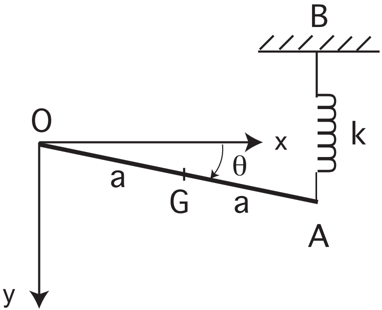
Mécanique

exercices - CCINP

Une tige homogène de centre de masse G, de masse m, de longueur 2a est fixée en O à une de ses extrémités, l'autre étant fixée à un ressort de longueur à vide l_0, de constante de raideur k. La tige a un moment d'inertie en G égal à J= $\frac{1}{3}ma^2$. On note $\vec{g}$ le champ de pesanteur. Il n'y a aucun frottement. A l'équilibre, la tige est horizontale et on considère le ressort constamment parallèle à l'axe vertical Oy.

1. Trouver la relation entre la longueur l_e du ressort à l'équilibre et l_0.
2. Exprimer le moment cinétique de la tige en O.
3. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par θ.
4. Exprimer T_0, période des petites oscillations.

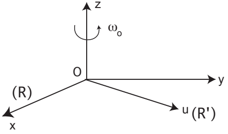

B
O
x
k
θ
a
G
a
A
y

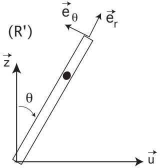
La Terre (masse M) tourne autour d'elle-même avec une vitesse angulaire Ω. Un satellite tourne autour de la Terre.

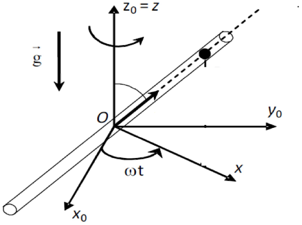
1. Montrer que le mouvement est plan
2. La trajectoire est géostationnaire de rayon R. Exprimer R en fonction de G,M et Ω.
3. Ordre de grandeur de R ?
4. Energie potentielle d'un point de masse m à distance r de T. Energie cinétique d'un satellite géostationnaire.
5. O représente un point à la surface de la terre (rayon R_T) à la latitude λ. T est le centre de la terre. Au début, le satellite est en O, quelle est son énergie ?
6. Quelle est l'énergie minimale à fournir au satellite pour qu'il aille sur l'orbite géostationnaire ? Conclure.

On considère le système ci-dessous :
Une bille coulisse sans frottement dans une tige inclinée d'un angle θ fixe sur $\vec{z}$. (R) est en rotation avec ω_0 constante autour de l'axe Oz de (R). On note la position de la bille dans la tige r(t)$\vec{e_r}$.

1. Bilan des forces sur la bille dans le référentiel (R).
2. Équation différentielle vérifiée par r(t)
3. A.N. m $=$ 10 g, $\omega_0 = 10$ rad.s^{-1}, $\theta = 20°$, L $=$ 20 cm, g $=$ 9,8 m.s^{-2}, v$_0 = 0$ m.s^{-1}. Calculer le temps t_1 où la bille sort de la tige.

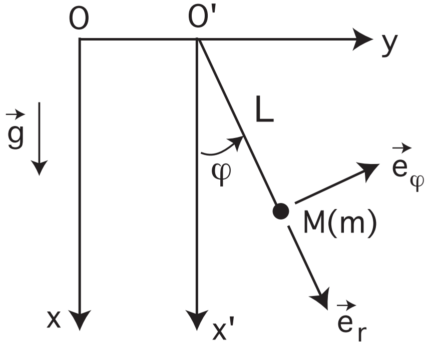

z
ω_o
O
y
(R)
x
u (R')


(R')
e_θ
e_r
z
θ
u


z₀ = z
g
O
y₀
ωt
x
x₀

On considère le pendule simple ci-dessous, de masse m et de longueur L. O' est mobile : $\overrightarrow{OO'} = a\sin(\omega t)\vec{e_y}$. On note $\vec{T} = T\vec{e_r}$ la tension du fil.

1. A partir du principe fondamental de la dynamique, déterminer:
   1.1 l'équation du mouvement
   1.2 l'expression de T.
2. Équation pour de petites oscillations ?
3. A partir du théorème de la puissance cinétique :
   3.1 Expression de Ec ?
   3.2 Puissance des forces non conservatives ?
   3.3 Conclure.

