

**Rapport TP2 Automatique**  
ASNL : Méthode du plan de phase  
Etude d'un asservissement de position à relais

VITRAT Romain

BOURLOT Xavier

4AE-SE, Binôme 2  
30 mai 2020

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Etude du système linéaire</b>	<b>1</b>
<b>3</b>	<b>Etude du système sans correction tachymétrique</b>	<b>2</b>
3.1	Influence de la zone morte . . . . .	2
3.2	Influence de l'hystérésis . . . . .	3
3.3	Relais complet . . . . .	3
3.4	Réalisation . . . . .	3
<b>4</b>	<b>Retour tachymétrique</b>	<b>4</b>
4.1	Simulation . . . . .	4
4.2	Réalisation . . . . .	5
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>6</b>
<b>A</b>	<b>Annexes</b>	<b>7</b>
A.1	Code Matlab . . . . .	7

# 1 Introduction

On se propose d'étudier un asservissement en position d'un moteur, comprenant un élément non linéaire. Cet élément est un relais, caractérisé par une saturation à  $\pm M$ , un hystérésis  $H$  et un seuil, matérialisé par  $\Delta$  (cf Fig.1).

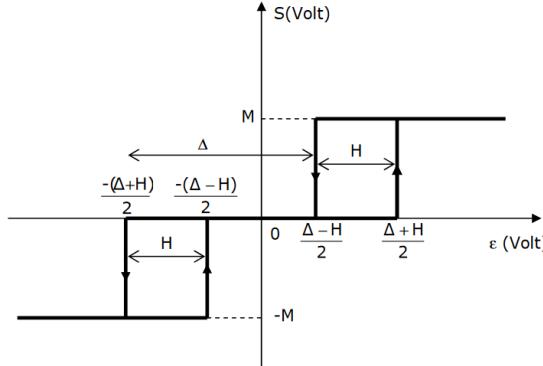


FIGURE 1 – Caractéristiques du relais (élément non linéaire)

L'asservissement est réalisé selon le schéma suivant :

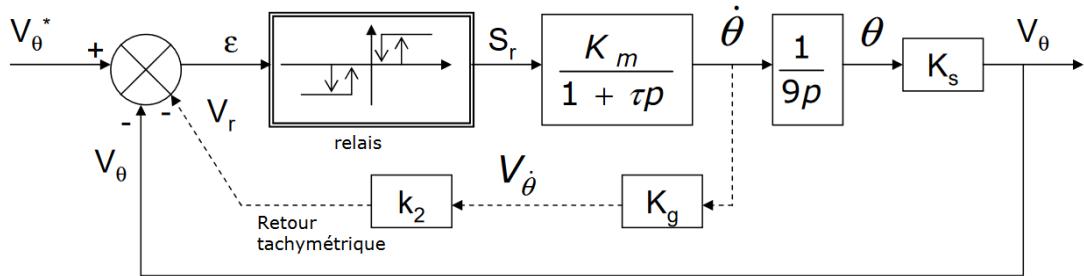


FIGURE 2 – Schéma bloc de l'asservissement

Dans un premier temps, nous étudierons le système linéaire en faisant abstraction du relais. Ensuite, le relais sera intégré au modèle. Enfin, un retour tachymétrique sera ajouté.

## 2 Etude du système linéaire

Nous avons dans un premier temps modélisé sous Simulink le système sans élément non linéaire, afin de vérifier son temps de réponse, dépassement, amortissement, ...

La réponse indicielle est la suivante :

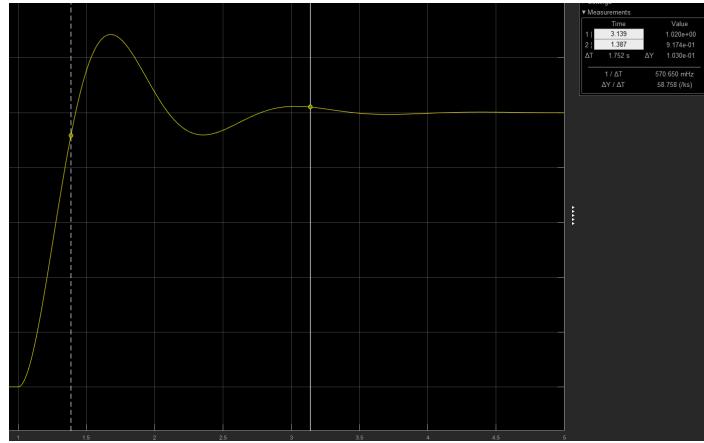


FIGURE 3 – Réponse à un échelon du système linéaire

On retrouve les valeurs calculées :

