DS 1
Éléments de correction

N°	Elts de rép.	Pts	Note
00-00	**Titre de l'exo**	0	0
0	éléments de réponse	0	0

	Navigation spatiale de la sonde Rosetta		
1	$\vec{F} = -G\dfrac{M_S m}{r^2}\vec{e}_r$ avec $\vec{e}_r$ le vecteur unitaire dans la direction et le sens du centre du Soleil vers le centre de l'objet de masse m.	1	
2	Une force est conservative si l'on peut écrire son travail élémentaire comme : $\delta W = -\mathrm{d}E_p$ où E_p est l'énergie potentielle dont dérive la force conservative. On a $\delta W = \vec{F}.\vec{dl} = -G\dfrac{M_S m}{r^2}\mathrm{d}r$ soit $\delta W = -\mathrm{d}\left(-G\dfrac{M_S m}{r}\right) = -\mathrm{d}E_p$. On a bien une force conservative d'énergie potentielle $E_p = -G\dfrac{M_S m}{r}$ avec le choix d'une énergie potentielle nulle à l'infini.	1	
3	La force de gravitation est une force centrale (de direction $\vec{e}_r$). Le moment cinétique $\vec{L} = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{p}$ est un vecteur constant au cours du mouvement, ce qui impose que le mouvement de l'astre est plan. En effet d'après le théorème du moment cinétique $\dfrac{\mathrm{d}\vec{L}}{dt} = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F} = \vec{0}$	1	
4	Le mouvement de la Terre est circulaire donc $\overrightarrow{OM} = r\vec{e}_r$ avec r constant donc $\vec{v} = r\dot{\theta}\vec{e}_\theta$ donc $\vec{a} = -r\dot{\theta}^2\vec{e}_r + r\ddot{\theta}\vec{e}_\theta$, or d'après la 2nd loi de Newton, $m\vec{a} = \vec{F}$ donc $-mr\dot{\theta}^2 = -G\dfrac{M_S m}{r^2}$ et $r\ddot{\theta} = 0$. $\ddot{\theta} = 0 \Rightarrow \dot{\theta} = $ cte d'où la rotation uniforme, $-mr\dot{\theta}^2 = -G\dfrac{M_S m}{r^2} \Rightarrow$ $v = r\dot{\theta} = \sqrt{\dfrac{GM_S}{r}} = 30$ km.s^{-1}.	1	

5	Au point commun aux deux ellipses : orbite circulaire et orbite de transfert, on a après impulsion l'énergie mécanique $E_m = \frac{1}{2}m\left(v_1 + \Delta v_1\right)^2 - G\frac{M_S m}{R_1}$ et l'énergie mécanique sur l'ellipse de demi-grand axe $a = \frac{R_1 + R_2}{2}$ est $E_m = -\frac{GM_S m}{R_1 + R_2}$. Donc $-\frac{GM_S m}{R_1 + R_2} = \frac{1}{2}m\left(v_1 + \Delta v_1\right)^2 - G\frac{M_S m}{R_1}$ d'où après calculs $\Delta v_1 = \sqrt{\frac{GM_S}{R_1}}\left(\sqrt{\frac{2R_2}{R_1 + R_2}} - 1\right)$	1	
6	D'après l'énoncé on a $R_1 = 1$ ua et $a = \frac{R_1 + R_2}{2} = 3,5$ ua donc $R_2 = 2a - R_1 = 6$ ua et en utilisant $\Delta v_1 = \sqrt{\frac{GM_S}{R_1}}\left(\sqrt{\frac{2R_2}{R_1 + R_2}} - 1\right)$ on obtient $\Delta v_1 = 9$ km.s^{-1}	1	
7	On écrit la conservation de l'énergie mécanique entre la sonde arrivant de l'infini et s'éloignant à l'infini E_m (avant) $= E_m$ (après) donc $\frac{1}{2}mV_1^2 + 0 = \frac{1}{2}mV_2^2 + 0$ d'où $V_1 = V_2$	1	
8	$\vec{v_1} = \vec{V_1} + \vec{v}_T = V\vec{e}_x + v_T\vec{e}_y$ donc $v_1 = \lvert\lvert\vec{v_1}\rvert\rvert = \lvert\lvert V\vec{e}_x + v_T\vec{e}_y\rvert\rvert = \sqrt{V^2 + v_T^2}$, d'autre part $\vec{v_2} = \vec{V_2} + \vec{v}_T = V_2\cos\theta\vec{e}_x + V_2\sin\theta\vec{e}_y + v_T\vec{e}_y$ donc $v_2 = \sqrt{(V\cos\theta)^2 + (V\sin\theta + v_T)^2}$. On calcule donc $\Delta v = v_2 - v_1$ qui donne après calculs $\Delta v = \sqrt{V^2 + v_T}\left(\sqrt{1 + 2\frac{2Vv_T}{V^2 + v_T^2}\sin\theta} - 1\right) = 3$ km.s^{-1}	1	
9	L'assistance gravitationnelle permet donc d'augmenter la vitesse de la sonde sans avoir à utiliser de carburant. En contre-partie, il faut synchroniser la trajectoire de la sonde avec celles des planètes qui seront utilisées, ce qui augmente la durée du voyage vers la comète	1	
	Premiers instruments électroniques		
10	Les deux fréquences sont supérieures à 20 kHz et ne font donc pas partie du domaine audible.	1	
11	Les signaux s'écrivent $s_1(t) = S_{1m}\sin(2\pi f_1 t)$ et $s_2(t) = S_{2m}\sin(2\pi f_2 t)$ d'où $s(t) = ks_1(t)s_2(t) = \frac{kS_{1m}S_{2m}}{2}\left(\cos(2\pi(f_1 - f_2)t) + \cos(2\pi f_2(f_1 + f_2))\right)$ Le spectre en sortie contient deux composantes de fréquences $f_1 - f_2 = 440$ Hz (audible) et $f_1 + f_2 = 160,440$ kHz (inaudible).	1	

