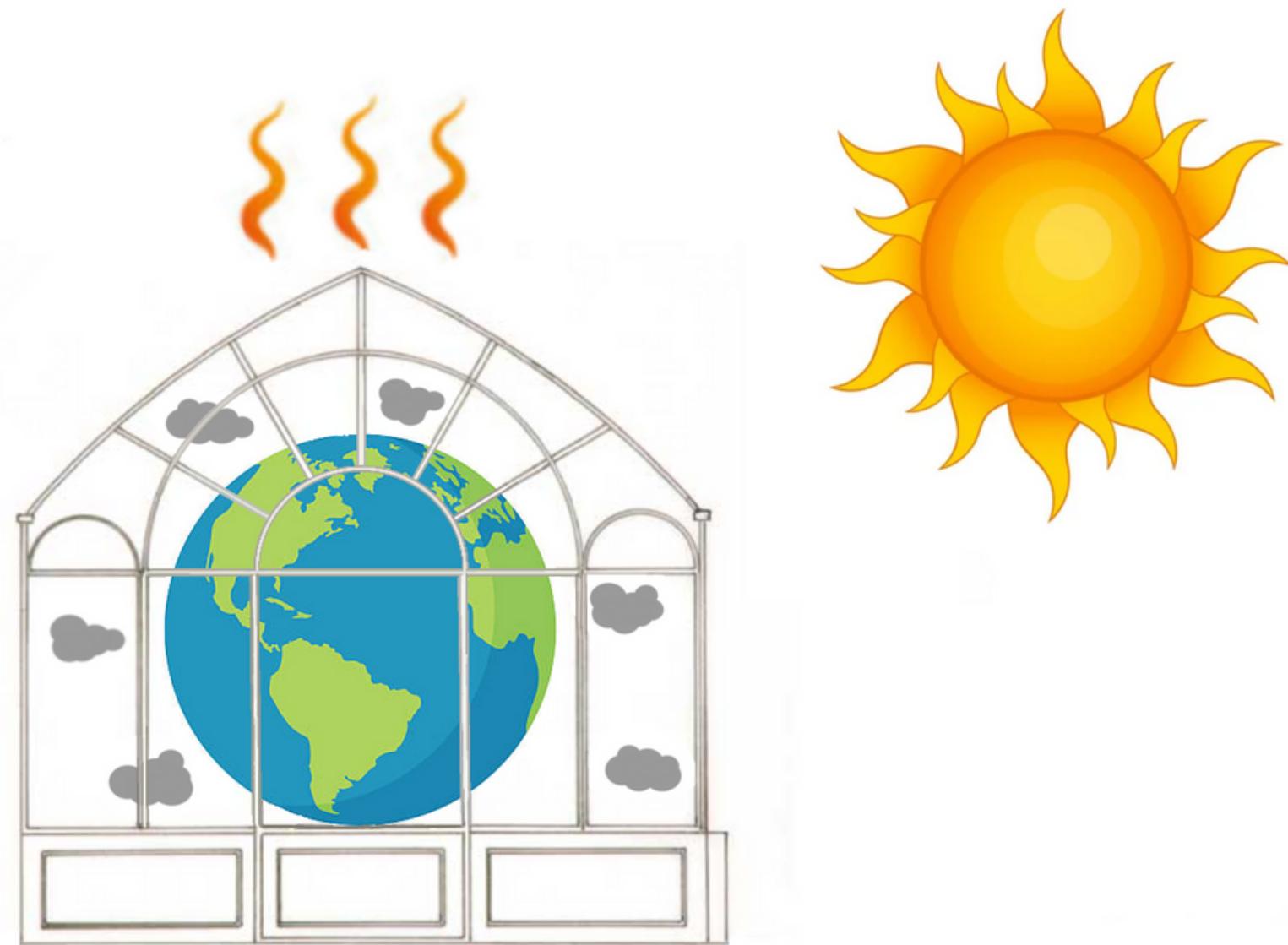


Exploration mathématique de l'effet de serre : de Fourier à l'ère moderne



Encadré par :

Catherine Choquet

Présenté par :

Réjane Joyard, Yannis Lebrun, Alexis Alzuria, Océanne Bousquet,
Raphaël Barateau, Grégoire Doat, Aurélien Loncq, Malik Masri

Introduction



MÉMOIRE
SUR
LES TEMPÉRATURES DU GLOBE TERRESTRE ET
DES ESPACES PLANÉTAIRES.
PAR M. FOURIER.

La question des températures terrestres, l'une des plus importantes et des plus difficiles de toute la philosophie naturelle, se compose d'éléments assez divers qui doivent être considérés sous un point de vue général. J'ai pensé qu'il serait utile de réunir dans un seul écrit les conséquences principales de cette théorie; les détails analytiques que l'on omet ici se trouvent pour la plupart dans les ouvrages que j'ai déjà publiés. J'ai désiré surtout présenter aux physiciens, dans un tableau peu étendu, l'ensemble des phénomènes et les rapports mathématiques qu'ils ont entre eux.

La chaleur du globe terrestre dérive de trois sources qu'il est d'abord nécessaire de distinguer.

1^o La terre est échauffée par les rayons solaires, dont l'inégale distribution produit la diversité des climats.

2^o Elle participe à la température commune des espaces planétaires, étant exposée à l'irradiation des astres innombrables qui environnent de toutes parts le système solaire.

1824.

72

SeMA Journal (2022) 79:489–525
<https://doi.org/10.1007/s40324-021-00265-y>

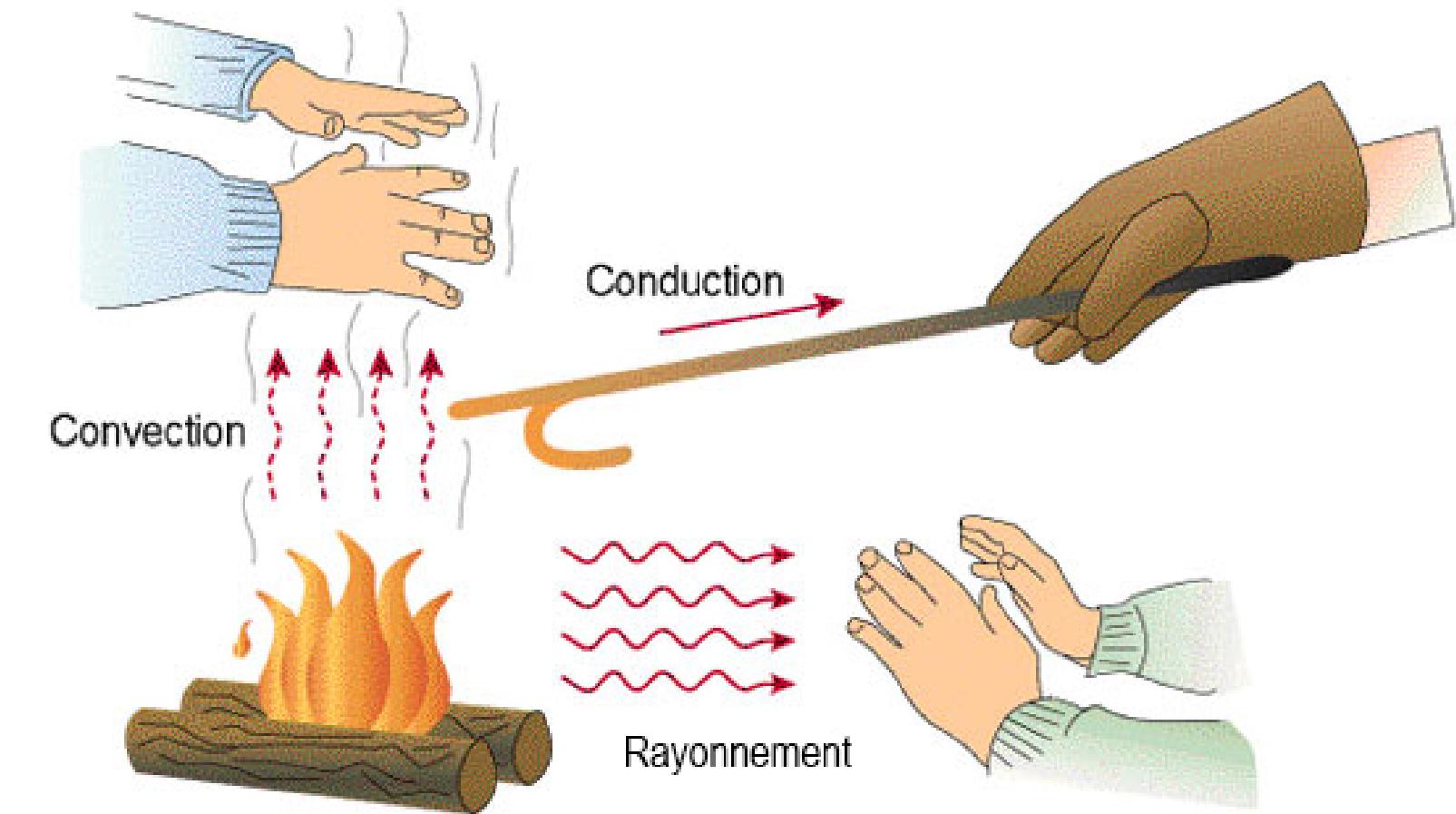
The radiative transfer model for the greenhouse effect

Claude Bardos¹ · Olivier Pironneau¹ 

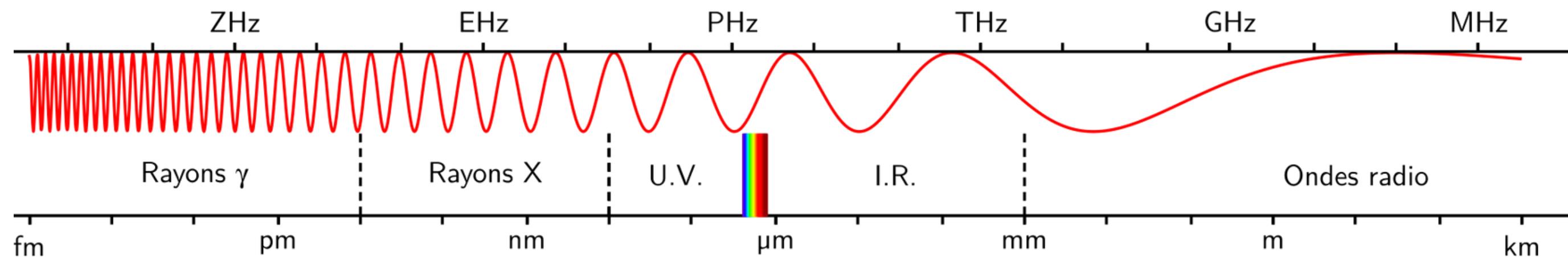
Received: 5 January 2021 / Accepted: 29 June 2021 / Published online: 21 August 2021
© The Author(s) 2021, corrected publication 2022

