Électromagnétisme

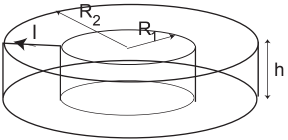
exercices - CCINP

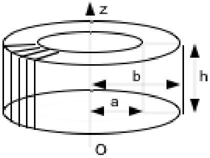
Un cylindre de rayon a et de très grande longueur selon Oz est parcouru par un courant $I = I_0 \cos(\omega t - kz)$ avec $k = \omega/c$.

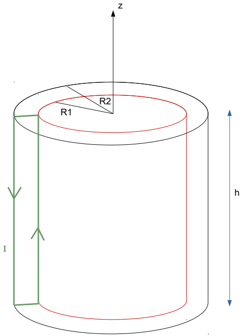
1. Étude des symétries et invariances. Dans la suite, on prendra $E_z(r,t) = 0$.
2. A partir de l'équation de Maxwell-Ampère sous forme intégrale, déterminer $\vec{B}$ dans tout l'espace.
3. A partir de l'équation de Maxwell-Ampère locale, en déduire une équation aux dérivées partielles sur $\vec{E}$. Déterminer $\vec{E}$.

On considère une bobine torique comprise entre les rayons R_1 et R_2, de hauteur h. Elle comporte N tours de fil parcouru par une intensité I.

1. Symétries et invariances du système ?
2. En déduire le contour sur lequel on peut appliquer le théorème d'Ampère.
3. L'appliquer et déterminer le champ $\vec{B}$.
4. Calculer le coefficient d'auto-inductance de la bobine.
5. Retrouver les résultats d'après le calcul de l'énergie magnétique E_m .


R2
R1
I
h


z
b
h
a
O

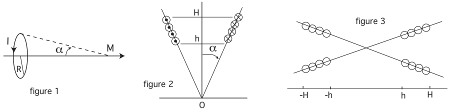

z
R2
R1
h
I

On considère un solide infini de rayon a. Il est parcouru par un courant $I = I_0 \cos(\omega t)$.
On donne B=0 si r>a, et $\vec{B} = \mu_0 n I \vec{e_z}$ si r<a.

1. A l'aide de l'équation intégrale de Maxwell Faraday, trouver $\vec{E}$, en le supposant de la forme E(r,t)$\vec{e_\theta}$
2. Puissance moyenne dissipée par Effet Joule dans un cylindre conducteur d'axe Oz de hauteur H et de rayon b<a ?

On donne l'amplitude du champ magnétique en M sur l'axe de la spire circulaire de rayon R : B $= ||\vec{B}(M)|| = \mu_0$I$\sin^3(\alpha)$ /(2R) (figure 1).

1. Sens et direction de $\vec{B}$? Valeur de B en M(0,0,-z) ?
2. Les fils d'épaisseur 2a sont parcourus par I et enroulés sur un cône.
   2.1 Exprimer dI pour une hauteur dz.
   2.2 En déduire $\vec{B}$ en O en fonction de a, α, h, H, I et μ_0.
3. On met tête-bêche deux cônes comme le précédent, le point O étant commun. Comment doit-on choisir le sens des courants pour que B soit maximal en O ? Donner B(O) en fonction de a, α, h, H, I et μ_0.


I
α
M
R
figure 1
H
h
α
figure 2
O
figure 3
-H
-h
h
H

Soit un plasma neutre qui contient des ions positifs de masse M et de charge +e, et des électrons de masse m $\ll$ M et de charge -e. Il y a N particules de chaque sorte par unité de volume. Une onde plane progressive harmonique se propage dans le plasma, de la forme $\vec{E} = \vec{E_0} \exp i(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM})$.

