

# Rapport TP3 CSLC

BÉNISTANT Raphaël, BOURLOT Xavier, 3IMACS-AE-C, Binôme 2

30 mai 2020

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Modélisation et identification du processus</b>	<b>2</b>
2.1	Modélisation . . . . .	2
2.2	Validité du modèle . . . . .	2
2.3	Mise en place du modèle d'état . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Conception du retour d'état</b>	<b>4</b>
3.1	Préparation . . . . .	4
3.1.1	Cahier des charges n°1 . . . . .	5
3.1.2	Cahier des charges n°2 . . . . .	5
3.1.3	Cahier des charges n°3 . . . . .	6
3.2	Travail expérimental . . . . .	7
3.2.1	Cahier des charges n°1 . . . . .	7
3.2.2	Cahier des charges n°2 . . . . .	8
3.2.3	Cahier des charges n°3 . . . . .	9
3.2.4	Comparaison des commandes des trois cahiers des charges . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>11</b>

# 1 Introduction

L'objectif de ce TP est d'effectuer une régulation de la pression dans un tube sur un processus de type "sèche-cheveux". Le système peut être perturbé à l'aide d'une vanne papillon et d'un chauffage. On commande le système via la vitesse d'un ventilateur  $M$ . Une commande par retour d'état sera étudiée, pour trois cahiers de charges différents. Tous les modèles mis en place sur Simulink et implémenté sur la maquette AMIRA de type LTR 701 via l'interface avec MATLAB nommée xPC Target.

## 2 Modélisation et identification du processus

### 2.1 Modélisation

On souhaite contrôler le système à débit d'air grâce à la commande  $M$  de la vitesse du ventilateur produisant le flux d'air. Le volet, qui permet de perturber la pression de l'air, est réglé à 80%. On peut également agir sur la commande du chauffage, qui est réalisé par une simple résistance. Cependant, puisque notre objectif est de réguler la pression du tube uniquement à l'aide de la commande  $M$ , nous avons également fixé sa valeur : 10%.

Le modèle que nous étudions est non linéaire. Un modèle linéarisé autour du point de fonctionnement  $(M_0, P_0)$  nous est fourni :

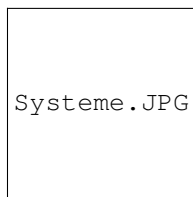


FIGURE 1 – Schéma bloc système en boucle ouverte

Il est caractérisé par la fonction de transfert suivante :

$$F(s) = \frac{\Delta P(s)}{\Delta M(s)} = \frac{K}{1 + 0.6323s + 0.1001s^2}$$

### 2.2 Validité du modèle

Notre premier objectif est de déterminer la valeur du gain à basse fréquence  $K$ . Pour ce faire, nous soumettons la maquette AMIRA de type LTR 701 à deux échelons : un échelon de 8V à 8,5V, c'est-à-dire un échelon de 5%, et un échelon de 8 à 10, c'est-à-dire un échelon de 20%. Le modèle Simulink à implémenter sur la maquette est le suivant :

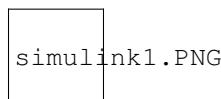


FIGURE 2 – Modèle Simulink de la maquette en boucle ouverte

Le modèle simulé correspondant est donnée par le schéma Simulink qui suit :