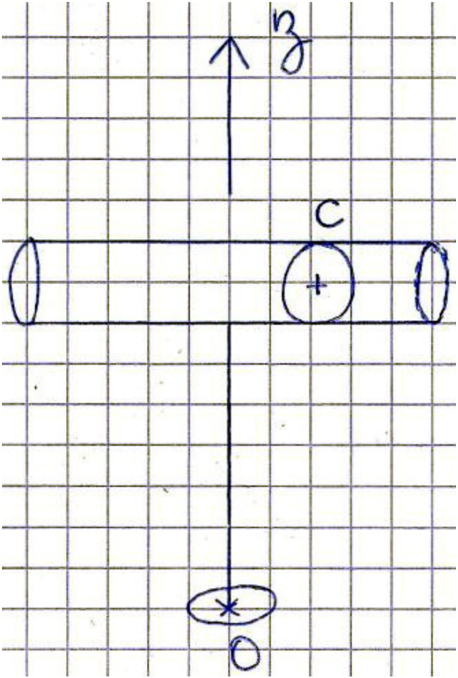

O
O'
y
L
$\vec{g}$
φ
$\vec{e}_\varphi$
M(m)
x
x'
$\vec{e}_r$

On considère un système composé d'une ressort de longueur à vide l_0 et de constante de raideur k sous lequel est accroché un plateau de masse négligeable. On pose sur ce plateau une masse m et on tire le plateau vers le bas d'une longueur a.

1. Déterminer la(les) conditions(s) sur a pour que la masse ne décolle jamais du plateau.

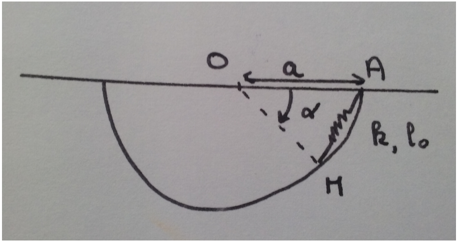
On dispose d'un tube horizontal qui tourne en rotation constante à la vitesse ω autour d'un axe vertical (Oz). Le tube contient une bille de centre C et de masse m qui peux circuler sans frottement à l'intérieur du tube.

1. Déterminer l'accélération de la bille.


z
C
O

On considère le dispositif suivant, pour lequel une masse M est accrochée à un ressort et repose sur un support en forme de demi-cercle de rayon a. On considère la longueur à vide du ressort négligeable devant sa longueur lors de l'expérience.

1. Déterminer OM et F_r (force de rappel exercée par le ressort sur la masse) en fonction de a et de α.
2. 2.1 Déterminer la puissance des forces s'exerçant sur la masse.
   2.2 En déduire l'équation du mouvement grâce au théorème de la puissance cinétique.
3. 3.1 Retrouver cette équation par le principe fondamental de la dynamique.
   3.2 Pour un petit angle, linéariser l'équation et l'interpréter physiquement.


O
a
A
α
k, l0
M

On considère un satellite de masse m qui tourne autour de la Terre de masse M_T selon une trajectoire elliptique.

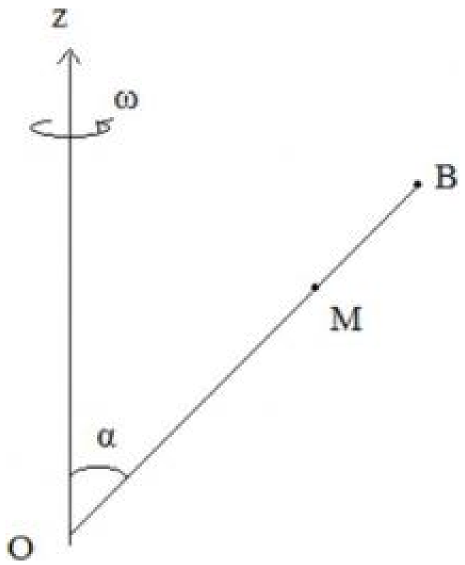
1. Déterminer le moment cinétique par rapport à T (la Terre) du satellite et montrer que son mouvement s'effectue dans un plan et suit la loi des aires.
2. Exprimer l'énergie mécanique totale du satellite.
3. Sachant que l'on connaît les distances Terre-Satellite au périgée et à l'apogée, donner les vitesses du satellite en ces deux points.

Une barre rigide de longueur L est attachée en O et elle forme un angle α constant avec la verticale (Oz). Un petit anneau de masse m peut se déplacer sans frottements sur la barre. L'axe vertical tourne à la vitesse angulaire constante ω. La position de l'anneau est repérée par x = OM.

1. Montrer qu'il existe une position d'équilibre si ω est supérieure à une vitesse angulaire ω_0 à exprimer en fonction de L, g et α.
2. Exprimer cette position d'équilibre.
3. Retrouver les résultats précédents en étudiant l'énergie potentielle. Étudier la stabilité d'une telle position d'équilibre.

