

RAPPORT BE COMMANDE OPTIMALE

Suspension semi-active ou active

BOURLLOT Xavier, ZENNARO Thomas, 4IMACS-AE-SE-GROUPE 1, Binôme 5

30 mai 2020

Table des matières

Introduction	1
1 Etablissement du modèle – Analyse du système en boucle ouverte	1
1.1 Equations du système à l'équilibre	1
1.2 Etablissement du modèle d'état	1
1.3 Système en boucle ouverte	2
1.3.1 Fonctions de transfert	2
1.3.2 Diagrammes de Bode	3
1.3.3 Réponse à un échelon	3
2 Commande Optimale	4
2.1 Fonctions de transfert idéales	4
2.2 Formulation du critère	4
2.3 Commande LQR	4
2.3.1 Choix des matrices de pondération	4
2.3.2 Réalisation sous Matlab	5
2.3.3 Réponses BF	7
3 Comparaison commande optimale et commande par placement de pôles	8
Conclusion	9
A Script Matlab	10

Introduction

Le système étudié dans ce B.E. est une suspension active de voiture. Le principe est d'améliorer le fonctionnement classique d'une suspension mécanique passive, composée de ressorts et d'un amortisseur. Pour cela on dispose d'un actionneur électrique représenté sur le schéma suivant par $u(t)$.

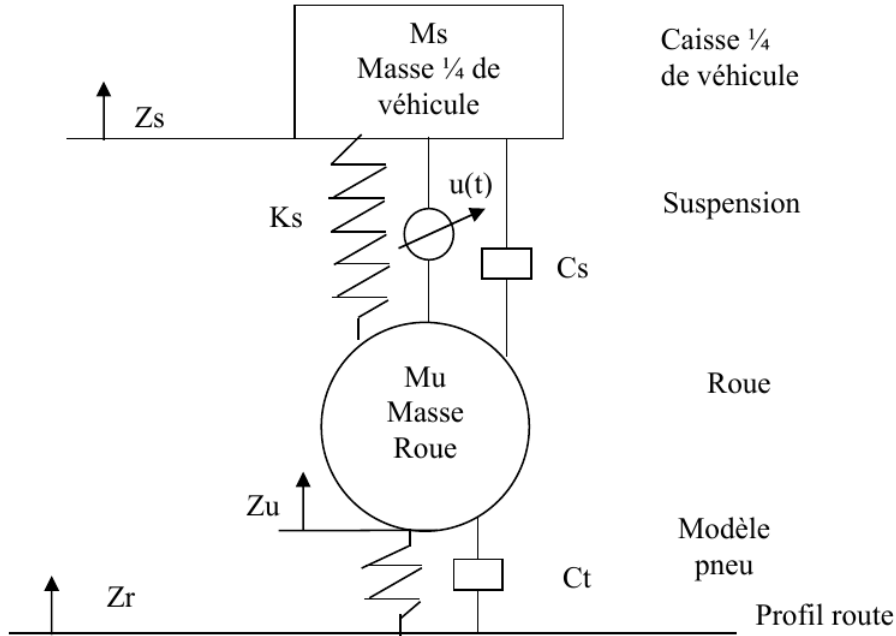


FIGURE 1 – Schéma de la suspension de la voiture

avec

- Z_s = déplacement vertical de la caisse par rapport à la position d'équilibre
- Z_u = déplacement vertical de la roue par rapport à la position d'équilibre
- Z_r = entrée de route (profil de la route)
- K_s = raideur du ressort de suspension
- C_s = coefficient de frottement de l'amortisseur
- K_t = raideur du pneu
- C_t = coefficient d'amortissement du pneu

Dans une première partie nous allons modéliser et simuler le système passif afin de caractériser ses défauts, puis à l'aide d'une commande linéaire quadratique et par placements de pôles, nous allons améliorer la réponse du système, en dérivant la commande $u(t)$ nécessaire.

1 Etablissement du modèle – Analyse du système en boucle ouverte

1.1 Equations du système à l'équilibre

En faisant les bilans des forces sur la caisse et sur la roue, on obtient respectivement les équations suivantes :

$$\begin{cases} M\ddot{Z}_s = -K_s(Z_s - Z_u) - C_s(\dot{Z}_s - \dot{Z}_u) + u(t) \\ M\ddot{Z}_u = K_s(Z_s - Z_u) + C_s(\dot{Z}_s - \dot{Z}_u) - u(t) - K_t(Z_u - Z_r) - C_t(\dot{Z}_u - \dot{Z}_r) \end{cases} \quad (1)$$

1.2 Etablissement du modèle d'état

On pose les variables d'état suivantes :

$$\begin{cases} x_1 = Z_s - Z_u \\ x_2 = \dot{Z}_s \\ x_3 = Z_u - Z_r \\ x_4 = \dot{Z}_u \end{cases} \quad (2)$$

A l'aide des équations mécaniques établies précédemment nous pouvons obtenir les dérivées temporelles des variables d'état :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2 - x_4 \\ \dot{x}_2(t) = -\frac{K_s}{M_s}x_1 - \frac{C_s}{M_s}x_2 + \frac{C_s}{M_s}x_4 + \frac{u(t)}{M_s} \\ \dot{x}_3(t) = x_4 - \dot{Z}_r \\ \dot{x}_4(t) = \frac{K_s}{M_u}x_1 + \frac{C_s}{M_u}x_2 - \frac{K_t}{M_u}x_3 + \frac{-C_s+C_t}{M_u}x_4 - \frac{u(t)}{M_u} + \frac{C_t}{M_u}\dot{Z}_r \end{cases} \quad (3)$$

Nous considérons deux sorties :

1. la vitesse absolue verticale de la caisse : $y_1(t) = x_2(t) = \dot{Z}_s$
2. la vitesse absolue verticale de la roue : $y_2(t) = x_4(t) = \dot{Z}_u$