$$\begin{cases} \omega_n = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{K_m K_s}{\tau}} = 5 \text{ rad/s} \\ z = \frac{1}{2z\omega_n} = 0.37 \\ D = e^{-\frac{2\pi}{\sqrt{1-z^2}}} = 1.27 \\ t_r = \frac{2.16z+0.6}{\omega_n} = 2.16s \end{cases} \quad (1)$$

On peut également donner la représentation d'état de ce système, en posant  $x_1 = V_\theta$  et  $x_2 = \frac{dV_\theta}{dt}$ . On obtient le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K_m K_s S_r}{9\tau} & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_m K_s S_r}{9\tau} \end{bmatrix} U \\ Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} X \end{cases} \quad (2)$$

Le plan de phase de ce système sera donc le plan position/vitesse.

### 3 Etude du système sans correction tachymétrique

Pour les études en non linéaire on considère une consigne en position nulle et une condition initiale à 10V.

#### 3.1 Influence de la zone morte

On étudie d'abord l'influence du seuil seul. On prend  $\Delta = 5$ . Il est nécessaire que  $\epsilon > \Delta/2$  pour que le système commute. On peut observer la commutation dans le domaine temporel sur la figure suivante (en noir les droites de commutation à  $\pm\Delta/2$ ) :

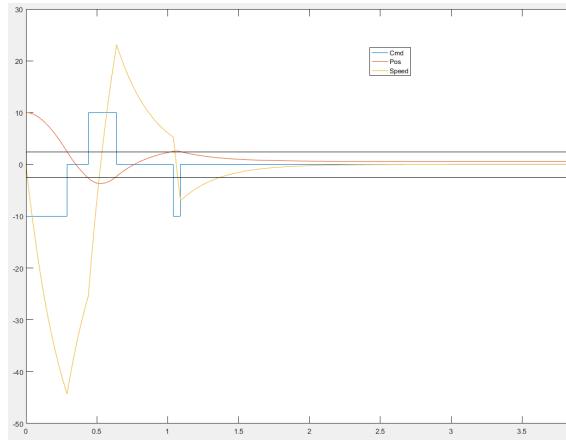


FIGURE 4 – Réponse temporelle ( $CI = 10, \Delta = 5, H = 0$ )

Il subsiste alors une erreur de position, qui s'explique par l'absence de commutations en deçà d'un certain seuil. L'erreur en vitesse est nulle car celle-ci est intégrée. On observe un dépassement de 1.36, similaire au modèle linéaire. Nous avions 1.27 de dépassement mais celui-ci n'était pas sujet à la même entrée ( $0 \rightarrow 1$  VS  $10 \rightarrow 0$ );

Si l'on observe maintenant le plan de phase, on peut identifier de nouveau ces droites de commutation :

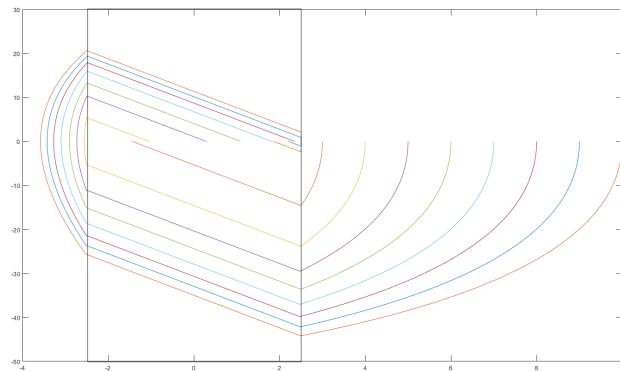


FIGURE 5 – Diagramme de phase ( $CI = 1..10, \Delta = 5, H = 0$ )

Ici, plusieurs conditions initiales sont observées, de 1 à 10V en position.