Lorsque l'anneau est en mouvement

1. Déterminer le temps τ que va mettre l'anneau pour sortir de la barre.
2. Quelle sera la vitesse absolue de l'anneau au moment de sortir de la barre ?

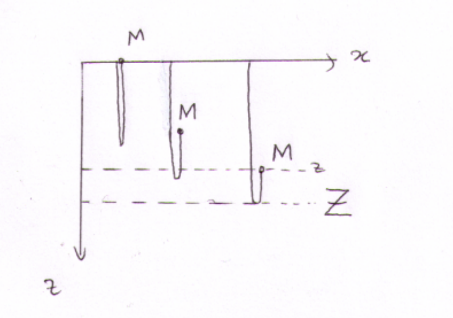

z
ω
B
M
α
O

Déviation

On considère une particule assimilée à un point M de masse m lachée d'un point A de latitude λ à une hauteur h de la surface terrestre. On note O le centre de la Terre. On note B=($\vec{e_x}$, $\vec{e_y}$, $\vec{e_z}$) la base orthonormée liée au référentiel terrestre où $\vec{e_z}$ est dirigé selon $\overrightarrow{OA}$, de même sens, et $\vec{e_x}$ est dirigé vers l'est. On admet que le poids $mg\vec{e_z}$ est la résultante de la force d'attraction terrestre et de la force d'inertie d'entraînement.

1. Donner le vecteur rotation $\vec{\omega}$ dans la base B. Calculer sa norme ω ainsi que ω^2. Il en découlera une approximation dans la suite.
2. Appliquer le principe fondamental de la dymanique à la particule. En déduire y' et z', puis une équation différentielle suivie par x.
3. En déduire x. Quelle(s) déviation(s) subit la particule ? AN.

On considère un câble de longueur L de masse linéique μ, qui à une extrémité est attaché à une plateforme dans le plan (xOy) et à un étudiant de masse M à l'autre extrémité. À t=0, l'étudiant saute. On note z la position de l'étudiant et Z la position de l'extrémité basse de la corde. On note S le système constitué de l'étudiant de la corde.



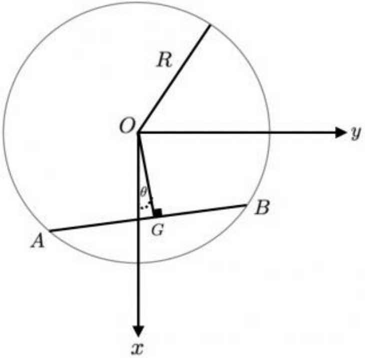
1. Calculer l'énergie mécanique à t=0. (on pose l'énergie potentielle nulle pour z=0)
2.
   2.1 Exprimer Z en fonction de z et de L.
   2.2 Déterminer l'énergie potentielle de la portion de corde comprise entre 0 et z en fonction de L, M, μ et z.
   2.3 Montrer que l'énergie potentielle de la corde peut se mettre sous la forme : A×(... + ...) + cte (où A est une constante à déterminer)
3. Quelle hypothèse doit-on faire pour que le système soit conservatif ? On considère que le système est conservatif. Trouver la vitesse de l'étudiant en z en appliquant le théorème de l'énergie mécanique. (On considère qu'une partie de la corde est immobile. Pour la partie mobile, on considère que tous les points ont la même vitesse que M)
4. Discuter à la limite pour $\mu = 0$ et $M = 0$.

Une masse m est attachée à un ressort dont l'autre bout est fixe et se déplace horizontalement sur un plan. Il existe des frottements de type loi de Coulomb entre la masse et le plan. (les frottements solides sont donnés par $R_T = \mu R_N$ ou $R_T \leq \mu R_N$)
On tire l'objet d'une distance a.

1. Que doit valoir a pour que l'objet bouge ?
2. Établir l'équation différentielle du mouvement.

Soit une tige de masse m, de centre d'inertie G de longueur AB$=2R/\sqrt{2}$.

1. 1.1 Exprimer l'énergie cinétique de la tige.
   1.2 Exprimer le travail du poids entre 0 et θ.
   1.3 Par une méthode énergétique, donner l'équation suivie par θ.
2. En projetant le moment cinétique selon Oz , retrouver la période de la tige pour de petites oscillations.