1. Expliquer pourquoi on peut négliger la force magnétique devant la force électrique, sachant que la vitesse des électrons est très inférieure à la vitesse de phase de l'onde.
2. Montrer que $\vec{j} = -i\dfrac{Ne^2}{m\omega}\vec{E}$
3. Etablir l'équation de propagation de $\vec{E}$.
4. Montrer que k vérifie l'équation : $k^2 = \dfrac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$ et expliciter ω_p en fonction de e, N, m et ϵ_0.
5. étudier les deux cas $\omega < \omega_p$ et $\omega > \omega_p$
6. Sachant que $\omega > \omega_p$, montrer que l'onde est transverse électromagnétique.
7. Vitesse de phase ? vitesse de groupe ? Commentaire ?

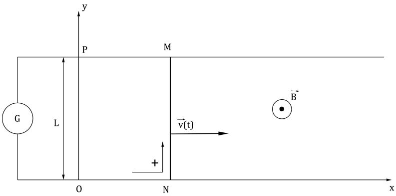
Données : $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\overrightarrow{\mathrm{rot}}\vec{A} = \overrightarrow{\mathrm{grad}}\mathrm{div}\vec{A}_{\triangle}\vec{A}$
c $= 3.10^{8}$ m/s, $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H/m, e $= 1{,}6.10^{-19}$ C, $m_e =$ $9{,}1.10^{-31}$ kg, N $= 10^{20}$ m^{-3}

On suppose que l'on peut assimiler l'eau de mer à un milieu conducteur de conductivité $\sigma = 4,5$ S/m et de permittivité $\epsilon = 81\epsilon_0$.

Montrer qu'il est impossible de communiquer, depuis la terre, avec un sous-marin avec des ondes radio.

On considère deux rails parallèles distant de L. On fixe un galvanomètre de résistance R aux extrémités P et O. Un barreau métallique MN de masse m perpendiculaires aux rails se situe à l'abscisse x=0 à t=0 et possède alors une vitesse initiale v_0. Le dispositif est soumis à un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B_0\vec{e}_z$.

1. Calculer la force électromotrice e(t) induite dans le circuit fermé.
2. Proposer un circuit équivalent. En déduire l'expression de l'intensité i(t) en tenant compte de l'algébrisation proposée. Expliquer en quoi le sens du courant respecte la loi de Lenz.
3. Calculer la force de Laplace subit par le barreau.
4. En négligeant les frottements, déterminer si la barre s'arrête après un certain temps. On introduira une constante de temps $\tau = \dfrac{Rm}{B_0^2 L^2}$.
5. Calculer la puissance dissipée par effet Joule dans la résistance du galvanomètre


y
P
M
G
L
$\vec{B}$
$\vec{v}(t)$
+
O
N
x

On considère le demi-espace x¿0 avec n_+(x) ions de charge q¿0 et n_-(x) ions de charge -q par unité de volume avec $n_+(x) = n_0 \exp(-qV(x)/k_B T)$ et $n_-(x) = n_0 \exp(+qV(x)/k_B T)$. De plus le demi-espace x¡0 est un conducteur massif tel que V(x)=V_0.

1. Via le théorème de Gauss déterminer une équation différentielle du second ordre vérifiée par V.
2. On suppose $qV(x)/k_B T \ll 1$ donner la forme de V et on pose $D^2 = k_B T \varepsilon_0/(qV)$
3. Déterminer σ la densité surfacique de charge du plan x=0 (la formule de passage est donnée)

Voir schéma. Une tige de masse m est reliée à une masse M par le biais d'une poulie de masse nulle. Le fil est inextensible. La résistance du circuit est négligeable. La tige est de longueur a et le condensateur de capacité C.

1. Expliquer qualitativement ce qui va se passer.
2. Exprimer i en fonction de l'accélération de la tige.
3. En déduire l'accélération de la tige en négligeant l'inductance propre du circuit.
4. Exprimer l'énergie stockée par le condensateur en fonction de la vitesse de la tige. Est-ce cohérent de dire que l'énergie se conserve ?

On se place dans le plan (O, $\vec{e_x}$, $\vec{e_z}$). Le référentiel (O, $\vec{e_x}$, $\vec{e_y}$, $\vec{e_z}$) est supposé galiléen. Un cadre conducteur (PQRS) de côté l glisse sur un rail (Ox) sans frottements avec une vitesse $\vec{V} = V\vec{e_x}$ (V>0). Dans la région x<0, $\vec{B} = \vec{0}$ et dans la région x>0, il règne un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{e_y}$ (B>0).

