DS 7
Éléments de correction

N°	Elts de rép.	Pts	Note
00-00	**Titre de l'exo**	0	0
0	éléments de réponse	0	0

	Mesure des vitesses angulaires à l'aide d'un interféromètre de type Sagnac		
1	L'indice optique n est définit comme le rapport entre la célérité de la lumière dans le vide c et la vitesse de phase de la lumière v, $n = \frac{c}{v}$.	1	
2	La distance parcourue est le périmètre d'un cercle $d = 2\pi R_s$. Le temps de parcours est $\tau = \frac{d}{v} = \frac{nd}{c}$. Sans rotation ces résultats sont indépendants du sens de rotation (D) ou (G).	1	
3	Il s'agit d'un référentiel en rotation uniforme, donc $\vec{v}_{fibre} = R_s\Omega\vec{e}_\theta$. La loi de composition des vitesses donne dans le sens (D) $\vec{v}_{train(D)} = v + R_s\Omega$ et dans le sens (G) $\vec{v}_{train(G)} = v - R_s\Omega$	1	
4	Le chemin optique (AB) est définit comme $(AB) = c\tau_{AB}$ avec τ_{AB} le temps de parcours de A vers B de l'onde lumineuse. Donc $(AB) = c\tau_{AB} = c\int_A^B dt = c\int_A^B \frac{dl}{v} = \frac{c}{v}\int_A^B dl = nl_{AB}$ avec l_{AB} la longueur curviligne de A à B en suivant un rayon lumineux.	1	
5	On compare les vitesses $v_{train(D)} > v_{train(G)}$ donc l'indice pour le chemin (D) est plus faible que pour le chemin (G), donc le chemin (D) est plus court que le chemin (G). En sortie de l'instrument on observe un phénomène d'interférence. On peut avoir une intensité lumineuse quelconque selon la vitesse de rotation.	1	
6	$t_D = \frac{2\pi R_s}{v+R_s\Omega}$ et $t_G = \frac{2\pi R_s}{v-R_s\Omega}$. La différence de marche $\delta = c(t_D - t_G) = c\left(\frac{2\pi R_s}{v+R_s\Omega} - \frac{2\pi R_s}{v-R_s\Omega}\right) = 2\pi nR_s\left(\frac{1}{1+\frac{R_s\Omega}{v}} - \frac{1}{1-\frac{R_s\Omega}{v}}\right) = -4\pi nR_s\frac{\frac{nR_s\Omega}{c}}{1-\left(\frac{nR_s\Omega}{c}\right)^2}$. La différence de phase $\Delta\phi = -\frac{8\pi^2 nR_s}{\lambda_0}\frac{\frac{nR_s\Omega}{c}}{1-\left(\frac{nR_s\Omega}{c}\right)^2}$	1	

7	On utilise la formule de Fresnel, comme la lame séparatrice est 50/50, on a la même intensité lumineuse I_0 pour les deux ondes qui interfèrent donc $I = 2I_0\,(1+\cos(\Delta\phi))$. De plus l'intensité de la source est divisée deux fois par deux car elle passe deux fois dans la lame séparatrice dons $I_0 = \frac{I_{source}}{4}$, donc $I = \frac{I_{source}}{2}\,(1+\cos(\Delta\phi))$. On obtient une annulation de l'intensité lumineuse pour $\Delta\phi = \pi$ donc $\frac{\frac{nR_s\Omega}{c}}{1-\left(\frac{nR_s\Omega}{c}\right)^2} = \frac{\lambda_0}{8\pi n R_s}$ donc $\Omega \approx \frac{\lambda_0 c}{8\pi n^2 R_s^2}$, faire application numérique.	1	
	Condensateur en régime transitoire		
8	Pour négliger les effets de bord, il faut que $e^2 \ll S$	1	
9	Par définition $\sigma = \frac{q}{S}$ et l'autre armature est chargée $-\sigma$	1	
10	On a quatre équations : Maxwell-Gauss $\mathrm{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$, Maxwell-Flux $\mathrm{div}(\vec{B}) = 0$, Maxwell-Faraday $\overrightarrow{\mathrm{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$, Maxwell-Ampère $\overrightarrow{\mathrm{rot}}(\vec{B}) = \mu_0\vec{j} + \epsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$	1	
11	Il s'agit de l'équation de Maxwell-Gauss, que l'on intègre sur un volume V quelconque, $\iiint_V \mathrm{div}(\vec{E})dV = \iiint_V \frac{\rho}{\epsilon_0}dV$, puis d'après le théorème de Green-Ostrogradski et la définition de la charge intérieure on obtient $\Phi_{\vec{E}} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$ avec $\Phi_{\vec{E}}$ le flux du champ électrique à travers la surface fermée S contour de V et orientée vers l'extérieur. Il s'agit du théorème de Gauss.	1	