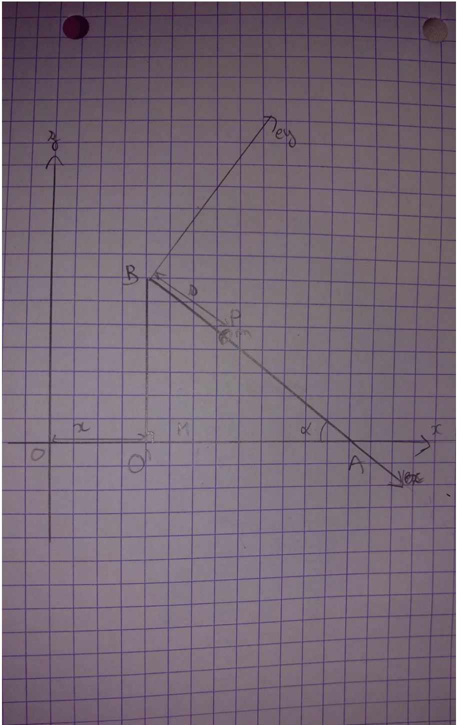

R
O
y
θ
B
G
A
x

Triangle rectangle de masse M, anneau P de masse m.
Frottement de l'anneau sur le côté AB du triangle de coefficient f.

1. Trouver une condition sur f pour que l'anneau glisse en fonction de l'angle α.

   On suppose qu'il n'y a plus de frottement entre l'anneau et le triangle et que le triangle se déplace sur x.

2. En isolant le triangle et l'anneau, montrer que la quantité de mouvement se conserve. En déduire une relation entre ds/dt et dx/dt.
3. En isolant seulement l'anneau, trouver une relation entre d^2s/dt^2 et d^2x/dt^2.



y
ey
B
P
m
x
M
α
x
O
O'
A
ex

On considère un satellite qui orbite autour de la Terre. Il suit une trajectoire elliptique de grand axe 2a. Le rayon de la Terre est R. Au périgée, le satellite se trouve à une hauteur h de la Terre.

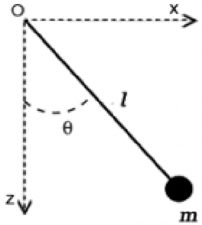
1. Déterminer la hauteur du satellite à l'apogée.
2. Trouver une expression de la période T en fonction de G,M,R,a.
3. Déterminer les vitesses du satellite à l'apogée et au périgée.
4. Trouver une condition sur la vitesse et la position du satellite pour le faire passer sur une trajectoire circulaire.

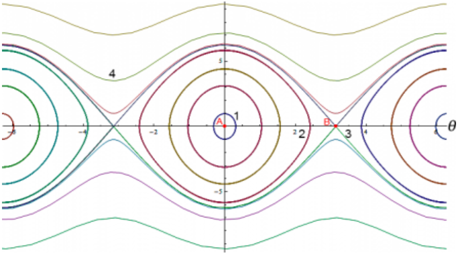
A $t = 0$, le fil entre les deux masses est tendu.
On lâche la masse m_2 d'une hauteur h. La masse m_1 s'arrête après avoir parcouru une distance $h+d$ sur le plan horizontal.

1. Déterminer le coefficient de frottement solide f entre la table et la masse m_1 en fonction de m_1, m_2, h et d.


m1
m2
h

Une masse m est suspendue à un fil inextensible de longueur l. On note θ l'angle entre la verticale et la direction du fil. On néglige les frottements de l'air. L'axe Oz est orienté comme sur le schéma.





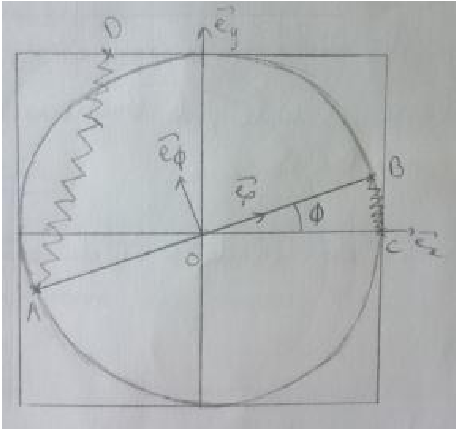
1. Montrer que le système est conservatif.
2. Exprimer l'énergie potentielle et l'énergie totale en fonction de *theta* et de $\mathrm{d}\theta/\mathrm{dt}$
3. Tracer Ep en fonction de θ: quelles sont les positions d'équilibre et quelles sont leur nature ?
4. Donner la nature du mouvement en fonction de différentes valeurs de l'énergie totale.
5. Donner l'équation du mouvement. On note $\omega_0^2 = \mathrm{g/l}$.
6. On se place dans le cas où $\theta(0) = \theta_0$ où θ_0 est très petit, et $\mathrm{d}\theta/\mathrm{dt}(0) = 0$.
   - 6.1 Donner la représentation paramétrée en temps de $(\theta(\mathrm{t}), \frac{1}{\omega_0}\frac{d\theta}{dt})$. Commenter.
   - 6.2 Dans quel sens est parcouru le portrait de phase ?
7. On retourne au cas général. On a trace $1\frac{1}{\omega_0}\frac{d\theta}{dt}$ en fonction de θ.
   - 7.1 Donner le sens physique des points A et B sur le portrait de phase fourni par l'énoncé.
   - 7.2 Donner la nature des trajectoires 1,2,3,4

Soit un point matériel M de masse m se déplaçant sans frottement sur le demi-cercle C de rayon a. Initialement, M est sans vitesse et il est placé en M_0 (angle θ_0).