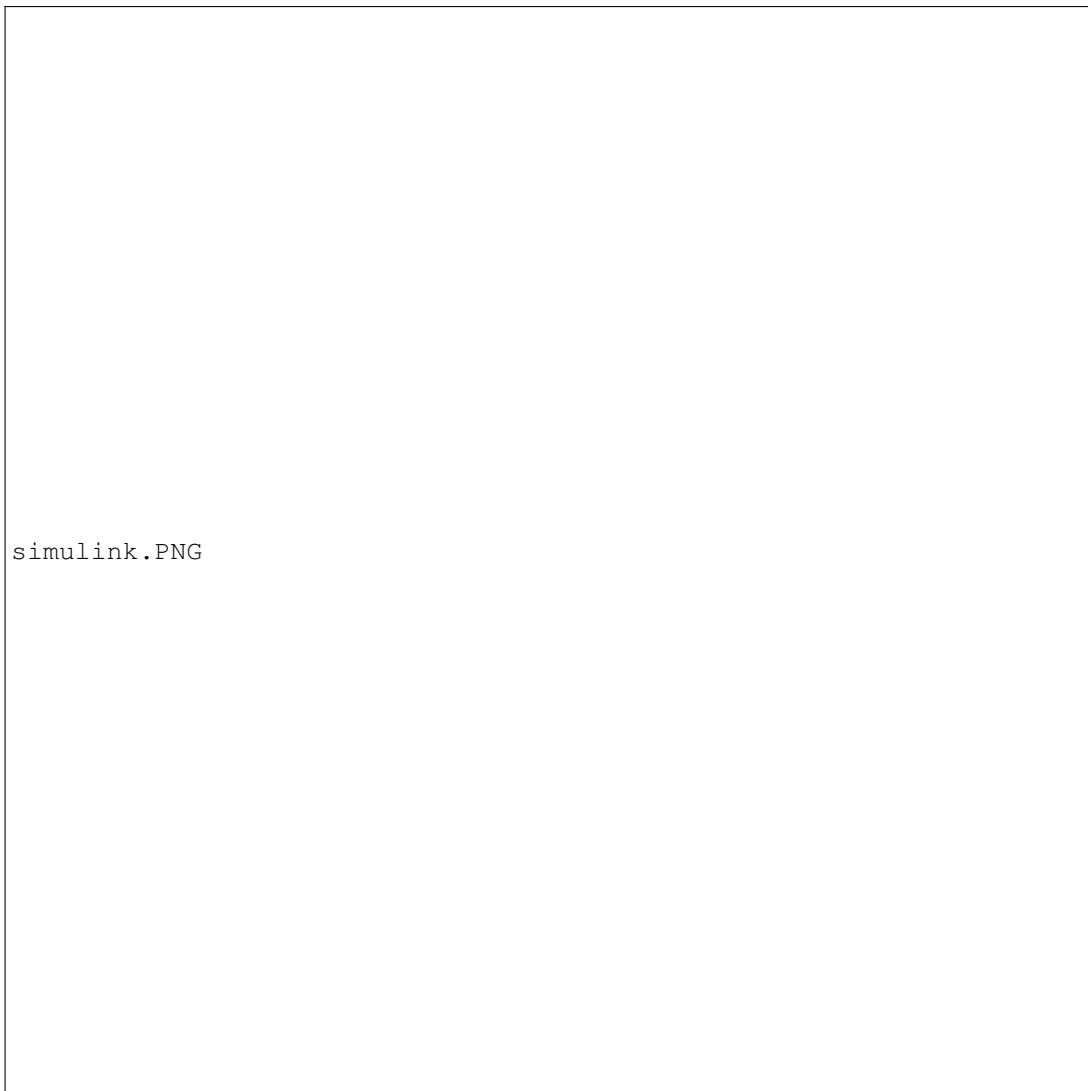


FIGURE 3 – Modèle Simulink du système en boucle ouverte

Les résultats de la simulation nous donne une valeur de  $K = 0,55$ . Pour trouver ce résultat, il suffit de diviser la valeur finale moyenne de la courbe obtenu grâce à la maquette moins la valeur de cette même courbe au moment où on déclenche l'échelon, c'est-à-dire  $t = 1s$ , par la valeur de l'échelon.

Comparons maintenant les résultats de l'implémentation à ceux de la simulation.

