

$$l1 = 2\zeta\omega_n - 6.3 = -4.2$$

Cahier des charges n°2

- Dépassement inférieur à 5%,
- Temps de réponse à 5% de 0,5s.

$$\omega_n = \frac{3}{\zeta \, t_{r5\%}} = 6$$

$$l0 = {\omega_n}^2 - 9.9 = 26.1$$

$$l1 = 2\zeta\omega_n - 6.3 = 2.1$$

3.4.1 Préparation

En préparation pour les deux cahiers des charges basés sur la réponse dynamique, déterminer le polynôme caractéristique souhaité pour le système bouclé. En déduire la loi de commande (gain de retour d'état L et gain de précommande lc).

On pose u = -L x + lc yc

$$\dot{x} = (A - BL)\,x + B\,y_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -9{,}9-l_0 & -6{,}3-l_1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ l_c \end{bmatrix} y_c$$

$$y = C\,x + \cancel{D\,u} = \begin{bmatrix} 9{,}99K' & 0 \end{bmatrix} x$$

Soit le dénominateur de la fonction de transfert :

$$s^2 + (6.3 + l_1)s + (9.9 + l_0)$$
$$l_0 = {\omega_n}^2 - 9.9$$
$$l_1 = 2\zeta\omega_n - 6.3$$

Cahier des charges n°1 :

- Dépassement inférieur à 5%,
- Temps de réponse à 5% de 2s.

$$\omega_n = \frac{3}{\zeta\, t_{r5\%}} = 2.14$$
$2\zeta\omega_n = 3$
$${\omega_n}^2 = 4.59$$
$$l_0 = 4.59 - 9.9 = -6.9$$
$$l_1 = 3 - 6.3 = -1.71$$
$$l_c = 4.59$$

Cahier des charges n°2 :

- Dépassement inférieur à 5%,
- Temps de réponse à 5% de 0.5s.

$$\omega_n = \frac{3}{\zeta\, t_{r5\%}} = 8.57$$
$2\zeta\omega_n = 12$
$${\omega_n}^2 = 144$$
$$l_0 = 144 - 9.9 = 134.1$$
$$l_1 = 12 - 6.3 = 5.7$$
$$l_c = 144$$

Annexes :

Fichier Matlab TP1 :

TP1.m *

```matlab
angle = (pi/180)*[150 180 210 240 270 300 330];
tension_angle = [0.00 0.77 1.55 2.36 3.20 4.03 4.77];
plot(angle,tension_angle,"ok");
P_angle = polyfit(angle,tension_angle,1);
angle_theo = 0:360*(pi/180);
tension_angle_theo = P_angle(1)*angle_theo + P_angle(2);

hold on
plot(angle_theo,tension_angle_theo,'-r')
xlabel('Angle en radians')
ylabel('Tension en V')

rpm = 9*2*pi/60*([325 285 250 230 200 174 145 100 50 0]);
tension_rpm = [4.16 3.60 3.20 2.94 2.55 2.20 1.85 1.27 0.63 0.00];
figure(2)
plot(rpm,tension_rpm,"ok");
P_rpm = polyfit(rpm,tension_rpm,1);
rpm_theo = 9*2*pi/60*(0:325);
tension_rpm_theo = P_rpm(1)*rpm_theo + P_rpm(2);

hold on
plot(rpm_theo,tension_rpm_theo,'-r')
xlabel('Vitesse angulaire en rad/s')
ylabel('Tension en V')

Ks= P_angle(1);
Kg = P_rpm(1);

Tm = 0.226;
Vs = 4.18;
Ve = 4.62;
Km = (Vs/(Ve*Kg));
zeta = sqrt(2)/2;
tr2 = 0.8;
wn = 4/(zeta*tr2);
k1 = wn*wn*9*Tm/(Ks*Km);
k2 = (2*zeta*wn*Tm-1)/(Km*Kg);
```

Name	Value
angle	[2.6180,3.1416,3.6652,...
angle_theo	[0,1,2,3,4,5,6]
k1	0.9928
k2	1.3926
Kg	0.0135
Km	66.8043
Ks	1.5333
P_angle	[1.5333,-4.0400]
P_rpm	[0.0135,-0.0053]
rpm	[306.3053,268.6062,23...
rpm_theo	1x326 double
tension_angle	[0,0.7700,1.5500,2.360...
tension_angle_theo	[-4.0400,-2.5067,-0.97...
tension_rpm	[4.1600,3.6000,3.2000,...
tension_rpm_theo	1x326 double
Tm	0.2260
tr2	0.8000
Ve	4.6200
Vs	4.1800
wn	7.0711
zeta	0.7071