1. Montrer en utilisant le théorème de l'énergie cinétique, que l'énergie mécanique se conserve.
2. Déterminer la réaction du support sur le point M tant que celui-ci reste en contact avec le cercle.
3. Déterminer l'angle θ_f pour lequel le point M quitte le cercle C.

(R)=(O, $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$) et (R)=(O, $\vec{e}_\rho$, $\vec{e}_\phi$, $\vec{e}_z$) Tige de masse m, de longueur L de moment d'inertie I_{Oz} =mL^2/2 reliée à deux ressorts de raideur k et sans longueur à vide. On donne : $\overrightarrow{OC}$ = L/2 $\vec{e}_x$, $\overrightarrow{OB}$ = L/2$\vec{e}_\rho$, $\overrightarrow{OA}$ = -L/2$\vec{e}_\rho$ et $\overrightarrow{OD}$ = L/2$\vec{e}_y$-L/4$\vec{e}_x$.

1. Donner l'énergie cinétique de la tige.
2. Donner l'énergie potentielle d'un ressort de raideur k et de longueur à vide nulle.
3. Écrire l'énergie potentielle de la tige sous la forme $Ep=kL^2/8(a\sin\phi+b\cos\phi)+Cste$ avec a,b des constantes à déterminer.
4. Quelle est la (ou les) position d'équilibre ?
5. Est-elle stable ?
6. Donner la période des petites oscillations autour de la position d'équilibre.


D
$\vec{e}_y$
$\vec{e}_\phi$
B
$\vec{e}_\rho$
ϕ
O
C
$\vec{e}_x$
A

Un disque de masse M homogène tourne à la vitesse angulaire ω_0 autour de l'axe Oz. Une araignée de masse m se pose sur l'extrémité du disque en choc mou.

1. Quelles grandeurs se conservent lors du choc ? (montrer que le moment cinétique se conserve)
2. calculer la vitesse angulaire ω_0' du système disque/araignée près le choc, quelle est la variation d'énergie lors du choc
3. l'araignée avance vers le centre du disque, quelle est la vitesse du système lorsqu'elle l'a atteint ?
4. quelle est alors l'énergie du système ? D'où provient ce gain ?

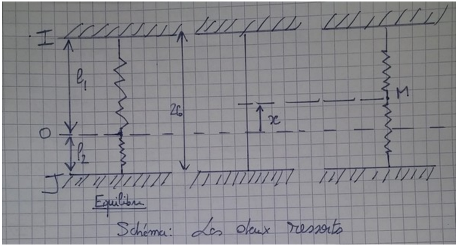
Cinématique Solide

Soit une barre de longueur l en contact permanent avec l'axe Ox en A et avec l'axe Oy en B. Soit un point M de la barre situé à une distance b de A.

1. Déterminer la position de M, puis l'équation du mouvement. Quelle est la nature du mouvement. (on pourra introduire l'angle ϕ entre la barre et l'axe Ox : $\phi = \widehat{BAO}$)
2. Déterminer la vitesse de M, puis montrer que la vitesse est orthogonale à la distance MI avec I tel que OAIB forme un rectangle.

Considérons le dispositif suivant composé de deux ressorts de raideur k et de longueur à vide l_0 : Les extrémités I et J sont séparées par une distance $2l_0$. On note O le point correspondant à l'équilibre, l_1 et l_2 les longueurs de chaque ressort dans cette situation. On note x l'écart du point M à la position d'équilibre.

1. Exprimer l_1 et l_2 en fonction des données du problème.
2. Exprimer l'énergie potentielle du point M.
3. Effectuer un bilan des forces s'appliquant sur M . On donnera leur expression en fonction des notations introduites précédemment.
4. Obtenir l'équation différentielle vérifiée par x(t) par deux méthodes :
   4.1 en appliquant le principal fondamental de la dynamique.
   4.2 par une méthode énergétique.
5. Quelle est la période T_0 des oscillations ?