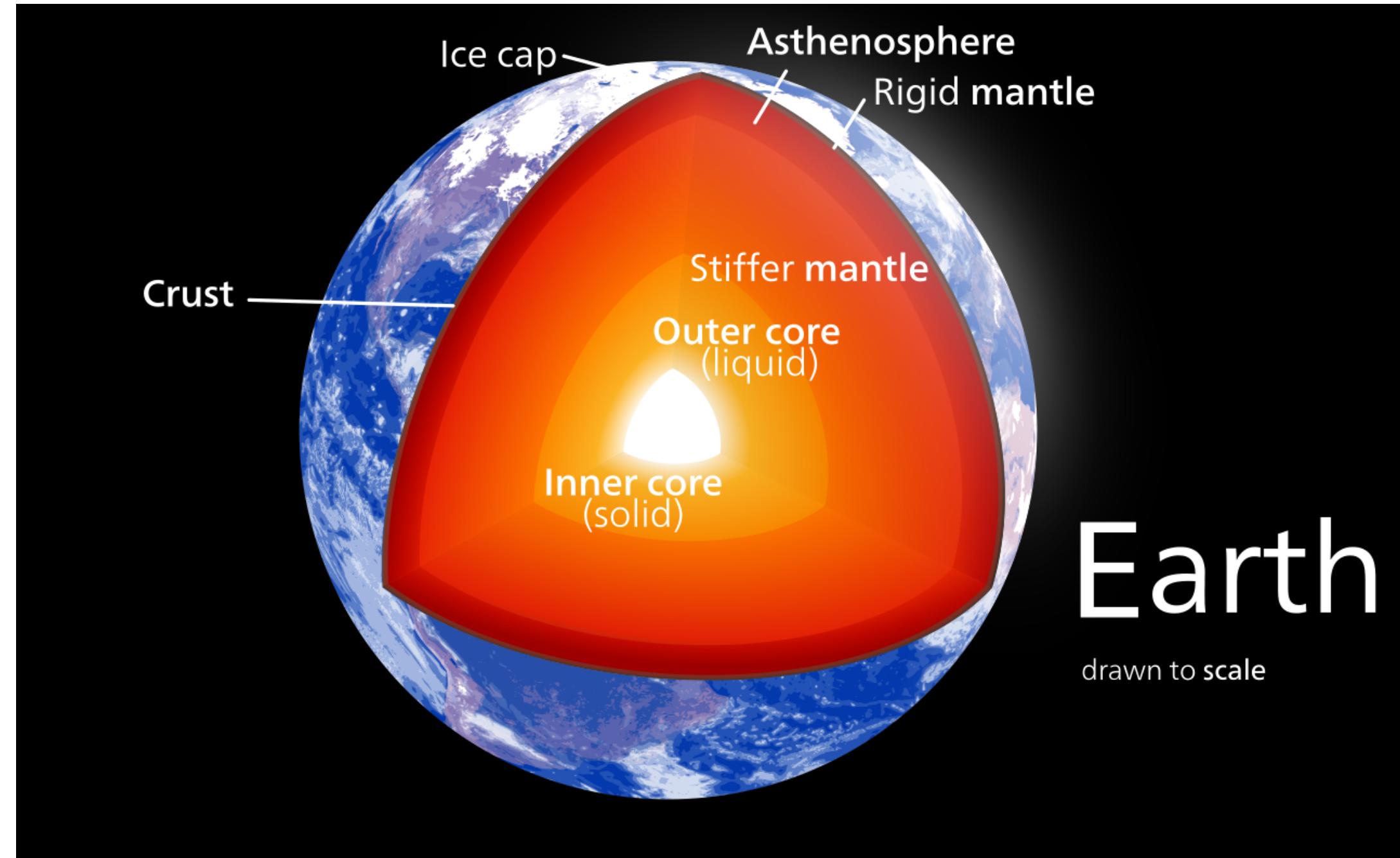
Définition de quelques mots :

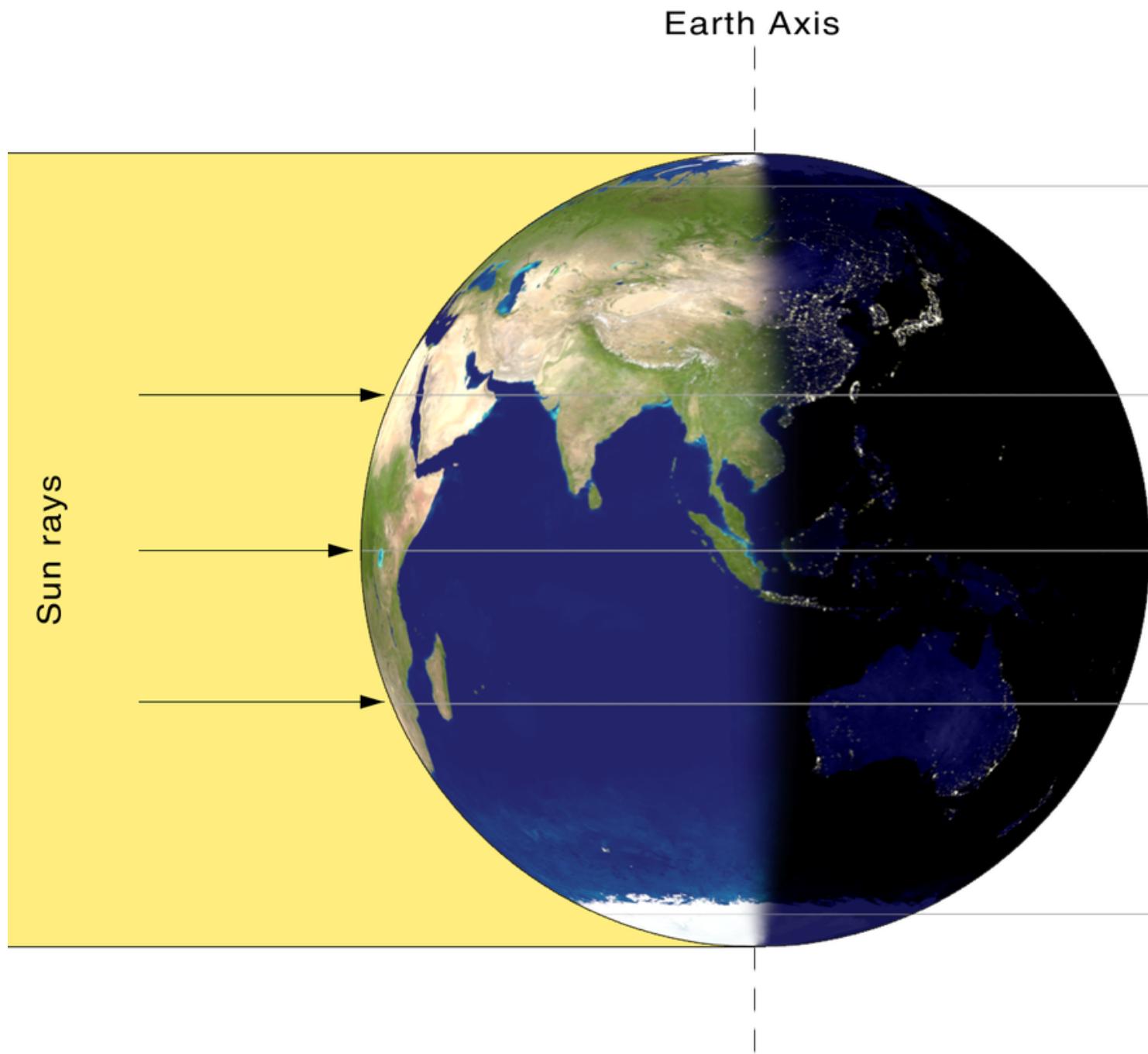
Transfert thermique (chaleur) :



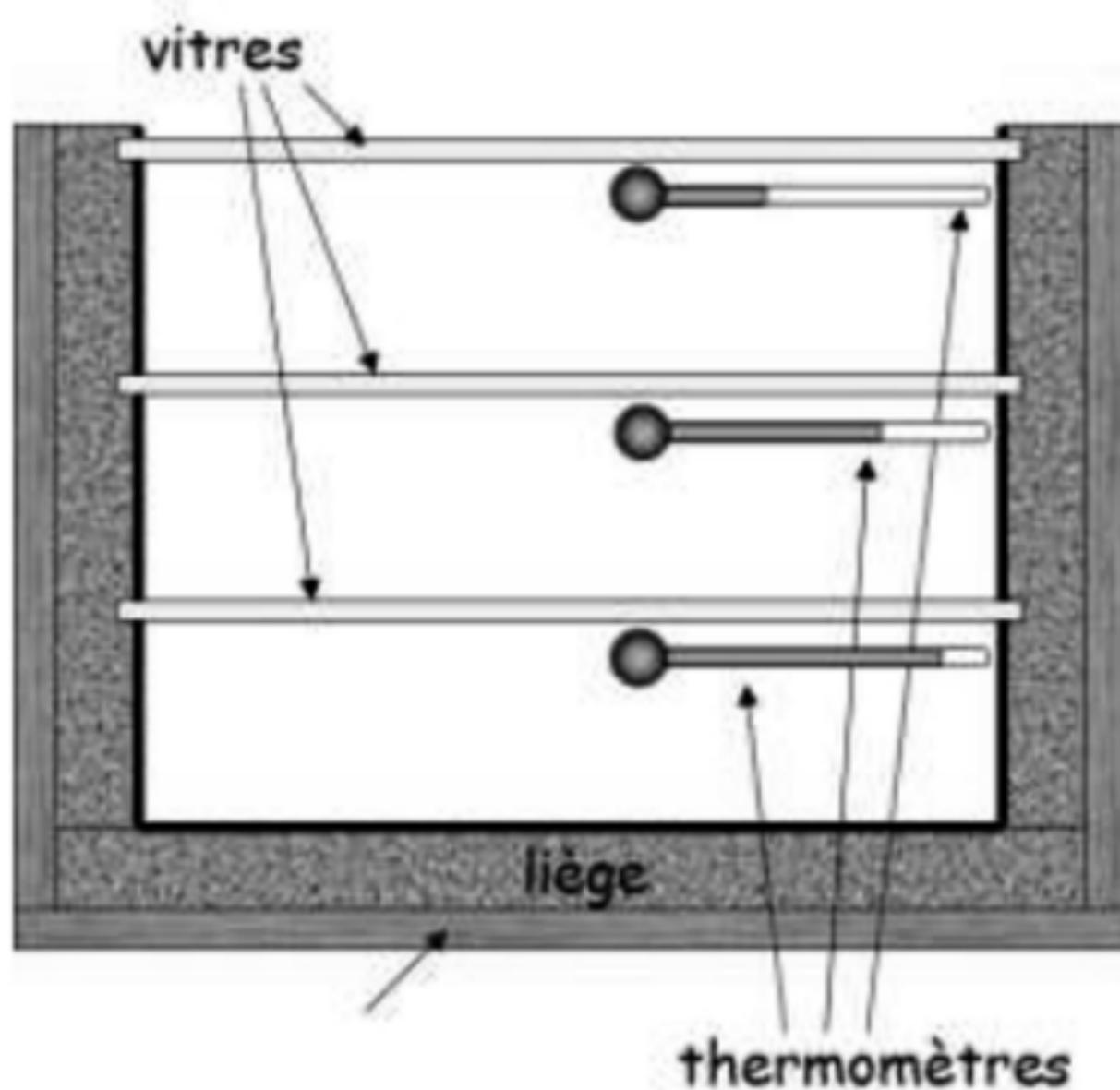
Lumière:



