

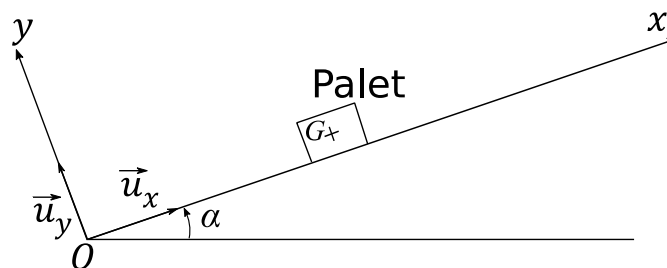
## Devoir Surveillé 3

### Éléments de correction

#### Mouvement d'un palet de hockey sur la glace

Le palet est fabriqué en caoutchouc avec une masse moyenne de 160 grammes. En Russie, lors des épreuves d'habileté de la Ligue continentale de hockey, le défenseur Aleksandr Riazantsev a établi un nouveau record du monde en janvier 2017 avec une frappe à 183,67 km/h soit environ 50 m/s.

Au cours d'une séance d'entraînement à ces épreuves d'habileté, un joueur de hockey propulse le palet, à l'aide de sa crosse, sur un plan recouvert de glace et incliné d'un angle  $\alpha = 20^\circ$  par rapport à l'horizontale. La position du centre d'inertie du palet est repérée sur un axe Ox de même direction que la ligne de plus grande pente et orienté vers le haut. On note Oy l'axe perpendiculaire au plan incliné et orienté vers le haut. Les vecteurs  $\vec{u}_x$  et  $\vec{u}_y$  sont des vecteurs unitaires dirigés respectivement selon les axes Ox et Oy. Le centre d'inertie du palet est noté G (figure ci-dessous). À l'instant initial, le palet se trouve à l'origine du repère. L'intensité du champ de pesanteur terrestre g est estimée à  $10 \text{ m.s}^{-2}$ .



On appelle action de contact l'action mécanique qu'exercent l'un sur l'autre deux solides dont les surfaces sont en contact. On appelle  $\vec{R}_T$  la composante tangentielle et  $\vec{R}_N$  la composante normale de la réaction exercée par un solide sur l'autre.

1. Lorsque les deux solides en contact ne glissent pas l'un sur l'autre, donner la loi de Coulomb reliant  $\vec{R}_T$  et  $\vec{R}_N$ .

On précisera l'unité, l'ordre de grandeur et de quoi dépend le coefficient de frottement introduit.

La loi de Coulomb s'exprime comme une inégalité :  $||\vec{R}_T|| \leq f_S ||\vec{R}_N||$ .

avec  $f_S$  le coefficient de frottement statique sans unité compris entre 0 et environ 1.

Le coefficient de frottement statique dépend uniquement des matériaux en contact.

2. Lorsque les deux solides en contact glissent l'un sur l'autre, donner la loi de Coulomb reliant  $\vec{R}_T$  et  $\vec{R}_N$ .

On précisera aussi l'unité, l'ordre de grandeur et de quoi dépend le coefficient de frottement introduit.

La loi de Coulomb s'exprime comme une égalité :  $\|\vec{R}_T\| = f_D \|\vec{R}_N\|$ .

avec  $f_D$  le coefficient de frottement dynamique sans unité compris entre 0 et environ 1.

Le coefficient de frottement dynamique dépend uniquement des matériaux en contact.

3. Comparer les deux coefficients de frottement précédent.

En général le coefficient de frottement dynamique est inférieur au coefficient de frottement statique  $f_D < f_S$

Voici quelques valeurs de coefficient de frottement :

$f_D(\text{bois sur bois}) = 0,40$ ;  $f_D(\text{caoutchouc sur glace}) = 0,050$ ;  $f_D(\text{acier sur glace}) = 0,020$ .

Dans une première phase (propulsion du palet par la crosse sur le plan incliné), on considère les frottements comme négligeables. La palette de la crosse est en contact avec le palet.

4. Choisir un référentiel afin d'étudier le mouvement du palet durant la propulsion et le préciser. Peut-il être considéré comme galiléen dans le cadre de cet entraînement ?

Le référentiel d'étude est le référentiel terrestre.

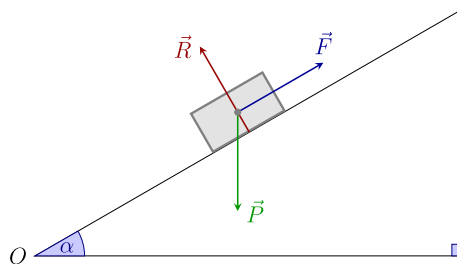
La durée de propulsion est de quelques secondes, ce qui est très petit devant la période de révolution de la Terre. Ce référentiel est donc supposé galiléen.