1. 1.1 Quel est le sens du courant induit i ?
   1.2 Calculer la fem induite e.
   1.3 En déduire l'expression de i.
2. On suppose maintenant que $\vec{V_0} = V_0\vec{e_x}$.
   2.1 Expliciter toutes les forces qui s'appliquent sur le cadre.
   2.2 En déduire l'expression de $\vec{V}$ en fonction du temps. Conclure.

On étudie deux spires de même axe, Oz, la spire du haut ayant un rayon r largement inférieur au rayon a de la spire du bas. (les deux spires ne sont pas au même niveau sur l'axe z). On considère de plus deux distributions de charges (C) et (D), au niveau de chacune des spires, et un dipole P à la base de la petite spire, orienté vers le haut selon z. On donne le champ magnétique créé sur son axe par la spire du bas $B(P) = \mu_0 \dfrac{I}{2a} \sin^3(\theta)$, avec I le courant dans la spire du bas et θ l'angle sous lequel on voit cette spire.

1. 1.1 Donner l'expression de m, le moment magnétique.
   1.2 Application numérique inutile.
   1.3 Donner l'expression de M, la mutuelle inductance. (à simplifier au maximum)
2. On suppose qu'à un instant 0, I(0)=0, et qu'en 0^+ on renverse le dipôle P (rotation de 180°)
   2.1 Pourquoi a-t-on apparition d'un courant au niveau de la spire du bas, de distribution (C) ? (qualitatif)
   2.2 Donner l'équation différentielle vérifiée par ϕ (le flux à travers la spire), L (l'inductance), I le courant induit, et R une résistance dont on suppose l'existence. (utiliser les relations de bases)
   2.3 Intégrer et donner l'expression de la charge totale Q.

On considère un atome d'hydrogène constitué d'un unique proton de charge $+$e , entouré d'une densité de charge respectant une symétrie sphérique centrée sur le proton et donc la densité volumique de charge est donnée par : $\rho(r) = -\frac{e}{4\pi a^3} \exp(-2r/a)$

1. Déterminer l'orientation du champ électrique $\vec{E}$. De quelles variables dépend-il ?
2. Quelle surface de Gauss faut-il considérer afin d'obtenir son expression ?
3. Calculer $\vec{E}(M)$. (le résultat pourra être obtenu par double intégration par parties)
4. Étudier le comportement de $\vec{E}$ lorsque r tend vers 0, puis lorsque r est très grand devant a. Comparer avec celui du champ électrique créé par le proton seul.

On a une sphère uniformément chargée avec une petite partie de forme sphérique qui est vide de charges.
Calculer le champ dans la cavité et observer ses particularités

Une spire circulaire de rayon a est suspendue par un fil. La suspension n'influe pas sur le mouvement de la spire. Cette spire est plongée dans un champ magnétique extérieur $\vec{B} = B\vec{e_x}$.
Le vecteur surface de la spire est noté $\vec{e_n}$ et on note θ l'angle ($\vec{e_x}$, $\vec{e_n}$). $\theta(0)$=0 et $\dot{\theta}(0)$=$\dot{\theta}_0$.

1. 1.1 Établir l'expression du courant i dans la spire.
   1.2 Expliquer qualitativement le mouvement de la spire.
2. 2.1 Établir le moment du couple s'exerçant sur la spire.
   2.2 En déduire l'équation du mouvement vérifiée par θ
   2.3 En intégrant cette relation, établir un relation entre θ, $\dot{\theta}$ et $\dot{\theta}_0$.
3. La spire s'arrête lorsqu'elle atteint un angle θ_f.
   3.1 Déterminer une relation vérifiée par θ_f .
   3.2 Montrer graphiquement qu'elle n'admet qu'une seule solution.
   3.3 Était-ce prévisible ?