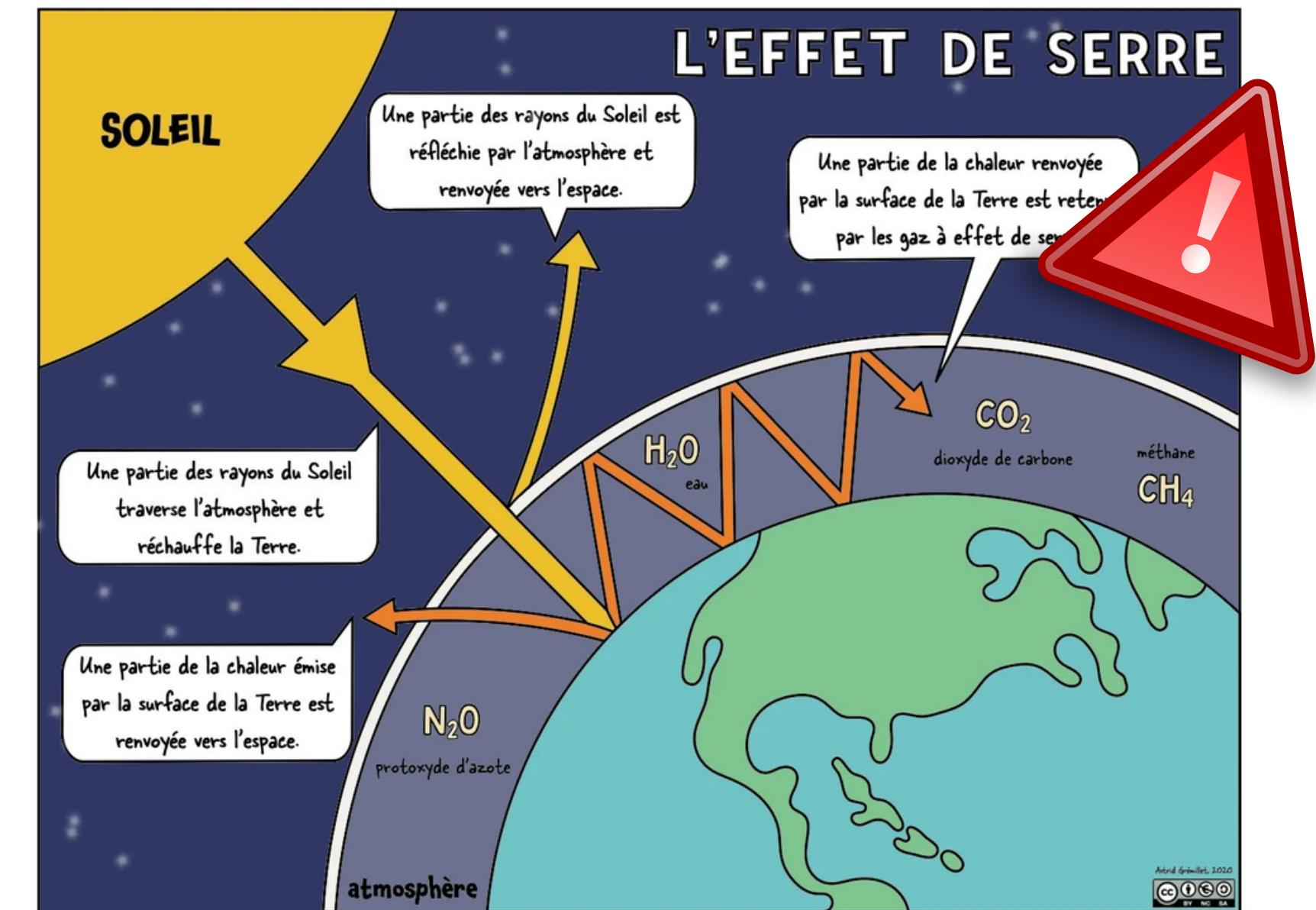




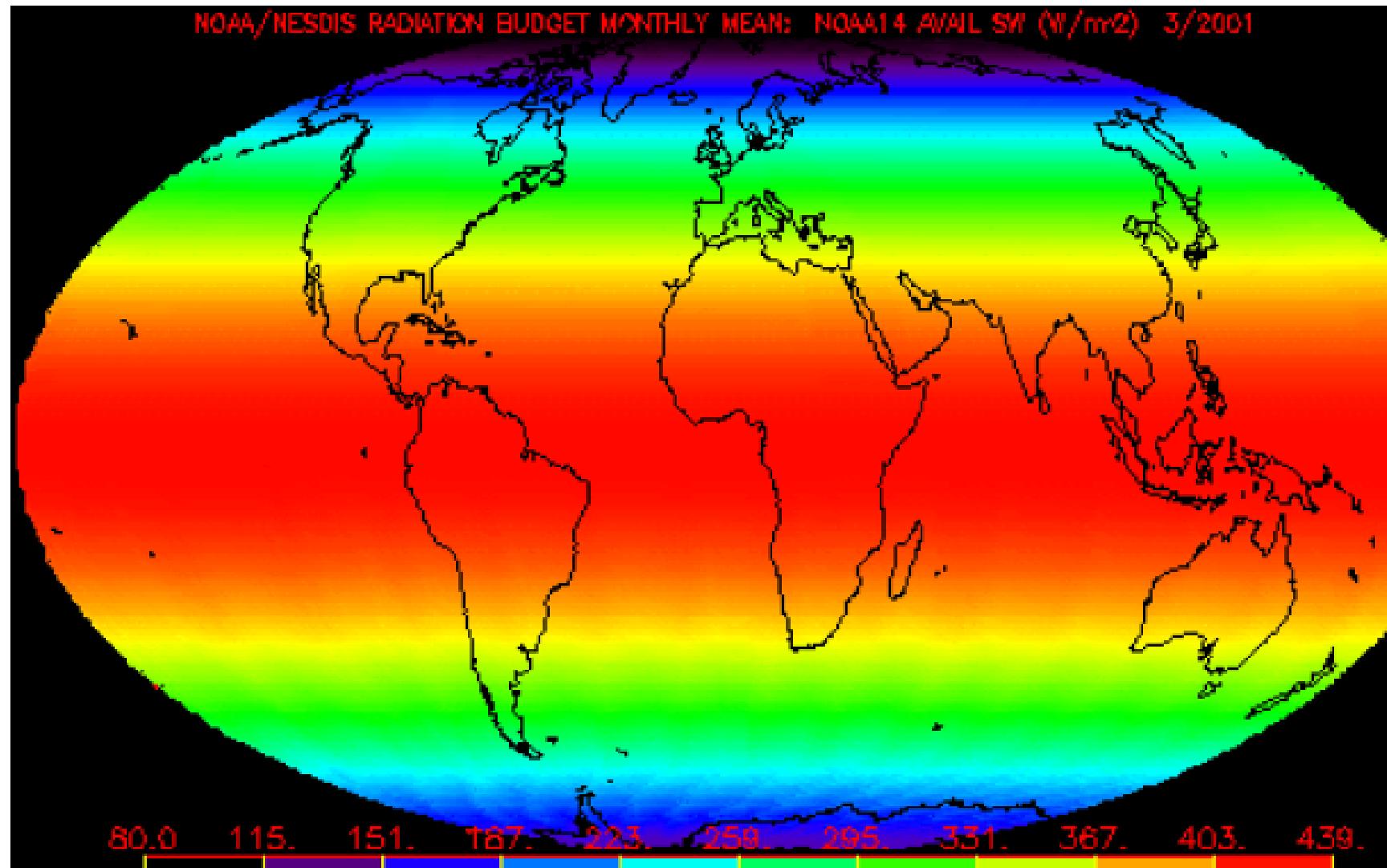
Expérience de Horace-Bénédict de Saussure



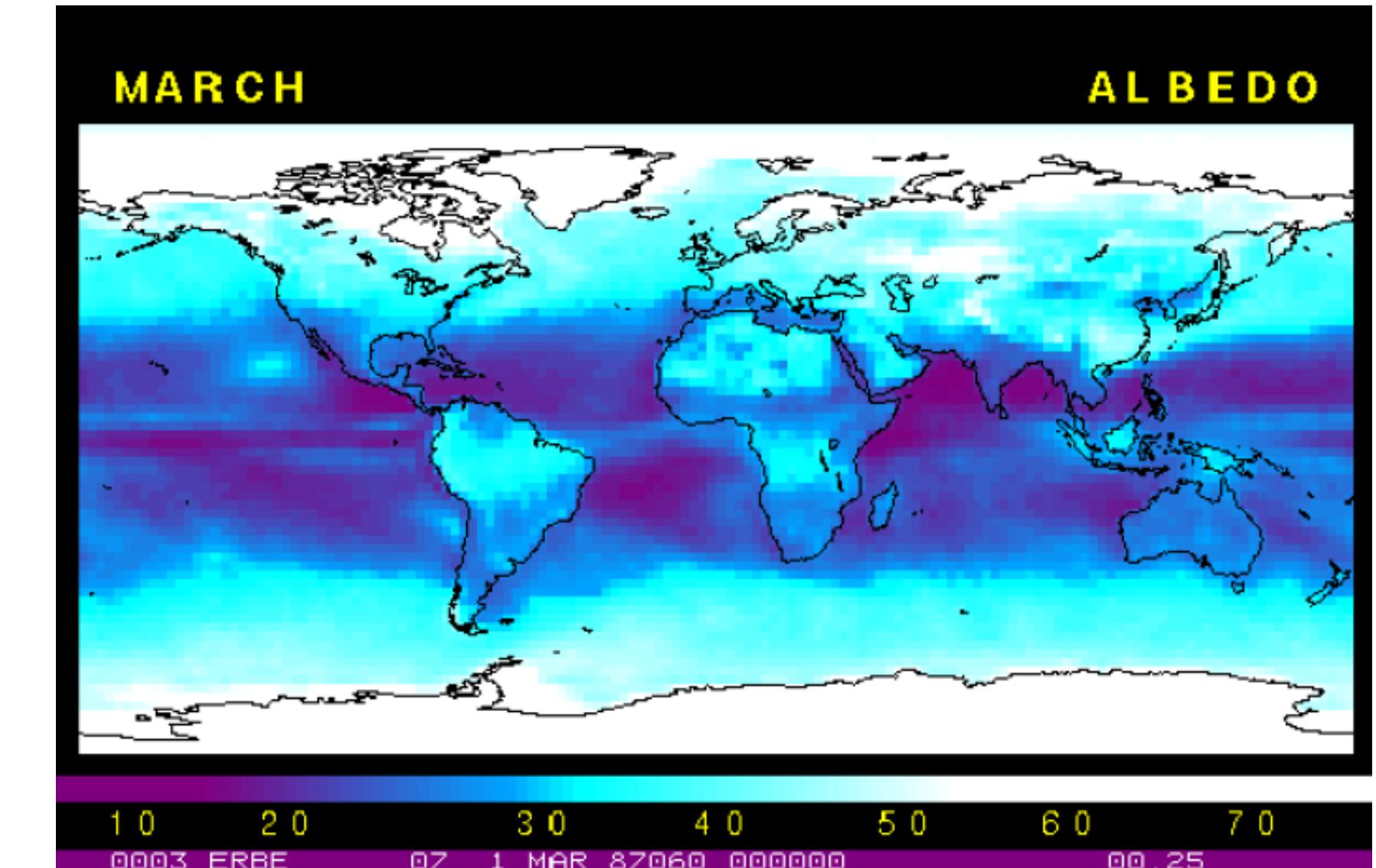
Fausse représentation de l'effet de serre



