# Keresések

# *Kereső rendszer (KR)*

**Procedure** *KR*
1. ADAT := *kezdeti érték*
2. **while** ¬*terminálási feltétel*(ADAT) **loop**
3. SELECT SZ FROM *alkalmazható szabályok*
4. ADAT := SZ(ADAT)
5. **endloop**

**end**

***globális munkaterület***
tárolja a keresés során megszerzett és megőrzött ismeretet (egy részgráfot)
(*kezdeti érték ~ start csúcs, terminálási feltétel ~ célcsúcs*)

***keresési szabályok***
megváltoztatják a globális munkaterület tartalmát
(*előfeltétel, hatás*)

***vezérlési stratégia***
alkalmazható szabályok közül kiválaszt egy „megfelelőt”
(*általános elv + heurisztika*)

# *KR vezérlési szintjei*

**vezérlési stratégia**

| általános | modellfüggő | heurisztikus |
|---|---|---|
| független a feladattól és annak modelljétől: nem merít sem a feladat ismereteiből, sem a modellezésének sajátosságaiból. | a modellezéshez választott módszer elemeire épít, de nem függ a feladat ismereteitől. | a feladattól származó, de annak modelljében nem rögzített, a megoldást segítő speciális ismeret |

# *Általános vezérlési stratégiák*

általános stratégiák

- nemmódosítható
  - lokális keresések
  - evolúciós algoritmus
  - rezolúció
- módosítható
  - visszalépéses keresések
  - gráfkeresések
  - szabályalapú köv.

# 1. Lokális keresések

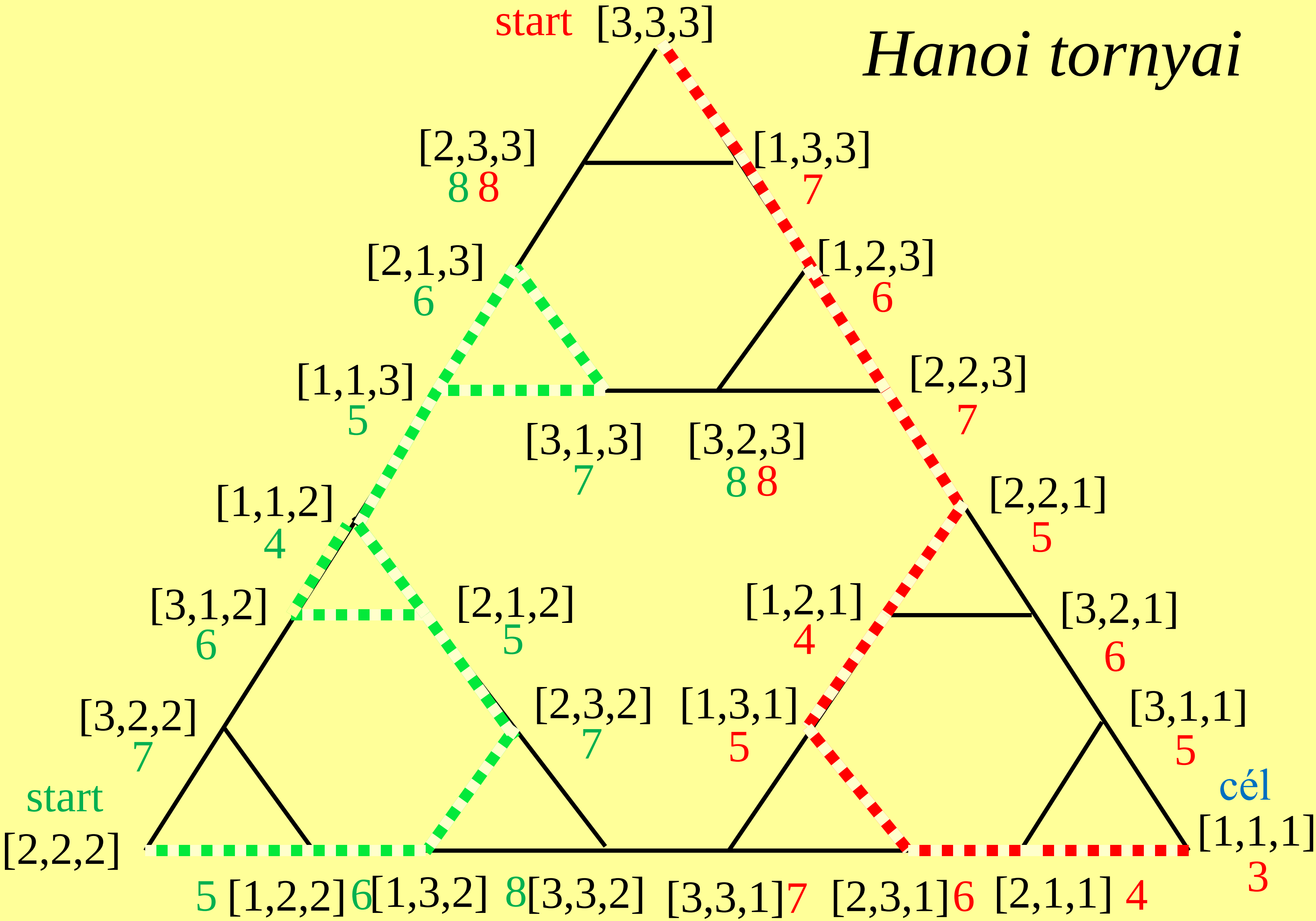
- A lokális keresés olyan KR, amely a probléma reprezentációs gráfjának egy kis részét tárolja (a globális munkaterületén).
  - Kezdetben a startcsúcsot ismeri, és
  - akkor áll le, ha a célcsúcs megjelenik a látókörében, vagy valamilyen okból nem tud tovább keresni.
- Az eltárolt részgráf csúcsait a részgráf szűk környezetéből vett „jobb” csúcsokra cseréli le (keresési szabály).
- A „jobbság” eldöntéséhez (vezérlési stratégia) egy kiértékelő függvényt (cél-, rátermettségi-, heurisztikus függvényt) használ, amely reményeink szerint annál jobb értéket ad egy csúcsra, minél közelebb esik az a célhoz.

# *Hegymászó módszer*

- A globális munkaterület egy aktuális csúcsot (*akt*), és annak azt a szülőjét ($\pi$(*akt*)) tárolja el, amely a megelőző aktuális csúcs volt.
  - Kezdetben a startcsúcs lesz az aktuális csúcs.
  - Terminál, ha az aktuális csúcs célcsúcs vagy zsákutca.
- Egy keresési szabály az aktuális csúcsot cseréli le annak egy gyerekére ($\Gamma$(*akt*)).
- A vezérlési stratégia mindig azt a szabályt választja, amelyik az aktuális csúcs legjobb – de <u>lehetőleg nem a szülőcsúcsként nyilvántartott</u> – gyerekére lép.

