

1. ローレンツ変換について

a) アインシュタインの場合

$$\xi = \gamma(x - vt) \quad ①$$

$$\tau = \gamma(t - vx/c^2) \quad ②$$

ここに、 γ はローレンツ係数、 $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ である。

式①、②より、 $\tau = \sqrt{1 - v^2/c^2} t$ ③、例えば、 $\tau = 0.1 t$ ③' の関係が与えられる。
アインシュタインの相対性理論は、相対論的時空を議論している。

静止系の時空(x, t)と運動系の時空(ξ, τ)が、ローレンツ変換式①②で結ばれる。

よって、運動系の時空は、静止系の時空に対して相対的なものとなる。

ローレンツ変換を設定した瞬間に、静止系と運動系とで時空に相違（時間や長さに、非対称性）が生じる。このことは、慣性系間にいかなる物理的相違もあってはならないという相対性原理に背く。

アインシュタインの相対性理論による双子の歳の比較の話〔 〕内は数式との対応を示す。

例えば、双子（10 才）が地上に居て、互いの歳が同じであることを確認した。また、それぞれが持っている原子時計の周波数が互いに 10Hz のテンポで時を刻んでいることを確認した。この後に、兄が一定速度で飛行し続け、10 年の時を経て、20 才となって地上に帰って来た。この間、兄の観測によれば、原子時計は 1Hz の振動数で時を刻んでいた $[(\xi, \tau)]$ 。

地上でその帰りを待っていた弟は、再会の時、すでに 100 才の年を重ねて 110 才に年老いていた。この間、弟の持つ原子時計は、終始 10Hz のテンポで時を刻んでいた $[(x, t)]$ 。

このようなアインシュタインの相対性理論による説明は、日本では、「**浦島太郎効果**」として説明されたりします。

こうして、アインシュタインのローレンツ変換は、静止系（地上の弟）の時間経過と、それに対して一定速度で運動している運動系（飛行している兄）の時間との比較を表す。

すなわち、静止系（地上の弟）と運動系（飛行している兄）とで、観測していることに違いが現れ（非対称的であり）、相対速度に応じて経過時間（原子時計のテンポや空間長）が互いに異なることが、アインシュタインの相対論的時空の定義である。

このことは、「慣性系間で、いかなる物理的相違もあってはならない」とする相対性原理に背く。但し、光の速度については、静止系でも運動系でも一定となっている。

こうした問題提起が、「双子のパラドックス」などと呼ばれています。

b) 仲座の場合

$$\xi = \gamma(x - vt) \quad ④$$

$$\tau = \gamma(t - vx/c^2) \quad ⑤$$

式④、⑤より、 $\tau = \sqrt{1 - v^2/c^2} t$ ⑥、例えば、 $\tau = 0.1 t$ ⑥' の関係が与えられる。
仲座の相対性理論では、時空の相対論の議論ではなく、運動物体の光など電磁波の観測（相対論的電磁気理論）が議論されている。

静止系の時空で計測される光など電磁波の伝播の位相に現れる時空 (x, t) と、それが運動系の時空から観測されるときのその伝播波の位相に現れる時空 (ξ, τ) との関係を表す。

それでは、アインシュタインが主張した時空の相対論は、どうなるのか？

これは、以下のように与えられる。

静止系の時空 (x, t) と運動系の時空 (x', t') とはガリレイ変換で結ばれ、次のように絶対的時空を成す。

$$x' = x - vt \quad (7)$$

$$t' = t \quad (8)$$

したがって、静止系の時空と運動系の時空とは、互いに対称性（時間や長さが同じ）を成し、運動物体の光など電磁波の伝播の位相に現れる時空 (ξ, τ) は、相対速度に応じた相対的な時空を成す。

仲座の相対性理論による双子の歳の比較の話〔 〕内は数式との対応を示す。

双子（10 才）が地上に居て、互いの歳が同じであることを確認した。また、お互いが持つ原子時計の振動数は、互いに 10Hz の振動数で時を刻んでいることを確認した。その後、兄が一定速度で飛行し、10 年の時の経過を経て、20 才となって地上に帰って来た $[(x', t')]$ 。

このとき、地上で兄の帰りを待っていた弟も、兄とまったく同じ 10 年の時を重ねて 20 才になっていた $[(x, t)]$ 。兄や弟の報告によれば、兄の出発から再会までの間、兄の原子時計も弟の原子時計も共に、10Hz で時を刻み続けていた $[(x, t)]$ $[(x', t')]$ 。

以上の報告に、兄と弟の時間経過に関して相違（非対称性）はまったく現れていません。

一定速度で飛行している間、兄は、**青色の光**（振動数 10Hz）を地上に向けて発射し続けて $[(x', t')]$ 、弟にその光を届けた。兄から弟に届く光は、弟には**赤色の光**（振動数 1Hz）となって観測された $[(\xi, \tau)]$ 。実は、弟も、**青色の光**（振動数 10Hz）を兄に向けて発射し続けて $[(x, t)]$ 、兄にその光を届けていた。弟から兄に届く光は、兄には**赤色の光**（振動数 1Hz）となって観測されていた $[(\xi, \tau)]$ 。

ここまでの話において、兄と弟との観測に相違（非対称性）はまったく現れていません。

弟は自分の原子時計は 10Hz のままにあることを確認し $[(x, t)]$ 、兄から届く赤色の光の振動数 1Hz に基づいて $[(\xi, \tau)]$ 、一定速度で飛行している兄の原子時計の振動数がシフトしているに違いないと考えて、「一定速度で飛行している兄の歳の取り方は、自分よりも遅い、だから 10 年後に再開した際には、自分は 20 才だが、兄は 11 才となっているはずである」と、推定した。

これとまったく同様に、兄は、「自分は 20 才だが弟は 11 才となっているはずである」と推定した。しかしながら、再会した兄と弟とは互いにまったく同じ歳で、20 才であった。

ここまでの話においても、兄と弟の観測や思考は対称的であり、まったく同じとなっています。すなわち、時空の議論に相対性原理が成立しています。パラドックスは派生しない。

まとめ

a) アインシュタイン：運動系の時間経過や長さ（一定速度で相対的運動状態にあるものの時間経過や長さ）は、静止系のそれらに比較して短縮する。フィッツジェラルドやローレンツ、ポアンカレの時空の短縮を説明する。**相対論的時空の議論**

b) 仲座：一定速度で相対的運動状態にあるものの時間経過や長さは、静止系のそれらとまったく同じである（相対性原理）。相対速度を有する光源から放たれた光など電磁波の伝播に基づく時間や長さは、短縮して計測される。**相対論的電磁気理論の議論**