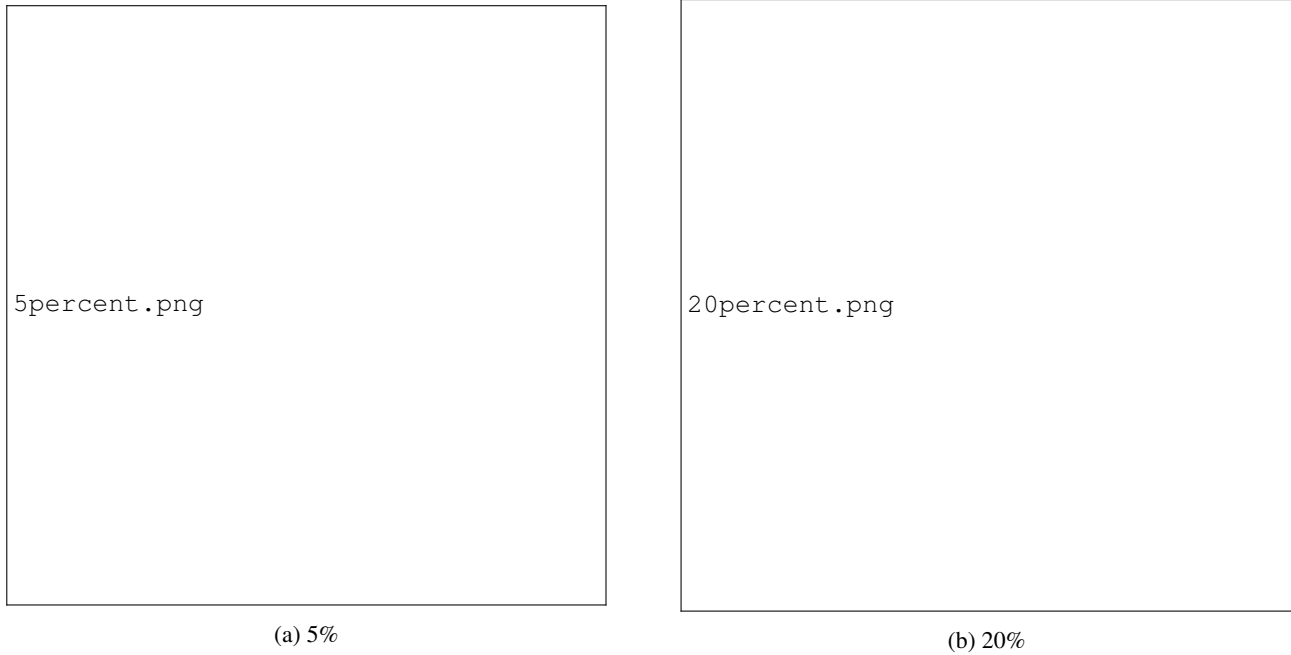


FIGURE 4 – Echelons en boucle ouverte, et comparaison avec le modèle Simulink

La fonction de transfert semble valide, malgré quelques petites différences à l'origine, probablement dues à des changements physiques du point de fonctionnement (température, pression atmosphérique, ...). Nous pouvons donc valider ce modèle.

### 2.3 Mise en place du modèle d'état

Afin de caractériser totalement le système et de pouvoir travailler simplement sur sa commande, nous utiliserons le modèle d'état de ce système sous sa forme compagne de commande :

$$\begin{cases} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -9,99 & -6,3167 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 5,4945 & 0 \end{bmatrix} x \end{cases}$$

On en déduit donc que :

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -9,99 & -6,3167 \end{bmatrix} & B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} 5,4945 & 0 \end{bmatrix} & D &= 0 \end{aligned}$$

## 3 Conception du retour d'état

L'objectif de la commande par retour d'état est de commander le système selon un cahier des charges donné. Nous avons à notre disposition 3 cahiers des charges différents, deux basés sur des caractéristiques dynamiques souhaitées et le dernier sur du placement de pôles. Le système identifié est un système d'ordre 2, il sera donc très facile de le comparer à la forme générale des systèmes du second ordre :

$$G(s) = \frac{K \cdot \omega_n}{s^2 + 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2}$$

### 3.1 Préparation

Afin de pouvoir implémenter notre retour d'état, nous allons tout d'abord calculer théoriquement les valeurs du gain de retour d'état  $L = \begin{bmatrix} L_0 & L_1 \end{bmatrix}$  ainsi que le gain de précommande  $l_c$  qui correspondent à la commande par retour d'état :

$$u = -L \cdot x + l_c \cdot y_c$$

### 3.1.1 Cahier des charges n°1

Dans ce premier cahier des charges, le système doit être un système du second ordre avec les caractéristiques suivantes :