5. Établir un bilan des forces qui s'exercent sur le palet durant la propulsion et les représenter sur un schéma cohérent sans souci d'échelle.

Le poids :  $\vec{P} = m\vec{g}$ .

La force de propulsion :  $\vec{F}$ .

L'action de contact :  $\vec{R} = \vec{R}_N$  (frottements négligeables).



6. Exprimer l'intensité de la force de propulsion  $F$  exercée par le joueur sur le palet en fonction de l'accélération  $a$  du palet, de l'angle d'inclinaison  $\alpha$  du plan, de la masse  $m$  du palet et de l'intensité du champ de pesanteur  $g$ .

On écrit le principe fondamental de la dynamique (PFD) appliqué au palet :

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{F} + \vec{R}$$

On le projette sur l'axe  $Ox$  :

$$ma = -mg \sin \alpha + F$$

On obtiens

$$F = m(a + g \sin \alpha)$$

7. Sachant que la propulsion due au joueur de hockey dure 0,5 seconde et que le mouvement est uniformément accéléré, quelle doit être l'intensité de la force de propulsion pour que le joueur égale le record du monde de vitesse sur ce plan incliné ?

Uniformément accéléré signifie que  $a = \text{cte}$ , donc  $v(t) = at$ .

Or au bout de  $\tau = 0,5 \text{ s}$ , on a  $v(t) = v_0 = 50 \text{ m/s}$ , donc  $a = \frac{v_0}{\tau}$ .

Donc  $F = m \left( \frac{v_0}{\tau} + g \sin \alpha \right) = 16,54 \text{ N}$

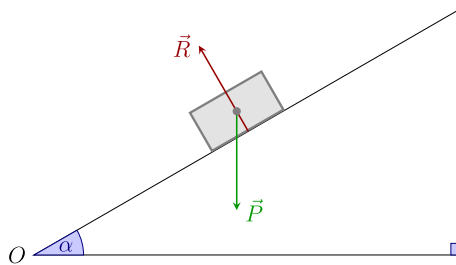
Dans une deuxième phase, le palet n'est plus en contact avec la crosse et est en mouvement de translation rectiligne vers le haut du plan incliné. On considère les frottements comme négligeables.

8. Sur un schéma, représenter les forces qui s'exercent sur le palet. Ces forces ont-elles un caractère moteur, résistant ou sont-elles sans effet lors du mouvement du palet vers le haut du plan incliné ?

le palet n'est plus en contact avec la crosse ; les forces exercées sur le palet sont donc :

Le poids :  $\vec{P} = m\vec{g}$ .

L'action de contact :  $\vec{R} = \vec{R}_N$  (frottements négligeables).



$P(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{v}(t) = -mg \sin \alpha v(t) < 0$  donc le poids a un caractère résistant

$P(\vec{R}) = R_N \vec{e}_y \cdot v(t) \vec{e}_x = 0$  donc l'action de contact ne travaille pas.

9. Déterminer l'expression de  $x(t)$ , déplacement du palet selon l'axe Ox.

On écrit le PFD :  $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R}$

On projette selon l'axe Ox :  $ma = -mg \sin \alpha$

donc  $\ddot{x} = -g \sin \alpha$

on intègre une fois avec  $v_0$  comme vitesse initiale  $\dot{x} = -g \sin(\alpha)t + v_0$

on intègre une deuxième fois avec 0 comme position initiale :  $x(t) = -g \sin(\alpha) \frac{t^2}{2} + v_0 t$

10. Montrer que la distance  $d$  parcourue par le palet avant de s'arrêter est donnée par la relation :

$$d = \frac{v_0^2}{2g \sin \alpha}$$

où  $v_0$  est la vitesse initiale selon l'axe Ox au début de la deuxième phase.

Le palet s'arrête quand  $\dot{x}(t_0) = 0$  donc pour  $t_0 = \frac{v_0}{g \sin \alpha}$

donc  $d = -g \sin(\alpha) \times \frac{1}{2} \left( \frac{v_0}{g \sin \alpha} \right)^2 + v_0 \left( \frac{v_0}{g \sin \alpha} \right)$

d'où  $d = \frac{v_0^2}{2g \sin \alpha}$

On cherche à établir la distance qui a été nécessaire pour que le palet s'arrête lors de l'établissement du record du monde sur une patinoire de surface horizontale. Il faut tenir compte des frottements.

11. Les forces de frottements sont-elles conservatives ?

Les forces de frottements ne sont pas conservatives. Elles sont dissipatives, soit la puissance des forces des frottements sur un système constitué des deux solides en contact est toujours négative que le mouvement soit parcouru dans un sens ou l'autre.

12. Calculer le travail de la composante tangentielle  $\vec{R}_T$  de l'action de la glace sur le palet lors du déplacement du palet.