Images satellites

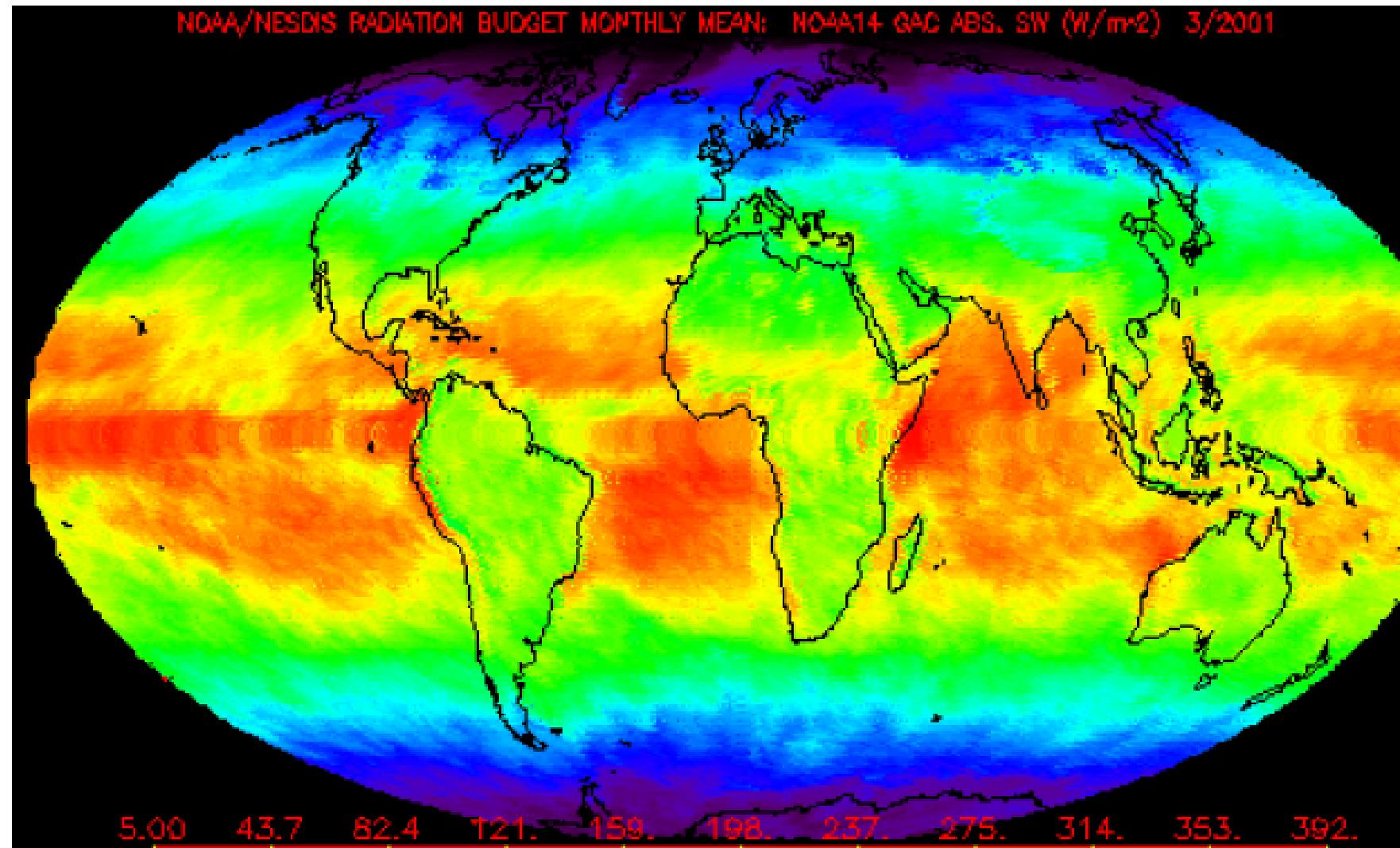


Energie radiative incidente mesurée
en W/m^2

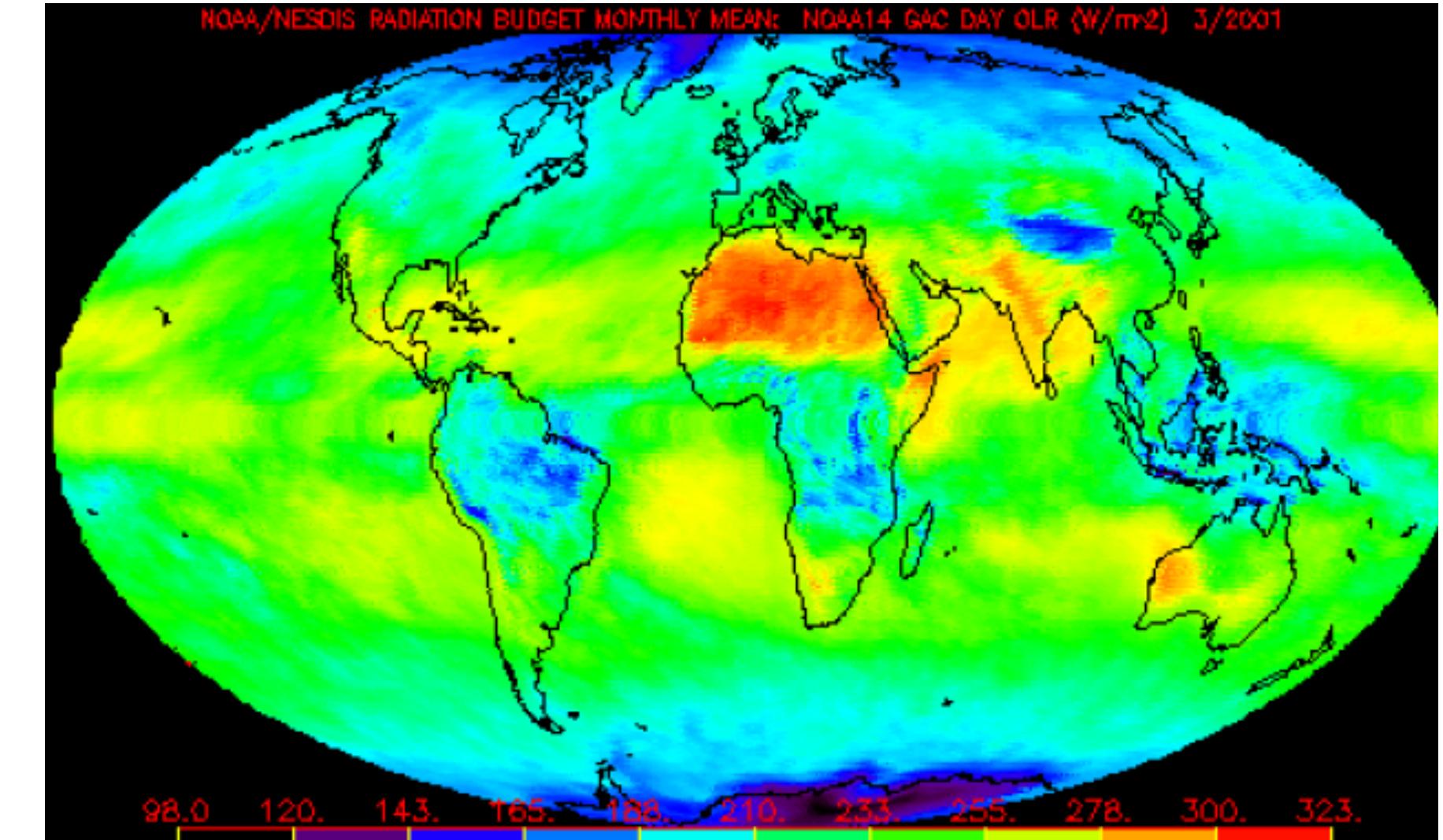


Rayonnement solaire réfléchi vers
l'espace
(albédo)

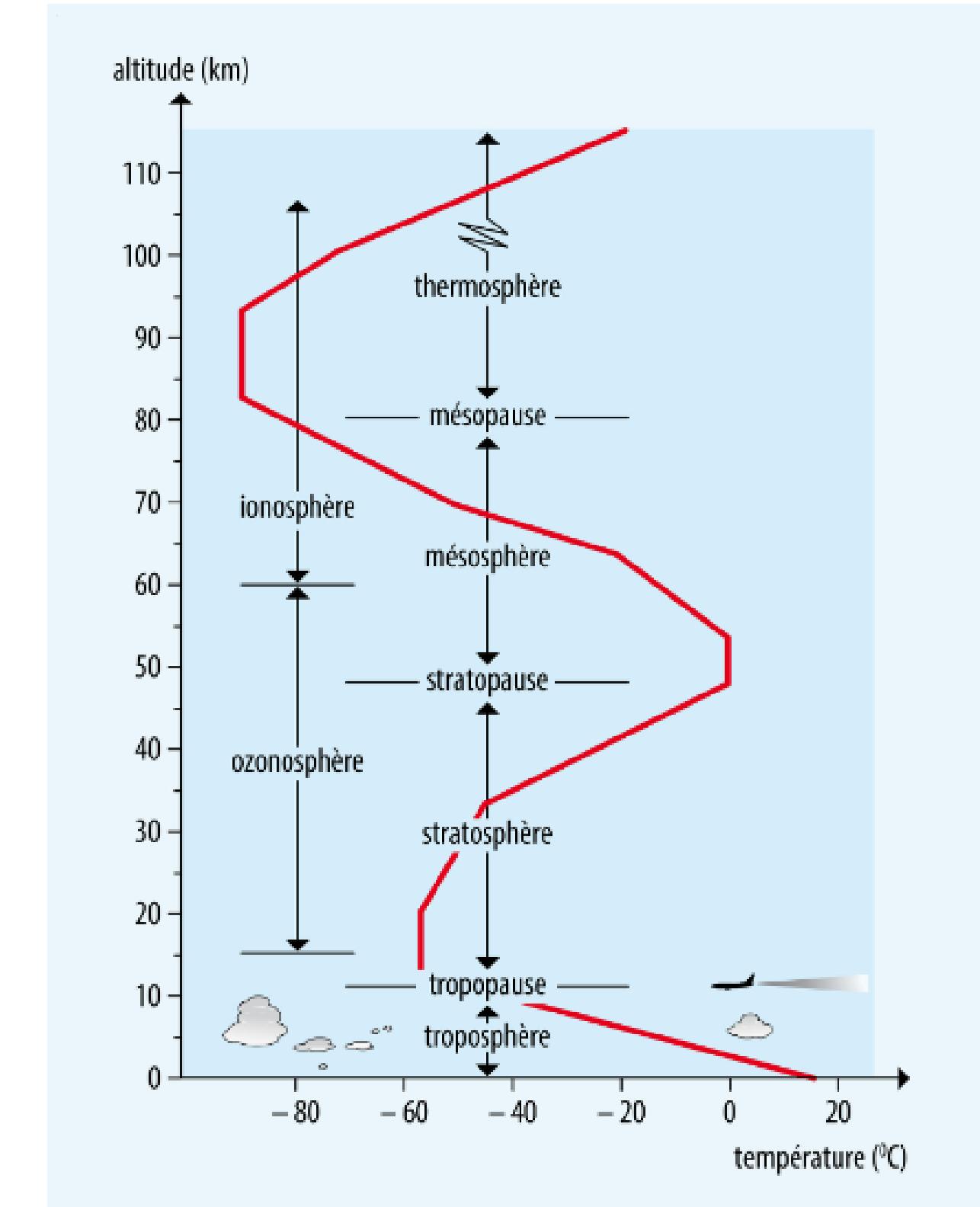
Images satellites



Rayonnement solaire absorbé



Rayonnement infrarouge de la Terre



Température des différentes couches atmosphériques



Ludwig Boltzmann
(1844-1906)