On considère un câble coaxial de rayons R_1 et R_2 dirigé selon Oz.
Entre R_1 et R_2, les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ s'écrivent :
$\vec{E} = E(r)\cos(\omega t - kz)\vec{u}_r$ $\vec{B} = B(r)\cos(\omega t - kz)\vec{u}_\theta$

1. Présenter le câble.
2. Caractériser l'onde.
3. Donner l'expression de E(r). En déduire celle de B(r).
4. Déterminer la puissance du câble.
5. Déterminer $\vec{j_s}$.

Données : formulaire avec $\mathrm{rot}\vec{A}$ et div$\vec{A}$ en coordonnées cylindriques

Potentiel de Yukawa

Soit a>0 et q>0. On a une particule de charge q en O. En tout point M de l'espace, V(M)= $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}\exp(-ar)$.

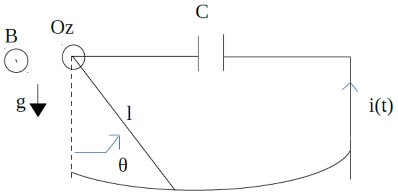
1.
   1.1 Déterminer le champ $\vec{E}$ (M) en tout point M de l'espace.
   1.2 Déterminer le flux de $\vec{E}$ à travers une surface sphérique de rayon r de centre O.
   1.3 Déterminer la limite de $\vec{E}$ et de V(M) quand r tend vers 0.
2.
   2.1 Déterminer la densité volumique de charge ρ en fonction de r .
   2.2 Déterminer la charge q' contenue dans la sphère de centre O et de rayon r.

On considère un cylindre, supposé de longueur infini et de rayon a, avec une répartition surfacique de charge Q.
On suppose un point M placé à une distance r de l'axe du cylindre.

1. Etudier les symétries et invariances du problème étudié.
2. En déduire pour $r>a$: E(M) et V(M)
3. Pour $r < a$: E(M) et V(M)

$I_{Oz} = 1/3ml^2$
$\vec{B} = B\vec{e_z}$

1. Déterminer la fem induite e(t) du circuit.
2. Donner l'expression de i(t).
3. Donner l'expression de la force de Laplace sur un élément dr de la tige.
4. Donner, en intégrant, l'expression de la force de Laplace magnétique de ce circuit.
5. Écrire le théorème du moment cinétique sur (Oz) ... mouvement de la tige ...


C
B
Oz
g
l
i(t)
θ

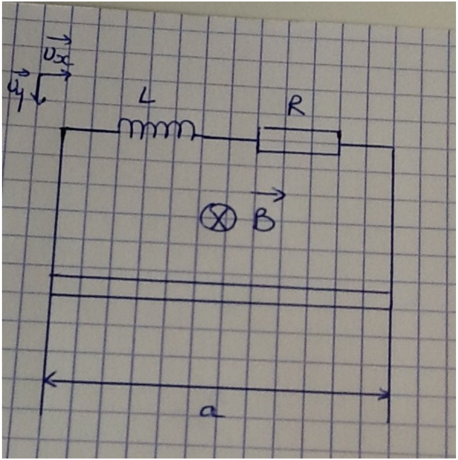
1. On considère un fil infini de charge linéique λ .
   1.1 Calculer le champ électrostatique créé par ce fil.
   1.2 En déduire son potentiel électrostatique V(r) en considérant le potentiel nul en r_0 .
2. On considère maintenant deux fils infinis, l'un de charge linéique λ , l'autre de charge linéique -λ , situés de part et d'autre de l'origine et séparés par la longueur 2a.
   2.1 Quel est le potentiel créé par ces deux fils au point M en considérant le potentiel nul lorsque M est à égale distance des deux fils ?
   2.2 En déduire $\vec{E}(r)$

On se trouve dans un repère orthonormé R=(O,x,y,z). Soit 3 plans orthogonaux à (Ox) coupant (Ox) en -la, en 0 et en +ld. L'espace est partagé en 4 régions. Pour x<-la (région 1) et x>+ld (région 4), l'espace n'est pas chargé. Pour -la $<$ x $<$ 0, l'espace est uniformément chargé de densité volumique de charge $\rho = -\rho_a$ et pour 0 $<$ x $<$ +ld, $\rho = +\rho_d$.