Par conséquent nous pouvons déduire le modèle d'état du système qui est le suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -\frac{K_s}{M_s} & -\frac{C_s}{M_s} & 0 & \frac{C_s}{M_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_s}{M_u} & \frac{C_s}{M_u} & -\frac{K_t}{M_u} & \frac{-C_s+C_t}{M_u} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M_s} \\ 0 \\ -\frac{1}{M_u} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ \frac{C_t}{M_u} \end{bmatrix} \dot{Z}_r \\ y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) \end{cases} \quad (4)$$

Ce modèle est bien de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + Bu(t) + E\dot{Z}_r \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (5)$$

1.3 Système en boucle ouverte

1.3.1 Fonctions de transfert

Nous partons d'une position d'équilibre ce qui signifie que les conditions initiales sur Z_s et Z_r sont nulles. Par conséquent nous pouvons déduire l'expression des 2 fonctions de transfert, car $\frac{Z_s(p)}{Z_r(p)} = \frac{pZ_s(p)}{pZ_r(p)} = \frac{\dot{Z}_s(p)}{\dot{Z}_r(p)}$.

On obtient les fonctions de transfert suivantes :

```
ft_zs_zr =
          1.19e04 s + 2.381e05
-----
s^4 + 25.79 s^3 + 3849 s^2 + 1.19e04 s + 2.381e05
Continuous-time transfer function.

ft_zu_zr =
          3333 s^2 + 1.19e04 s + 2.381e05
-----
s^4 + 25.79 s^3 + 3849 s^2 + 1.19e04 s + 2.381e05
Continuous-time transfer function.

poles_zsZr =
-11.4947 +59.9051i
-11.4947 -59.9051i
-1.4021 + 7.8756i
-1.4021 - 7.8756i

zeros_zsZr =
-1.7857 + 8.2607i
-1.7857 - 8.2607i
-20
```

FIGURE 2 – Fonctions de transfert des systèmes roue et caisse

1.3.2 Diagrammes de Bode

Les diagrammes de Bode de chaque sous système sont donnés dans les figures suivantes :

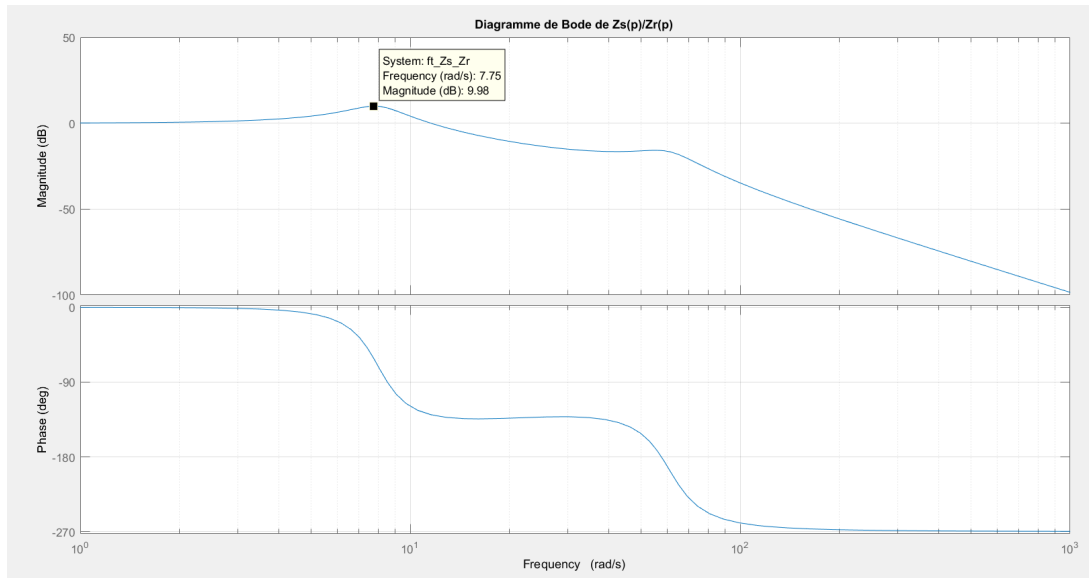


FIGURE 3 – Bode de $\frac{Z_s(p)}{Z_r(p)}$

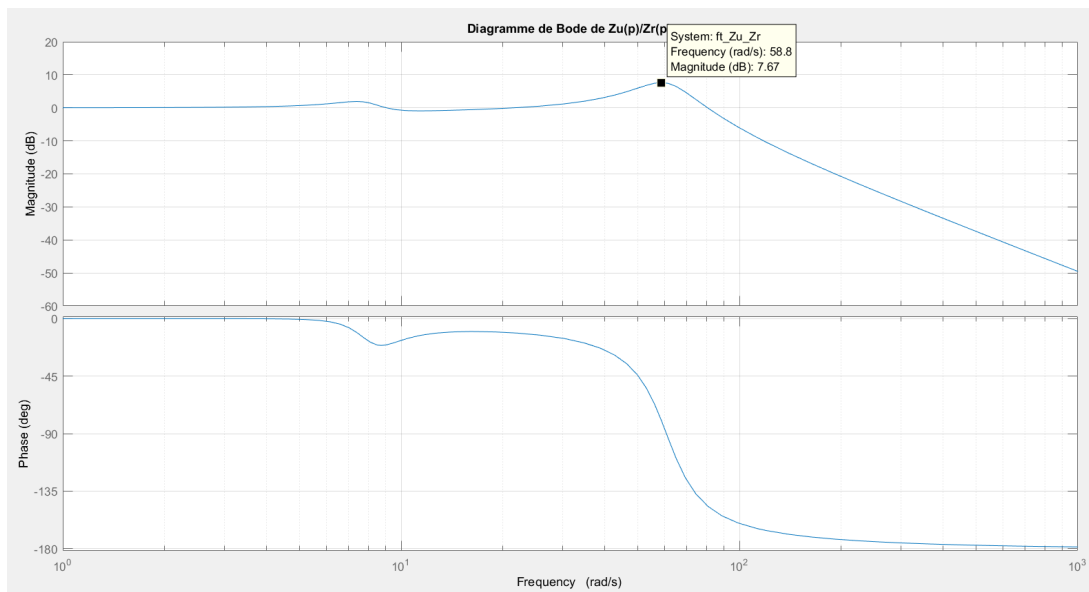


FIGURE 4 – Bode de $\frac{Z_u(p)}{Z_r(p)}$

On observe que chaque système présente une fréquence de résonance qui lui est propre. Le système roue résonne à une fréquence plus élevée. Cette résonance s'observe également dans les réponses indicielles qui suivent.