Megjegyzés: Egy másik változata a hegymászó algoritmusnak nem engedi meg, hogy az aktuális csúcsot egy rosszabb értékű csúcsra cseréljük (ilyenkor a keresés inkább leáll).

# *Hanoi tornyai*



ADAT := *kezdeti érték*
**while** ¬*terminálási feltétel*(ADAT) **loop**
SELECT SZ FROM *alkalmazható szabályok*
ADAT := SZ(ADAT)
**endloop**

# *Hegymászó módszer algoritmusa*

1. $akt :=\ start$
2. **while** $akt \notin T$ **loop**
3. $\quad akt :=$ **arg opt**$_f(\Gamma(akt) - \pi(akt))$
4. **endloop**
5. **return** *akt*

$\Gamma(akt)$ ~ *akt* gyermekei
$\pi(akt)$ ~ *akt* egy szülője

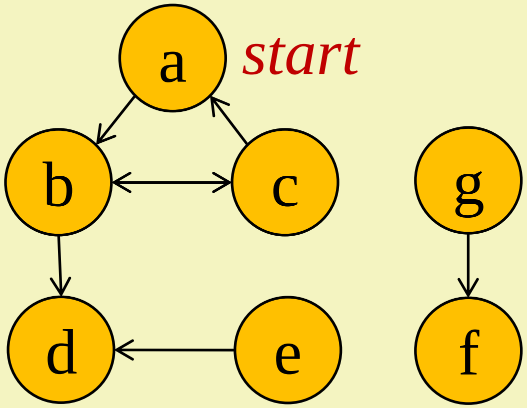
**if** $\Gamma(akt) = \emptyset$ **then return** nem talált megoldást
**if** $\Gamma(akt) = \{\pi(akt)\}$ **then** $akt := \pi(akt)$
**else** $akt :=$ **arg opt**$_f(\Gamma(akt) - \pi(akt))$

A bejárt út megadásához az *akt* egymás után felvett értékeit is össze kell gyűjteni.

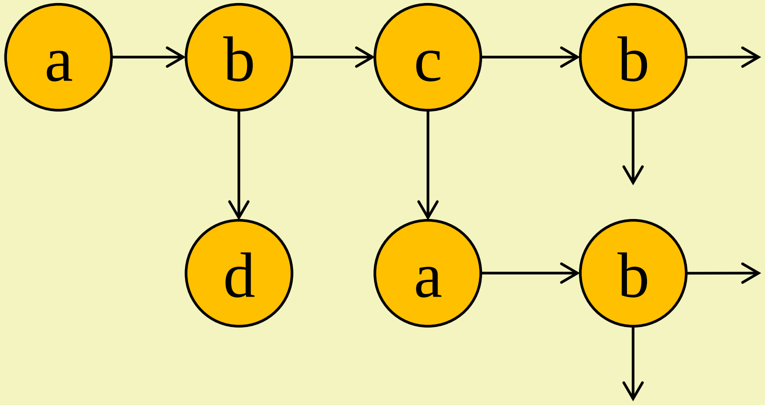
# Hogyan „látja” egy keresés a reprezentációs gráfot?

- Egy keresés fokozatosan fedezi fel a reprezentációs gráfot: bizonyos részeihez soha nem jut el, de a felfedezett részt sem feltétlenül tárolja el teljesen, sőt, sokszor torzultan „látja” azt: ha például egy csúcshoz érve nem vizsgálja meg, hogy ezt korábban már felfedezte-e, hanem új csúcsként regisztrálja, akkor az eredeti gráf helyett egy fát fog „látni”.

eredeti gráf:




keresés által látott gráf:



# *Reprezentációs gráf „fává egyenesítése”*

- Ha a keresés nem vizsgálja meg, hogy egy csúcsot korábban már felfedezett-e, akkor valójában a reprezentációs gráfnak a fává kiegyenesített változatában keres.
  Előny: eltűnnek a körök, de a megoldási utak megmaradnak
  Hátrány: duplikátumok jelennek meg, sőt a körök kiegyenesítése végtelen hosszú utakat eredményez

- A kétirányú (oda-vissza) élek drasztikusan megnövelik a kiegyenesítéssel kapott fa méretét. Olcsóbb, ha mindig eltároljuk egy csúcsnak azt a szülőcsúcsát, amelyik felől a csúcsot elértük. Így egy csúcsból a szülőjébe visszavezető él könnyen felismerhető és figyelmen kívül hagyható.

# *Hegymászó módszer értékelése*

- Előny: könnyű implementálni
- Hátrányok:
  - Csak erős heurisztika esetén lesz sikeres: különben „eltéved” (nem talál megoldást), sőt zsákutcában „beragad” (leáll). Segíthet, ha:
    - véletlenül választott startcsúcsból újra- és újra elindítjuk ⟹ random restart local search
    - *k* darab aktuális csúcs legjobb *k* darab gyerekére lépünk ⟹ local beam search
    - gyengítjük és véletlenítjük a mohó stratégiáját ⟹ simulated annealing
  - Lokális optimum hely körül vagy ekvidisztans felületen (azonos értékű szomszédos csúcsok között) található körön, végtelen működésbe eshet. Segíthet, ha:
    - növeljük a memóriát ⟹ tabu search

# *Tabu keresés*

- A globális munkaterület eltárolja az aktuális csúcsot (*akt*), a keresés során utoljára érintett néhány csúcsot (*Tabu*), és az eddigi legjobb csúcsot (*opt*).
  - Kezdetben az *akt* és az *opt* a startcsúcs, a *Tabu* pedig üres.
  - Terminál, ha az *opt* célcsúcs vagy régóta nem változik, illetve az *akt* egy zsákutca.
- Egy keresési szabály az aktuális csúcsot cseréli le a legjobb gyerekére, aktualizálja a *Tabu* halmazt (a lecserélt aktuális csúcsot elhelyezi benne: a Tabu egy „sor adatszerkezet”), és ha *akt* jobb, mint az *opt*, akkor *opt* új értéke az *akt* lesz.
- A vezérlési stratégia mindig azt a szabályt választja, amelyik az aktuális csúcsnak a legjobb – de a *Tabu* halmazban nem tárolt – gyerekére lép.

