## DM 17

#### Jeudi 10 Février 2022

# Contrôle non destructif (CND) par courants de Foucault

Le but des essais non destructifs est de déceler dans une pièce métallique, et en respectant son intégrité, toute particularité de sa structure. On souhaite ici contrôler la qualité d'une plaque d'aluminium, de faible épaisseur par rapport à ses autres dimensions, en utilisant une technique de contrôle non destructif par courants de Foucault. Le dispositif utilisé comprend :

- une bobine alimentée par un générateur de tension sinusoïdale de fréquence f. Cette bobine est déplacée à la surface de la plaque à tester, sans contact électrique;
- un système de mesure d'impédance par détection synchrone afin de mesurer en direct l'impédance de la bobine. En effet, la bobine joue à la fois le rôle d'émetteur et de récepteur : lorsque l'opérateur passe la bobine au dessus d'un défaut interne à la plaque, son impédance interne est légèrement modifiée.

La figure 1 présente le système de détection, le dispositif de mesure d'impédance n'est pas représenté.

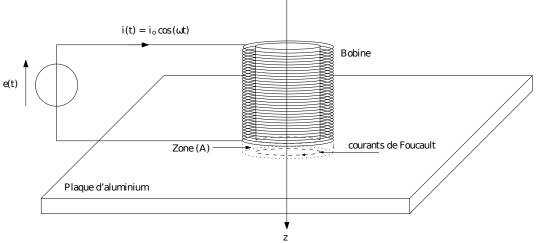


Figure 1 Principe du CND

#### Données :

- fréquence du générateur f = 50 Hz
- épaisseur de la plaque d=3,0 mm
- longueur de la bobine  $l_b = 12$  cm

- nombre de spire de la bobine  $N = 1,0 \times 10^3$
- rayon moyen du bobinage  $R_b = 2,5$  cm
- masse molaire de l'aluminium  $M = 27 \text{ g.mol}^{-1}$
- masse volumique de l'aluminium  $\mu = 2,7 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$
- conductivité électrique de l'aluminium  $\gamma_0 = 3,8 \times 10^7 \text{ S.m}^{-1}$
- perméabilité magnétique du vide  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$

# Expression approchée du champ magnétique $\vec{B}$ créé par la bobine excitatrice dans la plaque

À l'aide d'un logiciel de simulation, on visualise les cartes du champ magnétique  $\vec{B}$  créé par la bobine dans différentes situations et ce afin d'établir son expression approchée. Les figures 3, 4 et 5 représentent les cartes du champ créé par la bobine ainsi que les profils axiaux et radiaux de ce champ dans trois cas, avec une même amplitude de courant  $i_0$ :

- la bobine seule pour f = 50 Hz (carte 1);
- la bobine en présence de la plaque pour f = 50 Hz (carte 2);
- la bobine en présence de la plaque pour f = 200 Hz (carte 3).

Le profil axial représente l'amplitude du champ magnétique  $\vec{B}$  en un point M appartenant à l'axe (Oz) en fonction de sa coordonnée z, l'origine de cet axe étant choisie au centre de la bobine (voir figure 2). Le profil radial représente l'amplitude du champ magnétique  $\vec{B}$  en un point M appartenant au plan  $z = l_b/2$  en fonction de son abscisse  $x_r$  sur l'axe  $(M, \vec{e}_r)$ , l'origine de cet axe étant choisie sur un des côtés de la bobine (voir figure 2).

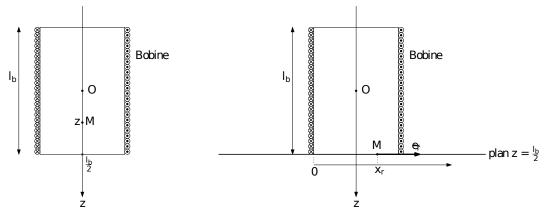


Figure 2 Conventions pour les prof ls axial et radial

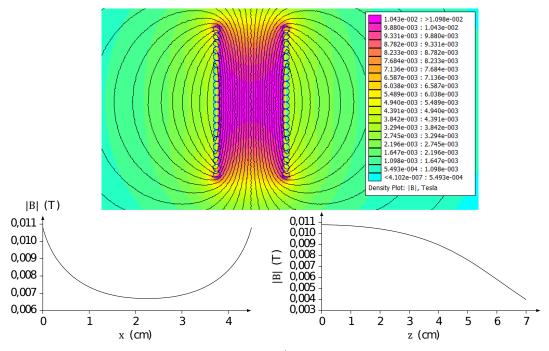


Figure 3 Première simulation

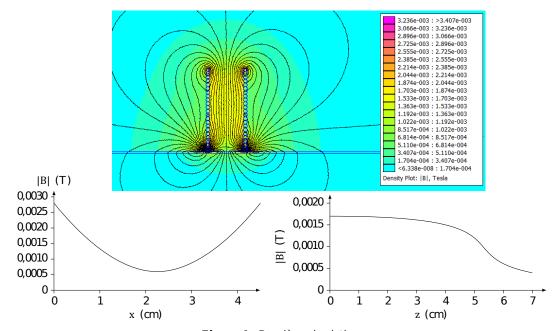


Figure 4 Deuxième simulation

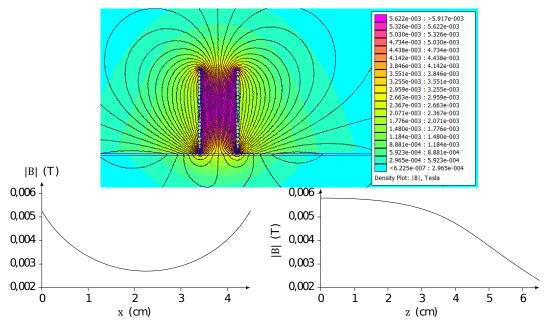


Figure 5 Troisième simulation

La première simulation correspond à la première carte d'une bobine seule alimentée par un courant de fréquence  $f=50~\mathrm{Hz}$ .

