

DM 3 : Référentiels non galiléens

Éléments de correction

| N° | Elts de rép. | Pts | Note |
|----|----------------------------------|-----|------|
| 1 | recherches de tous les exercices | 1 | |
| 2. | propreté de la copie | 0.5 | |
| 3. | rendu pour le jour demandé | 0.5 | |

| | | | |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|--|
| 01-07 | Danger lié à un pendule suspendu dans un véhicule | | |
| 1 | Dans le référentiel de la voiture qui freine (non galiléen), car il est plus aisé d'exprimer sa position, sa vitesse et son accélération dans ce référentiel. Il faudra alors tenir compte des forces d'inertie dans l'écriture du PFD dans ce référentiel. | | |
| 2 | En mouvement à vitesse constante, le référentiel lié à la voiture est translation rectiligne uniforme par rapport au référentiel terrestre donc il est galiléen. En phase de freinage le mouvement de la voiture n'est pas uniforme donc le référentiel qui y est lié est non-galiléen. | | |
| 3 | Si la trajectoire de la voiture est rigoureusement rectiligne, alors le théorème du moment cinétique en O s'écrit $\frac{d\vec{L}_{O,R}(M)}{dt} = \vec{M}_O(M\vec{g}) + \vec{M}_O(\vec{T}) + \vec{M}_O(\vec{f}_{ie})$, or $\vec{M}_O(M\vec{g}) = \vec{OM} \wedge (-Mg\vec{e}_z) // \vec{e}_y$ ainsi que $\vec{M}_O(\vec{T}) = \vec{OM} \wedge \vec{T} // \vec{e}_y$ et $\vec{M}_O(\vec{f}_{ie}) = \vec{OM} \wedge (-Ma_{R_0}(O_R)\vec{e}_x) // \vec{e}_y$, donc $\vec{L}_{O,R}(M) // \vec{e}_y$ donc le mouvement est contenu dans le plan (O,z,x). Explication aussi possible avec PFD. Si la trajectoire de la voiture est un mouvement de rotation, alors il faut rajouter le moment de la force de Coriolis $\vec{M}_O(\vec{f}_{ic}) = \vec{OM} \wedge (-2M\vec{\Omega} \wedge \vec{v}_R(M))$, or $\vec{\Omega} // \vec{e}_z$ et $\vec{v}_R(M) \in (O, z, x)$ donc $\vec{f}_{ic} // \vec{e}_y$ or $\vec{OM} \in (O, z, x)$ donc $\vec{M}_O(\vec{f}_{ic}) \in (O, z, x)$ donc le moment de la force de Coriolis provoque une rotation en dehors du plan (0, z, x) | | |
| 4 | freinage : donc ref uniformément décéléré, donc $\vec{f}_{ie} = Ma_0\vec{u}_x$, PFD : $M\vec{a}_R(M) = M\vec{g} + \vec{T} + Ma_0\vec{u}_x$ équilibre $\vec{a}_R(M) = \vec{0}$... projections ... $\tan(\beta_{eq}) = \frac{a_0}{g}$ | 0.5 | |
| 5 | projection du PFD sur \vec{e}_β donne $M\vec{a} \cdot \vec{e}_\beta(M) = M\vec{g} \cdot \vec{e}_\beta + \vec{f}_{ie} \cdot \vec{e}_\beta$ $Ml\ddot{\beta} = -Mg \sin(\beta) + Ma_0 \cos(\beta)$ donc $\ddot{\beta} + \frac{g}{l}\dot{\beta} = \frac{a_0}{l} \cos(\beta)$ | | |
| 6 | petits angles : $\sin(\beta) \sim \beta$, $\cos(\beta) \sim 1$, $\frac{a_0}{g} = \tan(\beta_{eq}) \sim \beta_{eq}$ donc $\frac{1}{\omega_0^2}\ddot{\beta} + \beta = \beta_{eq}$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$ | | |

| | | | |
|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|--|
| | solution d'oscillateur harmonique : $\beta = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t) + \beta_{eq}$, conditions initiales : $\beta(0) = 0$ et $\dot{\beta}(0) = 0$ donne $\beta(t) = \beta_{eq} [1 - \cos(\omega_0 t)]$ | | |
| 7 | La masse oscille entre $\beta = 0$ et $\beta = 2\beta_{eq}$ donc il faut que $2\beta_{eq} < \alpha$ donc $a_0 < \frac{\alpha}{2}g$ application numérique : $a_1 \sim 2 \text{ m.s}^{-2}$ à comparer avec une voiture à 50 km.h^{-1} mets 50 m pour s'arrêter soit $a_0 = \frac{v^2}{d} \sim 4 \text{ m.s}^{-2}$, donc le risque est bien réel. | 0.5 | |