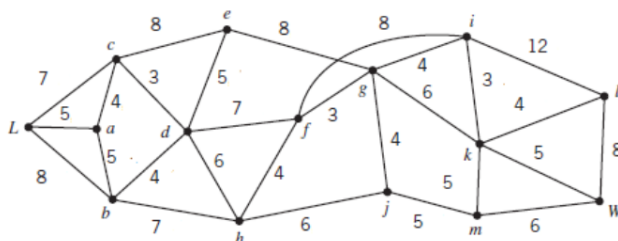


1. Povezavi e grafa G , za katero velja, da je število povezanih komponent grafa $G - e$ večje kot število povezanih komponent grafa G , rečemo **prerezna povezava**.

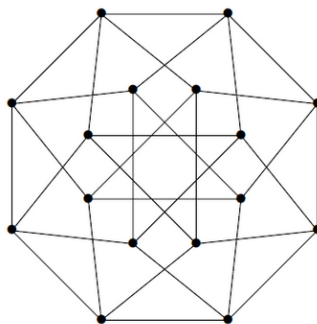
Pokažite, da je povezan graf drevo natanko tedaj, ko je vsaka povezava prerezna povezava.

2. Na spodnji sliki so s točkami označeni kraji, povezave predstavljajo ceste med njimi, uteži na povezavah pa so razdalje med kraji.

- (a) Uporabite Kruskalov algoritem, da poiščete ceste, ki bodo povezovalе vse kraje in bo vsota njihovih razdalj najmanjša.
- (b) Zaradi popravila so zaprte ceste (c, e) , (d, f) in (k, W) . Kakšna je rešitev v tem primeru?
- (c) Poiščite dva kraja, med katerima ni direktne cestne povezave in vpeto drevo, ki ste ga našli pod točko (a), ne vsebuje najkrajše poti med njima.



3. Pokažite: Če je povezava e povezava največje teže na ciklu C v grafu G z uteženimi povezavami, potem obstaja najlažje vpeto drevo, ki ne vsebuje povezave e .
4. Pokažite, da če so vse teže povezav v grafu G različne, potem obstaja enolično določeno najlažje vpeto drevo grafa G .
5. Utemeljite, zakaj spodnji graf vsebuje Eulerjev obhod in ga poiščite.

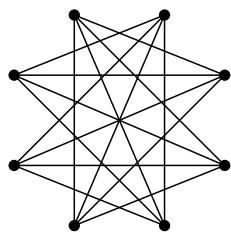


6. Z $G - S$ označimo graf, ki ga dobimo iz grafa $G = (V, E)$ tako, da iz njega zberemo vse točke neke neprazne podmnožice točk $S \subseteq V(G)$ in vse povezave grafa G , katerih krajišča so točke iz množice S .

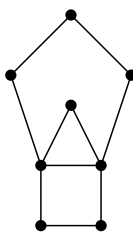
Dokažite: če je graf G hamiltonski, potem ima graf $G - S$ največ $|S|$ komponent za vsako neprazno podmnožico točk $S \subseteq V(G)$.

(Iz tega sledi: če za graf G najdemo tako neprazno podmnožico točk $S \subseteq V(G)$, da ima graf $G - S$ več kot $|S|$ komponent, potem graf G ni hamiltonski.)

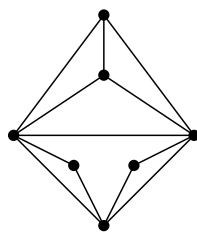
7. Utemeljite, kateri od spodnjih grafov so hamiltonski.



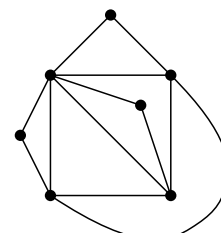
G_1



G_2



G_3



G_4