

## Diskretna matematika II - 2018/19

### 8. vaje - 09. april 2019

1. Pokažite, da

- (a) ne obstaja  $(17, 9, 2)$  načrt.
- (b) ne obstaja  $(21, 6, 1)$  načrt.

2. Zapišite incidenčno matriko  $(6, 3, 2)$  načrta, ki ima naslednje bloke:

$$\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 4, 6\}, \{1, 5, 6\}, \\ \{2, 3, 6\}, \{2, 4, 5\}, \{2, 5, 6\}, \{3, 4, 5\}, \{3, 4, 6\}.$$

3. Iz danega  $(v, k, \lambda)$  načrta  $N$  lahko dobimo nov načrt  $\overline{N}$  v katerem so bloki ravno komplementarni blokom načrta  $N$ . Načrtu  $\overline{N}$  pravimo *komplementaren načrt* načrta  $N$ .

Dokažite naslednji izrek: Naj bo  $N(v, k, \lambda)$  načrt na množici  $S$  z bloki  $B_1, \dots, B_b$ . Potem množice  $\overline{B}_i = S \setminus B_i$  tvorijo  $(v, v - k, \lambda')$  načrt (komplementaren načrt načrta  $N$ ), kjer je  $\lambda' = b - 2r + \lambda$ , če je le  $\lambda' > 0$ .

4. Konstruirajte  $(13, 4, 1)$  načrt s pomočjo  $(9, 3, 1)$  načrta.

5.  $(v, k, \lambda)$  načrtu z  $b = v$  pravimo *simetričen načrt*. Konstruirajte  $(13, 9, 6)$  načrt tako, da najprej pokažete, da je simetričen in potem za konstrukcijo uporabite  $(13, 4, 1)$  načrt, iz prejšnje naloge.

6. Spomnimo se, da so Steinerjevi sistemi trojk reda  $v$  ( $\text{SST}(v)$ ) definirani kot  $(v, 3, 1)$  načrti.

- (a) Koliko blokov ima  $\text{SST}(v)$ ?
- (b) Naj bo  $m$  naravno število. Poiščite vse vrednosti parametra  $v$ , za katere obstaja  $\text{SST}$  reda  $v$ , ki ima natanko  $mv$  blokov.
- (c) Kaj ta rezultat pove o Steinerjevih sistemih trojk, ki so simetrični načrti?

7. Vsaka od kart v kompletu kart igre **SET** ima štiri lastnosti: število (ena, dve, tri), simbol (karo, vijuga, oval), osenčenost (polna, prazna, šrafirana) in barvo (rdeča, zelena, vijolična). Tako lahko vsako karto identificiramo z urejeno četverico  $(x_1, \dots, x_4)$ , kjer je  $x_i \in \{0, 1, 2\}$  za vsak  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ . Pravimo, da tri karte sestavljajo **set**, če za vsako od teh štirih lastnosti velja, da je bodisi pri vseh treh kartah ista bodisi pri vseh treh kartah različna.

- (a) Naj bo  $S$  nabor vseh možnih setov iz kompleta kart igre SET. Pokažite, da množica  $S$  tvori SST.
- (b) Koliko je možnih setov? V kolikšnem številu setov je vsebovana poljubna (fiksna) karta?

## PONAVLJANJE - DELNO

1. Poiščite rekurzivno zvezo za število načinov na katere lahko pokrijemo pravokotna tla velikosti  $2 \times n$  kvadratov ( $n \in \mathbb{N}$ ) s ploščami, ki pokrijejo 3 kvadrate in imajo obliko črke  $L$ .
2. Rešite rekurzivno enačbo  $F(n) = 4F(n-1) - 3F(n-2)$  z začetnima pogojema  $F(0) = 2$  in  $F(1) = 5$ .