

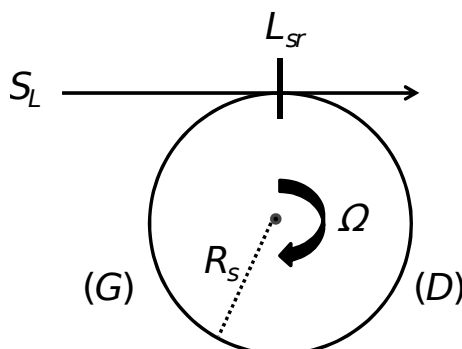
DS 7

Les calculatrices sont autorisées

Samedi 1 Février 2020 : 8h30 - 12h30

Mesure des vitesses angulaires à l'aide d'un interféromètre de type Sagnac

Les gyrolasers Sagnac, c'est-à-dire des gyroscopes à laser exploitant l'effet Sagnac, sont utilisés pour mesurer avec précision la rotation d'un dispositif par rapport à un référentiel inertiel, référentiel fixe vis-à-vis d'étoiles lointaines. Lorsqu'ils sont associés à des accéléromètres pour déterminer la position, la vitesse et l'altitude d'un engin, l'ensemble constitue une centrale à inertie. L'interféromètre de Sagnac, de rayon $R_S = 20$ cm, est schématisé ci-dessous. La lumière laser provenant de la source S_L et qui tombe perpendiculairement sur la lame semi-réfléchissante L_{sr} , effectue un parcours circulaire soit dans le sens (D) soit dans le sens (G) d'une fibre optique d'indice de coeur n selon qu'elle est transmise ou réfléchi au niveau de la lame L_{sr} . La sortie de l'interféromètre est matérialisée par la flèche à droite.



On fait tourner l'interféromètre de Sagnac autour d'un axe perpendiculaire à son plan, à une vitesse angulaire Ω supposée uniforme.

1. Donner la définition de l'indice optique n .
2. Dans cette question on considère un gyroscope sans rotation $\Omega = 0$. Calculer la distance parcourue par un train d'onde lumineuse pour faire un tour du parcours circulaire dans le sens (D) ou (G). En déduire le temps de parcours dans le sens (D) ou (G).
3. Lorsque le gyroscope est en rotation à vitesse angulaire Ω , donner l'expression de la vitesse d'un point de la fibre optique dans le référentiel inertiel. Énoncer la loi de composition des vitesses pour un train d'onde parcourant la fibre optique dans le sens (D) et dans le sens (G).
4. Donner la définition du chemin optique en fonction du temps de parcours, puis en déduire sa définition en fonction de la distance dans un milieu homogène isotrope.

5. La rotation de l'interféromètre induit une différence de marche entre les chemins (D) et (G). Lequel de (D) ou (G) est le plus long ? Qu'observe-t-on à la sortie de l'instrument ?
6. S'agissant de lumière, le calcul du temps de parcours pour les deux chemins devrait être effectué en cinématique relativiste. Nous nous contenterons cependant du résultat au premier ordre qui se trouve correspondre au calcul classique. Calculer les temps de parcours t_D et t_G , respectivement des chemins (D) ou (G), puis les différences de marche δ et de phase $\Delta\phi$ induit par la rotation, en fonction de R_s , de Ω , de la vitesse de la lumière c , de n et de sa longueur d'onde λ .
7. Relier l'intensité lumineuse à la sortie de l'interféromètre à la vitesse de rotation et l'intensité lumineuse de la source. Pour un indice de l'ordre de celui du verre et une longueur d'onde d'un laser rouge, à partir de quelle vitesse de rotation observe-t-on une annulation de l'intensité lumineuse ?

Condensateur en régime transitoire

Considérons un condensateur plan d'armature en forme de disque parallèle de surface S et séparée par une épaisseur e . (indice faites des schémas)

8. Sous quelle condition peut-on négliger les effets de bord et considérer les armatures comme des plans infinis ?

Dans cet hypothèse on peut aussi considérer les armatures comme uniformément chargées de charges q et $-q$.