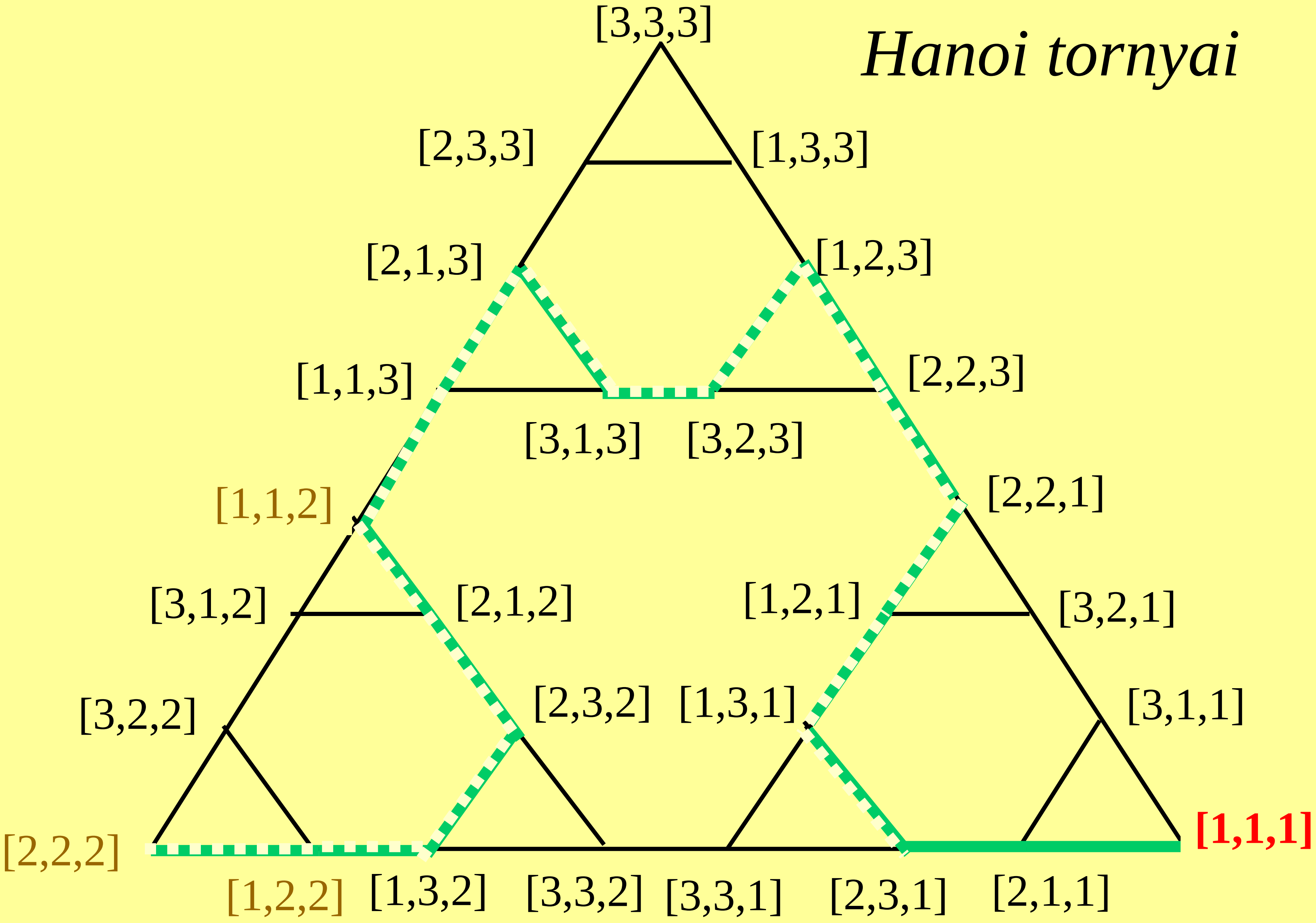
ADAT := *kezdeti érték*
**while** ¬*terminálási feltétel*(ADAT) **loop**
SELECT SZ FROM *alkalmazható szabályok*
ADAT := SZ(ADAT)
**endloop**

# *Tabu keresés algoritmusa*

1. $akt, opt, Tabu :=\ start, start, \emptyset$
2. **while not** ($opt \in T$ **or** *opt* régóta nem változik) **loop**
3. $\quad akt := \textbf{\textit{arg opt}}_f(\ \Gamma(akt) - Tabu\ )$
4. $\quad Tabu :=$ Módosít($akt$,$Tabu$)
5. $\quad$ **if** $f(akt)$ jobb, mint $f(opt)$ **then** $opt := akt$
6. **endloop**
7. **return** *akt*

**if** $\Gamma(akt) = \emptyset$ **then return** nem talált megoldást
**else if** $\Gamma(akt) \subseteq Tabu$) **then** $akt :=$ **arg opt**$_f(\Gamma(akt))$
**else** $akt :=$ **arg opt**$_f(\Gamma(akt) - Tabu)$

# *Hanoi tornyai*



# *Tabu keresés értékelése*

- Előnyök:
  - tabu méreténél rövidebb köröket észleli, és ez segíthet a lokális optimum hely illetve az ekvidisztans felület körüli körök leküzdésében.
- Hátrányok:
  - a *Tabu* halmaz méretét kísérletezéssel kell belőni
  - zsákutcába futva a nem-módosítható stratégia miatt beragad

# *Szimulált hűtés*

- Csak a vezérlési stratégiája tér el a hegymászó módszertől: az aktuális csúcs (*akt*) gyermekei közül véletlenszerűen választ új csúcsot (*új*), és azt akkor fogadja el aktuális csúcsnak, ha a függvény-értéke viszonylag jó :
  - ha az *új* csúcs kiértékelő függvény-értéke nem rosszabb, mint az *akt* csúcsé ($f(új) \leq f(akt)$), akkor elfogadja.
  - ha az *új* csúcs függvényértéke rosszabb ($f(új) > f(akt)$), akkor az *új* csúcs elfogadásának valószínűsége fordítottan arányos az $|f(akt) - f(új)|$ különbséggel:

$$e^{\frac{f(akt)-f(új)}{T}} > random\,[0,1]$$

# *Hűtési ütemterv*

- Egy csúcs elfogadásának valószínűségét az elfogadási képlet kitevőjének *T* együtthatójával szabályozhatjuk.
- Ehhez egy $(T_k , L_k)$ $k=1,2,\ldots$ ütemtervet készítünk, amely $L_1$ lépésen keresztül $T_1$, majd $L_2$ lépésen keresztül $T_2$, stb. lesz.

$$e^{\frac{f(akt)-f(új)}{T_k}} > rand[0,1]$$

- Ha $T_1$ , $T_2$ , … szigorúan monoton csökken, akkor egy ugyanannyival rosszabb függvényértékű új csúcsot kezdetben nagyobb valószínűséggel fogad el a keresés, mint később.

