Diskretna matematika II - 2018/19

1. vaje - 19. februar 2019

1. Utemeljite, ali je naslednja izjava resnična ali neresnična. Če za množici X in Y velja $\mathcal{P}(X) = \mathcal{P}(Y)$, potem sta množici X in Y enaki.

2. Dokažite, da za vsak par množic A, B velja, da je $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

3. Poiščite primer:

   (a) Injektivne funkcije $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, ki ni surjektivna.

   (b) Funkcije $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, ki je surjektivna, vendar ni injektivna.

4. Predpostavimo, da se število mravelj v neki koloniji vsako leto podvoji in da je na začetku v tej koloniji 10 mravelj. Koliko mravelj bo v tej koloniji po n letih?

5. Dokažite naslednji izrek (**Načelo vsote**): Če so $A_1, \ldots, A_n$ končne in paroma disjunktne množice (tj., $A_i \cap A_j = \emptyset$ za vse $i \neq j$), potem je moč njihove unije

$$|A_1 \cup \ldots \cup A_n| = |A_1| + \ldots + |A_n| = \sum_{i=1}^{n} |A_i| \, .$$

6. Praštevilo je naravno število $p > 1$, ki je deljivo le s številom 1 in s samim seboj. Pokažite, da lahko poljubno naravno število $n > 1$ zapišemo kot produkt praštevil.

7. Na knjižni polici je 6 različnih knjig v angleškem jeziku, 8 različnih knjig v španskem jeziku in 10 različnih knjig v slovenskem jeziku. Na koliko različnih načinov lahko izberemo 1 knjigo v poljubnem jeziku? Na koliko različnih načinov lahko izberemo 3 knjige, po eno za vsak jezik?

8. 15 študentov obiskuje poletno šolo. Vsak dan so trije študenti zadolženi za pospravljanje učilnice po pouku. Ob zaključku poletne šole so ugotovili, da je bil vsak par študentov skupaj pri pospravljanju natanko enkrat. Koliko dni je trajala poletna šola?