Deuxième devoir
Neuroscience computationelle

- Le travail est à faire seul ou en équipe de deux
- La partie programmation est à faire avec MATLAB ou en Python
- La partie rédaction est à faire en WORD ou en LATEX

Description générale. Ce devoir porte sur le modèle *Leaky integrate and fire* et le modèle de Wilson-Cowan.

Le modèle LIF décrit chaque neurone de manière individuelle tandis que le modèle de Wilson Cowan décrit le comportement moyen de populations.

Vous décrirez deux populations, une excitatrice et une inhibitrice. Chaque population recevra un courant externe et il y aura des connexions entre les différentes populations.

L'objectif de ce travail est de comparer les deux modèles et de voir dans quelle mesure le comportement moyen d'un réseau de neurones LIF peut être décrit par un modèle de Wilson Cowan,

Question 1. (Le modèle Wilson Cowan) Décrivez l'activité de deux populations de neurones, une excitatrice et une inhibitrice à l'aide d'un modèle de Wilson Cowan.

Votre modèle décrira l'évolution dynamique de six variables $A_E, S_E, R_E, A_I, S_I, R_I$ qui décrivent respectivement la proportion de neurones de chaque population (excitatrice ou inhibitrice) dans l'état actif, susceptible ou refractaire.

$$\begin{aligned}
\frac{dA_E}{dt} &= \gamma F(INP_E)S_E - \alpha A_E, \\
\frac{dS_E}{dt} &= \beta R_E - \gamma F(INP_E)S_E, \\
\frac{dR_E}{dt} &= -\beta R_E + \alpha A_E, \\
\frac{dA_I}{dt} &= \gamma F(INP_E)S_I - \alpha A_I, \\
\frac{dS_I}{dt} &= \beta R_I - \gamma F(INP_I)S_I, \\
\frac{dR_I}{dt} &= -\beta R_I + \alpha A_I.
\end{aligned}$$

Les quantités INP_E et INP_I décrivent les courants reçus par les populations excitatrices et inhibitrices respectivement.

On a

$$\begin{aligned}
INP_E &= I_E + A_E w_{EE} - A_I w_{EI}, \\
INP_I = &= I_I + A_E w_{IE} - A_I w_{II}.
\end{aligned}$$

Dans ces équations, I_E et I_I sont les courants externes injectés dans les populations excitatrices et inhibitrices respectivement.

Les constantes w décrivent la force des connexions entre les populations, par exemple w_{EI} décrit la force de la connexion allant de la population inhibtrice vers la population excitatrice.

La fonction F est la fonction d'activation des neurones. Cette fonction pourrait être différente d'une population à l'autre mais nous considérerons ici qu'elle est la même.

$$F(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}.$$

Les constantes γ, α, β décrivent les taux de transitation entre les différents états. On choisit $\gamma = 0,2\,ms^{-1}$, $\alpha = 1\,ms^{-1}$, $\beta = 0,2\,ms^{-1}$.

a) Fixez d'abord les force de connexions w_{II}, w_{EE}, w_{EI} et w_{IE} à 0. Affichez les valeur de S_E, A_E et R_E en fonction du courant injecté I_E. Ici I_E peut prendre des valeurs négatives. Vérifiez que le modèle ce comporte tel qu'attendu. (i.e. regardez les comportements limites lorsque $F \approx 0$ ou $F \approx 1$.)

b) Toujours en considérant uniquement la population excitatrice, quel est l'impact de la connexion w_{EE}?

c) En considérant le modèle complet et en considérant différentes valeurs de paramètres I_E, I_I, w_{EE}, w_{EI}, w_{IE}, w_{II} quels types de comportements pouvez-vous observer? (par exemple solution stationnaire, cycle limite ou autre).