12	voir cours sur le calcul du champ d'un condensateur. Prendre une seule armature comme plan infinie et deux plans de symétrie pour la direction du champ, invariance pour qu'il ne dépende plus que d'une coordonnées, théorème de gauss pour les expressions du champ. Prendre les deux armatures et appliquer le théorème de superposition.	1	
13	Il s'agit du terme $\vec{j}_D = \epsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$. Donc $\vec{j}_D = -\frac{1}{S}\frac{dq}{dt}\vec{e}_z$	1	
14	Le flux est uniforme sur une surface S donc $\Phi_{\vec{j}_D} = S \times \frac{1}{S}\frac{dq}{dt} = \frac{dq}{dt}$. On retrouve l'expression du courant électrique $i = \frac{dq}{dt}$ il y a conversion du courant électrique en en courant de déplacement.	1	
15	Il s'agit de l'équation de Maxwell-Ampère. A l'intérieur du condensateur on est dans le vide donc $\vec{j} = \vec{0}$. Donc $\overrightarrow{\mathrm{rot}}(\vec{B}) = \mu_0\epsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = \mu_0\vec{j}_D$. Sa forme intégré sur une surface donne $\iint_S \overrightarrow{\mathrm{rot}}(\vec{B}).\vec{dS} = \mu_0\iint_S \vec{j}_D.\vec{dS}$, d'après le théorème de Stokes on obtient $\oint_C \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0\iint_S \vec{j}_D.\vec{dS}$ avec C le contour fermé de la surface S. On retrouve le théorème d'Ampère avec le courant de déplacement remplaçant la densité volumique de courant électrique.	1	

16	voir cours, calcul du champ magnétique à l'intérieur d'un fil cylindrique. Choisir un plan de symétrie contenant l'axe de révolution pour déterminer la direction du champ, puis invariance par rotation, puis contour sur un cercle horizontal et application de l'analogue du théorème d'Ampère.	1	
	Mesure du rayon de courbure d'un miroir par une méthode interférentielle		
	Dispositif interférentiel		
17	On doit faire les images de la source S_L par L_p puis M_1 pour S_1, puis par M_2 puis L_p pour S_2. Les longueurs se conservent par symétrie donc $OS_1 = OO_p + 2O_1O_p + O_pS_L = l + 2d_1 + O_pS_L$. De même $OS_2 = OO_p + 2O_2O_p + O_pS_L = l + 2d_2 + O_pS_L$.	1	
18	La distance qui sépare les deux sources est $a = OS_1 - OS_2 = 2(d_1 - d_2)$. La distance du milieu de S_1 et de S_2 à l'écran est $d = \frac{OS_1+OS_2}{2} = l + d_1 + d_2 + O_pS_L$.	1	
19	Si on a un éclairement uniforme alors on est au contact optique donc $a = 0$.	1	
20	On est en lame d'air donc on observe des anneaux.	1	
21	la différence de marche en lame d'air est $\delta = 2e\cos(i)$. Au centre de l'écran $i \ll \frac{\pi}{2}$ donc $\delta = 2e(1 - \frac{i^2}{2})$. Comme i est petit $i \approx \frac{r}{d}$, donc $\delta = 2e(1 - \frac{r^2}{2d^2})$. L'ordre d'interférence est $p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2e}{\lambda}(1 - \frac{r^2}{2d^2})$. Si le centre est brillant, alors $p(r = 0)$ est entier et le premier anneau suivant a pour ordre $p(r = 0) - 1 = \frac{2e}{\lambda}(1 - \frac{r^2}{2d^2})$ donc $\frac{2e}{\lambda} - 1 = \frac{2e}{\lambda}(1 - \frac{r^2}{2d^2})$ donc $1 = \frac{2er^2}{2\lambda d^2}$ donc $e = \frac{\lambda d^2}{r^2}$	1	
22	L'ordre d'interférence au centre de la figure est donné par $p = \frac{2e}{\lambda} = \frac{2d^2}{r^2}$	1	
23	On refait le schéma, mais cette fois-ci les réflexions sur le miroir sont en dehors de l'axe à cause de l'inclinaison des miroirs. Le milieu S reste lui sur l'axe.	1	