12	Le filtre sert à éliminer la composante haute fréquence de $s(t)$, il faut donc utiliser un filtre passe-bas.	1	
13	Pour la bobine $u_{L_0} = jL_0\omega i$ et pour le condensateur $i = jC_0\omega u_{C_0}$	1	
14	loi des mailles donne $u_{L_0} + u_{C_0} = 0$, or $u_{L_0} = jL_0\omega i$ et $i = jC_0\omega u_{C_0}$ d'où $u_{L_0} = (jL_0\omega) \times (jC_0\omega) u_{C_0}$ donc $-L_0C_0\omega^2 u_{C_0} + u_{C_0} = 0$ donc $L_0C_0\dfrac{\mathrm{d}^2 u_{C_0}}{\mathrm{d}t^2} + u_{C_0} = 0$	1	
15	$u_{C_0} = A\cos(\omega_0 t + \phi)$ avec $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{L_0C_0}}$ et A et ϕ deux constantes.	1	
16	$f_2 = \dfrac{\omega_0}{2\pi} = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L_0C_0}}$	1	
17	Pour deux condensateurs montés en parallèle on a $C_{eq} = C_0 + C_{h1}$ donc $f_1 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L_0C_{eq}}} = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L_0(C_0 + C_{h1})}}$	1	
18	Le spectre du signal de sortie $u(t)$ est constitué de deux harmoniques aux fréquences $f_2 - f_1 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L_0C_0}} - \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L_0(C_0 + C_{h1})}}$ et $f_2 + f_1 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L_0C_0}} + \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L_0(C_0 + C_{h1})}}$. Le filtre appliqué en sortie du multiplieur doit permettre de laisser passer toutes les fréquences audibles. On doit donc choisir une fréquence de coupure supérieure à 20 kHz, tout en restant inférieure à la fréquence $f_1 + f_2 \sim 160$ kHz.	1	
19	On reconnait un pont diviseur de tension $H = \dfrac{1/(jC\omega)}{R + 1/(jC\omega)} = \dfrac{1}{1 + jRC\omega}$. C'est un filtre passe-bas. La pulsation de coupure à -3 dB est donnée par $\lvert H \rvert = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ soit $\dfrac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega_c)^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ d'où $\omega_c = \dfrac{1}{RC}$ donc $f_c = \dfrac{1}{2\pi RC}$	1	
20	pour $f_c = 60$ kHz, on a $R = \dfrac{1}{2\pi C f_c} \simeq 260\ \Omega$	1	
21	$m\vec{a} = -kz\vec{e}_z - h\vec{v} + \vec{F}_L$ donc en projetant sur $\vec{e}_z$ on obtient $m\ddot{z} = -kz - h\dot{z} - 2\pi Niab_0$	1	
22	circuit avec une maille comportant un générateur s, un générateur e, une résistance R et une bobine L	1	
23	On écrit l'équation mécanique $m\ddot{z} = -kz - h\dot{z} - 2\pi Niab_0$ qui donne en notation complexe pour la vitesse $mj\omega v + hv + \dfrac{k}{j\omega}v = -2\pi Niab_0$. De même pour l'équation électrique $s(t) = -2\pi Na\dfrac{dz}{dt}b_0 + Ri + L\dfrac{di}{dt}$ devient $s = -2\pi Nab_0 v + (R + jL\omega)i$ donc $s = -2\pi Nab_0 v - \dfrac{R + jL\omega}{2\pi Nab_0}(mj\omega v + hv + \dfrac{k}{j\omega}v)$. D'où $A = B = 2\pi Nab_0$ et $C = R + jL\omega \simeq R$	1	

24	Le haut-parleur est un filtre passe-bande d'ordre 2.	1	
25	H_0 est le gain à résonance $H(f_0) = H_0$, Q est le facteur de qualité $Q = \frac{f_0}{\Delta f}$, f_0 est la fréquence de résonance $\lvert H\rvert$ est maximale en $f = f_0$. $H_0 = \frac{-A}{B^2 + Ch}$, $f_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, et $Q = \frac{C\sqrt{km}}{B^2 + Ch}$	1	
26	à -3dB on a $\lvert H(f_c)\rvert = \frac{\lvert H_0\rvert}{\sqrt{2}}$ donc $\frac{\lvert H_0\rvert}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{f_c}{f_0} - \frac{f_0}{f_c}\right)^2}} = \frac{\lvert H_0\rvert}{\sqrt{2}}$ donc $Q^2\left(\frac{f_c}{f_0} - \frac{f_0}{f_c}\right)^2 = 1$ donc on résout les polynômes du 2nd degré et on élimine les solutions négatives pour avoir $f_c = f_0\left(\sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} \pm \frac{1}{2Q}\right)$, donc $\Delta f = f_0\left(\frac{1}{2Q} - \left(-\frac{1}{2Q}\right)\right) = \frac{f_0}{Q}$	1	
27	la figure c	1	
28	En dehors de la bande passante Δf les sons graves sont déformés, le haut-parleur dérive les signaux, et les sons aigus sont aussi déformés, le haut-parleur intègre les signaux.	1	
29	Avec un filtre passe-bas d'ordre 1 de fréquence de coupure de 20 Hz, sont comportement intégrateur pour les sons graves corrigera le comportement dérivateur du haut-parleur.	1	