Cette fois-ci la patinoire est horizontale donc  $\alpha = 0$

Donc on projette le PFD selon l'axe Oy  $0 = -mg + R_N$  donc  $R_N = mg$ .

La loi de Coulomb donne  $R_T = f_D R_N = f_D mg$ .

On calcule le travail  $W(\vec{R}_T) = \int_0^t \vec{R}_T \cdot \vec{v}(t') dt'$

Or  $\vec{R}_T$  et  $\vec{v}(t')$  sont colinéaire mais de sens opposé, donc  $W(\vec{R}_T) = - \int_0^t R_T v(t') dt' = -f_D mg \int_0^t v(t') dt' = -f_D mg x(t)$

13. On considère que la composante  $\vec{R}_T$  est un vecteur constant. Quelle distance faut-il au palet pour s'arrêter ?

On écrit le théorème de l'énergie mécanique  $\Delta E_m = W(\vec{R}_T)$

On l'applique entre l'instant initial et final du parcours du palet :

$$0 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -f_D mg d$$

$$\text{donc } d = \frac{v_0^2}{2 f_D g} = 2,5 \text{ km !}$$

## Formation d'une couche de glace à la surface d'une patinoire naturelle

Dans certains pays, des patinoires naturelles se forment en hiver à la surface des lacs gelés et sont alors utilisées pour des matchs de hockey amateurs.

L'épaisseur de la glace doit être de 15 cm pour la marche ou le patinage individuels, 20 cm pour le patinage en groupe ou les jeux et 25 cm pour les motoneiges.

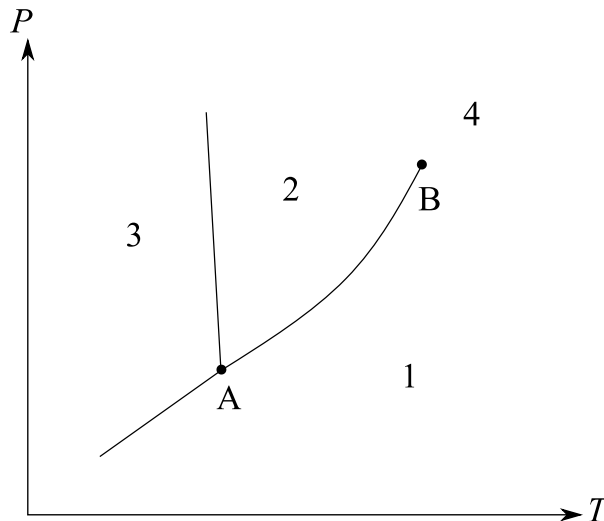
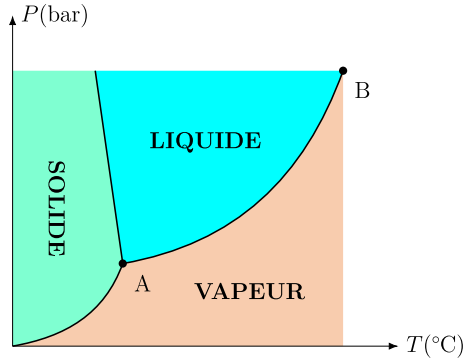


Figure - Diagramme de phases (P,T) de l'eau

14. Le diagramme de phases de l'eau est présenté sur la figure ci-dessus. Recopier ce diagramme et identifier les domaines d'existence des différentes phases. Préciser le nom des points caractéristiques A et B.

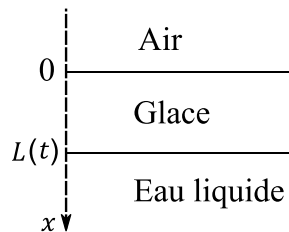


A : Point triple (coexistence des 3 phases). B : Point critique (Au delà de ce point, on ne peut pas distinguer entre phase liquide et phase vapeur)

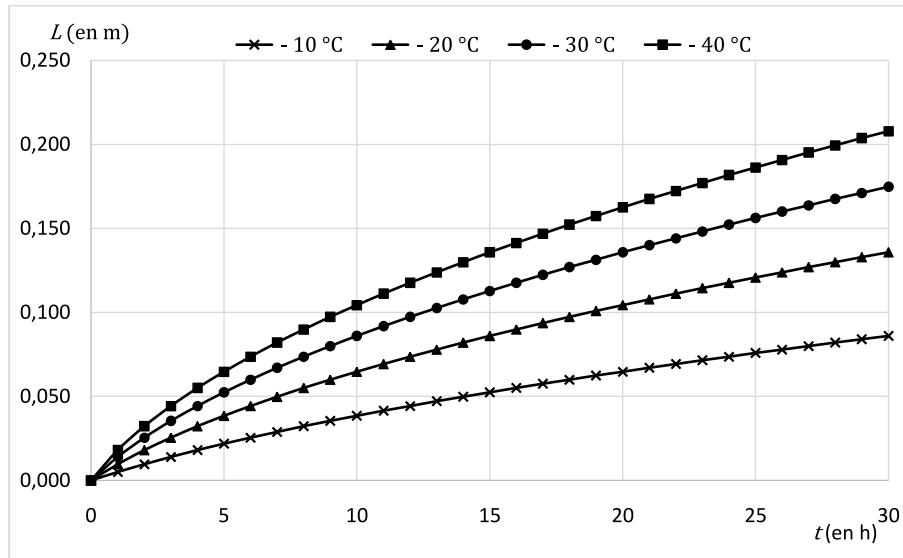
15. Lors du déplacement des joueurs de hockey sur la glace, la lame du patin crée une fine couche d'eau liquide à la surface de la glace. Donner une cause physique à sa création.