*f(új)=120, f(akt)=107*

| **T** | **exp(-13/T)** |
|---|---|
| $10^{10}$ | 0.9999… |
| 50 | 0.77 |
| 20 | 0.52 |
| 10 | 0.2725 |
| 5 | 0.0743 |
| 1 | 0.000002 |

```
ADAT := kezdeti érték
while ¬terminálási feltétel(ADAT) loop
    SELECT SZ FROM alkalmazható szabályok
    ADAT := SZ(ADAT)
endloop
```

# *Szimulált hűtés algoritmusa*

1. $akt := start\ ;\ k := 1\ ;\ i := 1$
2. **while not**($akt \in T$ **or** $f(akt)$ régóta nem változik) **loop**
3. **if** $i > L_k$ **then** $k := k+1;\ i := 1$
4. $új :=$ ***select***$(\ \Gamma(akt) - \pi(akt)\ )$
5. **if** $f(új) \le f(akt)$ **or** $f(új) > f(akt)$ **and** $e^{\frac{f(akt) - f(új)}{T_k}} > rand[0,1]$
6. **then** $akt := új$
7. $i := i+1$
8. **endloop**
9. **return** *akt*

**if** $\Gamma(akt) = \emptyset$ **then return** nem talált megoldást
**if** $\Gamma(akt) = \{\pi(akt)\}$ **then** $új := \pi(akt)$
**else** $új :=$ ***select***$(\Gamma(akt) - \pi(akt))$

# *Gráfszínezés*

- Feladat:
  - Adott egy véges egyszerű gráf, amelynek a csúcsait a lehető legkevesebb szín felhasználásával úgy kell kiszínezni, hogy a szomszédos csúcsok eltérő színűek legyenek.
- Cél:
  - A gráf csúcsainak olyan minimális osztályból álló osztályozását keressük, ahol egy osztályba tartozó csúcsok között nem vezet él.
  - Majd az egyes osztályokba sorolt csúcsokat lehet ugyanolyan színűre színezni, a felhasznált színek száma pedig az osztályok száma lesz.

# Gráfszínezés állapottér modellje

- *Állapot*: a csúcsoknak egy „gyengített” osztályozása, ahol
  - egy osztályhoz tartozó csúcsok között lehetnek élek
  - a gráf maximális fokszámánál több osztály van, de lehet egy osztály üres is
- *Művelet*: Egy osztályból egy csúcsot egy másik osztályba helyez át.
- *Kezdő állapot*: tetszőleges
- *Célállapot*: a legjobb osztályozás (minél kevesebb első néhány osztályban legyenek csak csúcsok, amelyek között ne legyen él)
- *Állapot-gráf*: Exponenciális méretű az eredeti gráf csúcsszámához mérve.

# *Gráfszínezés kiértékelő függvénye*

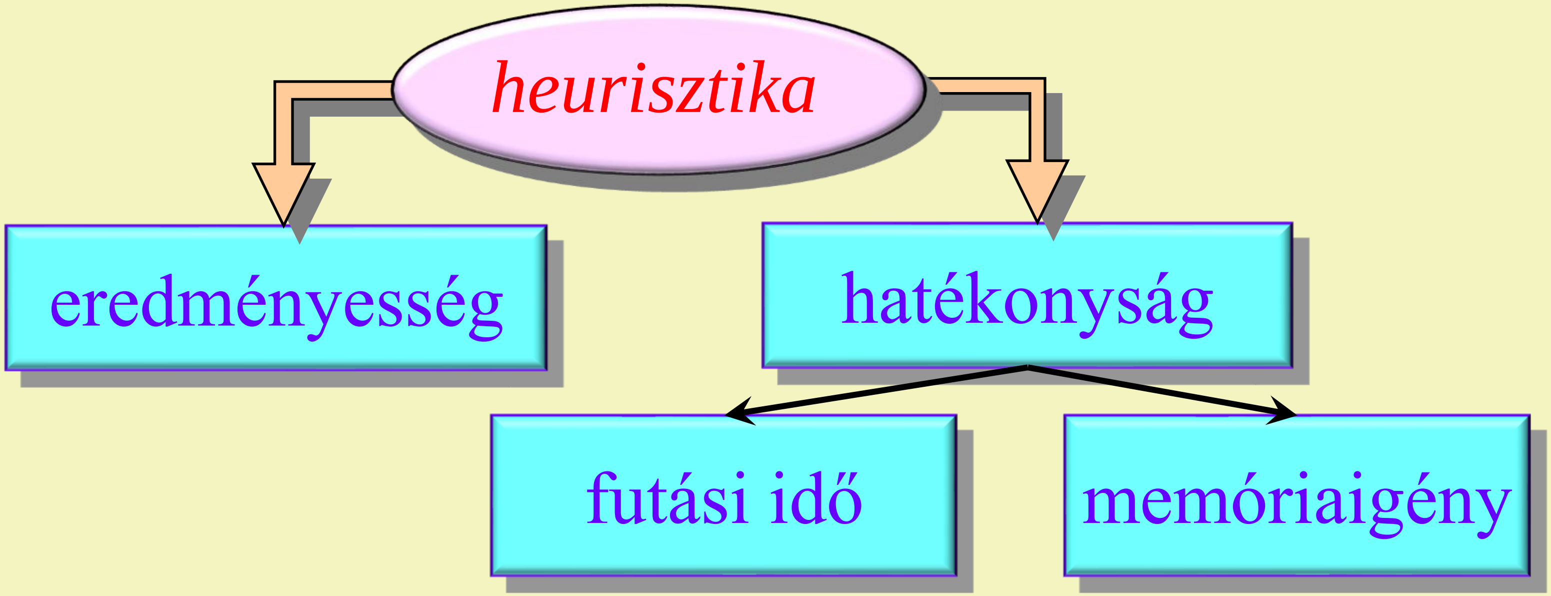
- Annál jobb egy ($O_1$, … ,$O_k$) osztályozás,
  - minél több csúcs van az első néhány osztályában (ezáltal minél több üres osztálya van), és
  - minél kevesebb egy osztályon belül vezető élek száma.
- $f(n)=\Sigma_j w_j( \lambda |A(O_j)| - |O_j|)$
  - ahol $A(O_j)$ az $O_j$ osztálybeli élek halmaza
  - a $w_j>0$ számok szigorúan növő sorozatot alkotnak.
- Könnyű a „szomszédos” osztályozás kiértékelő függvény értékét kiszámolni.

