DM 3 : Lois du frottement solide
Éléments de correction

N°	Elts de rép.	Pts	Note
1	recherches de tous les exercices	1	
2.	propreté de la copie	0.5	
3.	rendu pour le jour demandé	0.5	
Bonus	exercice supplémentaire	0.5	

N°	Elts de rép.
01-01	**Comment positionner une échelle contre un mur ?**
1	Faire un schéma, nommer G position de l'utilisateur, S point de contact au sol, M point de contact au mur. Pour éviter les frottements il faut que $\|\|\vec{T_S}\|\| \leq f\|\|\vec{N_S}\|\|$. On note par $._S$ les réactions du sol sur l'échelle. Définissons le système utilisateur + échelle, appliquons le PFD sur la verticale on obtient $\|\|\vec{N_S}\|\| = mg$, appliquons le PFD sur l'horizontale on obtient $\|\|\vec{T_S}\|\| = \|\|\vec{N_M}\|\|$ avec $._M$ la réaction normale du mur sur l'échelle. Avec ces deux équations on peut les remplacer dans l'inégalité et obtenir $\|\|\vec{N_M}\|\| \leq fmg$. Il nous manque une équation pour éliminer $\|\|\vec{N_M}\|\|$ on peut utiliser que l'échelle ne bascule pas donc moment des forces en S est nul, soit L la longueur de l'échelle et l la longueur parcourue par l'utilisateur et α l'angle que fait l'échelle par rapport au sol, $\sin(\alpha)L\|\|\vec{N_M}\|\| - \cos(\alpha)lmg = 0$ donc $\|\|\vec{N_M}\|\| = mg\frac{l}{L\tan(\alpha)}$ donc l'utilisateur doit respecter que $\frac{l}{L} \leq f\tan(\alpha)$.

N°	Elts de rép.
01-02	**Cabestan**
1	La somme des forces exercées sur le tronçon est nulle, soit en projection dans la base cylindrique $dN + 0 + F\left(\theta + \frac{d\theta}{2}\right)\sin(\frac{d\theta}{2}) - F\left(\theta - \frac{d\theta}{2}\right)\sin(\frac{d\theta}{2}) = 0$ et $0 - dT + F\left(\theta + \frac{d\theta}{2}\right)\cos(\frac{d\theta}{2}) - F\left(\theta - \frac{d\theta}{2}\right)\sin(\frac{d\theta}{2}) = 0$ Dans l'approximation des petits angles, $\sin(\frac{d\theta}{2}) \sim \frac{d\theta}{2}$ et $\cos(\frac{d\theta}{2}) \sim 1$, on fait le développement limité au premier ordre $F(\theta - \frac{d\theta}{2}) \simeq F(\theta) - \frac{dF}{d\theta}.\frac{d\theta}{2}$ et $F(\theta + \frac{d\theta}{2}) \simeq F(\theta) + \frac{dF}{d\theta}.\frac{d\theta}{2}$, On en déduit en négligeant les termes du second ordre $dN = F(\theta)d\theta$ et $dT = \frac{dF}{d\theta}d\theta$ à la limite du glissement $dT = \mu dN$ donc $\frac{dF}{d\theta} = \mu F(\theta)$

2	La condition au limite initiale s'écrit $F(\theta = 0) = mg$, la solution de l'équation différentielle est $F(\theta) = F(0)e^{\mu\theta}$, donc $F(\theta_f) = mge^{\mu\theta_f} = Mg$ donc $M = me^{\mu\theta_f} = 32.10^6$ kg. Cette valeur extrêmement grande indique qu'une corde enroulée de plusieurs tours sur un cabestan ne peut pratiquement pas glisser, cette propriété est utilisée pour arrimer les navires.