1.3.3 Réponse à un échelon

On effectue la réponse indicielle à un échelon de 8cm, ce qui peut correspondre dans la réalité à franchir un trottoir par exemple. On obtient la réponse suivante :

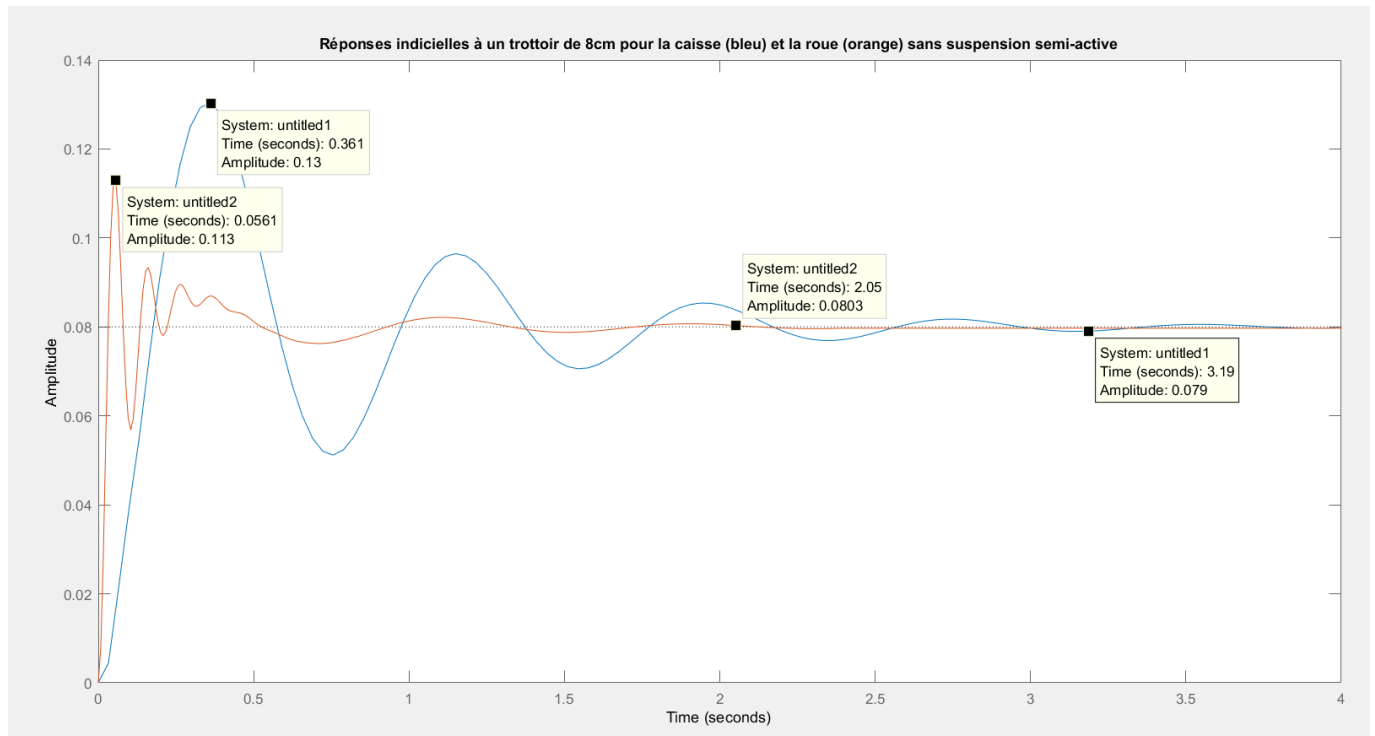


FIGURE 5 – Réponse indicielle à un échelon de 8cm de pour la caisse (bleu) et la roue (orange) avec suspension passive

On observe un dépassement important ($\frac{0.13-0.08}{0.08} = 62\%$), ainsi qu'un long temps d'établissement, de l'ordre de 2 secondes. C'est principalement les oscillations prolongées qui sont problématiques pour le confort des passagers, un long temps d'établissement sans oscillation ne poserait pas de problème en particulier.

On constate également que le système roue répond bien plus vite que la caisse, ce qui paraît logique au vue des inerties respectives des deux systèmes. C'est le pendant temporel de la fréquence de résonance plus faible en fréquentiel (cf 1.3.2).

2 Commande Optimale

2.1 Fonctions de transfert idéales

Dans l'idéal, on ne voudrait pas de variation de la hauteur de la caisse pour maximiser le confort des passagers. Cela se traduit par la fonction $\frac{Z_s(p)}{Z_r(p)} = 0$ (et $\frac{Z_u(p)}{Z_r(p)} = 0$, si l'on veut annuler toute déflexion de l'amortisseur).

Ces contraintes sont impossibles à satisfaire (commande à énergie finie), donc on va plutôt tenter de minimiser ces critères.