Lors du déplacement des joueurs sur la glace, il y a une augmentation de pression avec une légère augmentation de la température (frottements mécaniques), chose qui explique la création d'une fine couche d'eau liquide à la surface de la glace.

L'eau liquide d'un grand lac est à la température de congélation  $T_E = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . L'air au-dessus du lac est à la température  $T_A = -10\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Ces deux températures sont supposées constantes. À l'instant initial, l'eau est liquide puis le lac se couvre progressivement d'une couche de glace (figure ci-dessous).



**Figure** - Formation d'une couche de glace à la surface d'un lac



**Figure** - Simulation graphique représentant l'épaisseur de la couche de glace  $L$  en fonction du temps  $t$  pour différentes températures  $T_A$  de l'air

On suppose que la température  $T(x, t)$  ne dépend que du temps et d'une seule coordonnée d'espace, que la glace est un milieu isotrope et que la pression est constante.

L'épaisseur de la couche de glace à l'instant  $t$  est notée  $L(t)$ . À l'instant  $t=0$ ,  $L=0$ .

Le transfert thermique de la glace vers l'air est modélisé par la loi de Newton :  $\phi = h(T_0(t) - T_A)$  avec  $\phi$  le flux thermique surfacique,  $T_0(t) = T(0, t)$  la température de la glace en  $x=0$  et  $h$  le coefficient de transfert en  $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$ . Le référentiel choisi est associé à l'interface entre l'air et la glace.

La masse volumique de la glace, supposée incompressible et indilatable, est notée  $\rho$  ; la conductivité thermique de la glace est notée  $\lambda$  et la capacité calorifique massique de la glace est notée  $c$ . Ces grandeurs associées à la glace sont supposées indépendantes de la température et de la pression.

16. Citer trois modes de transfert thermique.

Transfert thermique par conduction : c'est le mode de transfert thermique entre 2 systèmes séparés par un milieu matériel immobile comme un solide.

Transfert thermique par convection : c'est lorsqu'il y a un déplacement global de la matière, a lieu dans un fluide.

Transfert thermique par rayonnement : à lieu entre 2 systèmes de températures différentes par un rayonnement électromagnétique.

17. En utilisant la loi de Fourier, donner l'expression du vecteur densité de flux thermique (ou flux surfacique) noté  $\vec{j}_{th}$  à l'intérieur de la glace.

Loi de Fourier :  $\vec{j}_{th} = -\lambda \vec{\text{grad}} T$ .

Ici  $T$  ne dépende que de la coordonnée cartésienne  $x$  donc :

$$\vec{j}_{th} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \vec{e}_x$$

18. À l'aide d'un bilan thermique local à une dimension sur un parallélépipède de surface  $S$  et d'épaisseur  $dx$ , établir une relation différentielle entre la température et la norme du vecteur densité de flux thermique au sein de la glace.



On applique le premier principe de la thermodynamique au système de volume élémentaire  $dV = Sdx$ , entre deux instants très proches  $t$  et  $t + dt$ .

$$dH = \rho S dx (h(x, t + dt) - h(x, t)) = \rho S dx dt \frac{\partial h}{\partial t} = \rho S dx dt c \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\text{Et } dH = \delta Q = \Phi(x, t)dt - \Phi(x + dx, t)dt = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} dx dt$$

$$\text{donc } \rho S c \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

$$\text{or } \Phi(x, t) = \iint_S \vec{j}_{th} \cdot d\vec{S} = j_{th} S \text{ dans le cas 1D cartésien}$$

$$\text{donc } \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial j_{th}}{\partial x}$$

19. En déduire l'équation de la diffusion thermique :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial j_{th}}{\partial x}$$

et

$$j_{th} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\text{donc } \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