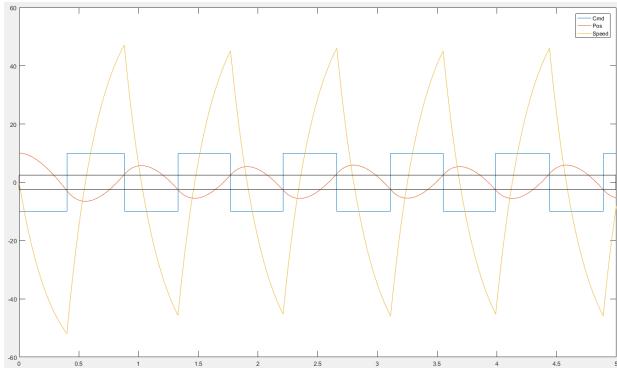
Note : il est important de bien paramétriser le pas et la méthode de simulation pour obtenir des résultats corrects.

On observe une oscillation pouvant s'apparenter à un foyer attracteur sur le plan de phase. L'erreur de position positive conduit à une vitesse négative, qui intègre selon une exponentielle la position. Idem pour le cas positif.

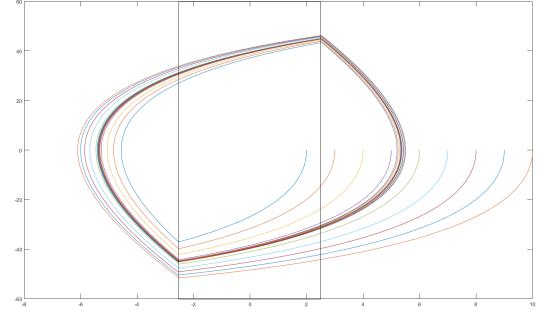
Les droites dans le plan de phase correspondent à la zone morte du relais : sa sortie étant nulle la position tend linéairement vers 0.

### 3.2 Influence de l'hystérésis

On s'intéresse maintenant à l'effet de l'hystérésis pur. On pose  $\Delta = 0$  et  $H = 5$ .



(a) Réponse temporelle (  $CI = 10$  )



(b) Diagramme de phase (  $CI = 1..10$  )

FIGURE 6 – Hystéresis pur ( $\Delta = 0, H = 5$ )

### 3.3 Relais complet

On intègre maintenant les deux composantes du relais simultanément. Il existe alors une valeur limite de  $\Delta$  et de  $H$  pour lesquelles le système est en mode oscillant. Par dichotomie, on peut trouver :

$$Pour \begin{cases} \Delta = 5 \rightarrow H_{lim} = 0.83 \\ H = 5 \rightarrow \Delta_{lim} = 10.48 \end{cases} \quad (3)$$

On peut retrouver graphiquement sur le plan de phase les quatre droites de commutation. Elles sont situées à  $\pm \frac{\Delta+H}{2}$  et  $\pm \frac{\Delta-H}{2}$ . Soit dans notre cas  $V_\theta = \pm 2.5V$  et  $\pm 7.5V$ , pour  $\Delta = 10, H = 5$ .

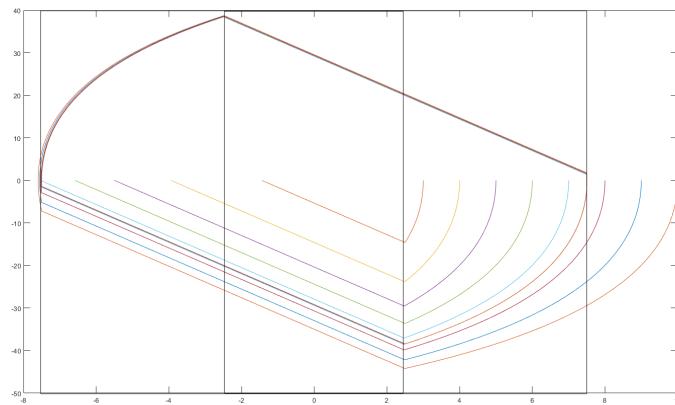


FIGURE 7 – Plan de phase (  $CI = 1..10, \Delta = 10, H = 5$  )

### 3.4 Réalisation

On réalise sur la maquette l'asservissement, d'abord sans relais, pour vérifier son bon fonctionnement. Un potentiomètre en entrée permet de donner la consigne de position. Le système est stable.

Dans un second temps, on place le relais en série. Une oscillation basse fréquence est visible. On peut visualiser le cycle d'hystérésis sur l'oscilloscope en mode XY, avec comme entrées les axes du plan de phase (position et vitesse).

