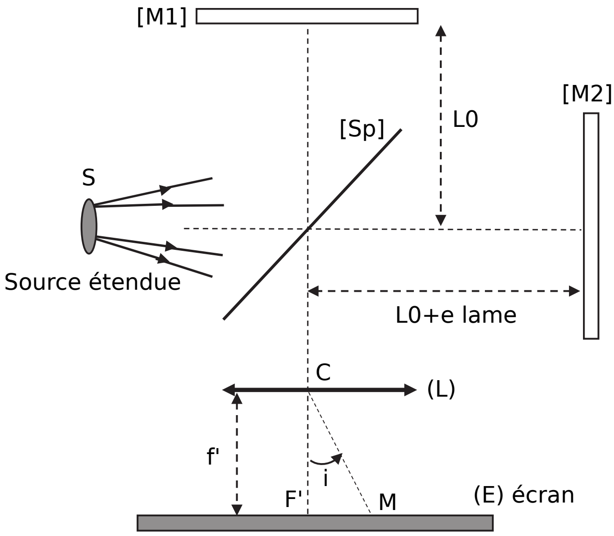
# Mesure interférométrique de la durée d'un train d'onde

On cherche dans cette partie à faire une mesure de la largeur spectrale (donc de la durée moyenne du train d'onde $\tau_0$) de la raie $\lambda = 500$ nm du mercure (Hg). Pour cela on utilise un interféromètre de Michelson et ce afin de réaliser une mesure interférométrique par division d'amplitude.

On considère l'interféromètre de Michelson dans sa représentation «idéale», constitué par une lame semi-réfléchissante infiniment fine séparatrice [Sp], dont les facteurs de transmission et de réflexion valent 0,5 et par deux miroirs plans [M1] et [M2]. Les miroirs [M1] et [M2] sont réglés orthogonalement l'un à l'autre, de façon à observer des franges d'égale inclinaison.




Le miroir [M1] est situé à une distance $L_0$ de la séparatrice. Le miroir [M2] est situé à une distance $L_0 + e_{lame}$ de la séparatrice. L'écran est placé dans le plan focal image d'une lentille mince convergente (L) de distance focale $f' = 1$ m, de centre C, utilisée dans les conditions de Gauss. Le tout est plongé dans l'air d'indice assimilé à l'indice du vide $n_{air} = n_{vide} = 1$. On éclaire l'interféromètre avec une source spatialement étendue, considérée ici monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 500$ nm.

— Par un schéma équivalent du montage interférentiel, expliquer pourquoi on appelle cette configuration le montage en «lame d'air». Représenter sur votre schéma deux rayons qui interfèrent en un point M de l'écran, caractérisé par l'inclinaison angulaire $i_{(M)} = (\vec{CF'}, \vec{CM})$,

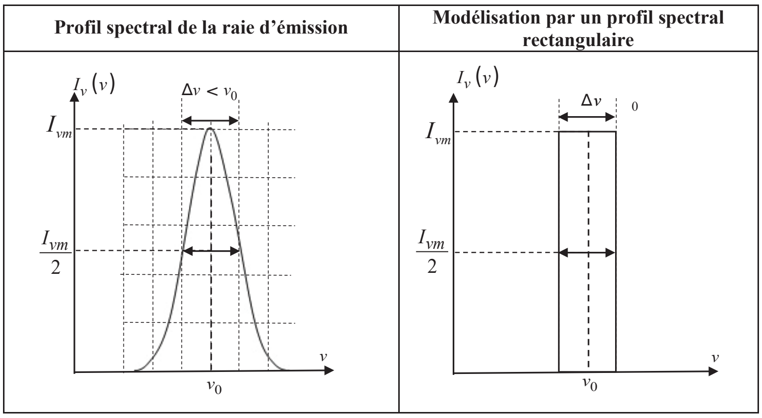
— Montrer que la différence de marche $\delta$ entre les deux ondes qui interfèrent en M (par division d'amplitude) est donnée par $\delta = 2e_{lame}\cos(i)$. Donner l'expression de l'intensité lumineuse au point M. Quel est l'aspect de la figure d'interférence observée sur l'écran ?

La transition radiative d'un atome conduit à l'émission d'un train d'onde de durée finie $\tau_0$. La raie spectrale correspondante n'est donc pas strictement monochromatique. On a alors une raie spectrale centrée sur $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$, de largeur caractéristique à mi-hauteur $\Delta\nu = \frac{1}{\tau_0} \ll \nu_0$. L'intensité émise au niveau de la source appartenant au domaine spectral $[\nu; \nu + d\nu]$ s'écrit alors $dI_0 = I_\nu(\nu)d\nu$ où $I_\nu(\nu)$ est l'intensité spectrale, fonction qui caractérise le spectre fréquentiel d'émission. On modélise l'intensité spectrale $I_\nu(\nu)$ de la raie verte du mercure par un profil rectangulaire.

Dans notre modèle de raie rectangulaire, l'intensité totale de la source est donc donnée par :

$$I_0 = \int_{\nu_0+\Delta\nu}^{\nu_0+\Delta\nu} I_\nu(\nu)d\nu = I_{\nu m}\Delta\nu$$

On éclaire l'interféromètre de Michelson avec une lampe à vapeur de mercure dont on a isolé la raie verte de fréquence centrale $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$ avec $\lambda_0 = 500$ nm. On observe les interférences à la fois sur l'écran et au moyen d'un détecteur ponctuel supplémentaire que l'on place au foyer image F' de la lentille de projection (L).




— Expliquer pourquoi on pourrait observer des brouillages. Exprimer la différence $\Delta p$ d'ordre d'interférence en M entre une radiation de fréquence $\nu_0$ et une autre de fréquence $\nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2}$. On suppose qu'on a réglé l'interféromètre au contact optique et qu'on «charriote» (déplace en translation) le miroir [M2]

— Par un raisonnement semi-quantitatif, exprimer la valeur $e_{lim}$ de la distance $e_{lame}$ correspondant à la frontière entre une vision en F' d'anneaux bien contrastés et une perte de contraste au centre de ceux-ci.

— Déterminer l'intensité $dI(F')$ donnée sur l'écran par une petite bande du spectre de largeur spectrale $d\nu$ en fonction, entre autre, de $\tau(F') = \frac{\delta(F')}{c}$. À quoi correspond physiquement $\tau(F')$ ? Exprimer $p(F', \nu)$, l'ordre d'interférence en F' pour une radiation de fréquence $\nu$ en fonction de $\tau(F')$.

— Calculer alors l'intensité totale $I = I(F')$ donnée sur l'écran par la totalité du spectre de la source de lumière (en fonction de $\tau(F')$) ; mettre le résultat sous la forme :

$$I = I(F') \propto 1 + \Gamma\left(\tau\left(F'\right)\right)\cos\left(2\pi\nu_0\tau\left(F'\right)\right)$$

où $\Gamma\left(\tau\left(F'\right)\right)$ est une fonction de $\tau(F')$ à «variation lente» appelée «facteur de visibilité»

— Tracer le graphe de l'intensité $I(\tau(F'))$ en fonction de $\tau(F')$. Quelle est la valeur de $\tau(F')$ correspondant à la première annulation de contraste ? Comparer avec la durée du train d'onde et commenter.

Un moteur permet de translater le miroir mobile [M2] à la vitesse constante $V_0$ à partir de la position du contact optique.

— On arrête la translation de [M2] à la valeur de 15,00 mm (à partir du contact optique) lorsque la première annulation de contraste est observée à l'écran. Déterminer la valeur expérimentale $\Delta\nu_{exp}$ de $\Delta\nu$. Conclure sur la durée du train d'onde.