

DM6 : Transferts thermiques

Éléments de correction

N°	Elts de rép.	Pts	Note
1	recherches de tous les exercices	1	
2.	propreté de la copie	0.5	
3.	rendu pour le jour demandé	0.5	

01-08	Récupération d'énergie thermique dans la chaussée		
01-08	Dimensionnement des aquifères		
1	$\vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T), \vec{j}_Q = j_Q(r)\vec{e}_r = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \vec{e}_r$		
2	$\Phi(r) = \iint \vec{j}_Q \cdot \vec{e}_r dS = -\lambda \frac{dT}{dr} 4\pi r^2$		
3	On applique le 1er principe à la coquille sphérique pendant dt : $CdT = [\Phi(r) - \Phi(r + dr)]dt$ en régime permanent $\frac{dT}{dt} = 0$ donc $\Phi(r) = \Phi(r + dr) = \Phi$		
4	On a donc $dT = -\frac{\Phi}{4\pi\lambda_{\text{terre}} r^2} dr$ donc $\int_{T_E}^{T_S} dT = -\frac{\Phi}{4\pi\lambda_{\text{terre}}} \int_{R_a}^{+\infty} \frac{dr}{r^2}$ donc $T_S - T_E = \frac{\Phi}{4\pi\lambda_{\text{terre}}} \left(-\frac{1}{R_a}\right)$ soit $\Phi = 4\pi\lambda_{\text{terre}} R_a (T_E - T_S)$		
5	On applique maintenant le 1er principe à l'aquifère pendant un temps dt : $\rho_{\text{eau}} \frac{4}{3}\pi R_a^3 c_{\text{eau}} dT_E = -\Phi dt = -4\pi\lambda_{\text{terre}} R_a (T_E - T_S) dt$ soit $\frac{dT_E}{dt} + \frac{T_E}{\tau} = \frac{T_S}{\tau}$ avec $\tau = \frac{\rho_{\text{eau}} c_{\text{eau}} R_a^2}{3\lambda_{\text{terre}}}$		
6	$T_E = T_S + \alpha e^{-\frac{t}{\tau}}$ or $T_E(0) = T_S + \alpha = T_{E0}$ donc $T_E(t) = T_S + (T_{E0} - T_S)e^{-\frac{t}{\tau}}$		
7	$T_{E0} - T_E(t) < \Delta T$ si $T_{E0} - T_S - (T_{E0} - T_S)e^{-\frac{t_H}{\tau}} < \Delta T$ soit $\tau > -\frac{t_H}{\ln\left(1 - \frac{\Delta T}{T_{E0} - T_S}\right)}$		
8	$\tau \geq 11,8.10^7$ s, donc $R_{a,\text{limite}} = \sqrt{\frac{3\lambda_{\text{terre}}\tau}{\rho_{\text{eau}} c_{\text{eau}}}} = 9,2$ m		