20. En se plaçant dans le cadre de l'approximation quasi stationnaire, montrer que pour  $0 \leq x \leq L(t)$  :

$$T(x, t) = T_0(t) + (T_E - T_0(t)) \frac{x}{L(t)}$$

Dans le cadre de l'approximation quasi stationnaire  $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$

$$\text{donc } \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

$$\text{donc } T(x, t) = a(t)x + b(t)$$

$$\text{or } T(0, t) = b(t) \text{ et } T(0, t) = T_0(t) \text{ donc } T(x, t) = a(t)x + T_0(t)$$

$$\text{et } T(L(t), t) = a(t)L(t) + T_0(t) = T_E \text{ donc } a(t) = \frac{T_E - T_0(t)}{L(t)}$$

$$\text{donc } T(x, t) = \frac{T_E - T_0(t)}{L(t)} x + T_0(t)$$

21. Déduire de la continuité du flux thermique en  $x=0$  l'expression de  $L(t)$  en fonction de  $T_0(t)$  :

$$L(t) = \frac{\lambda(T_E - T_0(t))}{h(T_0(t) - T_A)}$$

On écrit la loi de Newton :  $\Phi(0, t) = -\phi S = -hS(T_0(t) - T_A)$

$$\text{et } \Phi(0, t) = j_{th} S = -S\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = -S\lambda \frac{T_E - T_0(t)}{L(t)}$$

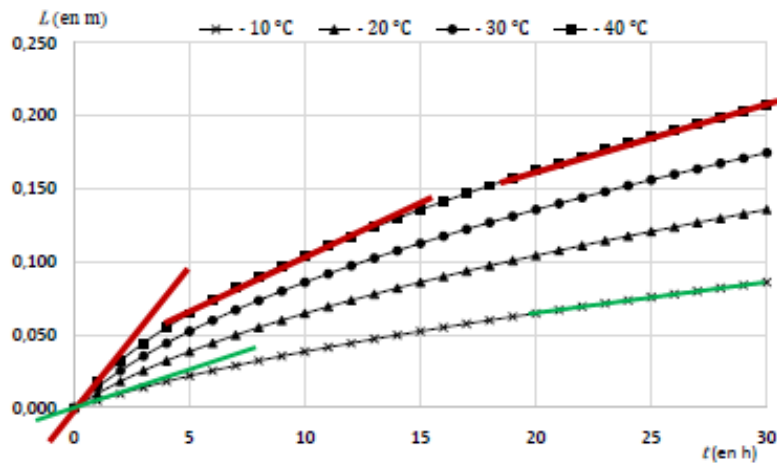
$$\text{donc } -hS(T_0(t) - T_A) = -S\lambda \frac{T_E - T_0(t)}{L(t)} \text{ d'où } L(t) = \frac{\lambda(T_E - T_0(t))}{h(T_0(t) - T_A)}$$

22. On admet que l'épaisseur de la couche de glace en fonction du temps est représentée par la simulation graphique de la figure précédente. Au bout de 20 heures, les joueurs de hockey peuvent-ils considérer que la glace est suffisamment solide pour pouvoir jouer dessus ?

Pour jouer de hockey en sécurité, il faut que l'épaisseur  $L(t)$  soit supérieure à 20 cm, quel que soit la température de l'air  $T_A$ . À  $t = 20$  h :  $L(t) < 20$  cm. Les joueurs ne peuvent pas considérer que la glace est suffisamment solide pour pouvoir jouer le patinage en groupe.

Pour  $T_A = -40$  °C,  $15 \text{ cm} < L < 20$  cm à  $t = 20$  h. Le patinage individuel est possible.

23. En utilisant la simulation graphique, commenter puis expliquer l'évolution de la vitesse de formation de la glace pour une même température de l'air  $T_A$ , puis pour différentes températures de l'air  $T_A$ .



Pour une température  $T_A$  donnée, la courbe  $L(t)$  augmente avec le temps on a bien formation de glace, mais sa pente diminue avec le temps.

Au début, la chaleur latente de solidification est rapidement évacuée par convection. Au fur et à mesure que la couche de glace se forme, l'évacuation par conduction à travers la couche de glace devient de plus en plus lente (car la résistance thermique augmente), d'où la diminution de la vitesse  $\frac{dL}{dt}$  avec le temps.

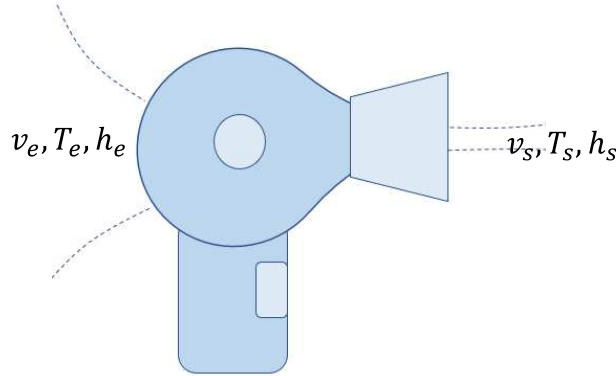
Pour des températures  $T_A$  différentes, l'épaisseur de la couche de neige, à un instant donné augmente avec l'écart  $T_E - T_A$  car le flux thermique, d'après la loi de Fourier, augmente également avec le gradient de température.