2.2 Formulation du critère

On cherche à formuler un critère qui prenne en compte les 3 exigences suivantes :

1. Confort des passagers
2. Faible déflexion de l'amortisseur
3. Bonne tenue de la route

On peut traduire ces exigences par les mesures suivantes :

1. Faible $\dot{Z}_s = x_2$ (faible vitesse de changement de hauteur de caisse)
2. Faible $Z_s - Z_u = x_1$ (faible variation de la longueur de l'amortisseur)
3. Faible $Z_u - Z_r = x_3$ (distance entre le pneu et la route maintenue constante)

2.3 Commande LQR

2.3.1 Choix des matrices de pondération

La matrice Q est donc une matrice 4×4 . Pour simplifier la commande, on choisit de prendre Q diagonale. Ainsi, on aura 4 coefficients à déterminer au lieu de 16. Et comme 3 variables d'état sont à surveiller, il ne reste que 3 coefficients à régler. On

prendra ici $R = 1$.

Q sera alors de la forme
$$\begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
 Il faut maintenant trouver des ordres de grandeurs initiaux pour q_1, q_2, q_3 .

u dans le critère doit compenser les variables d'état d'intérêt x_1, x_2, x_3 . On peut alors extraire des équations du système à l'équilibre les relations suivantes :

$$\begin{cases} u_{rp} = K_s X_1 + C_s X_2 - K_s X_4 \\ \text{equation dex3} \end{cases} \quad (6)$$

Or, dans le critère, on exprime les variables d'intérêt au carré. u doit donc compenser :

$$\begin{cases} u_{rp} = q_1 x_1^2 \\ u_{rp} = q_2 x_3^2 \\ u_{rp} = q_3 x_2^2 \end{cases} \quad (7)$$

On peut donc en déduire les ordre de grandeur de q_1, q_2, q_3 en identifiant avec (6) et (7) :

$$\begin{cases} q_1 = K_s^2 \\ q_2 = C_s^2 \\ q_3 = K_t^2 \end{cases}$$

On obtient alors une première approximation pour Q :
$$Q = \begin{bmatrix} K_s^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_s^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_t^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 * 10^8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.25 * 10^{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ces valeurs seront optimisées par la suite.

2.3.2 Réalisation sous Matlab

L'essentiel des commandes utilisées pour la commande LQR sont les suivantes :

```
1 [Gq,Kq,lambdaq] = lqr(A,B,Q,R);
2 Aq = A-B*Gq;
3 %Cas du sous-système caisse/route avec les valeurs qi de depart
4 Sr1_lqr = ss(Aq,E,C(1,:),D);
5 ft_Zs_Zr = tf(Sr1_lqr);
6 step(ft_Zs_Zr*0.08);
7 %Cas du sous-système roue/route avec les valeurs qi de depart
8 Sr2_lqr = ss(Aq,E,C(2,:),D);
9 ft_Zu_Zr = tf(Sr2_lqr);
10 step(ft_Zu_Zr*0.08);
```

Ensuite, nous regardons l'impact que chaque coefficient de Q induit sur la réponse du système.

Variation de q_1 : En faisant évoluer seulement le coefficient q_1 par incrément de 10×10^8 , nous obtenons les réponses indicielles suivantes pour le cas du sous-système 1 :

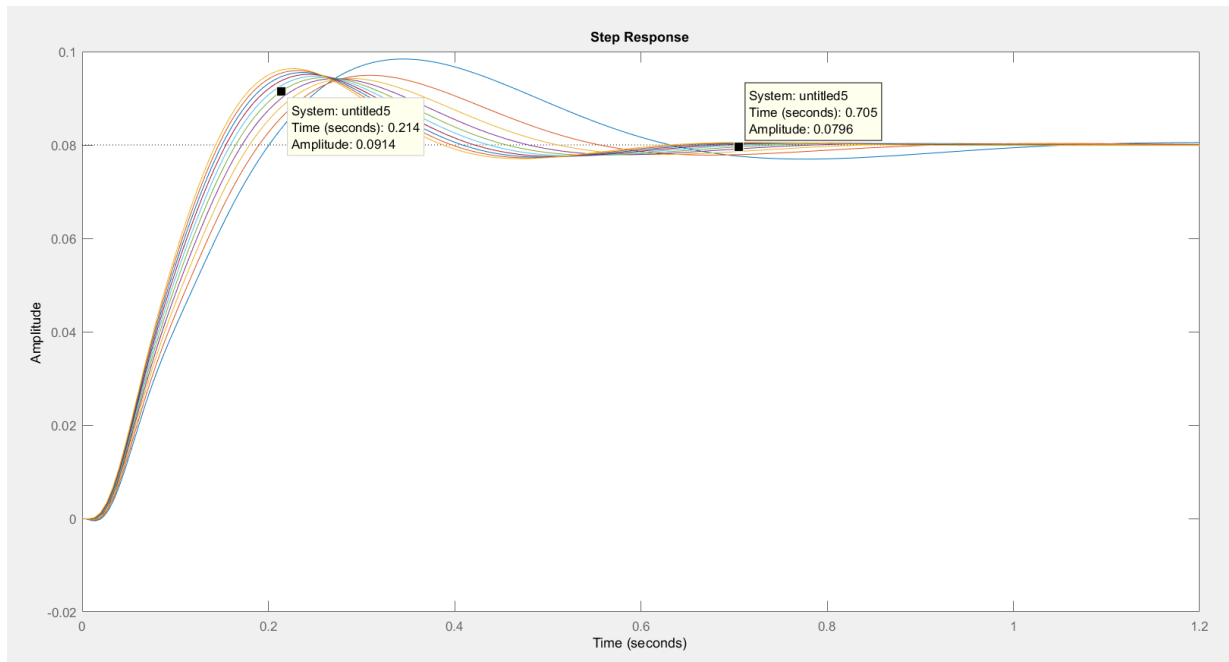


FIGURE 6 – Réponses indicielles à un échelon de 8cm pour la caisse lorsque q_1 évolue

Nous constatons fig 6 que plus q_1 est grand, plus le dépassement diminue et le système se stabilise plus rapidement. Par ailleurs, il est aisé de remarquer que pour faire disparaître totalement le dépassement, nous pourrions prendre $q_1 = \infty$ mais cela signifierait que physiquement, la commande ne serait pas réalisable.