24	On détermine la distance SS_1 que l'on multipliera par 2 pour avoir S_1S_2, si on prend l'image de S_L par la séparatrice S'_L, on a un triangle rectangle S'_LSS_1. De plus en repérant les angles $SS_1 = S'_LS_1\sin(\alpha)$. Si on nomme H le point d'intersection sur le miroir de S'_LS_1, on obtient par réflexion $S'_LS_1 = 2S'_LH$ et on remarque que le triangle S'_LHO_1 est rectangle en H donc $S'_LH = (S_LO_p + O_pO_1)\cos(\alpha)$. D'où $SS_1 = 2\cos(\alpha)\sin(\alpha)(S_LO_p + O_pO_1)$ donc $S_1S_2 = 2SS_1 = 2\sin(2\alpha)(S_LO_p + O_pO_1) = 2\sin(2\alpha)(S_LO_p + d_1) = 2\sin(2\alpha)(S_LO_p + l)$.	1	

25	On est en coin d'air, et les sources secondaires sont dans une configuration de trous d'Young, donc on a des franges rectilignes.	1	
26	La distance entre deux franges brillantes est l'interfrange, donc $p(z = d_i) - p(z = 0) = 1$ donc $\delta(z = d_i) - \delta(z = 0) = \lambda$. Les deux sources secondaires forment un disposition en trou d'Young, donc par symétrie $\delta(z = 0) = 0$ et en faisant le développement limité de $\delta(z = d_i) = \sqrt{SO^2 + (a/2 + d_i)^2} - \sqrt{SO^2 + (a/2 - d_i)^2} \approx \frac{ad_i}{SO}$, on a $\frac{ad_i}{SO} = \lambda$ donc $a = \frac{SO\lambda}{d_i}$ donc $2\sin(2\alpha)(S_L O_p + l) = \frac{SO\lambda}{d_i}$ donc $\sin(2\alpha) = \frac{\lambda(3l+S_l O_p)}{2d_i(l+S_L O_p)}$ si $\alpha \ll \frac{\pi}{2}$ on a $\alpha = \frac{\lambda(3l+S_l O_p)}{4d_i(l+S_L O_p)}$	1	
27	si α augmente alors d_i diminue, d'après la relation à la question précédente.	1	
	Mesure du rayon de courbure d'un miroir		
28	Faire une construction géométrique, utiliser la formule de conjugaison $\frac{1}{O_2 S'_L} - \frac{1}{O_2 S_L} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R_2}$ donc $\overline{O_2 S'_L} = \frac{\overline{O_2 S_L} R_2}{2\overline{O_2 S_L} + R_2}$	1	
29	Pour S_1 la réponse est identique à la question 17 $OS_1 = OO_p + 2O_1 O_p + O_p S_L = l + 2d_1 + O_p S_L$, pour S_2 il faut utiliser le résultat de la question précédente : pour $\overline{O_2 S'_L}$ et $OS_2 = OO_p + O_p O_2 + O_2 S'_L = 2l + O_2 S'_L = 2l + \frac{O_2 S_L R_2}{2O_2 S_L + R_2}$	1	
30	si $R_2 \gg l$ alors $a = OS_2 - OS_1 = 2l + \frac{O_2 S_L R_2}{2O_2 S_L + R_2} - (l + 2l + O_p S_L) = \frac{O_2 S_L R_2}{2O_2 S_L + R_2} - (l + O_p S_L) = O_2 S_L(\frac{1}{1+2O_2 S_L/R_2} - 1) \approx O_2 S_L(-2O_2 S_L/R_2) \approx -2\frac{(S_L O_p + l)^2}{R_2}$. La distance $d = OS_1 + a/2 \approx OS_1 \approx 3l + O_p S_L$	1	
31	On a des anneaux car les deux sources sont sur le même axe	1	
32	ordre au centre est $p_0 = \frac{a}{\lambda}$, la relation entre rayon du 5ieme anneau et ordre est $\frac{a}{\lambda}(1 - \frac{r_5^2}{2d^2}) = p_5 = p_0 - 5$, donc $\frac{a}{\lambda}(1 - \frac{r_5^2}{2d^2}) = \frac{a}{\lambda} - 5$, donc $\frac{a}{\lambda}(-\frac{r_5^2}{2d^2}) = -5$ donc $a = 10\frac{\lambda d^2}{r_5^2}$ donc $2\frac{(S_L O_p + l)^2}{R_2} = 10\frac{\lambda d^2}{r_5^2}$ donc $R_2 = \frac{r_5^2 (S_L O_p + l)^2}{5(\lambda d^2)}$	1	
	Contrôle d'épaisseur de pièces		
	Contrôle d'épaisseur d'un dépôt métallique		
33	On a un coin d'air donc calculons d'abord la différence de marche. Un des rayons est directement réfléchi tandis que l'autre doit effectuer un trajet en plus. Si on néglige toute différence de phase lors des réflexions (ou si elles se compensent), $\delta = 2x \tan\epsilon$. L'observation sur l'écran se fait sans différence de marche supplémentaire mais avec une conjugaison qui introduit le facteur : $x' = \gamma x$ donc $\delta = \frac{\tan\epsilon}{\gamma} x'$; la relation $\delta = p\lambda_0$ définit la frange d'ordre p ; l'interfrange est $d_0 = x'_{p+1} - x'_p$ donc $d_0 = \frac{\gamma\lambda_0}{\tan\epsilon}$. Ici, $\gamma = \frac{D'}{D}$ avec $\frac{1}{D} + \frac{1}{D'} = \frac{1}{f'}$ (relation de conjugaison) donc $\gamma = \frac{D'}{d'} - 1 = 11,5$; de plus, $\tan\epsilon = 1,75 \cdot 10^{-3}$ donc $d_0 = 3,51\,\mathrm{mm}$	1	