9. Donner l'expression de la densité surfacique de charge σ dans chaque armature.
10. Donner les expressions des équations de Maxwell.
11. Quelle équation de Maxwell relie le champ électrique à la densité de charge ? Établir sa forme intégrée sur un volume V quelconque. Quel théorème retrouve-t-on ?
12. Utiliser symétries, invariances et ce théorème pour calculer l'expression du champ électrique à l'intérieur du condensateur $\vec{E} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0}\vec{e}_z$ avec (Oz) la direction perpendiculaire aux armatures.
13. Quel terme appelle-t-on courant de déplacement dans les équations de Maxwell ? Calculer son expression à l'intérieur du condensateur.
14. Calculer le flux du courant de déplacement à travers le plan médiateur du condensateur, et le relier à la charge d'une armature. Commenter.
15. Quelle équation de Maxwell permet de relier le champ magnétique à la densité de courant électrique ? Donner son expression à l'intérieur du condensateur. Quelle est sa forme intégrée sur une surface quelconque ? Quel théorème est analogue à l'expression trouvée ?
16. Utiliser symétries, invariances et cette forme intégrée pour calculer l'expression du champ magnétique à l'intérieur du condensateur.

Mesure du rayon de courbure d'un miroir par une méthode interférentielle

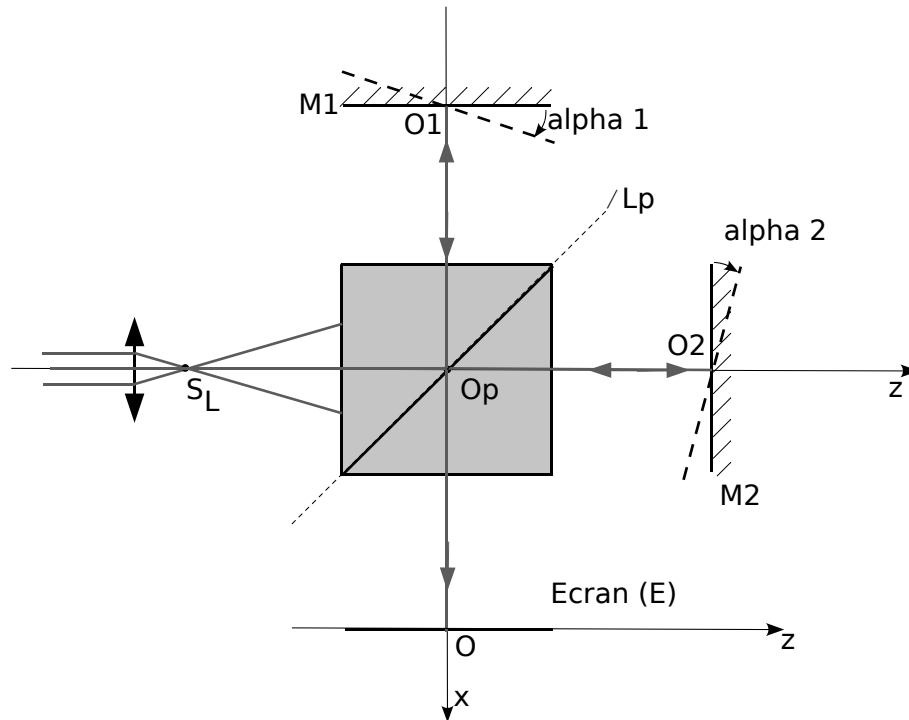
Dispositif interférentiel

Le dispositif interférentiel est représenté ci-dessous. Son principe de fonctionnement est similaire à celui de l'interféromètre de Michelson. Il est composé d'un séparateur de faisceau constitué

de deux prismes droits de section rectangle isocèle identiques accolés par leurs bases et de deux miroirs plan M_1 et M_2 , de centre respectifs O_1 et O_2 . Il est éclairé par une source ponctuelle S_L obtenue grâce à un faisceau de lumière parallèle monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 500$ nm provenant d'un laser ; le faisceau laser est expansé grâce à une lentille de focale image $f' = 1$ cm placée entre le faisceau laser et la face d'entrée du séparateur. Le séparateur de faisceau se comporte comme une lame séparatrice L_p , unique d'épaisseur nulle (face commune aux deux prismes) qui transmet 50% de l'intensité lumineuse, l'autre partie étant réfléchie.