24. De quelle autre grandeur, encore non citée jusqu'à présent, a-t-on eu besoin pour résoudre numériquement le problème et proposer la simulation graphique ? Donner sa définition et préciser l'unité.

A l'interface glace/eau, il faut tenir compte du transfert thermique, dégagée lors de la formation de l'épaisseur  $dL(t)$  de glace ; avec  $\Phi(L(t), t)dt = SdL(t)\rho l_f$  et  $l_f$  la chaleur latente massique de fusion de la glace.  $l_f$  s'exprime en J/kg.  $l_f$  est l'enthalpie nécessaire pour fondre 1kg de glace de manière réversible à température et pression constante.



## Détermination du rendement d'un sèche-cheveux



On considère l'écoulement de l'air à travers un sèche cheveux. L'écoulement est supposé stationnaire, parfait et on va négliger les fluctuations de la masse volumique  $\rho$  de l'air qui sera alors considérée comme uniforme  $\rho = 1 \text{ kg.m}^{-3}$ . On note  $D_m$  le débit massique de l'air circulant à travers le sèche-cheveux. Au cours de cet écoulement, l'air reçoit une puissance thermique  $P_{th}$  (par l'intermédiaire d'une résistance chauffante intégrée au sèche-cheveux) et une puissance indiquée  $P_i$  (par l'intermédiaire d'une hélice intégrée dans le sèche-cheveux). On note

- $v_e$  la vitesse de l'air entrant et  $v_s$  la vitesse de l'air sortant du sèche-cheveux (ces vitesses étant mesurées par rapport au sèche-cheveux immobile dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen).
- $T_e$  la température de l'air entrant et  $T_s$  la température de l'air sortant du sèche-cheveux.
- $h_e$  l'enthalpie massique de l'air entrant et  $h_s$  l'enthalpie massique de l'air sortant du sèche-cheveux.

Dans toute la suite, on négligera les variations d'énergie potentielle de pesanteur et on admettra que  $v_e \ll v_s$ . L'air sera également assimilé à un gaz parfait dont la capacité thermique massique à pression constante  $c_p$  vaut  $c_p = 1000 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ .

25. Exprimer la différence  $h_s - h_e$  en fonction de  $c_p$ ,  $T_s$  et  $T_e$ .

Il s'agit d'un gaz parfait, donc son enthalpie massique ne dépend que de sa température. De plus c'est une fonction d'état donc on peut imaginer la transformation qui nous arrange.

Ici on considère une transformation isobare allant de l'état  $(T_e, h_e)$  à l'état  $(T_s, h_s)$  et l'on aurait  $h_s - h_e = c_p(T_s - T_e)$ .

26. Énoncer le 1er principe en système ouvert puis, à l'aide des hypothèses, démontrer que :

$$D_m \left( c_p(T_s - T_e) + \frac{v_s^2}{2} \right) = P_{th} + P_i$$

Le premier principe en système ouvert s'écrit  $\Delta h + \Delta e_m = w_u + q$

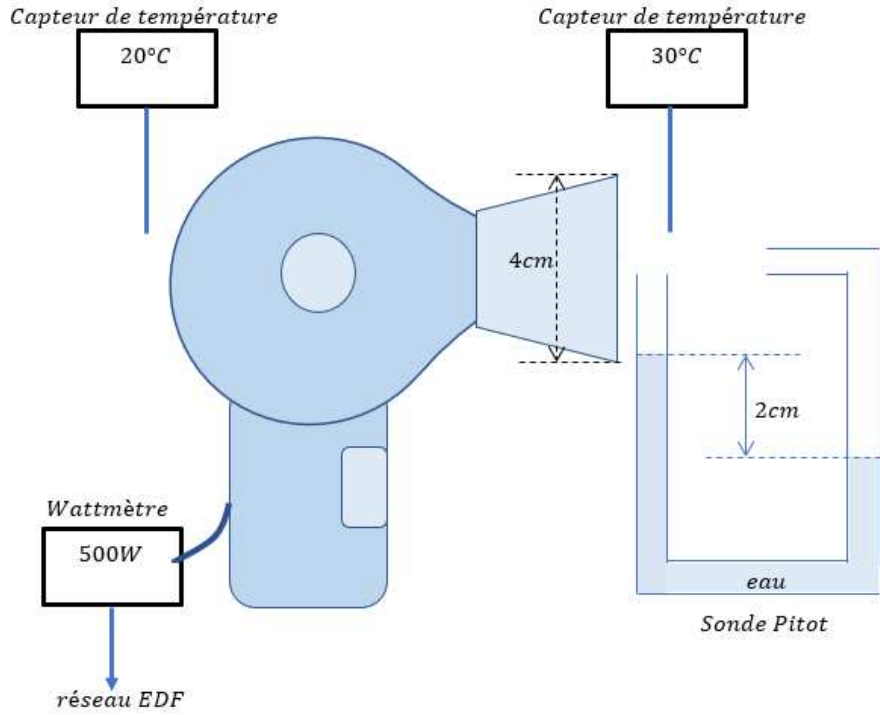
Ici  $w_u = \frac{P_i}{D_m}$ ,  $q = \frac{P_{th}}{D_m}$ ,