Variation de q_2 : En faisant évoluer seulement le coefficient q_2 par incrément de 10×10^6 , nous obtenons les réponses indicielles suivantes pour le cas du sous-système 1 :

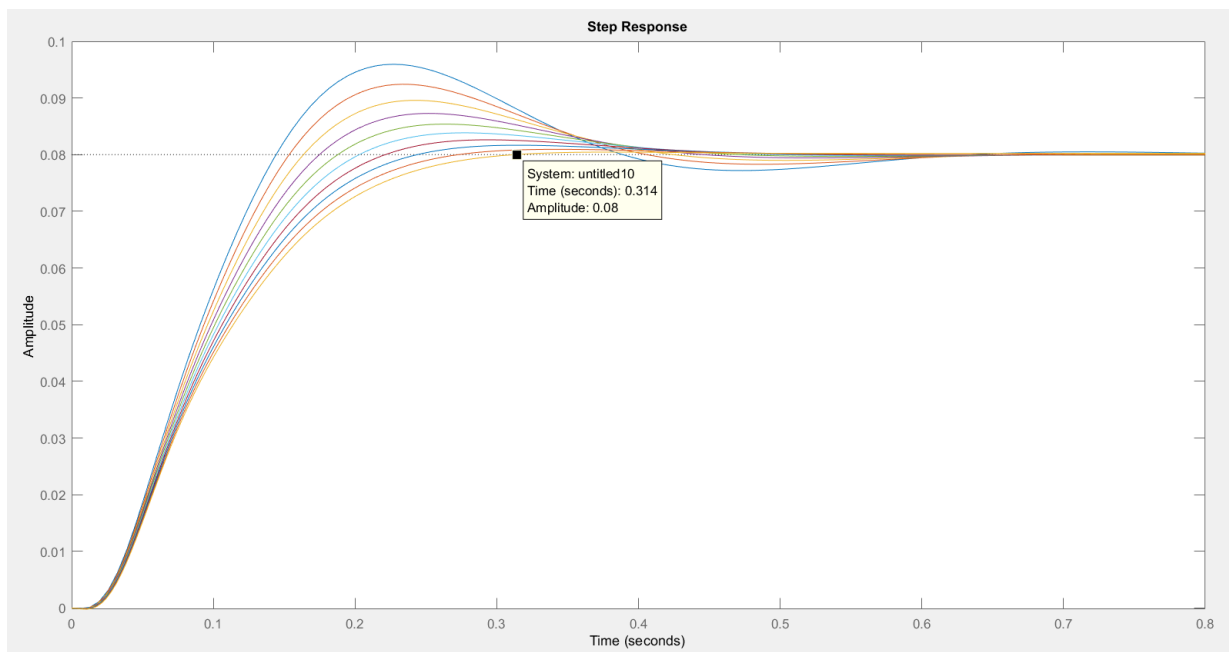


FIGURE 7 – Réponses indicielles à un échelon de 8cm pour la caisse lorsque q_2 évolue

Nous constatons sur la fig 7 que plus q_2 est grand, plus le dépassement diminue jusqu'à s'atténuer définitivement et le système se stabilise plus rapidement. Par ailleurs, nous pourrions aussi prendre $q_2 = \infty$ mais cela signifierait que physiquement, la commande ne serait pas réalisable.

Variation de q_3 : En faisant évoluer seulement le coefficient q_2 par incrément de 10×10^{10} , nous obtenons les réponses indicielles suivantes pour le cas du sous-système 1 :

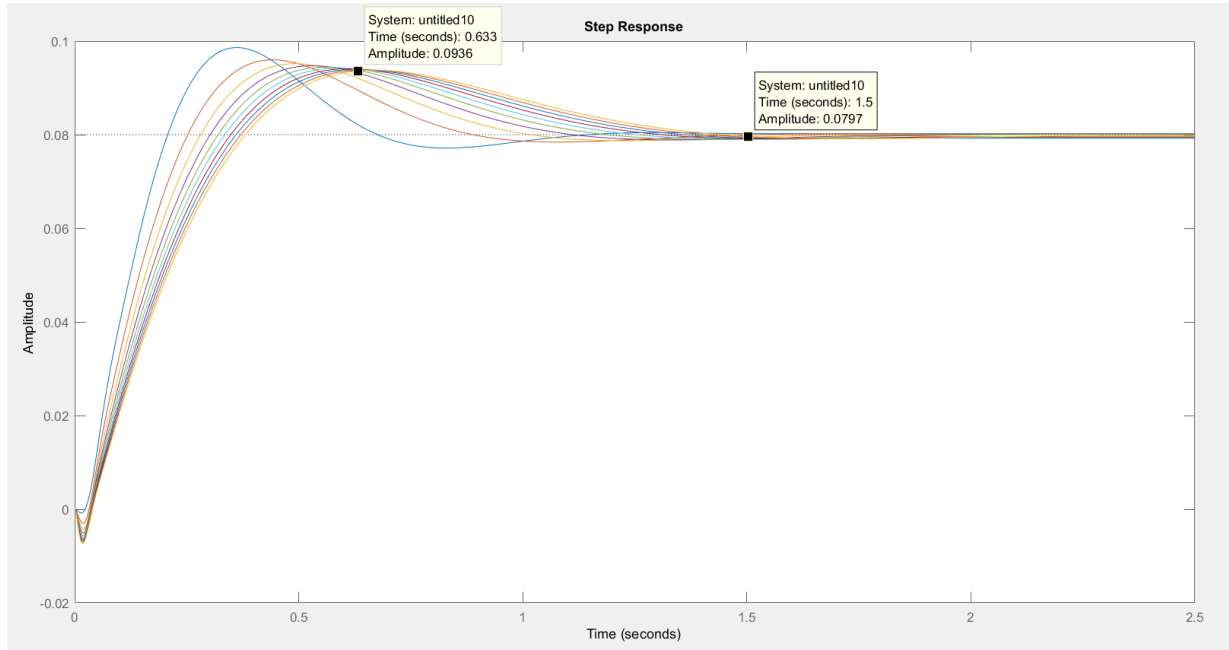


FIGURE 8 – Réponses indicielles à un échelon de 8cm pour la caisse lorsque q_3 évolue

Nous constatons sur la fig 8 que plus q_3 est grand, le dépassement aura tendance à diminuer mais va durer plus longtemps. Le temps de réponse ne semble pas être impacté significativement.

