

Diskretna matematika II - 2018/19

7. vaje - 2. april, 2019

1. Pobiralec žogic mora po koncu teniškega dvoboja pobrati 12 žogic v 3 identične košarice. Na koliko načinov lahko to naredi, če
 - (a) vsaka košarica vsebuje vsaj eno žogico?
 - (b) je lahko kakšna od košaric tudi prazna?
2. Na koliko načinov lahko razvrstimo 9 prstanov na 4 prste desne roke (brez palca), če
 - (a) vrstni red prstanov na prstu ni pomemben, prsti so lahko tudi prazni?
 - (b) vrstni red prstanov na prstu ni pomemben, na vsakem prstu pa mora biti vsaj en prstan?
 - (c) vrstni red prstanov na prstu je pomemben, prsti so lahko tudi prazni?
 - (d) vrstni red prstanov na prstu je pomemben in na vsakem prstu mora biti vsaj en prstan?
3. Podajte kombinatorična dokaza, da je $S(n, 1) = 1$ in $S(n, 2) = 2^{n-1} - 1$.
4. Pokažite, da velja enakost: $t^n = \sum_{k=1}^n S(n, k)(t)_k$, kjer je $(t)_k = t(t-1)(t-2)\dots(t-k+1)$.
5. Pokažite, da velja enakost: $\sum_{n \geq 0} \frac{S(k, n)t^n}{n!} = \frac{e^t - 1}{k!}$.

PONAVLJANJE - DELNO

1. Dokazite naslednjo trditev: Če je množica X končna, potem je funkcija $f : X \rightarrow X$ injektivna natanko tedaj, ko je surjektivna.
2. V družini Novak je 12 otrok.
 - (a) Dokazite, da sta vsaj dva otroka rojena na isti dan v tednu.
 - (b) Dokazite, da sta vsaj dva družinska člana (vključno z mamo in očetom) rojena v istem mesecu.
3. Iz škatle, ki vsebuje kroglice oštevilčene od 1 do 122 izberemo 6 kroglic. Na koliko načinov lahko to storimo, če
 - (a) kroglice izbiramo eno po eno in jih vračamo v škatlo?
 - (b) kroglice izbiramo po dve naenkrat in jih ne vračamo v škatlo?
 - (c) izberemo vseh 6 kroglic naenkrat?
4. Koliko celoštevilskih rešitev ima enačba $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$, če je $x_1 \geq 2$, $x_2 \geq 2$, $x_3 \geq 4$, $x_4 \geq 0$?