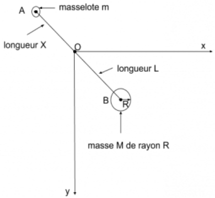

I
O
J
ℓ_1
ℓ_2
$2\ell_0$
x
M
Equilibre
Schéma: Les deux ressorts

Une masse ponctuelle m est accrochée au bout d'un fil de longueur l dont on néglige la masse. Avant l'instant t0 le pendule est au repos, à l'instant t=t0 on donne à la masse une vitesse V0 horizontale. On note i l'angle formé entre le fil et la verticale.

1. Donner qualitativement les différents mouvements possibles pour la masse.
2. Exprimer la tension du fil à un instant t quelconque en fonction de i.
3. Quelle vitesse initiale minimale doit-on donner à la masse pour que le fil soit toujours tendu?

On étudie un métronome. Il est modélisé par une tige AC qui tourne autour de l'axe (Oz). La liaison pivot est supposée parfaite et le moment d'inertie est $J_{Oz} = Mb^2$ (avec $b^2 = l^2 + 2/5R^2$). En C, on considère une boule de masse (M) et de rayon R, la distance OC est notée l. En A, on considère une masse ponctuelle de masse m, la distance AO est notée X. On a $m < M$ et $X < l$.

1. Déterminer le moment cinétique du métronome.
2. En se plaçant dans l'approximation des petites oscillations, déterminer la période T des oscillations. Retrouver la période d'un pendule simple.
3. Déterminer l'énergie cinétique Ec du métronome en fonction de $d\theta/dt$
4. Déterminer l'énergie potentielle Ep du métronome sachant que l'on prend Ep=0 quand $\theta=\pi/2$
5. Retrouver la période des oscillations par une méthode énergétique.

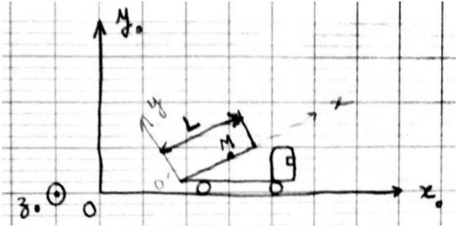

A
masselote m
longueur X
O
x
longueur L
B
R
masse M de rayon R
y

On considère une sphère de rayon b, attachée à un ressort (de raideur k, de longueur à vide l_0), trempant dans un fluide de constante de viscosité η de masse volumique ρ. Dans l'étude on donne la force de frottement suivant la loi de Stockes $\vec{f} = -6\pi\eta b\vec{v}$ avec $\vec{v}$ la vitesse de la sphère. On ne néglige ni le poids ni la poussée d'Archimède.

1. Soit l_e la position de la sphère à l'équilibre, exprimer $(l_e - l_0)$ en fonction des données du problème.
2. En notant z la position de la sphère depuis le, montrer que z est solution de : $\ddot{z} + 2\lambda\dot{z} + \omega_0^2 z = 0$
3.
   3.1 Exprimer λ et ω_0.
   3.2 Donner une relation entre λ et ω_0 pour que la sphère oscille.
   3.3 Exprimer T, la période des pseudo-oscillations de la sphère dans le fluide.
4. On considère le même système sans la présence du fluide.
   4.1 Déterminer T_0, la période des pseudo-oscillations de la sphère dans le vide.
   4.2 Donner une méthode expérimentale permettant de déterminer le coefficient de viscosité η.

Un caillou de masse m est matérialisé par le point M. A t=0, l'angle entre (Ox_0) et (O'x) est ϕ_0. On note R' le référentiel associé à la benne, lié au camion. On note R le référentiel défini par (O, x_0, y_0, z_0).

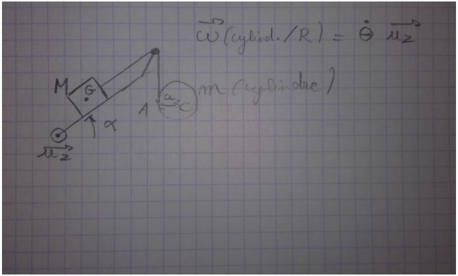
1. Pendant la phase de démarrage étudiée ici, le camion a une accélération constante $\vec{a}(O')_{R'} = a_0 \vec{e}_x$. La benne ne bouge pas par rapport au camion.
   1.1 Effectuer le bilan des forces dans R'.
   1.2 A l'aide des lois de Coulomb, donner une condition pour que le caillou soit immobile.
   1.3 Le caillou glisse. Donner une condition vérifiée par a_0 et $\tan(\phi_0)$, puis donner l'équation horaire du mouvement.
2. Le camion est immobile. La benne tourne à la vitesse angulaire ω, de telle sorte que $(dx/dt) < 0$.
   2.1 Donner l'équation horaire du mouvement du caillou.



y_0
y
L
M
O'
x_0
z_0
O

Fil inextensible, pas de frottements.