Paramètres q_i retenus : Au vu des résultats précédents, nous décidons de choisir les valeurs suivantes :

$$\begin{cases} q_1 = 104 \times 10^8 \\ q_2 = 101 \times 10^6 \\ q_3 = 102.25 \times 10^{10} \end{cases}$$

Remarque : Ces valeurs concordent également pour le sous-système 2.

$$\text{D'où : } Q = \begin{bmatrix} 104 \times 10^8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 101 \times 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 102.25 \times 10^{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

On peut également observer la commande de la suspension active : $C_2 = -G_1$, étant donné que $u = -Gx$
D'où les commandes Matlab suivantes :

```
1 [b_cmde, a_cmde]=ss2tf (Abf, E, -G, D) ;
2 u=tf (b_cmde, a_cmde)
```

Ce qui nous donne la fonction de transfert de la commande :

$$u = \frac{-6.756e04 \, s^3 + 2.281e07 \, s^2 + 1.734e08 \, s - 1.853e08}{s^4 + 210.4 \, s^3 + 2.501e04 \, s^2 + 2.61e05 \, s + 1.237e06}$$

2.3.3 Réponses BF

Il s'ensuit q'avec cette matrice Q nous obtenons la réponse indicielle pour la caisse sur la fig 9 et pour la roue sur la fig 10 à un trottoir de 8cm de hauteur.

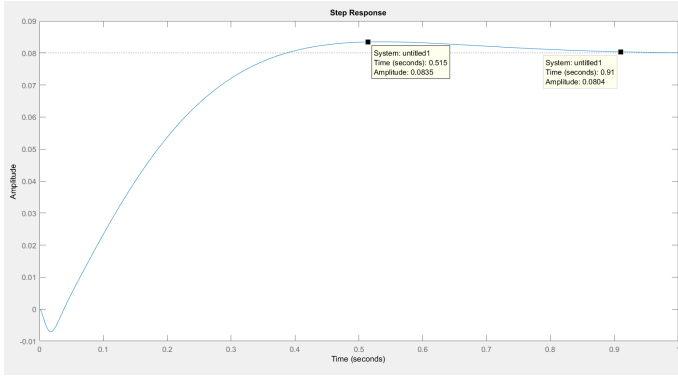


FIGURE 9 – Réponse indicielle à un échelon de 8cm de pour la caisse avec les valeurs optimales

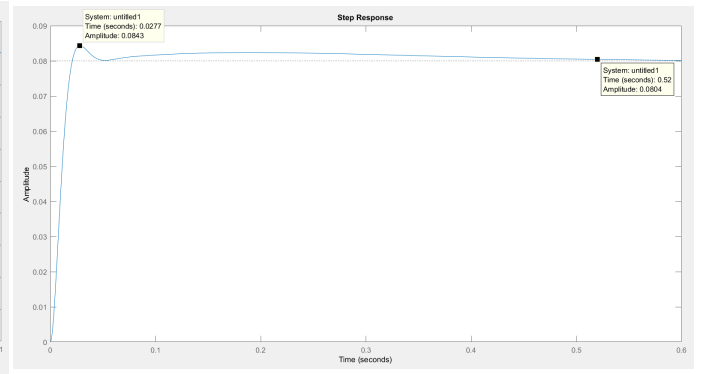


FIGURE 10 – Réponse indicielle à un échelon de 8cm pour la roue avec les valeurs optimales

Sous-système n°1 : nous remarquons que le dépassement a bien diminué : il descend à $D_1 = \frac{0.0835-0.08}{0.08} = 4.375\%$ ce qui implique que le confort des passagers est amplement amélioré. Les chocs ressentis par les passagers sont donc nettement diminués. Par suite, le système répond rapidement car nous avons $T_{1rep2\%} = 0.91s$.

Sous-système n°2 : nous remarquons que le dépassement est également moins important : il descend à $D_2 = \frac{0.0843-0.08}{0.08} = 5.375\%$. Par suite, le système répond rapidement car nous avons $T_{2rep2\%} = 0.52s$. Ceci implique que la roue va rapidement suivre la forme du trottoir, le choc causé par la variation du profil de la route est amorti.

Les pôles et zéros ainsi obtenus en boucle fermée sont les suivants :

```
poles_ZsZr =

    1.0e+02 *

    -0.9970 + 1.1322i
    -0.9970 - 1.1322i
    -0.0550 + 0.0492i
    -0.0550 - 0.0492i

zeros_ZsZr =

    34.8250
   -11.6391
```

FIGURE 11 – Pôles et zéros du sous-système n°1

```
poles_ZuZr =

    1.0e+02 *

    -0.9970 + 1.1322i
    -0.9970 - 1.1322i
    -0.0550 + 0.0492i
    -0.0550 - 0.0492i

zeros_ZuZr =

   -5.8449 + 4.6101i
   -5.8449 - 4.6101i
```

FIGURE 12 – Pôles et zéros du sous-système n°2

Nous pouvons remarquer que les pôles correspondent à deux paires de pôles complexes dont une est dominante sur la dynamique du système ($p_{3,4} = -5.5 \pm 4.92i$). Cela signifie que l'on peut assimiler les réponses des deux sous-systèmes à celles de systèmes d'ordre 2.