34	Dans la partie où est situé le dépôt métallique, l'aller-et-retour se fait sur une épaisseur diminuée de e donc la nouvelle différence de marche est $\delta_{\mathrm{D}} = \delta - 2e$; en dehors de celui-ci, $\delta = \frac{2\epsilon}{\gamma} x'$ tandis que dans la zone décalée, $\delta_{\mathrm{D}} = \frac{2\epsilon}{\gamma} x'_{\mathrm{D}}$. Si on suit une frange donnée, $\delta = \delta_{\mathrm{D}} = p\lambda_0$ donc $x'_{\mathrm{D}} = x' + \frac{\gamma e}{\epsilon}$; il y a décalage de $u = x'_{\mathrm{D}} - x'$ soit $u = \frac{\gamma e}{\epsilon}$ ou, numériquement, $e = \frac{\epsilon u}{\gamma} = 89,5\,\mathrm{nm}$ On évalue un décalage d'une fraction d'interfrange donc une épaisseur d'une fraction de demi-longueur d'onde : c'est l'ordre de grandeur des meilleurs mesures possibles par un dispositif interférométrique.	1	
35	Dans un milieu d'indice n, la vitesse de la lumière est $v_\varphi = c/n$ donc la longueur d'onde $\lambda = v_\varphi/f$ (si f est la fréquence de l'onde lumineuse, indépendante du milieu de propagation) vérifie $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$. Reprenant les résultats ci-dessus en remplaçant λ_0 par λ, on en déduit que d_0 est diminué d'un rapport n tandis que u est inchangé.	1	
36	Reprenant de même les résultats précédents avec $\epsilon \to \epsilon' > \epsilon$, on en conclut que d_0 et u diminuent dans la même proportion : la figure d'interférences subit une homothétie de rapport ϵ/ϵ'.	1	
	Mesure de l'épaisseur d'une pièce transparente		
37	On est en lame d'air donc on peut reprendre le calcul de la différence de marche en lame d'air. Puis on ajoute celle due à la lame de verre en prenant en compte le phénomène de réfraction. On obtient $\delta = 2d\cos i + 2L\,(n\cos r - \cos i)$. On est en lame d'air donc l'observation se fait à l'infini.	1	
38	Puisque $\sin i = n \sin r$ s'écrit avec l'approximation $i = nr$, et avec $\cos i = 1 - \frac{n^2 r^2}{2}$, $\cos r = 1 - \frac{r^2}{2}$, on obtient au premier ordre non nul $\delta(r) = 2B + 2A + r^2\left(B + n^2 A\right)$. La teinte plate correspond à δ indépendant de r donc aussi à $B + n^2 A = 0$ ou $nd = L(n-1)$.	1	
39	On a une différence de marche pour une lame d'air : $\delta = 2d\cos i$. Les anticoïncidences correspondent à des ordres décalés d'un demi-entier pour les deux longueurs d'onde : $p_1 = \frac{\delta}{\lambda_1}$ et $p_2 = \frac{\delta}{\lambda_2}$ vérifient $p_1 - p_2 \equiv \frac{1}{2}[1]$. En particulier, la première et la onzième anticoïncidence correspondent à deux demi-entiers décalés de 10 unités, donc $(p_1 - p_2)_{11} - (p_1 - p_2)_1 = 10$ (ici $p_1 > p_2$ car $\lambda_1 < \lambda_2$). Comme on s'intéresse à la disparition des franges au voisinage du centre de la figure, on prendra $i = 0$, $p_1 - p_2 = 2d\left(\frac{1}{\lambda_m - \frac{1}{2}\Delta\lambda} - \frac{1}{\lambda_m + \frac{1}{2}\Delta\lambda}\right)$ soit $p_1 - p_2 \simeq 2d\frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2}$ puisque $\Delta\lambda \ll \lambda_m$; finalement, les écarts de position d sont égaux aux écarts de graduation e donc $10 = 2\frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2}(e_{11} - e_1)$ donc $\Delta\lambda = \frac{5\lambda_m^2}{e_{11} - e_1}$ donc $\Delta\lambda = 5,95 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}$	1	