Loi de Stefan-Boltzmann (1879) :

$$M = \sigma T^4$$

Température (K)

Emittance énergétique par unité de surface ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$)

Constante de Stefan ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$)

Conservation de l'énergie :

$$E_{\text{reçue}} = E_{\text{emise}} \iff T^4 = \frac{S \times (1 - \text{albedo})}{4\sigma}$$
$$\implies T \approx 265^\circ\text{K} = -8^\circ\text{C}$$

avec S l'insolation sur l'orbite terrestre

- Corps noir (Loi de Planck) :

$$\nu \mapsto B_\nu(T) = \frac{2\hbar\nu^3}{c^2[e^{\frac{\hbar\nu}{kT}} - 1]}$$

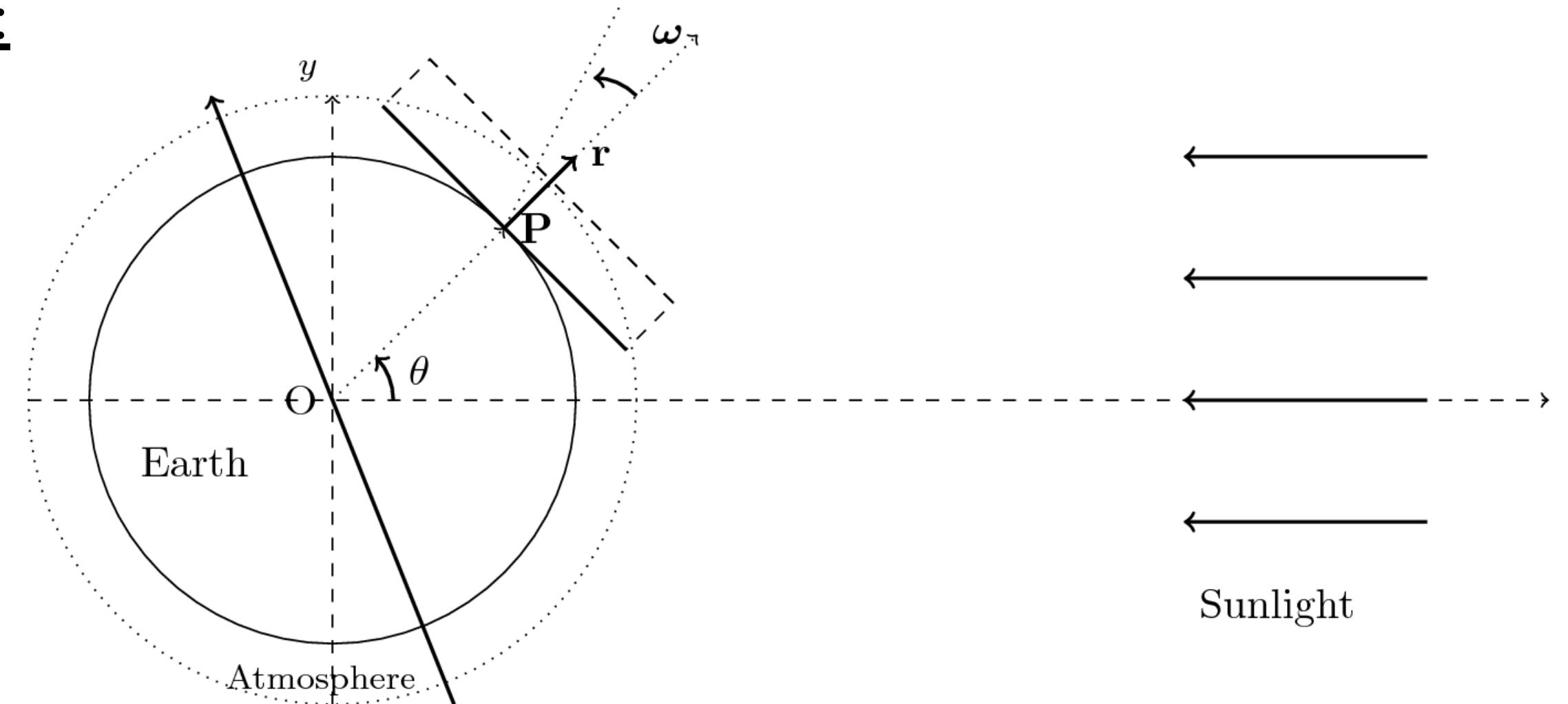
- Adimensionnalisation de l'atmosphère : 1D

- Conditions aux bords

Circulation des masses d'air et d'eau non prise en compte

$$I_\nu(0, \mu)_{\mu>0} = \mu Q_\nu := Q_0 \mu B_\nu(T_{sun}) \text{ avec } T_{sun} = 1.209 \quad Q_0 = 3.042 \times 10^{-5}$$

$$I_\nu(Z, \mu)_{\mu<0} = 0 \quad \text{où } Z = 1 - e^{-12}$$



- Modèle de transfert radiatif :

$$\omega \cdot \nabla I_\nu + \rho \kappa_\nu a_\nu \left[I_\nu - \frac{1}{4\pi} \int_{\mathbb{S}^2} p(\omega, \omega') I_\nu(\omega') d\omega' \right] = \rho \kappa_\nu (1 - a_\nu) [B_\nu(T) - I_\nu], \quad (1)$$

$$\kappa_T \Delta T = \nabla \cdot \int_0^\infty \int_{\mathbb{S}^2} I_\nu(\omega') \omega' d\omega' d\nu, \quad (2)$$

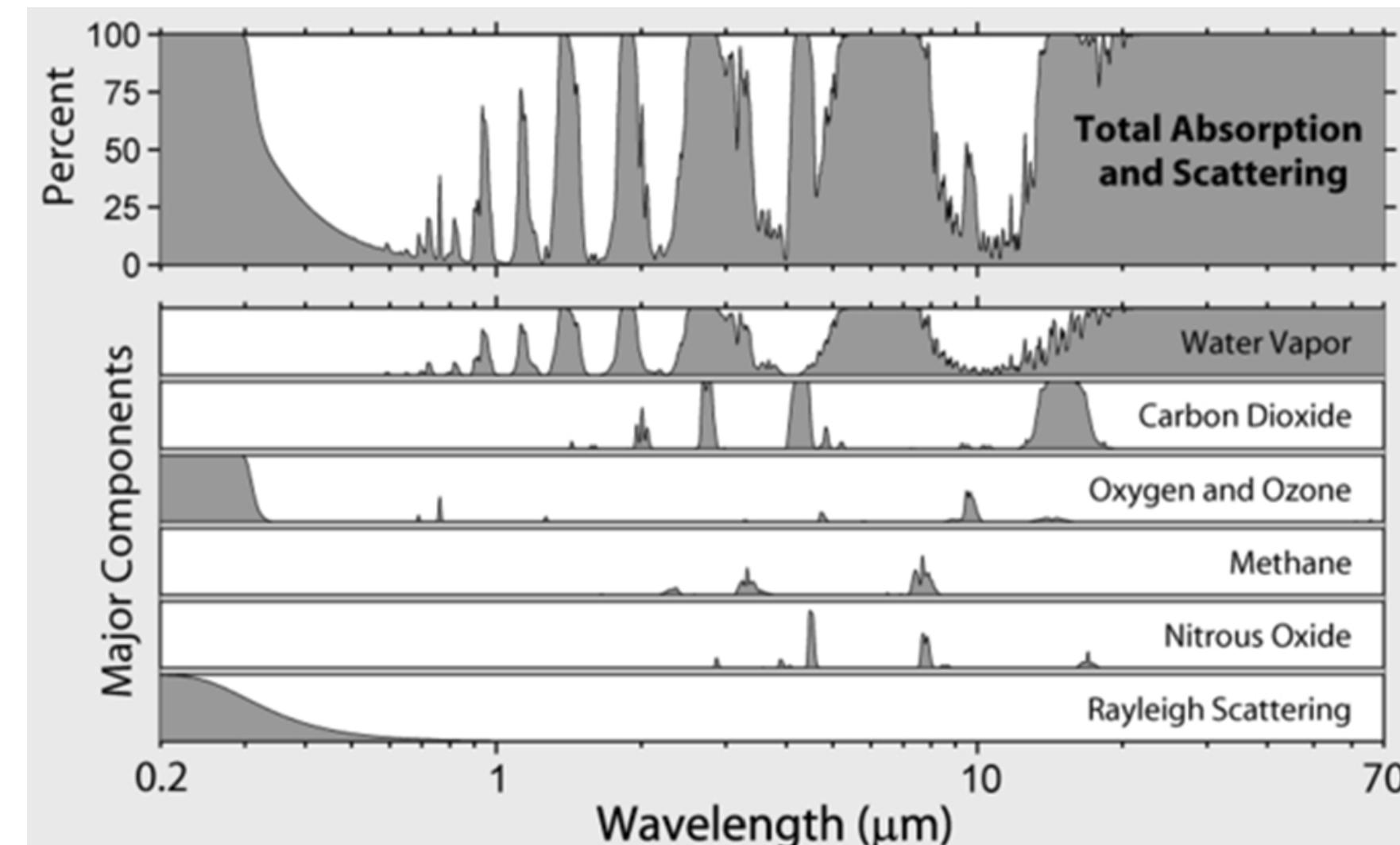
- Diffusion thermique négligée ($\kappa_T \ll 1$) :

$$\int_0^\infty \kappa_\nu (1 - a_\nu) B_\nu d\nu = \int_0^\infty \kappa_\nu (1 - a_\nu) \left(\frac{1}{4\pi} \int_{\mathbb{S}^2} I_\nu(\omega) d\omega d\nu \right) \quad (3)$$