- Dépassement inférieur à 5%
- Temps de réponse à 5% de 2s

On sait que :

$$M_p = 5\% \iff \xi = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Aussi, comme  $\xi$  est proche de 7 :

$$t_{r,5\%} = \frac{3}{\xi \cdot \omega_n}$$

Donc

$$\omega_n = \frac{3}{\xi \cdot t_{r,5\%}} = 2,12 \text{ rad.s}^{-1}$$

On en déduit donc le polynôme caractéristique désiré qui est :

$$s^2 + 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2 = s^2 + 3 \cdot s + 4,49$$

En appliquant l'algorithme de détermination du gain de retour d'état pour une forme compagne de commande, on obtient :

$$L_0 = \alpha_0 - a_0 = 4,49 - 9,99 = -5,5$$

$$L_1 = \alpha_1 - a_1 = 3 - 6,3165 = -3,3165$$

avec  $\alpha_i$  et  $a_i$  les coefficients respectivement du polynôme caractéristique désiré et du polynôme du dénominateur de la fonction de transfert du système en boucle ouverte lorsque la fonction de transfert est telle que le coefficient correspondant au monôme de plus haut degré du dénominateur est normalisé à la valeur 1.

L'algorithme nous donne également l'expression du gain de précommande  $l_c$  :

$$l_c = \frac{\alpha_0}{b_0} \cdot F_{BF}(0)$$

avec  $b_i$  les coefficients du polynôme du numérateur de la fonction de transfert du système en boucle ouverte lorsque la fonction de transfert est telle que le coefficient correspondant au monôme de plus haut degré du dénominateur est normalisé à la valeur 1.

On a donc :

$$l_c = \frac{4,49}{5,4945} \cdot 1 = 0,81718$$

### 3.1.2 Cahier des charges n°2

Dans ce premier cahier des charges, le système doit être un système du second ordre avec les caractéristiques suivantes :

- Dépassement inférieur à 5%
- Temps de réponse à 5% de 0,5s

On sait que :

$$M_p = 5\% \iff \xi = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Aussi, comme  $\xi$  est proche de 7 :

$$t_{r,5\%} = \frac{3}{\xi \cdot \omega_n}$$

Donc

$$\omega_n = \frac{3}{\xi \cdot t_{r,5\%}} = 8,49 \text{ rad.s}^{-1}$$

On en déduit donc le polynôme caractéristique désiré qui est :

$$s^2 + 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2 = s^2 + 12 \cdot s + 72$$

En appliquant l'algorithme de détermination du gain de retour d'état pour une forme compagne de commande, on obtient :

$$L_0 = \alpha_0 - a_0 = 72 - 9,99 = 62,01$$

$$L_1 = \alpha_1 - a_1 = 12 - 6,3165 = 5,6833$$

avec  $\alpha_i$  et  $a_i$  les coefficients respectivement du polynôme caractéristique désiré et du polynôme du dénominateur de la fonction de transfert du système en boucle ouverte lorsque la fonction de transfert est telle que le coefficient correspondant au monôme de plus haut degré du dénominateur est normalisé à la valeur 1.

L'algorithme nous donne également l'expression du gain de précommande  $l_c$  :

$$l_c = \frac{\alpha_0}{b_0} \cdot F_{BF}(0)$$

avec  $b_i$  les coefficients du polynôme du numérateur de la fonction de transfert du système en boucle ouverte lorsque la fonction de transfert est telle que le coefficient correspondant au monôme de plus haut degré du dénominateur est normalisé à la valeur 1.

On a donc :

$$l_c = \frac{72}{5,4945} \cdot 1 = 13,104$$

### 3.1.3 Cahier des charges n°3

**Par calcul :** Le polynôme caractéristique désiré est le suivant :

$$(s - (-2 + 2i))(s - (-2 - 2i)) = s^2 + 4s + 8$$

Par identification, on trouve :

$$\begin{aligned} \omega_n^2 = 8 &\longrightarrow \omega_n = 2\sqrt{2} = 2,83 \text{ rad.s}^{-1} \\ \text{et } 2\xi\omega_n &= 4 \end{aligned}$$

Donc

$$tr_5\% = \frac{3}{\xi\omega_n} = 1,51s$$

Un coefficient d'amortissement  $\xi$  de  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  correspond à un dépassement de 5%. On suppose que ces pôles ont été choisis pour que le système en boucle fermée présente une valeur de dépassement faible. On note aussi que le temps d'établissement à 5% est égal à 1,51s ce qui est un temps intermédiaire entre le cahier des charges n°1 et le cahier des charges n°2. Les pôles sont bien dans le demi-plan gauche du lieu des racines donc le système est stable.