1. Appliquer théorème résultante cinétique au cylindre.
2. Appliquer théorème du moment cinétique.
3. V_c en fonction de V_t (vitesse de translation du cube), a (rayon), et $\dot{\theta}$, sachant qu' il y a roulement de la poulie sans glissement sur le fil.
4. Appliquer rfd au cube.
5. En déduire a_G (G centre de gravité du cube) et a_C.


$\vec{\omega}(\text{cylind.}/R) = \dot{\theta}\,\vec{u_z}$
M
G
m (cylindre)
A
a
C
α
$\vec{u_z}$

Estimer le rayon d'une planète telle qu'en sautant, un humain peut s'échapper de son champ gravitationnel.

On considère un cube en bois flottant sur l'eau, dans une cuve de hauteur H. On note respectivement ρ_b et ρ_e !les masses volumiques du bois et de l'eau. On note g la valeur de l'accélération de la pesanteur.

1. On pose une masse m sur le dessus du cube. L'ensemble est à l'équilibre, et le cube est enfoncé d'une hauteur e dans l'eau. Exprimer l'arête du cube c en fonction de e, ρ_e et m.
2. On considère le cube sans surcharge. Exprimer la résultante des forces de pression en fonction de ρ_e, ρ_b, e et g.
3. Montrer qu'en présence de surcharge, le cube est dans un état d'équilibre stable.

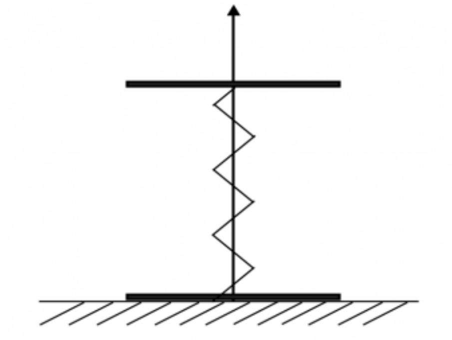
On considère un puits avec une roue de rayon $R = 0.2$ m, de masse $M = 6$ kg, une manivelle de rayon $4R$, $J = 0.5MR^2$, une corde de masse et d'épaisseur négligeable qui tient un seau de masse $m = 3$ kg.

1. Quelle force minimale doit-on imposer sur la manivelle pour garder le seau à l'équilibre ?
2. Idem pour le remonter d'une vitesse constante v.
3. On lâche la manivelle. Exprimer l'accélération du seau.
4. Quelle est sa vitesse en touchant l'eau à une profondeur $h = 9$m ?

Dans un repère R' (O,x',z), on considère une masse M que l'on accrocheà un cerceau de rayon R et de centre C autour d'un axe (Oz) avec une vitessede rotation0. Le point M forme un angle(t)avec l'axe (Oz).

1. DéterminervM/Rla vitesse de M dans le repère R' etve.
2. DétermineraM/R,ae,acet enfinaM/Rde deux façons différentes.
3. Déterminer et réprésenter sur un schéma la force de coriolis et la forced'inertie d'etraînement.
4. Qu'appelle t-on "force centrifuge" ?

1. Énoncer la 3ème loi de Newton.
On considère un dispositif de deux disques de masse m liés par un ressort de raideur k et de longueur à vide l0, posé sur un support et coulissant sans frottement sur l'axe Oz. La hauteur du disque supérieur est repérée par z(t). Jusqu'à la question 5, on suppose le disque inférieur immobile.
2. Exprimer la position d'équilibre zeq en fonction de m, g, k et l0.
On pousse le disque supérieur pour l'amener à une hauteur z0¡zeq , puis on le relâche sans vitesse initiale.
3. Donner l'équation différentielle vérifiée par z(t) en fonction de zeq et $=$km .
4. Donner l'expression de z(t) .
5. Exprimer la réaction R subie par le disque inférieur de la part du support.
6. Exprimer une condition sur z0 pour laquelle le disque inférieur décolle, en fonction de zeq, k, m et g .
7. On donne z0$=$zeq4mgk . Donner l'instant t0 auquel le disque décolle.