On note $l = O_p O = 70$ cm la distance entre la séparatrice et l'écran (E).

Les deux miroirs sont mobiles et peuvent pivoter autour de leur axes $O_1 y$ et $O_2 y$. On note α_1 et α_2 les angles de rotation de chacun des miroirs, pris respectivement entre $(O_1 z$ et $M_1)$ et $(O_2 x$ et $M_2)$.



On se place dans le cas où les deux miroirs M_1 et M_2 sont orthogonaux (M_1 est dans le plan $yO_1 z$ et M_2 dans le plan $xO_2 y$). Les positions des miroirs sont données par les distances $d_1 = O_p O_1$ et $d_2 = O_p O_2$ avec $d_2 \geq d_1$.

17. En vous aidant d'un schéma clair, déterminer les coordonnées dans le repère (O, xyz) des sources secondaires S_1 et S_2 créées par l'interféromètre en fonction de l , L , d_1 et d_2 . S_1 est l'image de la source S_2 issue des réflexions sur L_p et M_1 ; S_2 est l'image de S_L issue des réflexions sur M_2 et L_p .
18. En déduire la distance a qui sépare les sources S_1 et S_2 et la distance d de leur milieu S à l'écran en fonction de l , L , d_1 et d_2 .
19. Le miroir M_1 réglé à $d_1 = l$ restant fixe, le miroir M_2 est translaté de façon à obtenir un éclaircissement uniforme de l'écran. Donner dans ces conditions la valeur de a .

A partir de la position précédente, le miroir M_2 est déplacé parallèlement à l'axe Oz d'une distance e , telle que $d_2 - d_1 = e > 0$ avec $e \ll d_1$ et $e \ll d_2$.

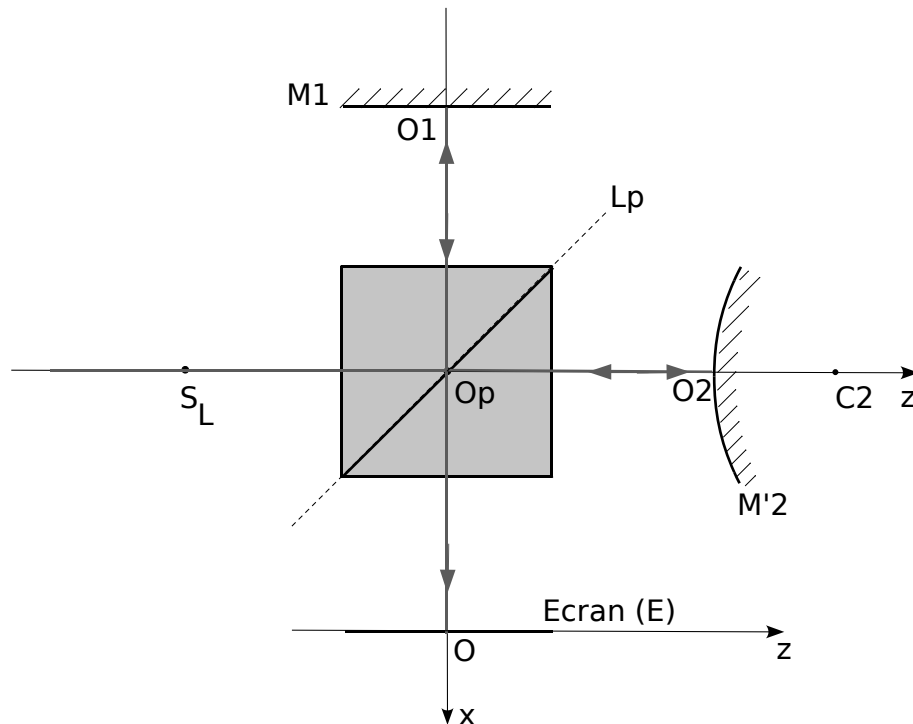
20. Décrire la figure d'interférence observée sur l'écran.
21. Le centre de la figure d'interférence est brillant. La première frange brillante, hors de l'axe, est situé à 20 mm du centre de la figure. Calculer la distance e .
22. Calculer l'ordre d'interférence au centre de la figure d'interférence.

