Diskretna matematika II - 2018/19

4. vaje - 12. marec, 2019

1. (a) Koliko različnih besed lahko dobimo s premetavanjem črk besede banana?

(b) Koliko besed iz točke (a) je takih, da črka b stoji neposredno pred črko a?

(c) Koliko besed iz točke (a) je takih, da se v njih skupaj ne pojavi zaporedje črk bnn?

(d) Koliko besed iz točke (a) je takih, da b stoji pred vsemi a-ji (ne nujno neposredno pred njimi)?

2. Koliko različnih besed, ki jih dobimo s premetavanjem črk besede SYSTEMS je takih, da se

(a) črka E v besedi pojavi pred črko M?

(b) črka Ev besedi pojavi pred črko M,vse tri črke S pa so postavljene neposredno ena za drugo?

3. Dokažite enakost

$$\sum_{k=1}^{n} k \binom{n}{k} = n2^{n-1}.$$

4. Dokažite enakost

$$\prod_{i=1}^{k} (1 + \frac{n-k}{i}) = \binom{n}{k}.$$

5. Dokažite enakost

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{2n}{2k} \binom{2k}{k} 2^{2n-2k} = \binom{4n}{2n}.$$

6. Pokažite, da velja enakost $k\binom{m}{k} = m\binom{m-1}{k-1}$, tako da:

(a) podate algebraičen dokaz;

(b) podate kombinatoričen dokaz (z uporabo načela dvojnega preštevanja).

1

7. Poiščite vsoto

(a)
$$1 + 2 + \ldots + n$$

(b)
$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2$$