la variation d'énergie potentielle de pesanteur est négligeable donc  $\Delta e_p = 0$  donc  $\Delta e_m =$

$$\Delta e_c = \frac{1}{2}v_s^2 - \frac{1}{2}v_e^2, \text{ or } v_e \ll v_s \text{ donc } \Delta e_m = \frac{1}{2}v_s^2$$

et enfin  $\Delta h = c_p(T_s - T_e)$

$$\text{donc } \frac{1}{2}v_s^2 + c_p(T_s - T_e) = \frac{P_i}{D_m} + \frac{P_{th}}{D_m}$$



L'objectif est d'utiliser les relevés des différents appareils de mesure utilisés pour cette expérience afin de déterminer le rendement  $\eta$  de ce sèche-cheveux.

27. Exprimer  $\eta$  en fonction de la puissance électrique  $P_{elec}$  mesurée au Wattmètre et des puissances  $P_{th}$  et  $P_i$ .

$$\text{Le rendement } \eta = \frac{\text{utile}}{\text{cout}} = \frac{P_i + P_{th}}{P_{elec}}$$

28. Exprimer le débit massique  $D_m$  en sortie du sèche-cheveux en fonction de la vitesse de l'air sortant du sèche cheveux  $v_s$ .

On est en écoulement stationnaire donc  $D_m = \rho_{air} v_s S$  avec  $S = \pi \frac{d^2}{4}$  avec  $d = 4$  cm.

$$\text{Donc } D_m = \frac{\pi}{4} \rho_{air} d^2 v_s.$$

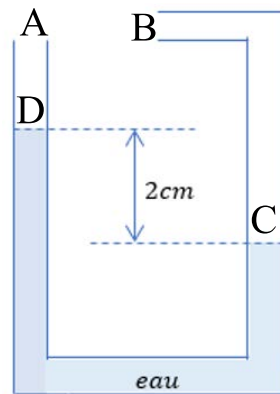
29. Exprimer le rendement  $\eta$  en fonction de  $T_e$ ,  $T_s$ ,  $v_s$  et d'autres grandeurs connues.

On a établi précédemment que  $D_m = \frac{\pi}{4} \rho_{air} d^2 v_s$ ,  $\eta = \frac{P_i + P_{th}}{P_{elec}}$ , et  $D_m \left( c_p (T_s - T_e) + \frac{v_s^2}{2} \right) = P_{th} + P_i$

$$\text{donc } \eta = \frac{\pi \rho_{air} d^2 v_s (c_p (T_s - T_e) + \frac{v_s^2}{2})}{4 P_{elec}}$$

$T_e$  et  $T_s$  sont directement données par les capteurs de températures, la vitesse  $v_s$  est mesurée via une sonde Pitot.

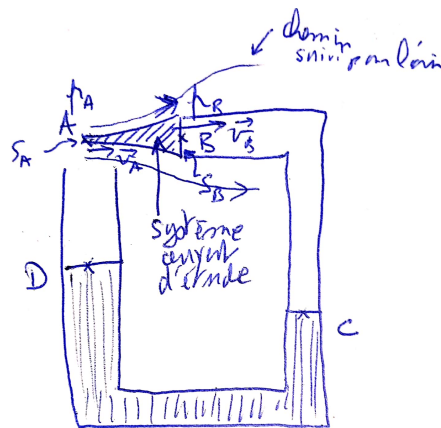
Le fonctionnement de base d'une sonde Pitot est un tube rempli d'eau dont la différence de niveau entre les deux entrées est reliée à leur différence de pression qui indique la vitesse du fluide.



