

Devoir Surveillé 3

La calculatrice est autorisée

27 Novembre 2021 8h30-12h30

Mouvement d'un palet de hockey sur la glace

Le palet est fabriqué en caoutchouc avec une masse moyenne de 160 grammes. En Russie, lors des épreuves d'habileté de la Ligue continentale de hockey, le défenseur Aleksandr Riazantsev a établi un nouveau record du monde en janvier 2017 avec une frappe à 183,67 km/h soit environ 50 m/s.

Au cours d'une séance d'entraînement à ces épreuves d'habileté, un joueur de hockey propulse le palet, à l'aide de sa crosse, sur un plan recouvert de glace et incliné d'un angle $\alpha = 20^\circ$ par rapport à l'horizontale. La position du centre d'inertie du palet est repérée sur un axe Ox de même direction que la ligne de plus grande pente et orienté vers le haut. On note Oy l'axe perpendiculaire au plan incliné et orienté vers le haut. Les vecteurs \vec{u}_x et \vec{u}_y sont des vecteurs unitaires dirigés respectivement selon les axes Ox et Oy. Le centre d'inertie du palet est noté G (figure ci-dessous). À l'instant initial, le palet se trouve à l'origine du repère. L'intensité du champ de pesanteur terrestre g est estimée à 10 m.s^{-2} .

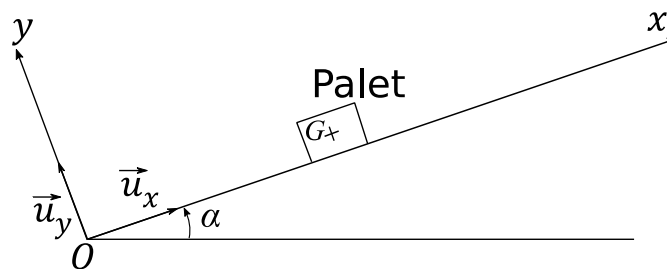


Figure - Schéma du palet sur le plan incliné

On appelle action de contact l'action mécanique qu'exercent l'un sur l'autre deux solides dont les surfaces sont en contact. On appelle \vec{R}_T la composante tangentielle et \vec{R}_N la composante normale de la réaction exercée par un solide sur l'autre.

1. Lorsque les deux solides en contact ne glissent pas l'un sur l'autre, donner la loi de Coulomb reliant \vec{R}_T et \vec{R}_N .
On précisera l'unité, l'ordre de grandeur et de quoi dépend le coefficient de frottement introduit.
2. Lorsque les deux solides en contact glissent l'un sur l'autre, donner la loi de Coulomb reliant \vec{R}_T et \vec{R}_N .
On précisera aussi l'unité, l'ordre de grandeur et de quoi dépend le coefficient de frottement introduit.
3. Comparer les deux coefficients de frottement précédent.

Voici quelques valeurs de coefficient de frottement :

$f_D(\text{bois sur bois}) = 0,40$; $f_D(\text{caoutchouc sur glace}) = 0,050$; $f_D(\text{acier sur glace}) = 0,020$.

Dans une première phase (propulsion du palet par la crosse sur le plan incliné), on considère les frottements comme négligeables. La palette de la crosse est en contact avec le palet.

4. Choisir un référentiel afin d'étudier le mouvement du palet durant la propulsion et le préciser. Peut-il être considéré comme galiléen dans le cadre de cet entraînement ?
5. Établir un bilan des forces qui s'exercent sur le palet durant la propulsion et les représenter sur un schéma cohérent sans souci d'échelle.
6. Exprimer l'intensité de la force de propulsion F exercée par le joueur sur le palet en fonction de l'accélération a du palet, de l'angle d'inclinaison α du plan, de la masse m du palet et de l'intensité du champ de pesanteur g .
7. Sachant que la propulsion due au joueur de hockey dure 0,5 seconde et que le mouvement est uniformément accéléré, quelle doit être l'intensité de la force de propulsion pour que le joueur égale le record du monde de vitesse sur ce plan incliné ?

Dans une deuxième phase, le palet n'est plus en contact avec la crosse et est en mouvement de translation rectiligne vers le haut du plan incliné. On considère les frottements comme négligeables.

8. Sur un schéma, représenter les forces qui s'exercent sur le palet. Ces forces ont-elles un caractère moteur, résistant ou sont-elles sans effet lors du mouvement du palet vers le haut du plan incliné ?
9. Déterminer l'expression de $x(t)$, déplacement du palet selon l'axe Ox .
10. Montrer que la distance d parcourue par le palet avant de s'arrêter est donnée par la relation :

$$d = \frac{v_0^2}{2g \sin \alpha}$$

où v_0 est la vitesse initiale selon l'axe Ox au début de la deuxième phase.