A partir de la position des miroirs obtenus question 19, on fait subir à chaque miroir une très faible rotation, dans le même sens et du même angle α ($\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$).

23. Montrer, en vous aidant d'un schéma, que les sources secondaires S_1 et S_2 créées par l'interféromètre sont situées sur un axe parallèle à Oz , le milieu S de S_1S_2 étant sur l'axe Oz .
24. Déterminer la distance a entre les deux sources et la distance d du milieu des sources à l'écran en fonction de α , l et d_1 ou d_2 .
25. Décrire la figure d'interférence observée sur l'écran.
26. La distance entre deux franges brillantes consécutives est égale à $d_i = 5$ mm. Calculer l'angle α en radians.
27. Comment varie la distance entre les franges si on augmente l'angle α ?

Mesure du rayon de courbure d'un miroir

L'interféromètre de la question précédente est initialement réglé en plaçant les deux miroirs orthogonalement et à la même distance de la séparatrice ($d_1 = d_2 = l$). Le miroir M_1 est un miroir de référence parfaitement plan. Le miroir M_2 est alors remplacé par un miroir sphérique convexe M'_2 , dont le sommet est positionné en O_2 et de centre C_2 . L'axe O_pz est l'axe optique du miroir M'_2 et $R_2 = \overline{O_2C_2}$ son rayon.



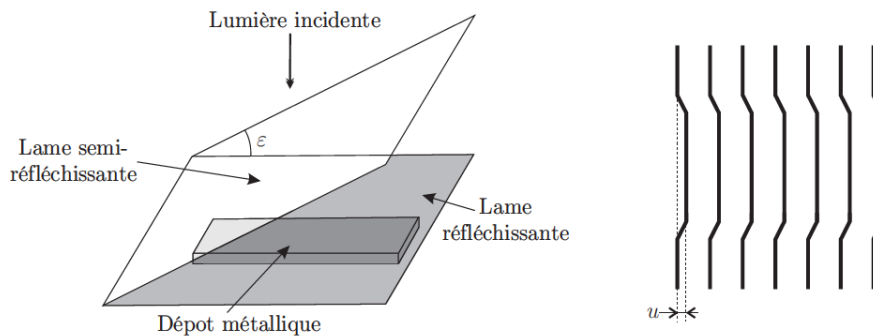
28. Déterminer la position $\overline{O_2 S'_L}$ de S'_L , image de S_L par M'_2 en l'absence du séparateur de faisceau en fonction de R_2 et l .
29. Déterminer les coordonnées dans le repère (O, xyz) des sources secondaires S_1 et S_2 créées par l'interféromètre en fonction de l , L et R_2 .
30. Montrer que, dans le cas où $R_2 \gg l$, la distance a entre les deux sources se met sous la forme $a \approx \frac{8l^2}{R_2}$ et que la distance d du milieu des sources à l'écran est voisine de $d \approx L + 3l$.
31. En déduire l'aspect de la figure d'interférence observée sur l'écran.
32. Le centre de la figure d'interférence est un point brillant. La cinquième frange brillante est située à 12,5 mm du centre. Calculer la valeur du rayon R_2 du miroir M'_2 .

Contrôle d'épaisseur de pièces

Pour une bonne mise au point mécanique dans la conception de pièce aérodynamique, il est important de contrôler précisément certaines épaisseurs, on utilise pour cela des dispositifs interférentiels. La première mesure consiste en la vérification de l'épaisseur d'un dépôt métallique opaque destiné à protéger certaines pièces, la seconde est la mesure de l'épaisseur d'une pièce en verre et donc transparente.