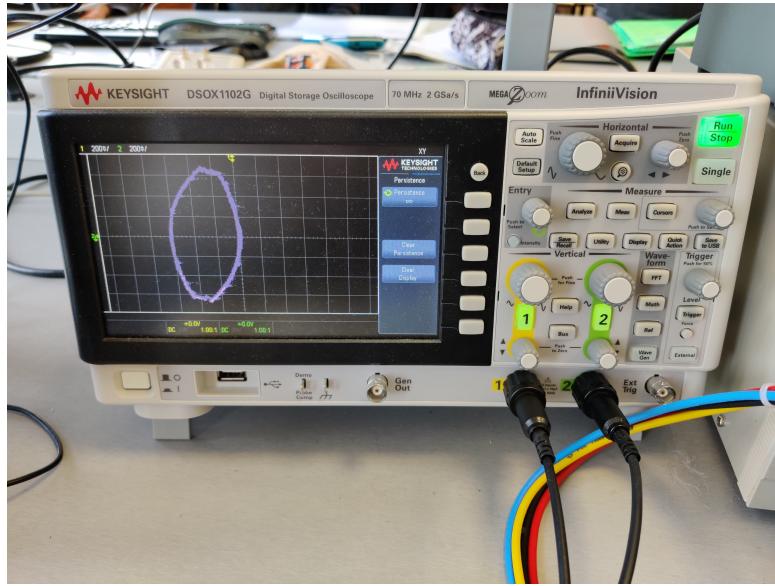


FIGURE 8 – Plan de phase expérimental, pas de retour tachymétrique

## 4 Retour tachymétrique

L'objectif du retour tachymétrique est de contrer les grandes variations en vitesse du système. L'effet escompté est une diminution de l'amplitude du cycle limite, caractérisé temporellement sur le système réel par une réduction de l'amplitude des oscillations. On peut aussi s'attendre à une convergence bien plus rapide vers le cycle limite. Les équations des 2 droites de commutation sont :  $V\theta = -V\dot{\theta} * \frac{k_2*9}{KgKs} - \frac{H}{2}$  et  $V\theta = -V\dot{\theta} * \frac{k_2*9}{KgKs} + \frac{H}{2}$ .

### 4.1 Simulation

On simule le tachymètre par le gain  $Kg$  et on va venir régler l'influence du retour par  $k_2$ . Comme indiqué dans l'énoncé, on supprime le seuil :  $\Delta = 0$  et  $H = 5$ . On peut directement observer cette différence avec  $k_2 = 0.07$  :

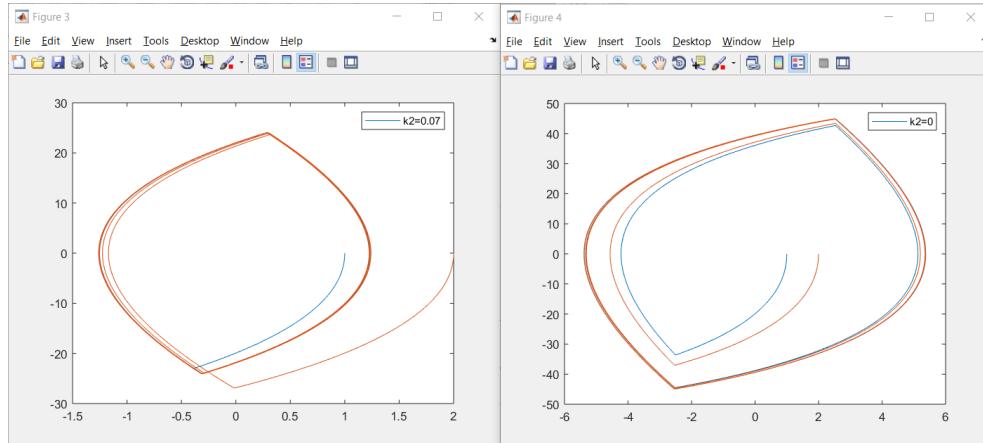
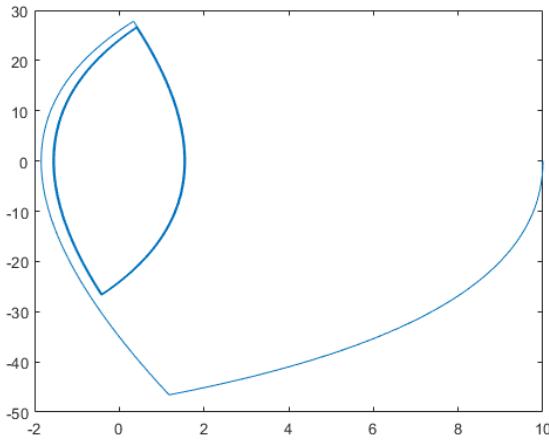