On considère une benne de camion sur laquelle se situe une caisse de masse m. Le camion accélère à partir de t=0 avec une accélération constante a0ux. On écrit T et N les réaction tangentielle et normale du support. On note f le coéfficient de frottement statique (qu'on prendra égal au coefficient de frottement dynamique) et g=guy l'intensité de la pesanteur.
1) On considère qu'il n'y a pas de glissement.
a) Exprimer T et N puis en déduire une relation entre f, g et a0 .
question subsidiaire : Que représente le terme ma0 ?
b) Calculer EC l'énergie cinétique de la caisse. D'où provient-elle ?
2) On considère à présent qu'il y a glissement.
a) Exprimer la vitesse de la caisse dans le référentiel lié au camion.
En déduire une relation entre f , g et a0 .
b) Exprimer P12 la puissance des forces exercées par le camion sur la caisse, puis P21 la puissance des forces exercées par la caisse sur le camion. Faire leur somme. Commentaire ?

On considère la situation suivante : Une pierre M de masse m se trouve dans la benne d'un camion. On appelle 0 l'angle que forme la benne avec l'horizontale. Le camion accélère constamment. et le vecteur accélération est a0=a0ex0 La réaction de la benne sur la pierre est R=Tex+Ney On appelle f le coefficient de frottement entre la pierre et la benne.

1.a Effectuer un bilan des forces dans le référentiel R lié à la benne et exprimer les forces dans la base associée.

1.b Exprimer une condition sur a0 pour que la pierre reste immobile.

1.c Exprimer en fonction de tan(0) une condition sur a0 pour que la pierre se mette en mouvement.

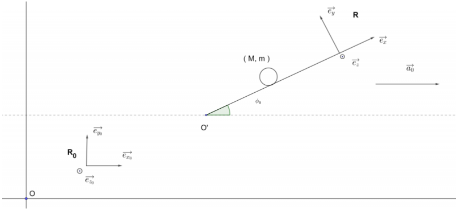
On considère désormais que la pierre est en mouvement.

1.d Déterminer les équations horaires du mouvement de la pierre.

On suppose maintenant que le camion s'arrête et que la benne se met en mouvement de rotation uniforme autour de l'axe Oz à une vitesse angulaire constante

2.a Effectuer une bilan des forces dans le référentiel R lié à la benne et exprimer les forces dans la base associée.

2.b Déterminer les équations qui permettraient d'aboutir aux



$\vec{e_y}$
R
$\vec{e_x}$
(M, m)
$\vec{e_z}$
$\vec{a_0}$
ϕ_0
O'
$\vec{e_{y_0}}$
R_0
$\vec{e_{x_0}}$
$\vec{e_{z_0}}$
O

On étudie une planète de rayon R et de masse volumique . On considère un tunnel rectiligne traversant la planète en passant à une distance d du centre O .

On lance un projectile à une vitesse v 0 au centre du tunnel.

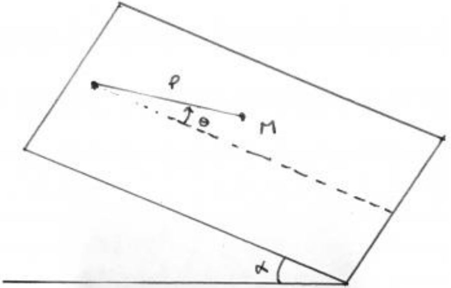
Déterminer le mouvement du projectile en considérant 3 cas :

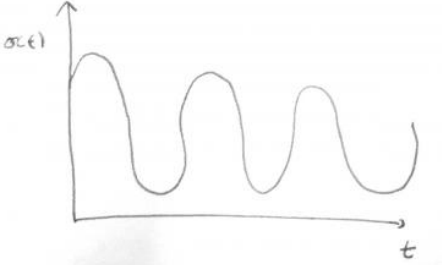
v1¡v0

, v1¿v0 et v0¿v2 où v1 est la vitesse nécessaire pour que le projectile atteigne la surface et v2 la vitesse de libération.

Déterminer littéralement v1 et v2 et faire les applications numériques avec d=R/2, la planète étant la Terre.

Pendule sur un plan incliné.
1) Donner v et a dans une base polaire.
2) Enoncer le théorème de l'énergie mécanique.
3) Effectuer un bilan des forces et déterminer Ep=mgsin(1cos) .
4) Déterminer l'équation du mouvement +20sin=0 .
5) Le pendule est laché à une position 0 et une vitesse v0. On considère les angles petits. Déterminer (t) .
6) On donne le graphe suivant. Déterminer g .


ℓ
θ
M
α


x(t)
t

la barre est homogène, son centre d'inertie G se trouve au milieu de la barre.
le moment d'inertie de la barre est : J=mb22 selon l'axe Gz.
Pourquoi ne peut-il pas y avoir équilibre sans forces de frottements ?
Montrer que le mouvement de G
est circulaire. quel sont le centre et le rayon de ce cercle ?
Exprimer la vitesse et l'accélération de G .
Exprimer l'énergie mécanique. Que peut-on en déduire ?