Contrôle d'épaisseur d'un dépôt métallique

On éclaire une lame de verre semi-réfléchissante, supposée infiniment fine, et formant un angle $\epsilon = 0,1^\circ$ avec une plaque réfléchissant totalement la lumière sur laquelle le dépôt métallique a été effectué. L'éclairement est assuré par une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 532$ nm. L'incidence est quasi-normale. Le dépôt est assimilable à un parallélépipède métallique opaque d'épaisseur constante posé au contact de la lame réfléchissante. L'ensemble est représenté sur la partie gauche de la figure ci-dessous.



Au voisinage des lames, on observe des franges non rectilignes, on dit qu'elles sont "décrochées". Ces franges sont observées sur un écran placé à 50 cm d'une lentille convergente de distance focale $f' = 4$ cm. Elles sont représentées sur la partie droite de la figure ci-dessous.

33. Déterminer l'expression de l'interfrange d_i observée sur l'écran dans la zone où le dépôt est absent. On exprimera d_i , en fonction de λ_0 , ϵ et du grandissement γ de la lentille et on calculera sa valeur numérique.
34. Expliquer ce que l'on observe sur l'écran (présence du décroché) et montrer que l'épaisseur e du dépôt métallique dépend de la valeur u du décroché mesurée sur l'écran (partie droite)

de la figure ci-dessus). On explicitera la relation entre e , u et d'autres paramètres utiles de l'expérience. On mesure $u = 0,59$ mm sur l'écran, quelle est la valeur numérique de l'épaisseur du dépôt ? On commentera ce résultat.

35. Qu'observe-t-on sur l'écran si on remplace l'air par de l'eau dans la même expérience. Préciser, en le justifiant, ce qui est modifié et ce qui ne l'est pas.
36. Qu'observe-t-on sur l'écran si l'on augmente l'angle ϵ . Préciser, en le justifiant, ce qui est modifié et ce qui ne l'est pas.

Mesure de l'épaisseur d'une pièce transparente

La pièce transparente dont on veut déterminer l'épaisseur L est une lame de verre homogène. On utilise un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air et éclairé par une lampe à vapeur de sodium dont on a isolé le doublet jaune de longueur d'onde moyenne $\lambda_m = 589,3$ nm. On considère dans un premier temps cette source comme monochromatique. Il est configuré pour l'observation d'anneaux d'égale inclinaison. On se place au contact optique (teinte plate, les deux miroirs sont exactement image l'un de l'autre par rapport à la séparatrice). On introduit la lame à mesurer devant le miroir mobile M_2 , à son contact. On translate M_2 en l'éloignant de la lame. Des anneaux finissent par être visibles. On continue de chariotter de façon à retrouver une teinte plate (à ne pas confondre avec une antioïncidence), et l'on note la position du chariot. Soit d la distance de chariotage depuis le contact optique. A la longueur d'onde moyenne du doublet jaune du sodium, le verre possède un indice $n = 1,517$.

37. On note i l'incidence, par rapport à la normale de la lame, du rayon lumineux et r son angle de réfraction dans la lame de verre. Montrer que la différence de marche entre deux rayons peut s'écrire $\delta = 2A \cos(i) + 2B \cos(r)$ où l'on exprimera A et B en fonction de L , d et n . A quel endroit l'observation se fait-elle ?
38. En prenant en compte le fait que r et i sont de petits angles, montrer que lorsque l'on atteint le contact optique il est possible d'exprimer l'épaisseur L en fonction de d et n .

La source n'est plus considérée comme monochromatique. Pour obtenir les valeurs du doublet du sodium $\lambda_1 = \lambda_m - \frac{1}{2}\Delta\lambda$ et $\lambda_2 = \lambda_m + \frac{1}{2}\Delta\lambda$, on cherche les positions du brouillage lorsque la lame de verre n'est plus là. On supposera que $\lambda_m \gg \Delta\lambda$. On part du contact optique et on translate le chariot mobile. Une première antioïncidence (brouillage) correspond à la division $e_1 = 9,69$ mm pour la position du chariot. La onzième antioïncidence correspond à la division $e_{11} = 12,61$ mm. On suppose que les sources de ces raies ont la même intensité.

39. Exprimer la différence $\Delta\lambda$ entre les deux longueurs d'onde de la raie double du sodium en fonction de e_1 , e_{11} et λ_m . En déduire la valeur numérique de cette différence.