3 Comparaison commande optimale et commande par placement de pôles

Nous avons déjà une idée grâce à la commande LQR de la nature et la dominance des pôles pour le système. Avec la méthode du placement de pôles, nous allons essayer d'approcher 2 racines réelles concernant les pôles dominants. Ceci limitera des éventuelles oscillations sur les réponses indicielles.

Après plusieurs expérimentations, nous avons choisi les pôles suivants :

$$\begin{cases} p_{1,2} = -100 \pm 100i \\ p_{3,4} = -6 \pm 0.0001i \end{cases} \quad (8)$$

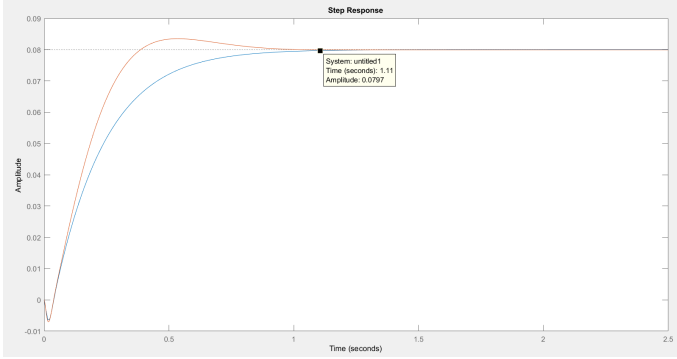


FIGURE 13 – Réponses indicielles à un échelon de 8cm pour le système caisse/route entre la commande LQR (rouge) et le placement de pôles (bleu)

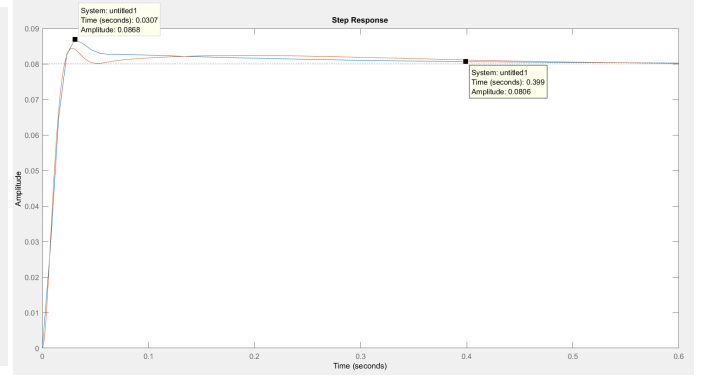


FIGURE 14 – Réponses indicielles à un échelon de 8cm pour le système roue/route entre la commande LQR (rouge) et le placement de pôles (bleu)

Par la suite, nous comparons les réponses indicielles entre les deux méthodes (fig 13 et fig 14). Nous constatons que la commande par placement de pôles ne va pas induire de dépassement concernant le sous-système caisse/route et permet un temps de réponse équivalent à celle de LQR. En revanche, pour le sous-système roue/route, le dépassement est plus important (égale à $D_{2pp} = \frac{0.0868-0.08}{0.08} = 8.5\%$ mais il réagit plus rapidement ($T_{2rep2\%} = 0.4s$). La commande par placement de pôles permet une réponse plus performante mais au prix d'une commande possiblement non optimale : la commande LQR, elle, tient compte de l'énergie de la commande dans le critère et la minimise. En cela, la commande LQR est supérieure car elle permet d'avoir des performances satisfaisantes tout en nécessitant une commande raisonnable.

Conclusion

Ainsi, nous avons pu à travers ce B.E. étudier deux techniques de commandes : la commande linéaire quadratique et la commande par placement de pôles. Nous avons pu appréhender les difficultés liées à l'établissement d'un modèle, et à l'estimation d'une bonne matrice de pondération pour obtenir rapidement des résultats probants. L'amélioration du système passif par l'actionneur permet de concrétiser la notion de critère d'optimisation, et de comprendre l'importance de la bonne formulation du critère dans la pertinence des résultats. Enfin, la comparaison avec la commande par placement de pôles permet de justifier de l'intérêt de LQR en regard de la commande imposée à l'actionneur.