N°	Elts de rép.
01-05	**Une règle posée sur deux doigts**
1	faire un schéma avec $\vec{N}_1$, $\vec{T}_1$ et $\vec{N}_2$, $\vec{T}_2$ réactions des doigts 1 et 2 sur la règle, avec $m\vec{g}$ poids de la règle et x_1 et x_2 distance doigts 1 et 2 au centre de la règle. Le PFD selon z donne $0 = N_1 + N_2 - mg$ et le théorème du moment cinétique en G le centre de la règle donne $0 = x_1N_1 - x_2N_2$. On en déduit $N_1 = mg\frac{x_2}{x_1+x_2}$ et $N_2 = mg\frac{x_1}{x_1+x_2}$
2	la règle est immobile donc PFD sur x donne $0 = T_1 + T_2$ donc $T_1 = -T_2$. La règle glisse sur le doigt 2 donc $T_2 = -f_dN_2 = -f_dmg\frac{x_1}{x_1+x_2}$. Hypothèse de non-glissement sur 1 est valable tant que $\|T_1\| \leq f_sN_1$ soit $\frac{f_d}{f_s}a \leq x_2$, lorqu'il y a égalité la phase s'achève.
3	Si les deux doigts glissent $T_1 = f_dmg\frac{x_2}{x_1+x_2}$ et $T_2 = -f_dmg\frac{x_1}{x_1+x_2}$, le PFD donne $\ddot{x}_{regle} = f_dg\frac{x_2-x_1}{x_2+x_1}$. Initialement $x_1 = a$ et $x_2 = \frac{f_d}{f_s}a$ donc $\ddot{x}_{regle} = -f_dg\frac{f_s-f_d}{f_s+f_d}$ donc $t = \frac{v(f_s+f_d)}{gf_d(f_s-f_d)} \sim 10^{-2}$ s
4	le temps calculé à la question précédente est très court. Même étude que à la question 2 avec $a \to \frac{f_d}{f_s}a$ donc $x_1 = \left(\frac{f_d}{f_s}\right)^2 a$
5	comme $f_d < f_s$ et que $x_2 = \left(\frac{f_d}{f_s}\right)^{2n+1} a$ $x_1 = \left(\frac{f_d}{f_s}\right)^{2n} a$ à chaque phase alors ils tendent vers 0 donc les deux doigts se rapprochent du centre.

N°	Elts de rép.
01-02	**Mouvement d'un tonneau sur la plate-forme d'un camion**
1	Dans le référentiel non galiléen, en translation accélérée, du camion, le tonneau est soumis à son poids, aux forces $\vec{N}$ et $\vec{T}$ et à la force d'inertie d'entraînement $\vec{f}_{ie} = -m\vec{A}$. Supposons qu'il y a roulement sans glissement. La vitesse de G dans le référentiel du camion et la vitesse angulaire sont alors liées $\dot{x} = b\omega$ donc $E_c = \frac{3}{4}m\dot{x}^2$, le théorème de l'énergie cinétique en puissance donne $-mA\dot{x} = \frac{3}{4}m2\ddot{x}\dot{x}$ donc $\ddot{x} = -\frac{2A}{3}$ Si le tonneau glissait sur le plateau du camion, la vitesse de glissement serait dirigée vers l'arrière, donc $\vec{T}$ est dans le sens des x croissants. Le PFD implique que $T = \frac{mA}{3}$ et $N = mg$ D'après la loi de Coulomb, il y a roulement sans glissement si $T \leq \mu N$ soit $A \leq 3\mu g$. Il y aura glissement si $A > 3\mu g$.

2	sans glissement n prenant l'origine du repère à l'arrière du plateau $\ddot{x} = -\frac{2A}{3}$ donc $x(t) = -\frac{A}{3}t^2 + d - b$. Le tonneau tombera quand $x(t) = 0$ soit $t = \sqrt{\frac{3(d-b)}{A}}$. L'équation horaire du mouvement du camion dans le référentiel du sol est $X(t) = -\frac{1}{2}At^2$ donc $L = \frac{3}{2}(d-b)$. Si il y a glissement $T = \mu N$ donc $T - mA = m\ddot{x}$ et $N = mg$ donc $\ddot{x} = \mu g - A$ donc $x(t) = \frac{1}{2}(\mu g - A)t^2 + d - b$. Le tonneau tombera quand $x(t) = 0$ soit $t = \sqrt{\frac{2(d-b)}{A-\mu g}}$ et à cette date $L = \frac{A(d-b)}{A-\mu g}$.