Pour une fréquence faible la présence d'une plaque modifie peu le champs magnétique c'est ce que l'on observe sur la troisième simulation qui correspond à la deuxième carte. En effet dans la limite d'une fréquence nulle la plaque n'aurait d'ailleurs aucune influence.

Par contre à fréquence plus élevée on voit un effet plus important sur le champ, comme sur la deuxième simulation qui correspond à une fréquence  $f=200{\rm Hz}$ .

On s'intéresse au champ magnétique créé dans la partie de la plaque directement au contact avec la bobine (zone (A) sur la figure 1). Dans une première approximation, on suppose que le champ dans cette zone est de la forme  $\vec{B}(M) = B_0 \cos(\omega t) \vec{e}_z$  où  $B_0$  est l'amplitude du champ magnétique supposée uniforme.

1. En considérant que le champ au centre O de la bobine peut être assimilé au champ créé par un solénoïde infini et en vous aidant de la carte 2, justifier que  $B_0$  peut s'écrire

$$B_0 = \alpha \frac{\mu_0 N i_0}{l_b}$$

où  $\alpha$  est un coefficient dont on précisera la valeur numérique, à l'aide de deux valeurs du champs : au centre du solénoïde et au centre de la plaque.

### Courants de Foucault

On se place toujours dans l'hypothèse où le champ magnétique dans la zone (A) est de la forme  $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t) \vec{e}_z$ . Ce champ magnétique étant variable, il apparait dans la plaque, un champ électrique  $\vec{E}$  orthoradial, lui-même à l'origine de courants induits.

- 2. À l'aide de la forme intégrale de l'équation de Maxwell-Faraday, déterminer dans la zone (A) l'expression du champ électrique  $\vec{E}$  induit par les variations temporelles de  $\vec{B}$ .
- 3. Établir que l'expression du vecteur densité volumique de courant  $\vec{j}$  est donnée par la relation  $\vec{j} = \frac{\gamma_0 \omega B_0}{2} r \sin(\omega t) \vec{e}_{\theta}$  où  $\vec{e}_{\theta}$  est le vecteur unitaire orthoradial des coordonnées cylindriques.

## Modification de l'impédance de la bobine excitatrice

L'impédance de la bobine en l'absence de la plaque est  $Z=R+jL\omega$ . En présence de la plaque, cette impédance est modifiée. Le but de cette sous-partie est de déterminer cette nouvelle impédance. On modélise les variations de l'impédance Z de la bobine en présence de la plaque de la manière suivante

$$Z = (R + \delta R) + j\omega(L - \delta L)$$
 où  $\delta R < i^2 > = < P_J > \text{et } \frac{1}{2}\delta L < i^2 > = < E_m >$ 

avec

- $E_m$  l'énergie magnétique stockée dans la plaque;
- < X > désignant la valeur moyenne temporelle de la grandeur X(t).
- 4. Justifier à l'aide de l'effet joule dans la plaque, que la partie réelle de l'impédance de la bobine augmente.
- 5. Justifier, en comparant le flux de  $\vec{B}$  sur les cartes données par les figures 3, 4 et 5, que la partie imaginaire de l'impédance de la bobine diminue.
- 6. Montrer que  $P_J = \frac{\pi dR_b^4 \gamma_0 \omega^2 B_0^2}{8} \sin^2(\omega t)$ . Déduire, en utilisant la relation de la question 1, l'expression de  $\delta R$  en fonction de  $\alpha$ , N, d,  $R_b$ ,  $\gamma_0$ ,  $\omega$  et  $l_b$ .

L'énergie électromagnétique  $E_m$  est due au champ magnétique  $\vec{B}'$  créé par les courants de Foucault dans la plaque. Pour simplifier, on suppose que ce champ  $\vec{B}'$  est nul en dehors de la zone (A) et que dans la zone (A) il est de la forme  $\vec{B}' = B'(r, z, t)\vec{e}_z$ .

- 7. En utilisant la forme intégrale de l'équation de Maxwell-Ampère écrite dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires, déterminer le champ magnétique  $\vec{B}'$  créé dans la zone (A). On supposera ce champ nul pour  $r = R_b$ .
- 8. En déduire l'expression de  $E_m$ , en intégrant la densité d'énergie magnétique.
- 9. Déduire, en utilisant la relation de la question 1, l'expression de  $\delta L$  en fonction de  $\alpha$ , N, d,  $R_b$ ,  $\gamma_0$ ,  $\omega$  et  $l_b$