On cherche à établir la distance qui a été nécessaire pour que le palet s'arrête lors de l'établissement du record du monde sur une patinoire de surface horizontale. Il faut tenir compte des frottements.

11. Les forces de frottements sont-elles conservatives ?
12. Calculer le travail de la composante tangentielle \vec{R}_T de l'action de la glace sur le palet lors du déplacement du palet.
13. On considère que la composante \vec{R}_T est un vecteur constant. Quelle distance faut-il au palet pour s'arrêter ?

Formation d'une couche de glace à la surface d'une patinoire naturelle

Dans certains pays, des patinoires naturelles se forment en hiver à la surface des lacs gelés et sont alors utilisées pour des matchs de hockey amateurs.

L'épaisseur de la glace doit être de 15 cm pour la marche ou le patinage individuels, 20 cm pour le patinage en groupe ou les jeux et 25 cm pour les motoneiges.

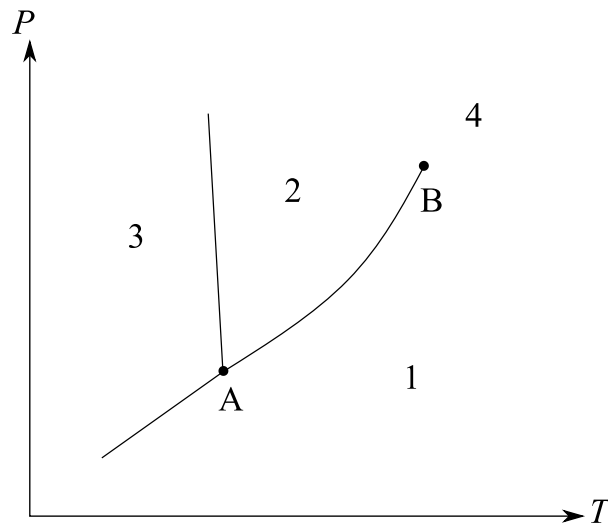


Figure - Diagramme de phases (P, T) de l'eau

14. Le diagramme de phases de l'eau est présenté sur la figure ci-dessus. Recopier ce diagramme et identifier les domaines d'existence des différentes phases. Préciser le nom des points caractéristiques A et B.
15. Lors du déplacement des joueurs de hockey sur la glace, la lame du patin crée une fine couche d'eau liquide à la surface de la glace. Donner une cause physique à sa création.

L'eau liquide d'un grand lac est à la température de congélation $T_E = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$. L'air au-dessus du lac est à la température $T_A = -10\text{ }^{\circ}\text{C}$. Ces deux températures sont supposées constantes. À l'instant initial, l'eau est liquide puis le lac se couvre progressivement d'une couche de glace (figure ci-dessous).

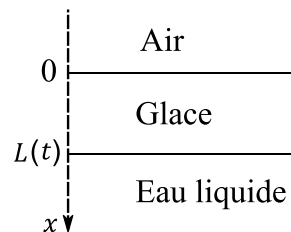


Figure - Formation d'une couche de glace à la surface d'un lac

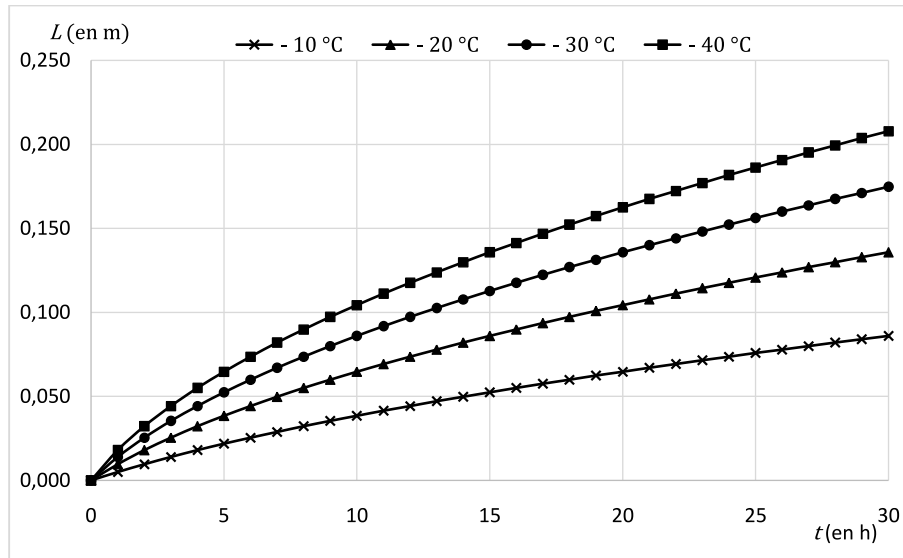


Figure - Simulation graphique représentant l'épaisseur de la couche de glace L en fonction du temps t pour différentes températures T_A de l'air

On suppose que la température $T(x, t)$ ne dépend que du temps et d'une seule coordonnée d'espace, que la glace est un milieu isotrope et que la pression est constante.