En appliquant l'algorithme de détermination du gain de retour d'état pour une forme compagne de commande, on obtient :

$$L_0 = \alpha_0 - a_0 = 8 - 9,99 = -1,99$$

$$L_1 = \alpha_1 - a_1 = 4 - 6,3167 = -2,3167$$

avec  $\alpha_i$  et  $a_i$  les coefficients respectivement du polynôme caractéristique désiré et du polynôme du dénominateur de la fonction de transfert du système en boucle ouverte lorsque la fonction de transfert est telle que le coefficient correspondant au monôme de plus haut degré du dénominateur est normalisé à la valeur 1.

L'algorithme nous donne également l'expression du gain de précommande  $l_c$  :

$$l_c = \frac{\alpha_0}{b_0} \cdot F_{BF}(0)$$

avec  $b_i$  les coefficients du polynôme du numérateur de la fonction de transfert du système en boucle ouverte lorsque la fonction de transfert est telle que le coefficient correspondant au monôme de plus haut degré du dénominateur est normalisé à la valeur 1.

On a donc :

$$l_c = \frac{8}{5,4945} \cdot 1 = 1,456$$

**Via Matlab :** On peut également retrouver des résultats similaires sous Matlab, en créant les matrices du système d'état et en utilisant la commande *place*.

```
1 >> A=[0 1;-9.99 -6.3167]
2 A =      0      1.0000
3     -9.9900     -6.3167
4
5 >> B=[0;1]
6
7 B =      0
8         1
9
10 >> p=[-2+2i -2-2j]
11 p = -2.0000 + 2.0000i  -2.0000 - 2.0000i
12
13 >> place(A,B,p)
14 ans =     -1.9900     -2.3167
```

## 3.2 Travail expérimental

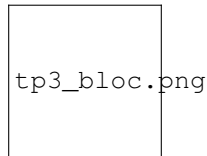


FIGURE 5 – Schéma bloc du système en Boucle fermée

### 3.2.1 Cahier des charges n°1

On implémente le cahier des charges avec les valeurs du gain de précommande et de retour d'état calculées précédemment :

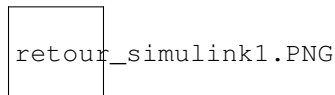


FIGURE 6 – Schéma Simulink du cahier 1

On simule et on teste sur le système réel ce retour d'état pour un échelon de 0 à 0.5V. En bleu la réponse simulée, en orange la réponse du système réel. On observe également la commande du système, car il est nécessaire de ne pas perdre de vue ce que l'on demande physiquement aux actionneurs, pour pouvoir détecter des problèmes comme la saturation par exemple.



FIGURE 7 – Echelon de 0 à 0,5V (cahier n°1)

On observe que la réponse en simulation satisfait le cahier des charges ( $M_p = 4.9\%$  et  $t_{r,5\%} = 1.04s$ ). En revanche, sur le système réel, on observe la présence d'un décalage de la valeur finale, de l'ordre de 0.03V soit 6% de la consigne. Cela peut de nouveau être attribué à des changements des conditions physiques d'expérimentation.

Concernant le dépassement et le temps de montée, il est difficile de donner une valeur précise à cause de la présence d'un bruit important dans la mesure. On estime  $t_{r,5\%} = 0.9s$ .  $M_p$  est dissimulé dans le bruit, mais on sait que  $M_p < 9\%$  (maximum du bruit).

Ainsi, le cahier n°1 semble respecté.