A Script Matlab

```
1 %% Script BE Commande Optimale %%
2 clc
3 clear all
4 close all
5 %% Modele mecanique
6 %Definition des constantes mecaniques/physiques du systeme:
7 Ms=1120/4; %Kg
8 Mu=45; %Kg
9 Ks=20000; %N/m
10 Kt=150000; %N/m
11 Cs=1000; %N*s/m
12 Ct=0; %N*s/m
13
14 %Matrices du modele d'etat:
15 A=[0 1 0 -1;
16     -Ks/Ms -Cs/Ms 0 Cs/Ms;
17     0 0 0 1;
18     Ks/Mu Cs/Mu -Kt/Mu (-Cs+Ct)/Mu];
19
20 B=[0 ; 1/Ms ; 0 ; -1/Mu];
21
22 E=[ 0 ; 0; -1 ; Ct/Mu];
23
24 C=[ 0 1 0 0;
25     0 0 0 1];
26 D = 0;
27
28 %% Systeme passif => u=0
29
30 %Representations d'etat et fonctions de transfert:
31
32 Sr1 = ss(A,E,C(1,:),D);
33 ft_Zs_Zri = tf(Sr1)
34
35 Sr2 = ss(A,E,C(2,:),D);
36 ft_Zu_Zri = tf(Sr2)
37
38 %Diagrammes de Bode des 2 sous-systemes:
39 figure;
40 bode(ft_Zs_Zri);
41 grid on;
42 title('Diagramme de Bode de Zs(p)/Zr(p)');
43 xlabel('Frequency ');
44
45 figure;
46 bode(ft_Zu_Zri);
47 title('Diagramme de Bode de Zu(p)/Zr(p)');
48 xlabel('Frequency ');
49 grid on;
50
51 %Recuperation des zeros/poles des 2 FT:
52 [poles_ZsZr,zeros_ZsZr] = pzmap(ft_Zs_Zri);
53 [poles_ZuZr,zeros_ZuZr] = pzmap(ft_Zu_Zri);
54 %Comportement des sytemes a un echelon de 8cm:
55 figure;
56 step(ft_Zs_Zri*0.08);
57 hold on;
58 step(ft_Zu_Zri*0.08);
59 title('Reponses indicielles a un trottoir de 8cm pour la caisse (bleu) et la roue(orange) sans
        suspension semi-active');
60
```

```

61 %% Systeme actif => u/=0
62
63 % Commande LQR
64 q1=Ks*Ks;
65 q2=Cs*Cs;
66 q3=Kt*Kt;
67 q4=0;
68 Q=[q1 0 0 0;
69     0 q2 0 0;
70     0 0 q3 0;
71     0 0 0 q4];
72 R=1; %scalaire car une seule commande u(t)
73
74 [Gq,Kq,lambdaq] = lqr(A,B,Q,R);
75
76 Aq = A-B*Gq;
77
78 %Cas du sous-systeme caisse/route avec les valeurs qi de depart
79 Srl_lqr = ss(Aq,E,C(1,:),D);
80 ft_Zs_Zr = tf(Srl_lqr);
81 figure;
82 step(ft_Zs_Zr*0.08);
83
84 %Variation de q1:
85 figure;
86 for i=1:10:100
87     q1=i*10^8+Ks*Ks;
88     Q=[q1 0 0 0;
89         0 q2 0 0;
90         0 0 q3 0;
91         0 0 0 q4];
92     K = lqr(A,B,Q,R);
93     Aq = A-B*K;
94     Srl_lqr = ss(Aq,E,C(1,:),D);
95     ft_Zs_Zr = tf(Srl_lqr);
96     step(ft_Zs_Zr*0.08);
97     hold on;
98 end
99
100 %Variation de q2:
101 figure;
102 for i=1:10:100
103     q2=i*10^6+Cs*Cs;
104     Q=[q1 0 0 0;
105         0 q2 0 0;
106         0 0 q3 0;
107         0 0 0 q4];
108     K = lqr(A,B,Q,R);
109     Aq = A-B*K;
110     Srl_lqr = ss(Aq,E,C(1,:),D);
111     ft_Zs_Zr = tf(Srl_lqr);
112     step(ft_Zs_Zr*0.08);
113     hold on;
114 end
115
116 %Variation de q3:
117 figure;
118 for i=1:10:100
119     q3=i*10^10+Kt*Kt;
120     Q=[q1 0 0 0;
121         0 q2 0 0;
122         0 0 q3 0;
123         0 0 0 q4];

```

```

124     K = lqr(A,B,Q,R);
125     Aq = A-B*K;
126     Srl_lqr = ss(Aq,E,C(1,:),D);
127     ft_Zs_Zr = tf(Srl_lqr);
128     step(ft_Zs_Zr*0.08);
129     hold on;
130     end
131
132
133     %Version optimale de Q:
134     q1opt=104*10^8;
135     q2opt=101*10^6;
136     q3opt=100*10^10+Kt*Kt;
137     Qopt=[q1opt 0 0 0;
138           0 q2opt 0 0;
139           0 0 q3opt 0;
140           0 0 0 0];
141     [Gopt,Kopt,lopt] = lqr(A,B,Qopt,R);
142     Aopt = A-B*Gopt;
143     Srl_lqr = ss(Aopt,E,C(1,:),D);
144     ft_Zs_Zr = tf(Srl_lqr);
145     figure;
146     step(ft_Zs_Zr*0.08);
147
148
149     %Cas du sous-syteme roue/route
150     %Version optimale de Q:
151     q1opt=104*10^8;
152     q2opt=101*10^6;
153     q3opt=100*10^10+Kt*Kt;
154     Qopt=[q1opt 0 0 0;
155           0 q2opt 0 0;
156           0 0 q3opt 0;
157           0 0 0 0];
158     [Gopt,Kopt,lopt] = lqr(A,B,Qopt,R);
159     Aopt = A-B*Gopt;
160     Sr2_lqr = ss(Aopt,E,C(2,:),D);
161     ft_Zu_Zr = tf(Sr2_lqr);
162     figure;
163     step(ft_Zu_Zr*0.08);
164
165
166     %%FT de la commande
167     [b_cmde,a_cmde]=ss2tf(Aopt,E,-Gq,D);
168     cmde=ss(Aopt,E,-Gq,D)
169     u=tf(b_cmde,a_cmde)
170
171     %% Placement de poles
172
173     %Recuperation des zeros/poles des 2 FT apres LQR:
174     [poles_ZsZr,zeros_ZsZr] = pzmap(ft_Zs_Zr)
175     [poles_ZuZr,zeros_ZuZr] = pzmap(ft_Zu_Zr)
176
177     pZ = [-100+100i;-100-100i;-6-0.0001i;-6+0.0001i]
178     Kpp = place(A,B,pZ)
179
180     App = A-B*Kpp;
181
182     Srl_pp = ss(App,E,C(1,:),D);
183     ft_Zs_Zrpp = tf(Srl_pp);
184     figure;
185     step(ft_Zs_Zrpp*0.08); %bleu
186     hold on;

```

```

187 step(ft_Zs_Zr*0.08); %rouge
188
189 Sr2_pp = ss(App,E,C(2,:),D);
190 ft_Zu_Zrpp = tf(Sr2_pp);
191 figure;
192 step(ft_Zu_Zrpp*0.08); %bleu
193 hold on;
194 step(ft_Zu_Zr*0.08); %rouge

```