- Loi de Stefan-Boltzmann :

$$\int_0^\infty B_\nu d\nu = \sigma_b T^4 = \int_0^\infty \frac{1}{4\pi} \int_{\mathbb{S}^2} I_\nu(\omega) d\omega d\nu \quad \text{avec} \quad \sigma_b = \frac{2\hbar}{15c^2} \left(\frac{k\pi}{\hbar} \right)^4 \quad (4)$$

- Scénario 1 : fréquence ν constante et coefficient d'absorption $\kappa_\nu = 1.225$
- Scénario 2 : fréquence ν varie sur un petit intervalle de fréquences (0.2,0.3) et coefficient d'absorption $\kappa_\nu = 1.225 - 0.51_{\nu \in (0.2,0.3)}$
- Scénario 3 : fréquence ν varie sur un intervalle plus large de fréquences (0.1,0.4) et coefficient d'absorption $\kappa_\nu = 1.225 - 0.51_{\nu \in (0.1,0.4)}$



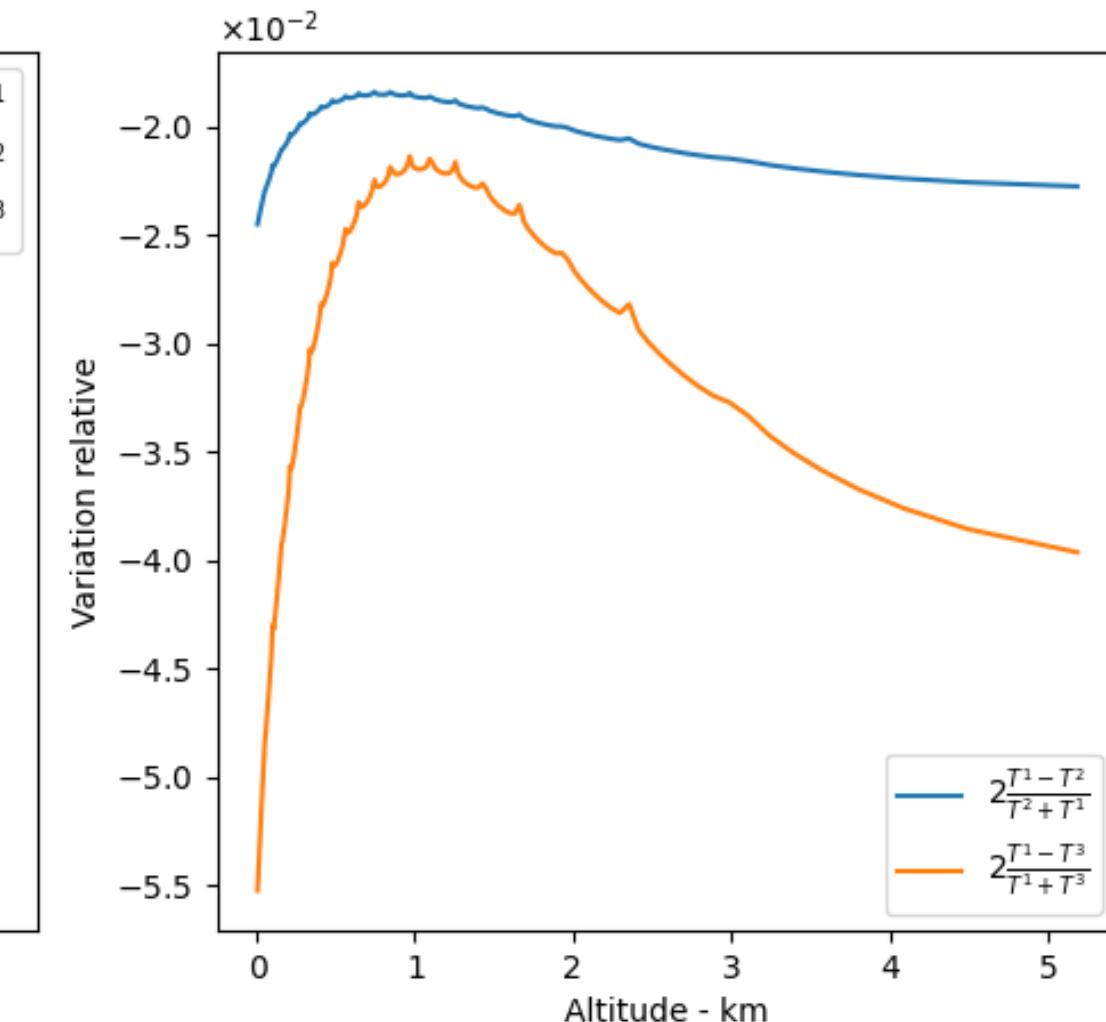
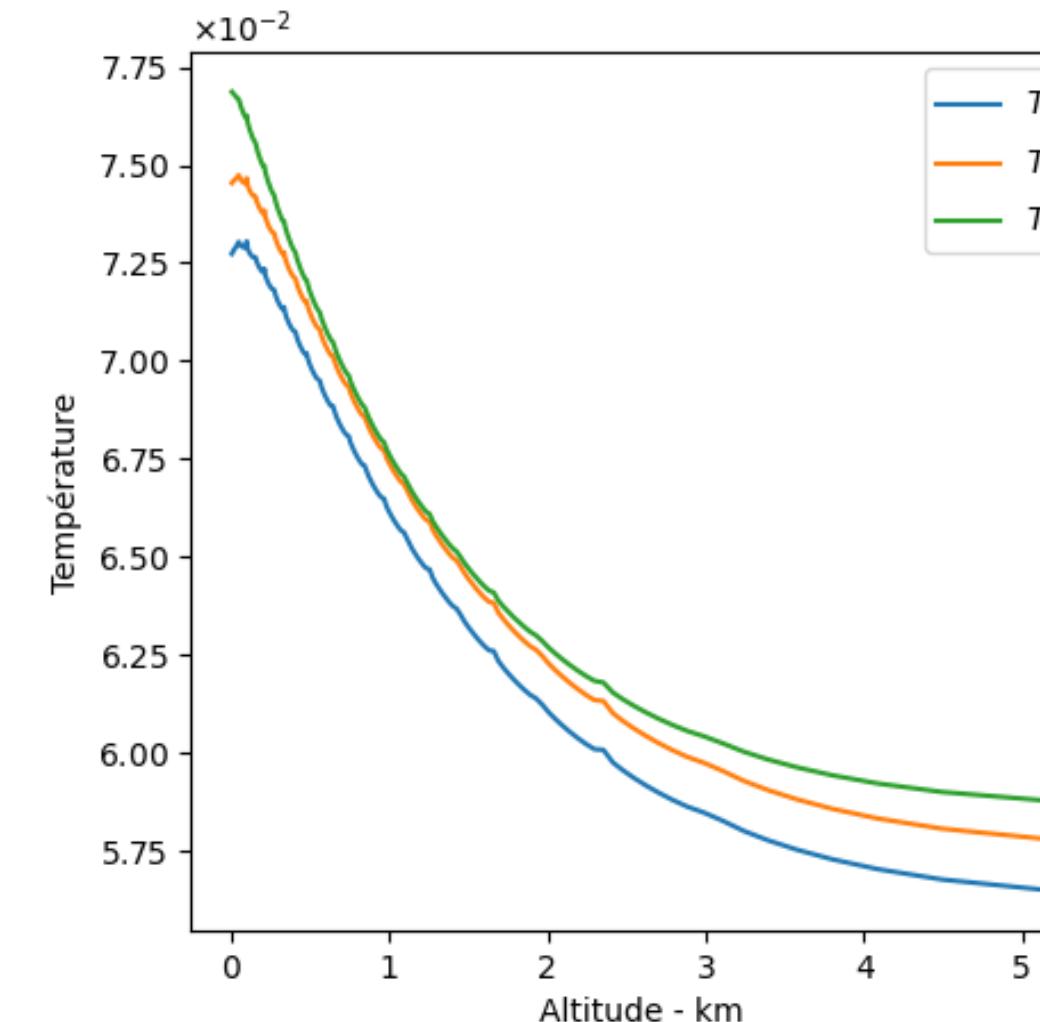
Simulation numérique jusqu'à l'altitude 12km :

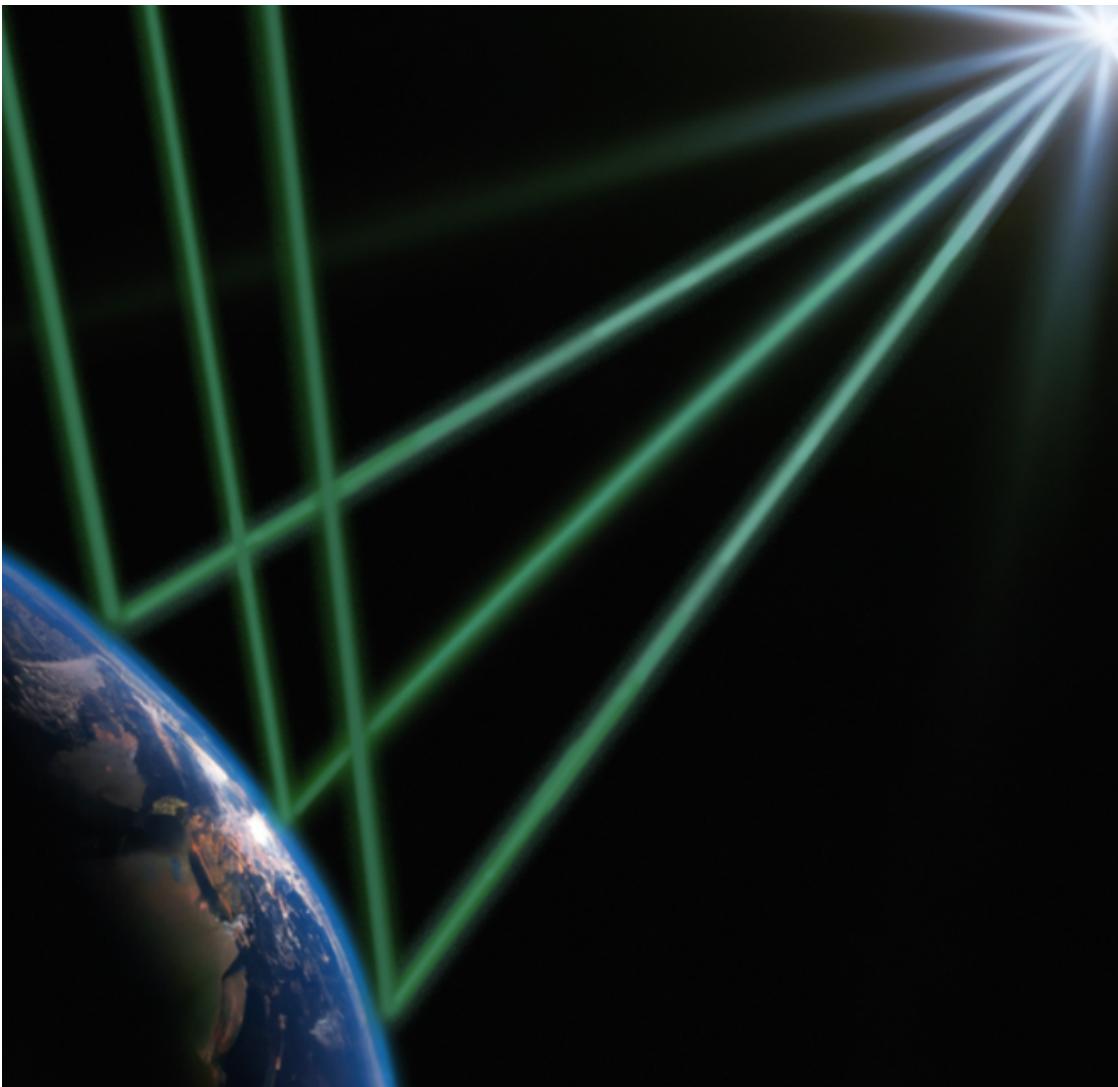
$$I_\nu^{n+1}(\tau, \mu) = \mathbf{1}_{\mu>0} \left[\mu Q_\nu e^{-\kappa_\nu \frac{\tau}{\mu}} + \int_0^\tau \frac{e^{-\kappa_\nu \frac{t-\tau}{\mu}}}{\mu} \kappa_\nu B_\nu(T^n(t)) dt \right] + \mathbf{1}_{\mu<0} \int_\tau^Z \frac{e^{-\kappa_\nu \frac{\tau-t}{\mu}}}{\mu} \kappa_\nu B_\nu(T^n(t)) dt$$