Question 2 (Le modèle LIF). Dans ce modèle, vous considérerez 50 neurones inhibiteurs et 50 neurones excitateurs. L'évolution du système est décrit par la série d'équations:

$$\begin{aligned}
V_{E,j}(t+\Delta t) &= V_{E,j}(t) + \Delta t\Big(g_L(E_L - V_{E,j}(t)) + I_{E,j}(t) + g_{EE,j}(t)(E_{exc} - V_{E,j}(t)) \\
&\quad + g_{EI,j}(t)(E_{inh} - V_{E,j}(t))\Big),\ V_{E,j}(t) < V_{tres}, \\
V_{E_j}(t+\Delta t) &= V_{reset},\ V_{E,j}(t) \geq V_{tres} \\
V_{I,j}(t+\Delta t) &= V_{I,j}(t) + \Delta t\Big(g_L(E_L - V_{E,j}) + I_{I,j} + g_{II,j}(t)(E_{inh} - V_{I,j}(t)) \\
&\quad + g_{IE,j}(t)(E_{exc} - V_{I,j}(t)\Big),\ V_{I,j}(t) < V_{tres} \\
V_{I,j}(t+\Delta t) &= V_{reset},\ V_{I,j}(t) \geq V_{tres}, \\
g_{EE,j}(t+\Delta t) &= g_{EE,j}(t)\left(1 - \frac{\Delta}{\tau_{syn}}\right) + \sum_{i=1}^{50} c_{EE,j,i}\delta_{E,j}(t), \\
g_{EI,j}(t+\Delta t) &= g_{EI,j}(t)\left(1 - \frac{\Delta t}{\tau_{syn}}\right) + \sum_{i=1}^{50} c_{EI,j,i}\delta_{I,j}(t),
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
g_{II,j}(t+\Delta t) &= g_{II,j}(t)\left(1-\frac{\Delta t}{\tau_{syn}}\right)+\sum_{i=1}^{50} c_{II,j,i}\delta_{I,j}(t),\\
g_{IE,j}(t+\Delta t) &= g_{IE,j}(t)\left(1-\frac{\Delta t}{\tau_{syn}}\right)+\sum_{i=1}^{50} c_{IE,j,i}\delta_{E,j}(t).
\end{aligned}
$$

Les signaux $I_{E,j}(t)$ et $I_{I,j}(t)$ représentent les courants externes appliqués au neurones excitateurs et inhibiteurs respectivement. Chacun de ces courant est un signal aléatoire indépendant de moyenne I_E et I_I respectivement. Les valeurs de I_E et I_I seront des paramètres que vous ferez varier pour analyser le comportement du modèle. Vous pouvez ajouter à ce signal moyen un bruit Gaussian d'écart-type égal à la racine carrée du signal moyen.

Les constantes c valent 0 ou 1 et décrivent l'existence de synapses entre les neurones. Par exemple $c_{E,I,i,j} = 1$ si et seulement si le $j$ème neurone inhibiteur envoie une synapase vers le $i$ème neurone excitateur. Pour déterminer l'existence des connexions synaptiques, vous tirerez des nombres aléatoires indépendants. La valeur p_{EE} décrit la probabilité de connexions entre deux neurones excitateurs. Les paramètres p_{EI}, p_{II} et p_{IE} sont définis de manière similaire. Notez que ces paramètres jouent un rôle analogue aux paramètres w dans le modèle de Wilson Cowan.

Finalement, on a $\delta_{E,j}(t) = 1$ (ou $\delta_{I,j} = 1$) si le $j$ième neurone excitateur (ou inhibiteur) émet un potentiel d'action au temps t.

a) Considérez d'abord uniquement les neurones excitateurs. Calculez la fréquence de décharge moyenne en fonction de I_E et de p_{EE}.

b) Pour des valeurs de I_E et p_{EE} que vous jugerez pertinentes, affichez les raster plots.

c) Fixez $p_{EE} = p_{II} = I_I = 0$ et fixez la valeur de I_E, quel est l'impact des paramètres p_{IE} et p_{IE} sur les taux de décharge moyens? Quel est l'impact de ces paramètres sur les raster plots?

Question 3. Comparaison des deux modèles Considérez le modèle LIF de la question 2.
a) Comment pourriez-vous convertir le taux de décharge moyen en proportion de de neurones actifs?

b) Discutez les similarités et les différences entre le modèle de Wilson Cowan et le modèle LIF. En particulier, le modèle de Wilson Cowan décrit-il bien le comportement moyen du modèle LIF?