# *Lokális kereséssel megoldható feladatok*

- A sikerhez az kell, hogy egy lokálisan hozott rossz döntés ne zárja ki a cél megtalálását!
  - Ez például egy erősen összefüggő reprezentációs-gráfban automatikusan teljesül, de kifejezetten előnytelen, ha a reprezentációs-gráf egy irányított fa. (Például az *n*-királynő problémát csak tökéletes kiértékelő függvény esetén lehetne lokális kereséssel megoldani.)
- Erős heurisztika nélkül nincs sok esély a cél megtalálására.
  - Jó heurisztikára épített kiértékelő függvénnyel elkerülhetőek a zsákutcák, a körök.

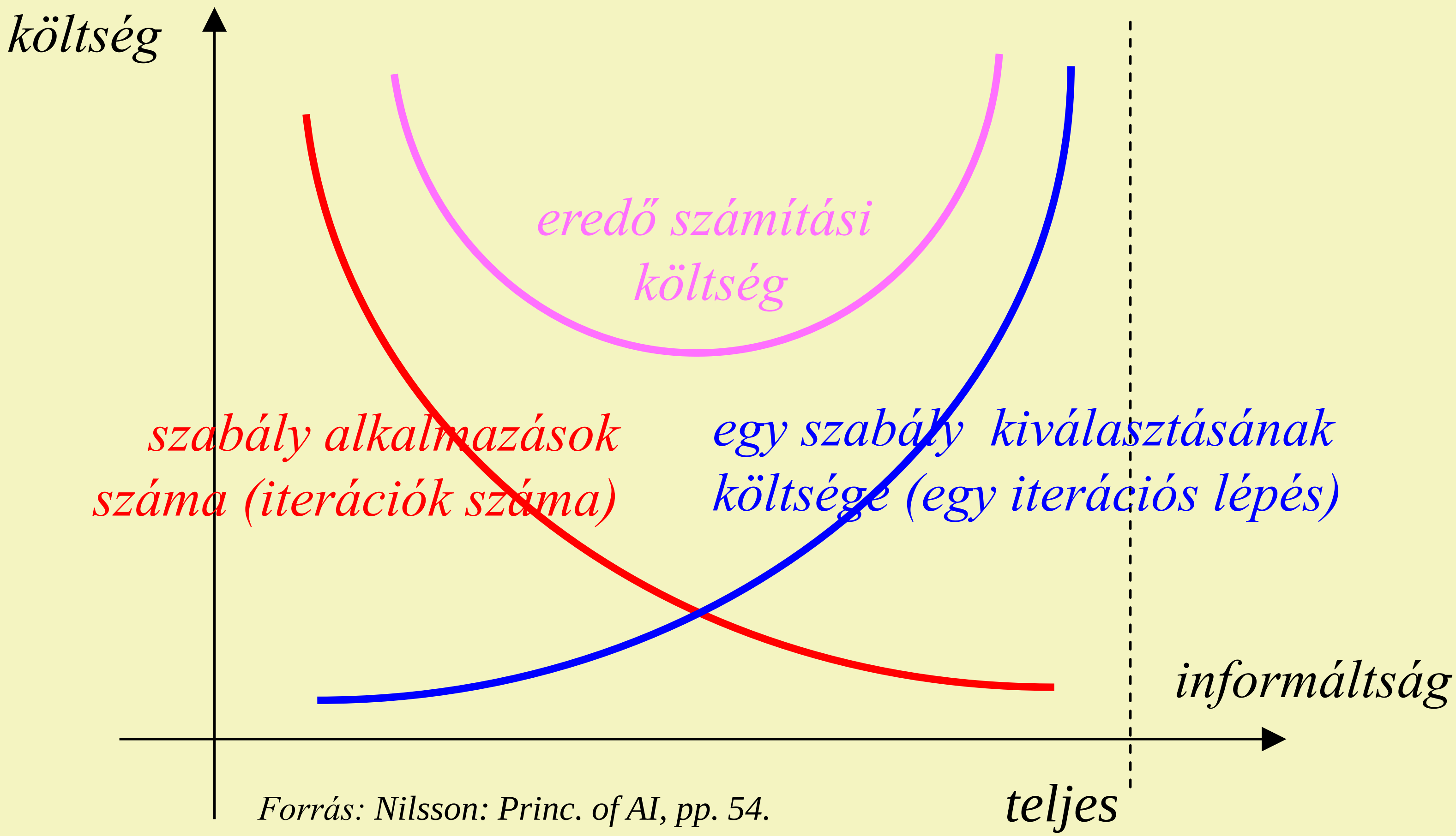
# *A heurisztika hatása a KR működésére*

- A heurisztika olyan, a feladathoz kapcsolódó ötlet, amelyet közvetlenül építünk be egy algoritmusba azért, hogy annak eredményessége és hatékonysága javuljon (egyszerre képes javítani a futási időt és a memóriaigényt), habár erre általában nem ad garanciát.

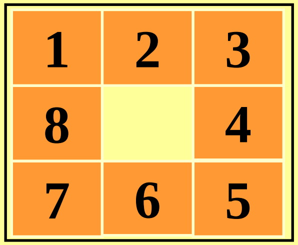


```
ADAT := kezdeti érték
while ¬terminálási feltétel(ADAT) loop
    SELECT SZ FROM alkalmazható szabályok
    ADAT := SZ(ADAT)
endloop
```

# *Heurisztika és KR hatékonysága*

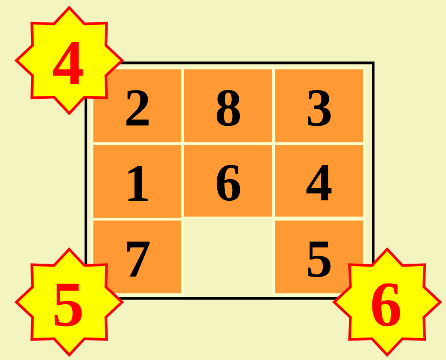



*Forrás: Nilsson: Princ. of AI, pp. 54.*




# *Heurisztikák a 8-as (15-ös) tologató játékra*

- Rossz helyen levő lapkák száma (W): azon lapkák szána, amelyek nem a célbeli helyükön vannak.