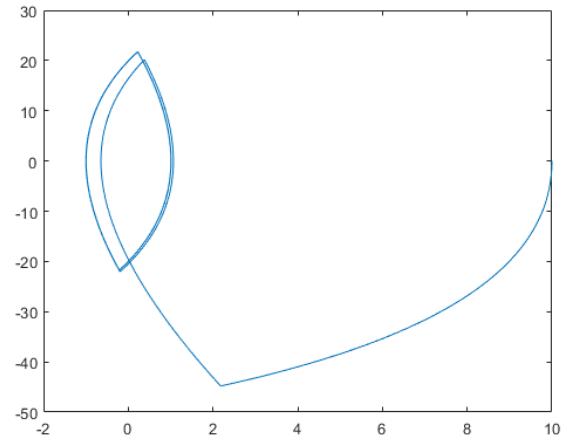
FIGURE 9 – Plan de phase simulé, avec et sans retour tachymétrique, pour 2 CI différentes

Les droites de commutation sont alors inclinées, comme calculé précédemment, et l'inclinaison est proportionnelle à  $k_2$ .

Il peut maintenant être intéressant de voir l'effet du gain  $k_2$  sur le système :



(a)  $k_2 = 0.06 < k_{2Lim}$



(b)  $k_2 = 0.08 > k_{2Lim}$

FIGURE 10 – Plan de phase pour des retours tachymétriques

L'augmentation du gain  $k_2$  provoque donc des commutations plus rapides, et on atteint plus rapidement l'erreur statique, sur le cercle limite.

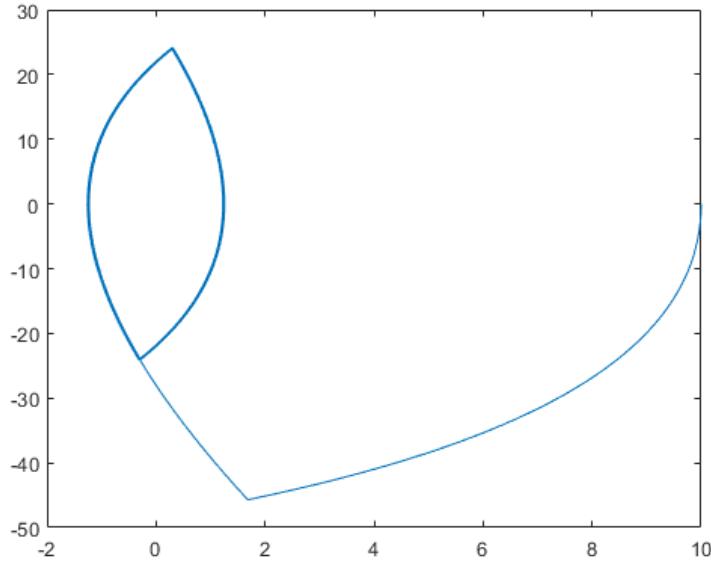
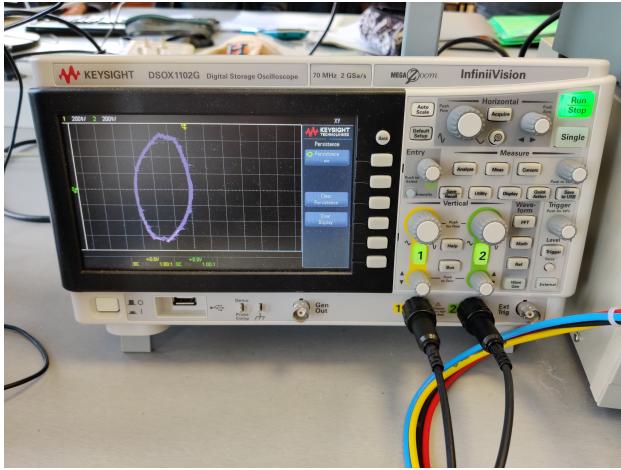


