Vaje 12

četrtek, 03. januar 2019 09:39

Urejanje s štetjem

Predpostavka: Univerzalna množica M je končna (vsi elementi, ki jih urejamo, pripadajo množici M).

(N) Ilustriraj delovanje algoritma urejanje s štetjem na polju števil

A =

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	4	4	3	4	0	3	2	3	4

in univerzalno množico $M = \{0,1,2,3,4,5\}$

C =

0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0

↳ count

↓ preštejemo (sprehodimo se čez A)

C =

0	1	2	3	4	5
1	0	1	3	4	1

↓ popravimo C tako, da je v $C[i]$ shranjeno št. elementov v A, ki so $\leq$ 8

C =

0	1	2	3	4	5
1	1	2	5	9	10
				~~9~~8	

↓

R =

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

↳ resoult

↓ ← A

$A[10] = 4$, $C[4] = 9 \Rightarrow R[9] = 4$, $C[4] = 9-1 = 8$

↳ popravimo C tako, da je v $C[i]$ shranjeno št. elementov

↓

R =

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
								4	

↓ $A[9] = 3$, $C[3] = 5 \Rightarrow R[5] = 3$, $C[3] = 5-1 = 4$

R =

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	2	3	3	3	4	4	4	4	5

⋮

$A[8] = 2$, $C[2] = 2 \Rightarrow R[2] = 2$, $C[2] = 2-1 = 1$

$A[7] = 3$, $C[3] = 4 \Rightarrow R[4] = 3$, $C[3] = 4-1 = 3$

$A[6] = 0$, $C[0] = 1 \Rightarrow R[1] = 0$, $C[0] = 1-1 = 0$

$A[5] = 4$, $C[4] = 8 \Rightarrow R[8] = 4$, $C[4] = 8-1 = 7$

$A[4] = 3$, $C[3] = 3 \Rightarrow R[3] = 3$, $C[3] = 3-1 = 2$

$A[3] = 4$, $C[4] = 7 \Rightarrow R[7] = 4$, $C[4] = 7-1 = 6$

$A[2]=4$, $C[4]=6 \Rightarrow R[6]=4$, $C[4]=6-1=5$

$A[1]=5$, $C[5]=10 \Rightarrow R[10]=5$, $C[5]=1-1=0$

$O(n+|M|)$, kjer je $n=|A|$

(N) Ilustriraj delovanje korenskega urejanja na zaporedju 329, 457, 657, 839, 436, 720, 355.

Najprej uredimo po enicah:

720, 355, 436, 457, 657, 329, 839 $\xrightarrow{\text{uredimo po deseticah}}$ 720, 329, 436, 839, 355, 457, 657 $\xrightarrow{\text{po stoticah}}$ 329, 355, 436, 457, 657, 720, 839 $\}\ n$

urejanje po števkah mora biti stabilno!

$\ell \to$ dolžina najdaljše cifre

$O(\ell \cdot t_s)$, kjer je t_s čas urejanja po števkah, če za urejanje po števkah uporabimo urejanje s štetjem: $O(\ell(n+|M|))$, kjer je M množica vseh možnih števk

(N) Opiši algoritem, ki v času $O(n)$ uredi n celih števil, ki ležijo na intervalu $[0, n^3-1]$.

Števila na intervalu $[0, n^3-1]$ lahko gledamo v n-tiškem sistemu ($M=\{0,1,\dots,n-1\}$)

$m \in [0, n^3-1]$

$m = an^2 + bn^1 + cn$, kjer $a,b,c \in M$ $\rightarrow$ n-tiški sistem

$m = n^3-1$

$$(n-1)n^2 + (n-1)n + (n-1) = n^3-1$$

$$\log_{10}(n) = \frac{\log(n)}{\log(10)}$$

$$\ell = \log_k(n) = O(\log n)$$

$$\log_n(n^3) = 3\log_n(n) = 3 \cdot 1$$

1. Pretvorimo vseh n števil v n-tiški sistem v času $O(n)$ (pretvorba 1 števila nas stane 3 deljenja po mod n)
2. Uredi v tem sistemu s korenskim urejanjem v času $O(3(n+n)) = O(n)$.

Iskanje k-tega elementa

Imamo polje (ne nujno urejeno) z n števili. Na predavanjih: k-ti element po velikosti lahko najdemo v $O(n)$ času.

(N) Naj bo S množica z n pozitivnimi celimi števili:

I) Opiši algoritem, ki v času $O(n\log n)$ testira naslednji pogoj: $(\forall T \subseteq S)(\sum_{t\in T} t > |T|^3)$, to je, če obstaja podmnožica $T \subseteq S$, da je vsota elementov v T manj kot $|T|^3$, algoritem vrne false, sicer true.

II) Opiši algoritem, ki v času $O(n)$ testira: $(\forall T \subseteq S \wedge |T|=k)(\sum_{t\in T} t \geq |T|^3)$, to je, če obstaja podmnožica $T \subseteq S$ moči k, da je vsota njenih elem. manj kot $|T|^3$, algoritem vrne false, sicer true.

recimo, da obstaja

I) Namig: Kaj je zadostni pogoj, da algoritem vrne false? ↗ $T \subseteq S$, da je $|T| = m$ in $\sum_{t \in T} t < m^3$

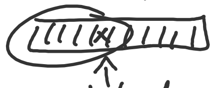
Zadosti je preveriti za vsak $m = 1, 2 \ldots n$, podmnožico s prvimi m najmanjšimi elementov. Zakaj? Če je vsota prvih m najmanjših elementov $< m^3$, potem očitno false. Sicer je očitno vsota katerihkoli elementov m elementov $\geq m^3$.

Algoritem:

Uredimo števila v času $O(n \log n)$ in preverimo, ali obstaja m, da je prvih m elementov v urejenem seznamu manjših od m^3. Če obstaja vrnemo false, sicer true.

II) Po I) je potrebno pogoj preveriti le za $m = k$. Torej moramo v $O(n)$ času poiskati prvih k najmanjših št.

Poiščemo k-ti najmanjši element x v času $O(n)$, potem naredimo delitev polja glede na pivot x.



k-ti elem

Naprej kot v I).