- Manhattan (P): a lapkák célbeli helyüktől vett minimális távolságainak (függőleges és vízszintes mozgatásai számának) összege

- Keret (F): büntető pontokat ad

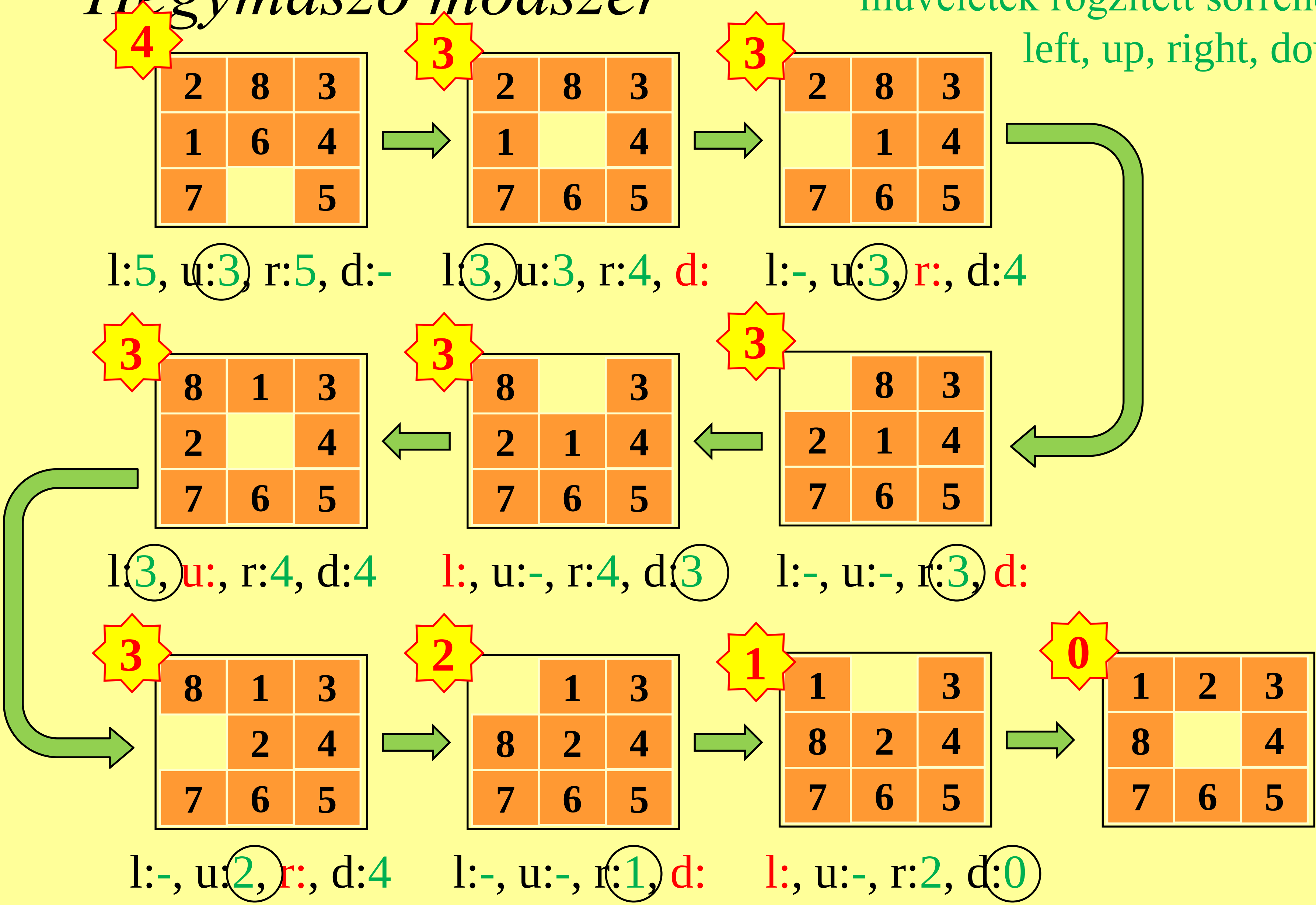
  +1 minden olyan lapkára a szélen, amelyet nem a célbeli szomszédja követ az óra járásával megegyező irányban,

  +2 minden olyan sarokra, ahol nem a cél szerinti lapka áll.

