

Diskretna matematika II - 2018/19

5. vaje - 19. marec, 2019

1. Izmed 100 študentov se jih 40 ukvarja z odbojko, 40 z roketom in 40 z nogometom, po 20 študentov se ukvarja s poljubnim parom od teh športov, 10 študentov pa se ukvarja z vsemi tremi športi. Koliko študentov ne igra nobenega od teh treh športov?
2. Poiščite število permutacij cifer od vključno 1 do vključno 9, v katerih se
 - (a) ne pojavi nobeden od blokov cifer 2 3, 4 5, and 6 7 8;
 - (b) ne pojavi nobeden od blokov cifer 3 4, 4 5, and 7 3 8.
3. Koliko naravnih števil ≤ 70 je tujih številu 70 (tj., nimajo skupnih deliteljev s številom 70)?
4. Predavatelj je n študentom razdelil n različnih knjig tako, da je vsak študent dobil natanko eno knjigo. Študenti so morali po enem tednu knjige vrniti, nato pa je predavatelj še enkrat razdelil vse te knjige med študente. Koliko je vseh takih razdelitev, da noben študent ne dobi iste knjige dvakrat?
5. *Kombinatorična definicija Fibonaccijevih števil.* Pokažite, da za vsak $n \geq 0$ velja, da ima množica $\{1, \dots, n\}$ natanko F_{n+1} podmnožic, ki ne vsebujejo nobenega para zaporednih števil.
6. Pokažite, da za vsak $n \geq 0$ velja identiteta

$$\sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \binom{n-k}{k} = F_n,$$

kjer so F_n Fibonaccijeva števila ($F_0 = 1, F_1 = 1$ in $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ za vsak $n \geq 2$).

7. Banka daje na koncu vsakega leta 4 odstotne obresti na denar, ki je na bančnem računu. Poiščite rekurzivno relacijo za količino denarja, ki jo bomo imeli po n letih, če se držimo naslednje strategije:
 - (a) Na začetku damo na račun 1,000 eur in jih pustimo na banki za n let (vmes ne vlagamo in ne dvigujemo denarja z računa).
 - (b) Ob koncu vsakega leta (po že obračunanih obrestih) damo na račun še 100 eur.
8. Naj bo a_n število vseh takih trojiških zaporedij dolžine n (zaporedja dolžine n , ki vsebujejo le cifre 0, 1 in 2), ki ne vsebujejo podzaporedja "012". Poiščite rekurzivno zvezo za a_n .