$T1$: scénario 1 avec effet de serre

$T2$: scénario 2 avec léger effet de serre

$T3$: scénario 3 sans effet de serre





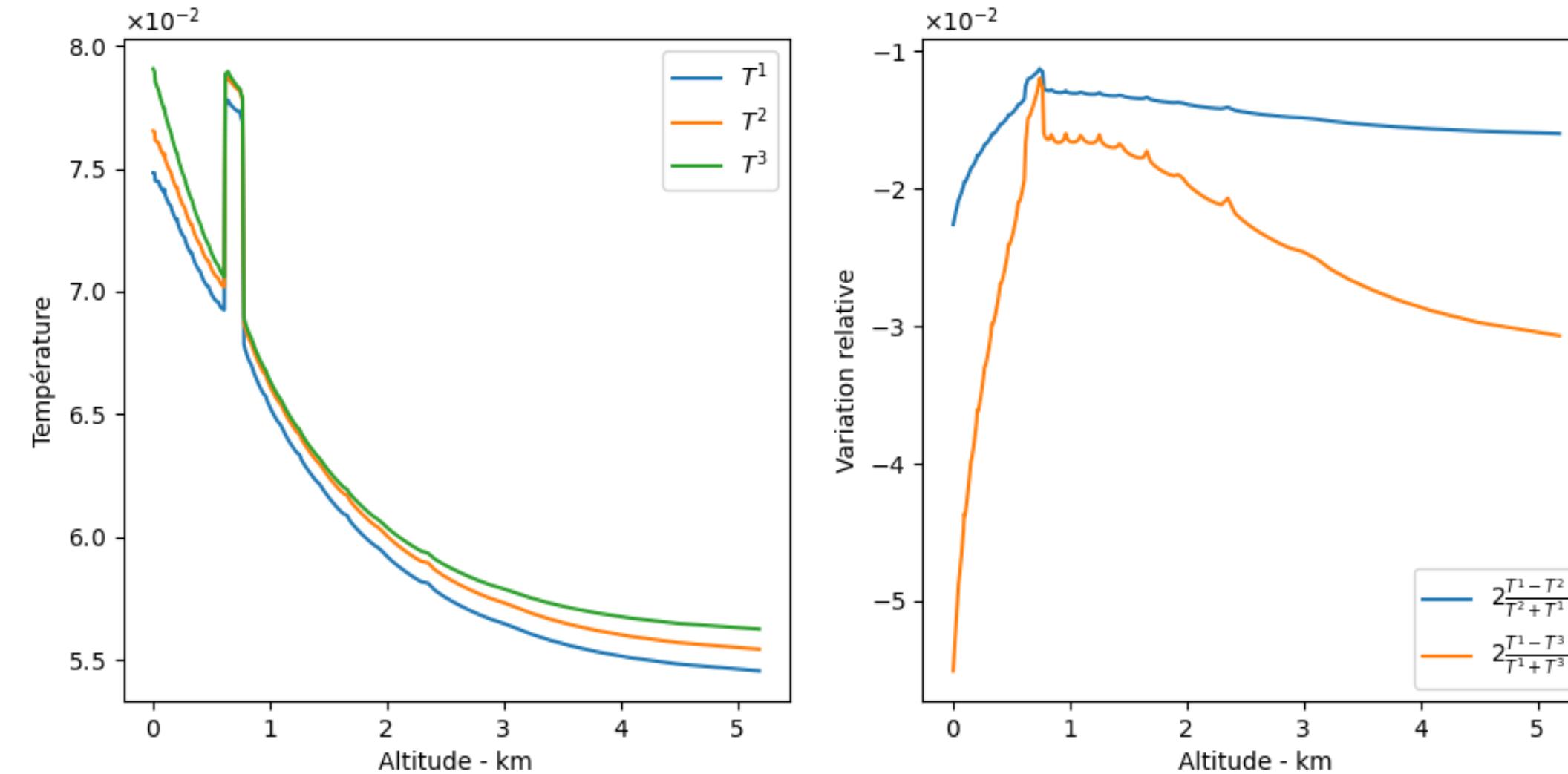
Notre contribution au modèle de Bardos-Pironneau

- Albédo au sol : α
- Albédo aux altitudes τ_k : α_k
- Albédo moyen de surface terrestre : a_ν

$$\begin{aligned}
 I_\nu^{n+1}(\tau, \mu) = & 1_{\mu>0} \left[\alpha I_\nu(0, -\mu) e^{\frac{-\kappa_\nu \tau}{\mu}} + \mu Q_\nu e^{-\kappa_\nu \frac{\tau}{\mu}} + \int_0^\tau \frac{e^{-\kappa_\nu \frac{\tau}{\mu}}}{\mu} \left(\kappa_\nu B_\nu(T^n(t)) + \frac{a_\nu \kappa_\nu}{2} \int_{-1}^1 I_\nu^n d\mu \right) dt \right] \\
 & + 1_{\mu<0} \int_\tau^Z \frac{e^{-\kappa_\nu \frac{\tau}{\mu}}}{\mu} \left(\kappa_\nu B_\nu(T^n(t)) + \frac{a_\nu \kappa_\nu}{2} \int_{-1}^1 I_\nu^n d\mu \right) dt + \sum_{k \in K} 1_{\mu>0} \alpha_k I_\mu(\tau_k, -\mu) e^{-\kappa_\nu \frac{\tau}{\mu}}
 \end{aligned}$$

Graphes représentants les différences de température entre les scénarios 1, 2 et 3 avec albédo

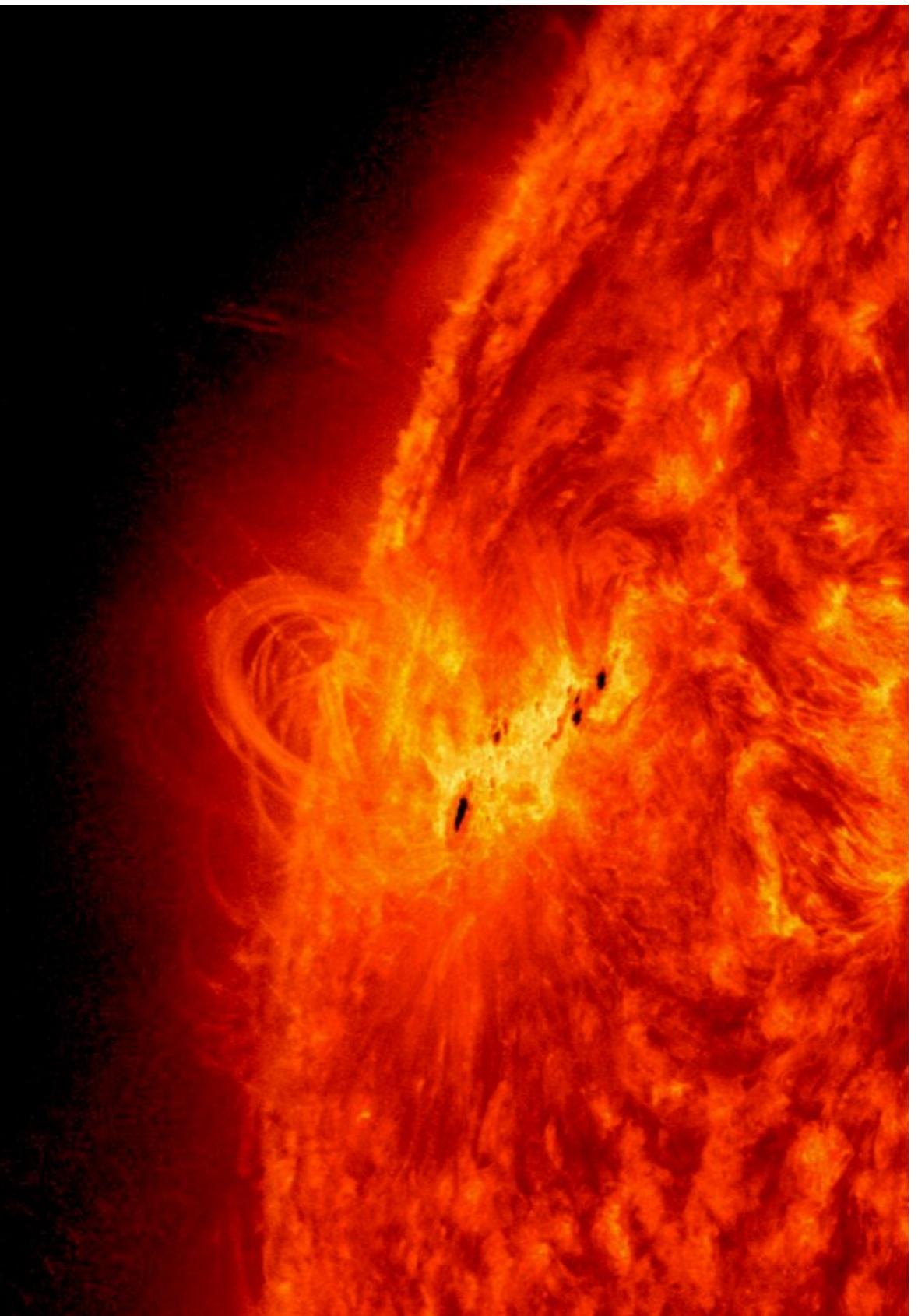
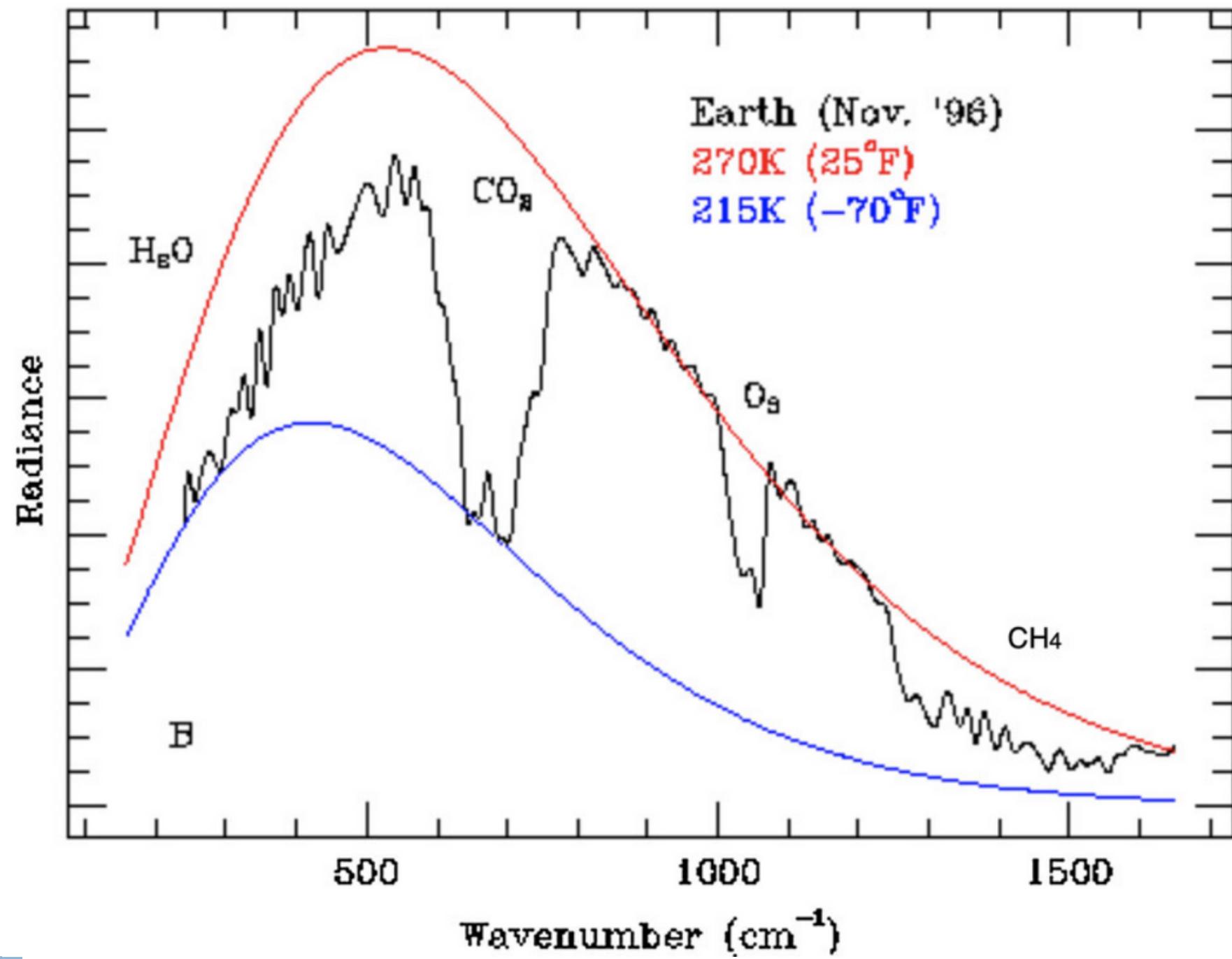
- T₁* : scénario 1 avec effet de serre
- T₂* : scénario 2 avec léger effet de serre
- T₃* : scénario 3 sans effet de serre