W

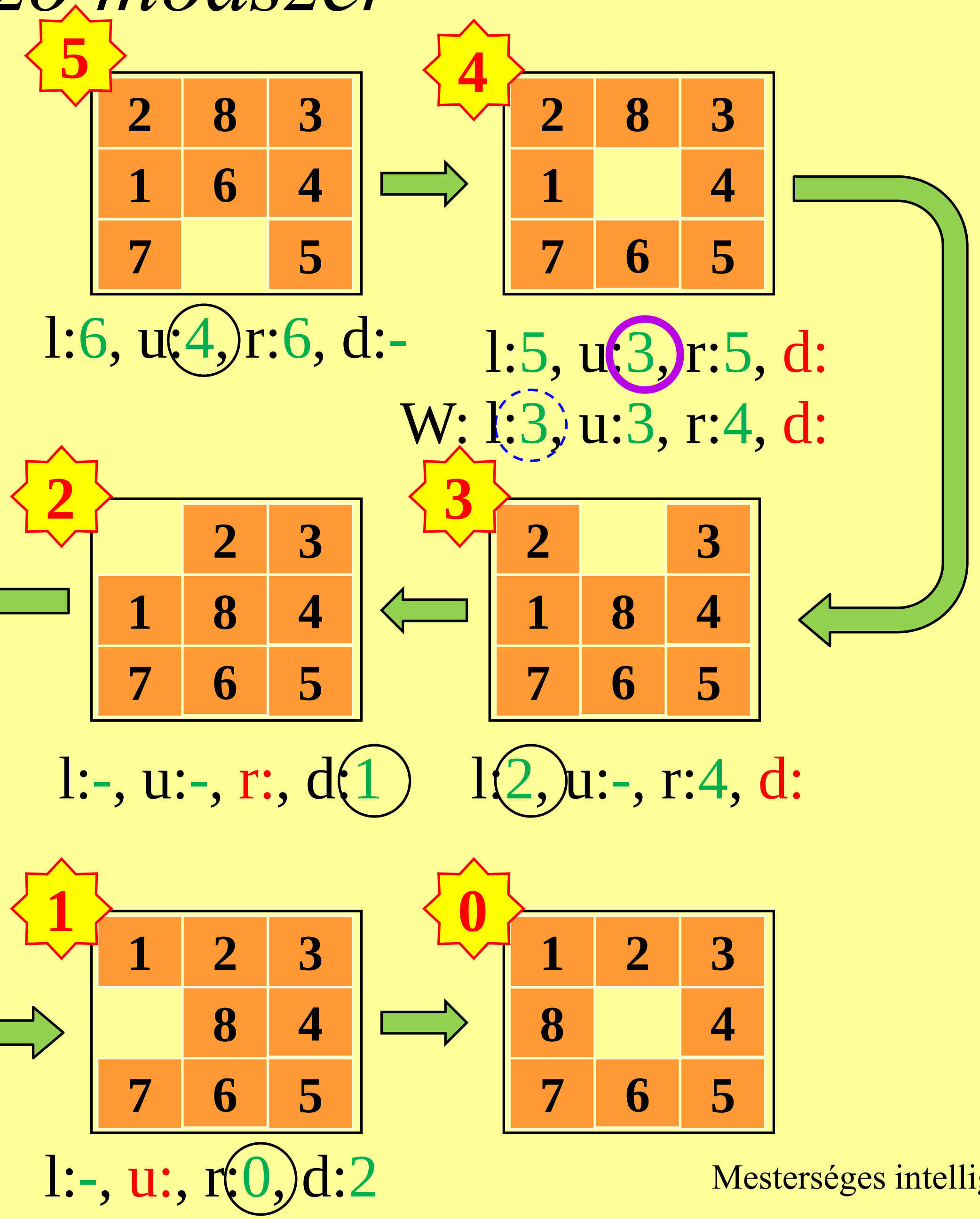
# Hegymászó módszer

modell függő vezérlés:
műveletek rögzített sorrendje
left, up, right, down



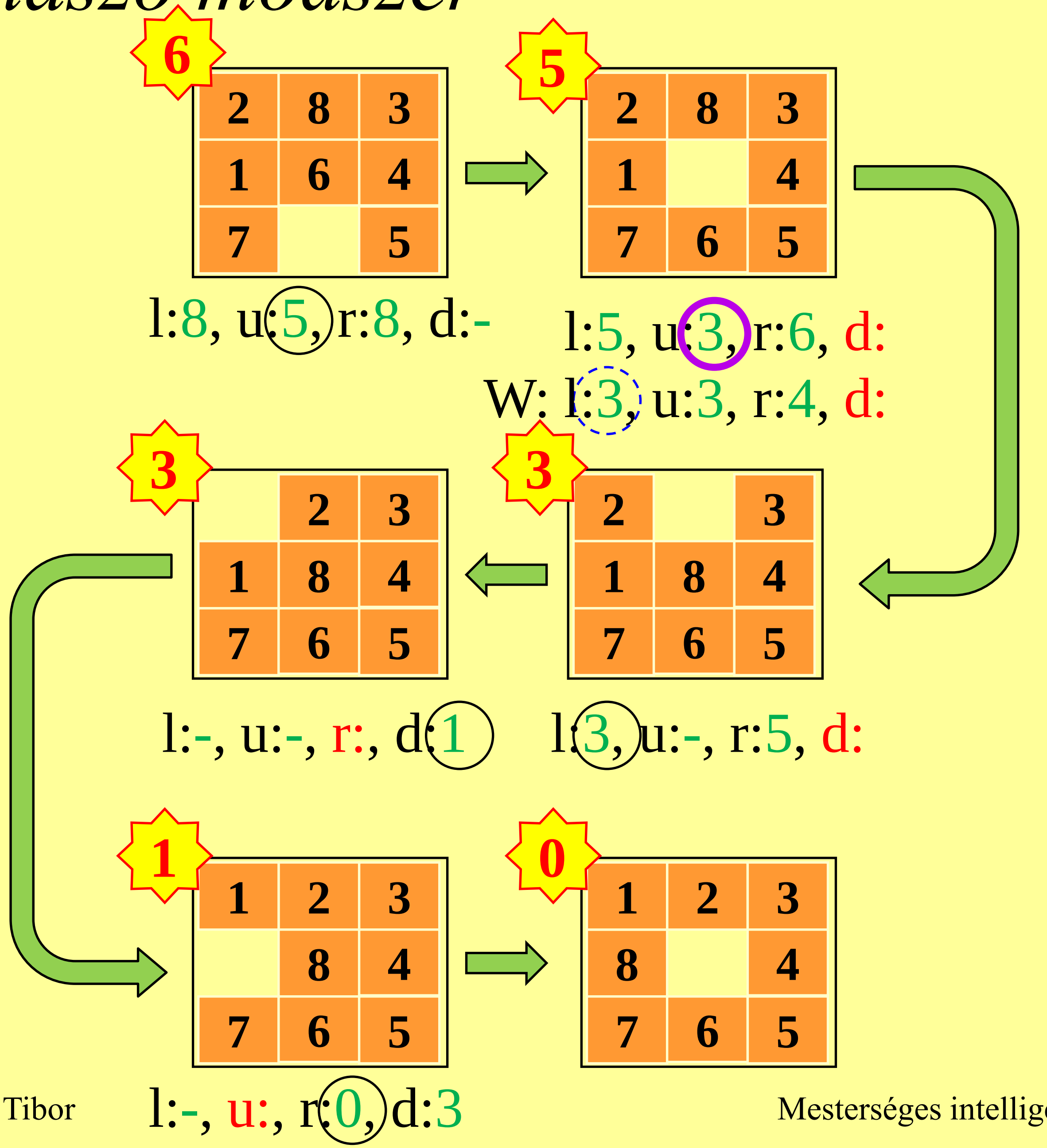
P

# *Hegymászó módszer*

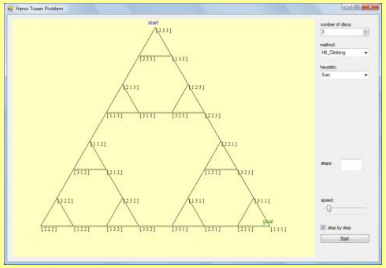


F

# *Hegymászó módszer*



# *A keresés által érzékelt állapot-gráf*

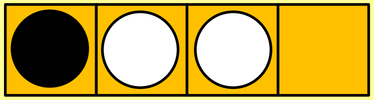


# Heurisztikák a Hanoi tornyai problémára

- Darab: $C(this) = \sum_{\substack{i=1..n \\ this[i]\neq 1}} 1$
- Súlyozott darab: $WC(this) = \sum_{\substack{i=1..n \\ this[i]\neq 1}} i$
- Összeg: $S(this) = \sum_{i=1..n} this[i]$
- Súlyozott összeg: $WS(this) = \sum_{i=1..n} i\cdot this[i]$
- Módosított összeg: $EWS(this) = WS(this) -$

$$- \sum_{\substack{i=2..n \\ this[i-1]>this[i]}} 1 \; + \; \sum_{\substack{i=2..n-1 \\ this[i-1]=this[i+1] \,\wedge\, this[i]\neq this[i-1]}} 2$$