L'épaisseur de la couche de glace à l'instant t est notée $L(t)$. À l'instant $t=0$, $L=0$.

Le transfert thermique de la glace vers l'air est modélisé par la loi de Newton : $\phi = h(T_0(t) - T_A)$ avec ϕ le flux thermique surfacique, $T_0(t) = T(0, t)$ la température de la glace en $x=0$ et h le coefficient de transfert en $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$. Le référentiel choisi est associé à l'interface entre l'air et la glace.

La masse volumique de la glace, supposée incompressible et indilatable, est notée ρ ; la conductivité thermique de la glace est notée λ et la capacité calorifique massique de la glace est notée c . Ces grandeurs associées à la glace sont supposées indépendantes de la température et de la pression.

16. Citer trois modes de transfert thermique.
17. En utilisant la loi de Fourier, donner l'expression du vecteur densité de flux thermique (ou flux surfacique) noté \vec{j}_{th} à l'intérieur de la glace.
18. À l'aide d'un bilan thermique local à une dimension sur un parallélépipède de surface S et d'épaisseur dx , établir une relation différentielle entre la température et la norme du vecteur densité de flux thermique au sein de la glace.
19. En déduire l'équation de la diffusion thermique :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

20. En se plaçant dans le cadre de l'approximation quasi stationnaire, montrer que pour $0 \leq x \leq L(t)$:

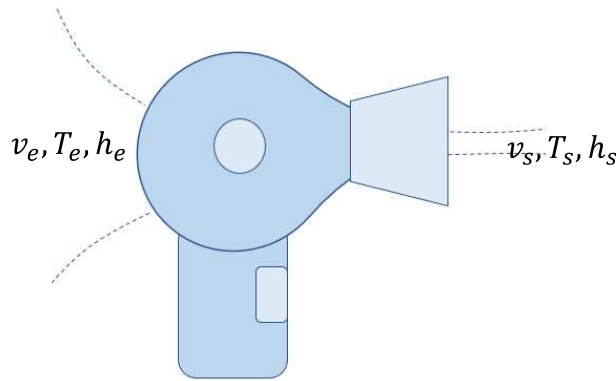
$$T(x, t) = T_0(t) + (T_E - T_0(t)) \frac{x}{L(t)}$$

21. Déduire de la continuité du flux thermique en $x=0$ l'expression de $L(t)$ en fonction de $T_0(t)$:

$$L(t) = \frac{\lambda(T_E - T_0(t))}{h(T_0(t) - T_A)}$$

22. On admet que l'épaisseur de la couche de glace en fonction du temps est représentée par la simulation graphique de la figure précédente. Au bout de 20 heures, les joueurs de hockey peuvent-ils considérer que la glace est suffisamment solide pour pouvoir jouer dessus ?
23. En utilisant la simulation graphique, commenter puis expliquer l'évolution de la vitesse de formation de la glace pour une même température de l'air T_A , puis pour différentes températures de l'air T_A .
24. De quelle autre grandeur, encore non citée jusqu'à présent, a-t-on eu besoin pour résoudre numériquement le problème et proposer la simulation graphique ? Donner sa définition et préciser l'unité.

Détermination du rendement d'un sèche-cheveux



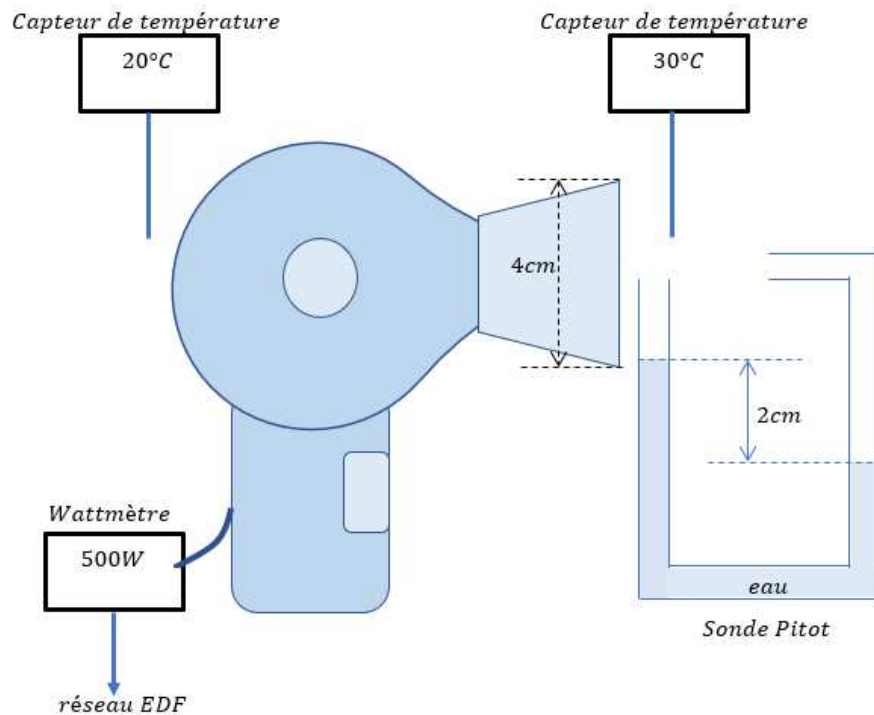
On considère l'écoulement de l'air à travers un sèche cheveux. L'écoulement est supposé stationnaire, parfait et on va négliger les fluctuations de la masse volumique ρ de l'air qui sera alors considérée comme uniforme $\rho = 1 \text{ kg.m}^{-3}$. On note D_m le débit massique de l'air circulant à travers le sèche-cheveux. Au cours de cet écoulement, l'air reçoit une puissance thermique P_{th} (par l'intermédiaire d'une résistance chauffante intégrée au sèche-cheveux) et une puissance indiquée P_i (par l'intermédiaire d'une hélice intégrée dans le sèche-cheveux). On note