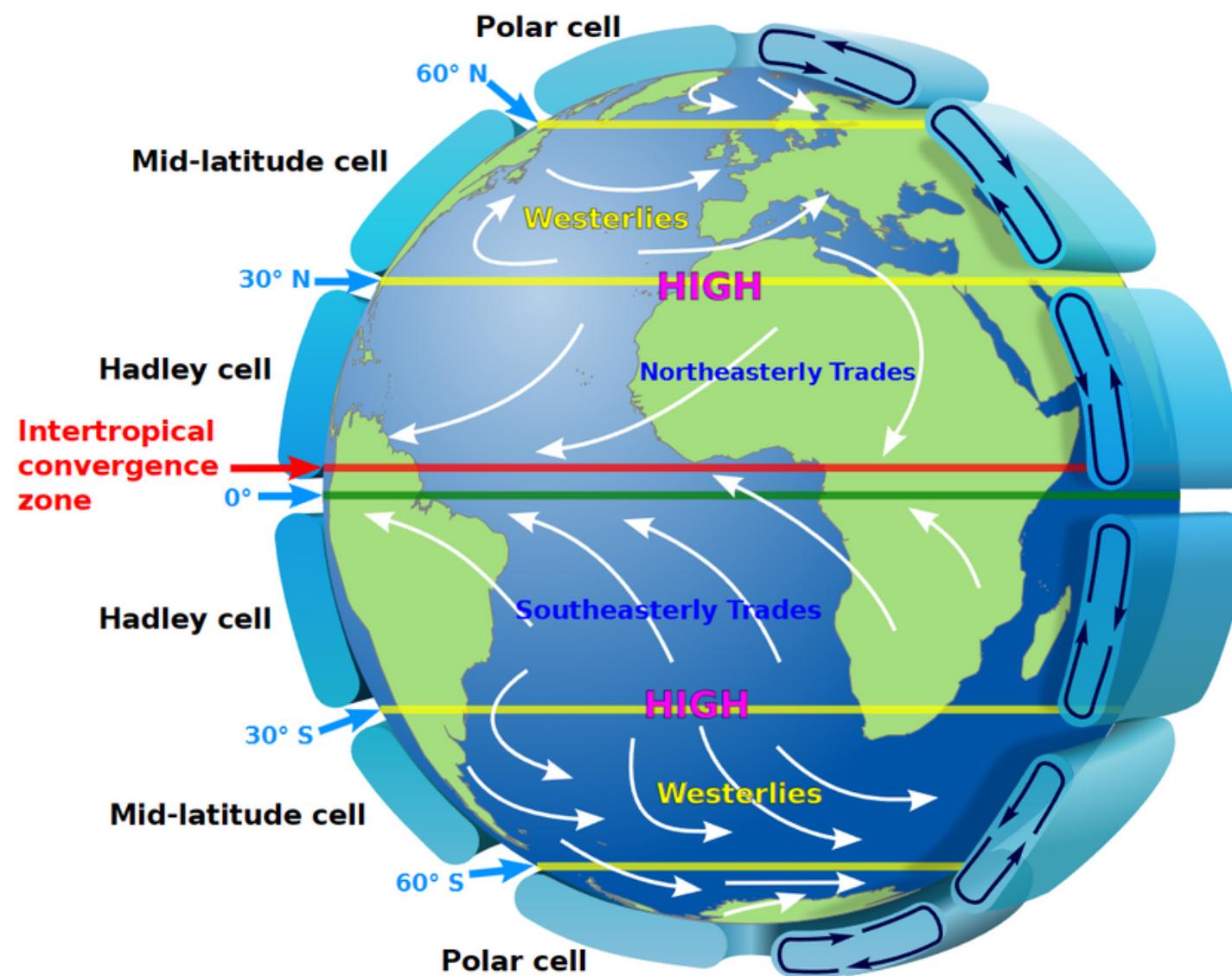


Conclusion

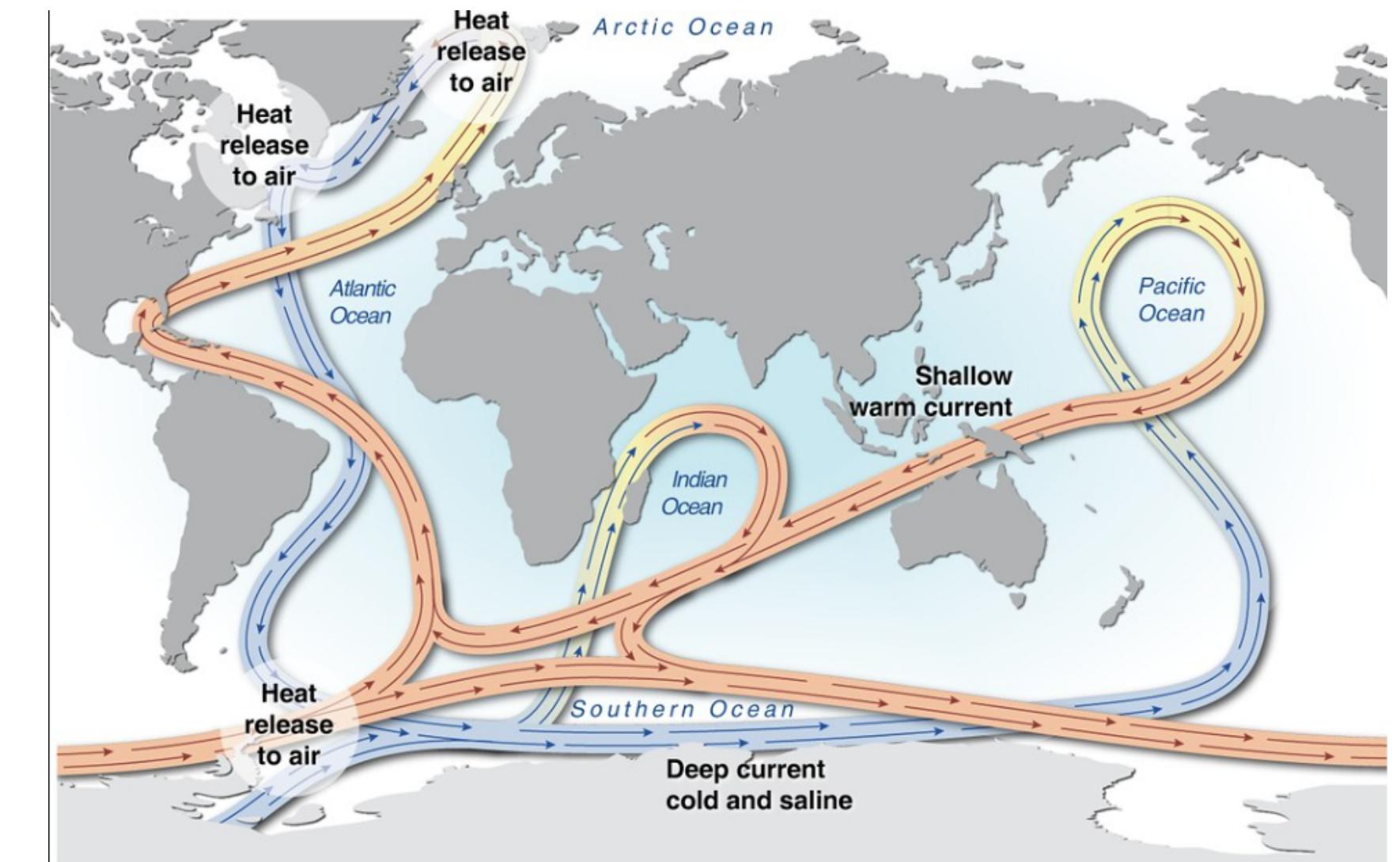
15

Intensité lumineuse B_ν pour une longueur d'onde ν donnée





Circulation atmosphérique



Circulation thermohaline



QUESTIONS

