

Devoir Maison 6 : Lois du frottement solide

Pour Jeudi 7 octobre 2021

Un traîneau sur la glace

Un traîneau à chiens est un dispositif de masse totale M (le pilote, ou musher, est compris dans cette masse) qui peut glisser sur la surface de la glace avec des coefficients de glissement statique (avant le démarrage) μ_s et dynamique (en mouvement) μ_d .

1. Les chiens sont reliés au traîneau par des éléments de corde tendus, de masse négligeable et inextensibles. Appliquer le PFD à un élément de corde entre x et $x + dx$ avec \vec{e}_x l'axe de la corde et montrer que la tension de la corde est constante le long de celle-ci.
2. De même appliquer le théorème du moment cinétique sur ce même élément de corde et montrer que la tension est colinéaire à la corde.
3. Le trajet se fait soit à l'horizontale, soit sur une faible pente ascendante caractérisée par l'angle α avec l'horizontale.

Appliquer le PFD au traîneau à l'horizontale et projeter selon les direction de \vec{T} et de \vec{N} . En déduire une relation liant a , F , μ_d .

De même pour une faible pente d'angle α établir la même équation et montrer que tout se passe comme dans un mouvement horizontal sous réserve de remplacer μ_d par $\mu'_d = \mu_d + \alpha$.

L'intensité de la force de traction totale F exercée par l'ensemble des chiens dépend de leur vitesse v et on adoptera le modèle $F = F_0 - \beta v$ où F_0 et β sont des constantes positives. On prendra les valeurs $M = 5,0 \times 10^2$ kg, $\alpha = 0$, $\mu_d = 5,0 \times 10^{-2}$ et $\mu_s = 8,0 \times 10^{-2}$.

4. Déterminer la valeur minimale de F_0 permettant le démarrage du traîneau.
5. La vitesse du traîneau en régime stationnaire est $v_0 = 3 \text{ m.s}^{-1}$, atteinte à 5% près au bout d'un temps $t_1 = 5$ s.
Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse du traîneau, faire apparaître une constante de temps, en déduire une expression de β en fonction de M et t_1 et faire l'application numérique.
6. En utilisant le régime stationnaire, exprimer F_0 en fonction de β , v_0 , μ_d , M et g et calculer sa valeur numérique.

Toujours à vitesse constante v_0 , le traîneau aborde une courbe à plat qu'on assimilera à un cercle de centre O et de rayon R (cf. figure). Les chiens (modélisés ici en un seul point C) doivent donc tirer vers l'intérieur du cercle.

7. Déterminer en fonction des données la tension \vec{T} de la corde et l'angle θ entre la force de traction et la trajectoire.

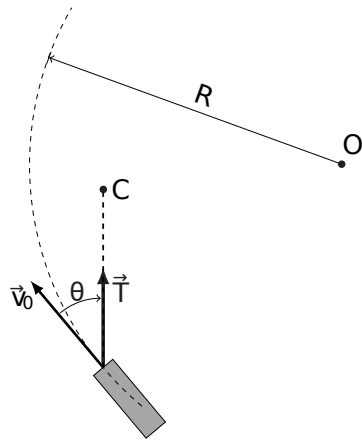


Figure e - Trajectoire circulaire du traîneau