### 3.2.2 Cahier des charges n°2

On met à jour le retour d'état avec les valeurs calculées précédemment :

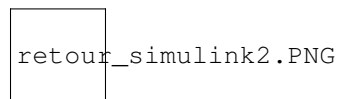


FIGURE 8 – Schéma Simulink du cahier 2

Les contraintes du cahier des charges n°2 sont bien plus importantes : temps de réponse divisé par 4, avec le même dépassement. Cela implique des gains de commande plus élevés et donc un risque de saturation des actionneurs.





FIGURE 9 – Echelon de 0 à 0, 5V (cahier n°2)

La réponse en simulation répond à ce cahier des charges (*valeur finale* = 3.16V,  $M_p = 4.1\%$  et  $t_{r,5\%} = 0.31s$ ). Cependant, la commande est temporairement à 13V, ce qui est bien plus élevé que sur le cahier précédent.

Le système réel n'est pas stable avec ce retour d'état. il oscille autour de la valeur finale à  $\pm 72\%$ . Il n'est donc pas possible de vérifier les paramètres du cahier des charges. Cela est du à une contrainte trop importante sur le système, en particulier sur le moteur. Le cahier des charges est trop exigeant et fait apparaître les limites de notre modélisation du second ordre, comme des retards purs non modélisés ici. Il faudrait donc revoir le cahier des charges ou le modèle pour parvenir à un asservissement effectif.

### 3.2.3 Cahier des charges n°3

Le nouveau schéma de commande est le suivant :

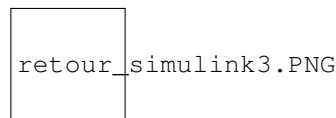


FIGURE 10 – Schéma Simulink du cahier 3

Le cahier des charges spécifie des pôles en  $[-2 + 2j, -2 - 2j]$ . Cela correspond à un  $tr_{5\%} = 1.51s$  et  $M_p = 5\%$ . Ces contraintes sur le système sont plus faibles que celles du cahier n°2 donc on peut espérer un asservissement effectif de la pression.



(a) Sortie



(b) Commande

FIGURE 11 – Echelon de 0 à 0,5V (cahier n°3)

En simulation, on observe un dépassement de 4.7% et  $tr_5\% = 1.12s$ . C'est mieux que le cahier des charges spécifié. La commande ne sature pas au cours de l'échelon.

En réel, on obtient les valeurs suivantes :  $M_p = 4.6\%$  et  $tr_5\% = 1.27s$ . La valeur finale présente un léger décalage par rapport à la consigne de moins de 7% (présence du bruit rend la mesure difficile). Ainsi, le cahier n°3 est respecté.

### 3.2.4 Comparaison des commandes des trois cahiers des charges

Pour mieux cerner l'impact du cahier des charges sur la contrainte imposée au système, on peut comparer les commandes simulées des 3 cahiers des charges sur une même base de temps et en réponse à un même échelon de 5%.



(a) 0 à 20 s



(b) Zoom entre 0.5 et 6 s

FIGURE 12 – Commandes des 3 cahiers à un échelon de 5%

Sur la première figure, montrant l'ensemble de l'échelon, il apparaît clairement un pic important correspondant au cahier n°2. C'est l'effet de la forte contrainte de temps de réponse imposée au système, qui sature l'actionneur. Les cahiers 1 & 3 présentent des dépassements faibles en comparaison du cahier °2, et on observe que le cahier 3 est légèrement plus rapide que le cahier 1.

## 4 Conclusion

Ainsi, nous avons pu mettre en oeuvre différents cahiers des charges sur un même système, en utilisant la méthode du retour d'état. Nous avons d'abord reconstruit l'état à partir d'un observateur sur la pression et la tension de commande.

Ensuite, nous avons implémenté le retour d'état à proprement parler, avec différentes contraintes. La comparaison des réponses et commandes de chaque cahier des charges nous a permis d'appréhender l'applicabilité de certaines demandes faites sur le système réel. La différence de résultat entre la simulation et le réel nous a aussi permis d'approcher les limites de notre modélisation.

En guise d'ouverture, nous aurions également pu nous intéresser à la consommation énergétique d'un tel système, et l'influence du choix des contraintes sur cette consommation.