- v_e la vitesse de l'air entrant et v_s la vitesse de l'air sortant du sèche-cheveux (ces vitesses étant mesurées par rapport au sèche-cheveux immobile dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen).
- T_e la température de l'air entrant et T_s la température de l'air sortant du sèche-cheveux.
- h_e l'enthalpie massique de l'air entrant et h_s l'enthalpie massique de l'air sortant du sèche-cheveux.

Dans toute la suite, on négligera les variations d'énergie potentielle de pesanteur et on admettra que $v_e \ll v_s$. L'air sera également assimilé à un gaz parfait dont la capacité thermique massique à pression constante c_p vaut $c_p = 1000 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$.

25. Exprimer la différence $h_s - h_e$ en fonction de c_p , T_s et T_e .
26. Énoncer le 1er principe en système ouvert puis, à l'aide des hypothèses, démontrer que :

$$D_m \left(c_p(T_s - T_e) + \frac{v_s^2}{2} \right) = P_{th} + P_i$$

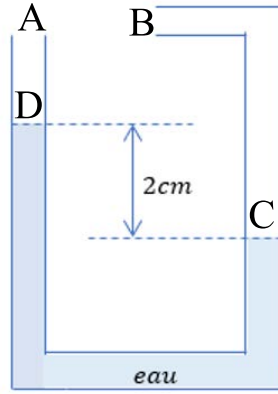


L'objectif est d'utiliser les relevés des différents appareils de mesure utilisés pour cette expérience afin de déterminer le rendement η de ce sèche-cheveux.

27. Exprimer η en fonction de la puissance électrique P_{elec} mesurée au Wattmètre et des puissances P_{th} et P_i .
28. Exprimer le débit massique D_m en sortie du sèche-cheveux en fonction de la vitesse de l'air sortant du sèche cheveux v_s .
29. Exprimer le rendement η en fonction de T_e , T_s , v_s et d'autres grandeurs connues.

T_e et T_s sont directement données par les capteurs de températures, la vitesse v_s est mesurée via une sonde Pitot.

Le fonctionnement de base d'une sonde Pitot est un tube rempli d'eau dont la différence de niveau entre les deux entrées est reliée à leur différence de pression qui indique la vitesse du fluide.



Sonde Pitot

30. Au point d'entrée A de la sonde l'air sortant du sèche cheveux s'écoule perpendiculairement au tube de Pitot à la vitesse v_s . Au point d'entrée B, le tube s'oppose au mouvement de l'air qui s'arrête. En appliquant le premier principe industriel à un système que l'on précisera justifier que :

$$\Delta_{B-A}(u) + \frac{p_B - p_A}{\rho_{air}} - \frac{v_s^2}{2} = 0$$

31. L'air ne se comprime pas ici (ρ_{air} est identique en A et B), justifier alors avec une autre hypothèse que $\Delta_{B-A}(u) = 0$.

On en déduit une relation entre v_s et $p_B - p_A$.

32. On suppose que les pressions de l'air sont uniformes dans la sonde donc $p_B - p_A = p_C - p_D$. On suppose aussi que le premier principe industriel s'applique même lorsque le débit du fluide en écoulement tend vers 0.

En appliquant le premier principe industriel à un système que l'on précisera justifier que :

$$\Delta_{C-D}(u) + \frac{p_C - p_D}{\rho} - g(z_C - z_D) = 0$$

33. Comme précédemment justifier que $\Delta_{C-D}(u) = 0$. Et en déduire une relation entre v_s et $z_C - z_D$.

34. Faire l'application numérique donnant la valeur du rendement η du sèche cheveux.