# Fekete-fehér kirakó



*Egy n+m+1 hosszú sínen n fekete és m fehér lapka és egy üres hely van. Egy lapkát szomszédos üres helyre tolhatunk vagy a szomszéd felett üres helyre ugrathatunk. Kezdetben a feketék után jönnek a fehérek, majd az üres hely. Kerüljenek a fehérek a feketék elé!*

*Állapottér*: **AT** = *rec*($v$ : $\{B, W, \_\}^{n+m+1}$, *üres* : $[1..\ n+m+1]$)

*invariáns*: $n$ darab $B$, $m$ darab $W$, 1 üres hely, *üres* az üres hely indexe

*Műveletek*: ***TolBal, TolJobb, UgrikBal, UgrikJobb**: **AT** → **AT***

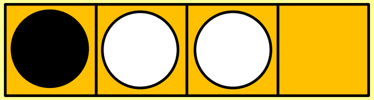
***TolBal*** : HA *this.üres*≠*1* (*this* : ***AT***)

AKKOR *this.v*[*this.üres*-*1*] ↔ *this.v*[*this.üres*]

*this.üres* :=*this.üres*-*1*

*Kezdőállapot*: [$B$, … , $B$, $W$, … , $W$, _ ]

*Végállapot*: $\forall i,j \in [1..\ n+m+1],\ i<j : \neg(this.v[i]=B \wedge this.v[j]=W)$



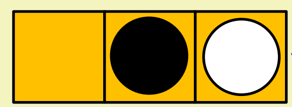
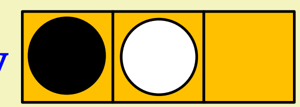
# *Heurisztikák a Fekete-fehér kirakóra*

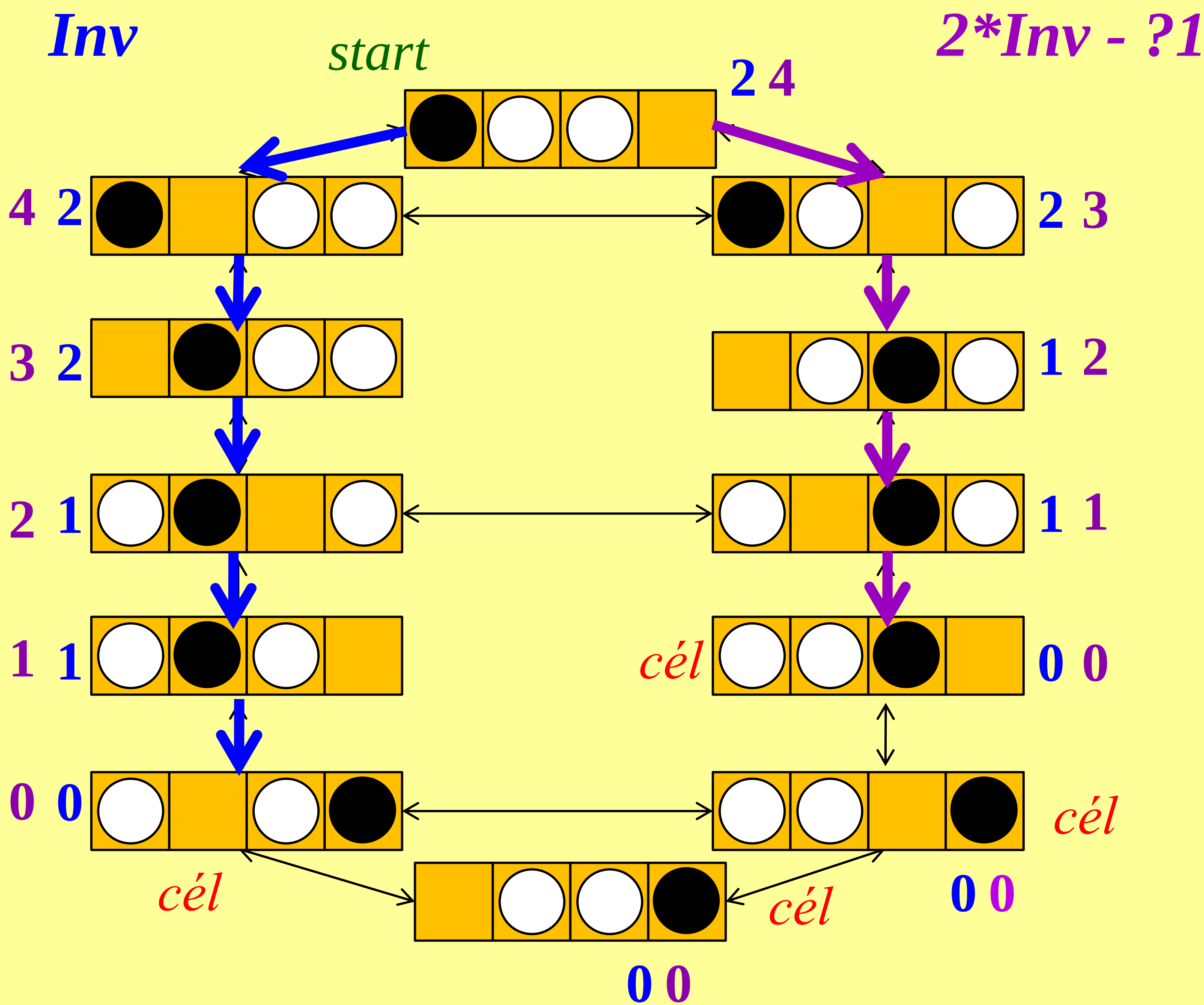
- Inverziószám:

  *I(this)*= minimálisan hány csere kell ahhoz, hogy minden fehér minden feketét megelőzzön

- Módosított inverziószám:

  *M(this)= 2 · I(this) –*

  – (*1*, **ha** *this*-nek része  **vagy**  )


Inv
2*Inv - ?1
start
2 4
4 2
2 3
3 2
1 2
2 1
1 1
1 1
cél
0 0
0 0
cél
cél
cél
0 0
0 0