Sonde Pitot

30. Au point d'entrée A de la sonde l'air sortant du sèche cheveux s'écoule perpendiculairement au tube de Pitot à la vitesse  $v_s$ . Au point d'entrée B, le tube s'oppose au mouvement de l'air qui s'arrête. En appliquant le premier principe industriel à un système que l'on précisera justifier que :

$$\Delta_{B-A}(u) + \frac{p_B - p_A}{\rho_{air}} - \frac{v_s^2}{2} = 0$$



$$v_B \ll v_A \Rightarrow S_A \ll S_B$$

Le premier principe donne  $\Delta h + \Delta e_m = w_u + q$

Ici il n'y a pas de travail utile ni de transfert thermique donc  $w_u = q = 0$

soit  $\Delta h + \Delta e_m = 0$

Il n'y a pas de variation d'énergie potentielle de pesanteur donc  $\Delta e_p = 0$  donc  $\Delta e_m = \Delta e_c = \frac{1}{2}v_B^2 - \frac{1}{2}v_A^2$  or  $v_B \ll v_A = v_s$  donc  $\Delta e_m = -\frac{1}{2}v_s^2$ .

D'autre part  $\Delta h = h_B - h_A = \frac{\delta H_B - \delta H_A}{\delta m} = \frac{\delta U_B + p_B \delta V_B - \delta U_A - p_A \delta V_A}{\delta m} = u_B - u_A + \frac{p_B}{\rho_B} - \frac{p_A}{\rho_A} = \Delta_{B-A}(u) + \frac{p_B - p_A}{\rho_{air}}$   
donc  $\Delta_{B-A}(u) + \frac{p_B - p_A}{\rho_{air}} - \frac{1}{2}v_s^2 = 0$

31. L'air ne se comprime pas ici ( $\rho_{air}$  est identique en A et B), justifier alors avec une autre hypothèse que  $\Delta_{B-A}(u) = 0$ .

On en déduit une relation entre  $v_s$  et  $p_B - p_A$ .

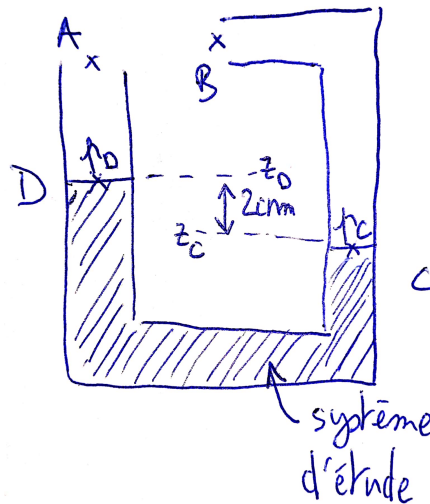
Si l'air ne se comprime pas, on considère une transformation isochore d'un gaz parfait donc  $\Delta_{B-A}(u) = c_V(T_B - T_A)$ . Si la température de l'air ne varie pas non plus  $T_B = T_A$  alors  $\Delta_{B-A}(u) = 0$

donc  $v_s = \sqrt{\frac{2(p_B - p_A)}{\rho_{air}}}$

32. On suppose que les pressions de l'air sont uniformes dans la sonde donc  $p_B - p_A = p_C - p_D$ .  
On suppose aussi que le premier principe industriel s'applique même lorsque le débit du fluide en écoulement tend vers 0.

En appliquant le premier principe industriel à un système que l'on précisera justifier que :

$$\Delta_{C-D}(u) + \frac{p_C - p_D}{\rho} - g(z_C - z_D) = 0$$



Le premier principe donne  $\Delta h + \Delta e_m = w_u + q$

Ici il n'y a pas de travail utile ni de transfert thermique donc  $w_u = q = 0$

soit  $\Delta h + \Delta e_m = 0$

Il n'y a pas de variation d'énergie cinétique donc  $\Delta e_c = 0$  donc  $\Delta e_m = \Delta e_p = g(z_C - z_D)$ .

D'autre part on a aussi  $\Delta h = h_C - h_D = \Delta_{C-D}(u) + \frac{p_C - p_D}{\rho_{eau}}$

$$\text{donc } \Delta_{C-D}(u) + \frac{p_C - p_D}{\rho_{eau}} + g(z_C - z_D) = 0$$

33. Comme précédemment justifier que  $\Delta_{C-D}(u) = 0$ . Et en déduire une relation entre  $v_s$  et  $z_C - z_D$ .

L'eau liquide est incompressible, donc  $\Delta_{C-D}(u) = c(T_C - T_D)$ . Si la température de l'eau ne varie pas non plus  $T_C = T_D$  alors  $\Delta_{C-D}(u) = 0$

$$\text{donc } p_C - p_D = \rho_{eau}g(z_D - z_C)$$

$$\text{donc } v_s = \sqrt{\frac{2(p_B - p_A)}{\rho_{air}}} = \sqrt{\frac{2(p_C - p_D)}{\rho_{air}}} = \sqrt{2\frac{\rho_{eau}}{\rho_{air}}g(z_D - z_C)}$$

34. Faire l'application numérique donnant la valeur du rendement  $\eta$  du sèche cheveux.

On calcule  $v_s = 20$  m/s

Puis  $\eta = 0,5$