FIGURE 11 – Plan de phase du système avec retour tachymétrique ( $k_2 = 0.07 = K_{2Lim}$ )

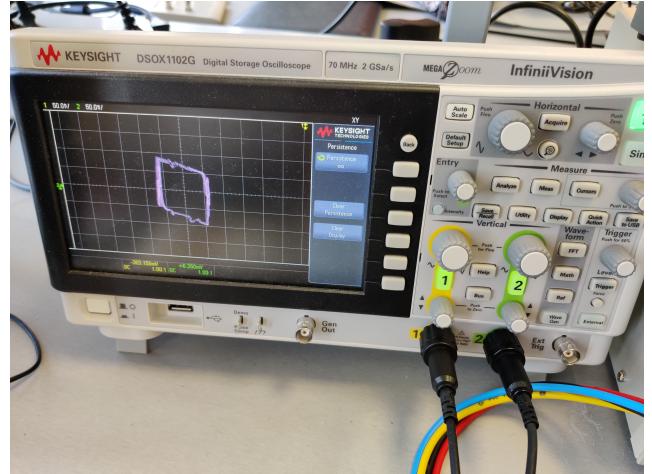
Les 2 premières figures représentent les états non-glissants et glissants du système. Il existe donc un  $k_{2Lim}$  à la limite entre les deux régimes. C'est ce gain de contre-réaction qui permet de maximiser la vitesse de réponse par rapport à la fréquence de commutation.

## 4.2 Réalisation

On réalise le gain  $k_2$  avec un potentiomètre 10 tours. Le réglage est expérimental (par manque de temps). De même que pour le montage sans retour tachymétrique, on peut observer le plan de phase à l'oscilloscope.



(a) Sans retour tachymétrique



(b) Avec retour tachymétrique

FIGURE 12 – Plan de phase expérimental

## 5 Conclusion

En étudiant tour à tour l'influence des éléments du système, on se rend compte de l'influence de chacun d'entre eux sur l'erreur statique, les oscillations, leurs amplitudes, les temps de réaction du système. Le premier système à considérer est celui avec relais sans hystérésis, mais avec seuil. Il en résulte une erreur statique qui dépend de la plage du seuil (égale à  $\Delta/2$ ). Lorsque l'on étudie l'influence de l'hystérésis, on se rend compte que le système en régime établi est en oscillations permanentes, l'amplitude de celles-ci étant, comme pour le seuil, égale à  $H/2$ , la tension de commutation du relais. La combinaison de ces 2 éléments conduit à différent cas, soit une oscillation permanente, soit une erreur statique, qui peut être diminuée en jouant sur les coefficients  $\Delta$  et  $H$ . Enfin, la correction tachymétrique permet d'accroître la rapidité du système, d'une part, mais aussi de réduire l'oscillation dans le cas où elle existe. Lors de ce TP, nous avons mis en lumières les conséquences directes d'un élément non-linéaire sur un système physique. Nous avons pu nous faire une idée précise du meilleur moyen de l'éliminer, et nous sommes rendus compte qu'il était question de compromis. Sommes-nous intéressés par un système oscillant autour de notre consigne (dans notre cas entraînant une utilisation intensive du relais, réduisant son espérance de vie) ? Ou plutôt à un système n'ayant pas d'oscillation mais une erreur statique non-nulle (dans notre cas entraînant une imprécision) ?

## A Annexes

### A.1 Code Matlab

```
1 Km=38.57;
2 Ks=1.57;
3 Kg=0.23;
4 tau=0.27;
5 M=10
6 k2=0.07;
7 delta=0
8 H=5
9 CI=10;
10 simParam.StartTime='0';
11 simParam.StopTime='10';
12 simParam.FixedStep='1e-3';
13 simParam.SaveOutput='on';
14 simParam.SaveFormat='DataSet';
15
16 figure;
17 for CI =1:10 % Conditions initiales de 1 a 10
18     simOut=sim('sdfsdfsd.slx',simParam);
19     cmd=simOut.get('cmd');
20     pos=simOut.get('pos');
21     speed=simOut.get('speed');
22     plot(pos.data,speed.data); % Plot dans le plan de phase
23     hold on;
24 end
25
26 figure;
27 plot(cmd);
28 hold on;
29 plot(pos);
30 hold on;
31 plot(speed);
32 hold on;
33 legend('Cmd','Pos','Speed');
```