1. Donner une condition nécessaire pour que l'ensemble soit effectivement neutre.
2. Soit E le champ électrique, on considère que E(x<-la)=0 et E(x>+ld)=0. Donner une expression de E en fonction de x .

Soit une barre de masse m de longueur a de résistance R fermant un circuit avec une bobine d'inductance L. Il règne un champ de pesanteur $\vec{g}$ selon $\vec{u}_y$ (la verticale descendante) et un champ $\vec{B}$ comme sur le schéma. On néglige l'inductance propre de la barre et on la lâche avec une vitesse v nulle à l'instant initial.

1. Donner une équation reliant v, le courant dans le circuit : i, et sa dérivée temporelle.
2. Ecrire une équation différentielle mettant en jeu l'accélération de la barre.
3. En déduire une équation portant sur des puissances et l'interpréter.
4. Ecrire une équation différentielle sur i uniquement.
5. Mettre en évidence un courant particulier i_0 et interpréter l'équation obtenue pour R grand tout en disant devant quoi R est grand.


$\vec{u_x}$
$\vec{u_y}$
L
R
$\otimes \vec{B}$
a

On considère un atome d'hydrogène. Dans un repère R(O,x,y,z) , on place le proton supposé fixe en O et l'électron en un point M de l'espace en orbite autour de O. On pose r=OM. Soit a un réel positif.

On a le potentiel électrostatique suivant : $V(M) = \dfrac{e\exp(-r/a)}{4\pi\epsilon_0 r}$.

1. Donner l'expression du champ électrostatique en tout point M de l'espace.
2. Donner l'expression de la charge Q(r) contenue dans une sphère de rayon r.
3. Montrer que l'on a bien un charge ponctuelle en O. Calculer la charge totale de l'espace.
4. On suppose que la charge de l'électron est distribuée dans une sphère autour du noyau. Calculer dQ, la charge comprise entre la sphère de rayon r+dr etr.
5. Par la définition de ρ(M), la densité volumique de charge, trouver son expression en tout point de l'espace.
6. Montrer de dQdr admet un minimum pour un r que l'on exprimera en fonction de a. Commenter.

On considère un électron de charge q=-e, se déplaçant dans un espace libre de charges.

On donne le potentiel V(x,y,z)=$V_0\dfrac{4}{a^2}(x^2+y^2-2z^2)$.

1. La position x=y=z=0 est-elle une position d'équilibre stable ?
2. On ajoute un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{e_z}$. Montrer que, pour piéger les électrons autour du point O, il faut un champ magnétique de module $B > B_c$. Calculer B_c.

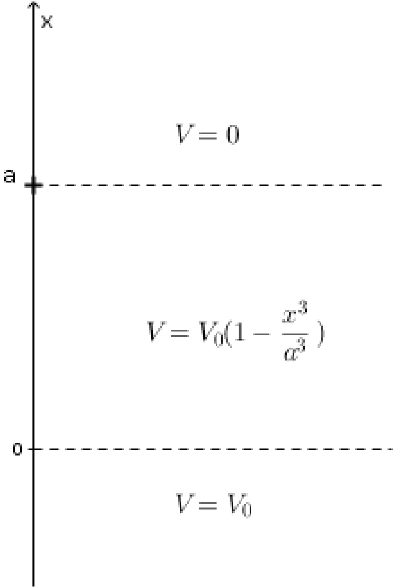
Données : B=2 T, V_0=10 V, a=3 mm

On considère un potentiel électrostatique unidimensionnel, définit sur trois domaines de l'espaces:
Pour a <x: $V(x) = 0$

Pour $0 < x < a$: $V(x) = V0(1 - \frac{x^3}{a^3})$.

Pour $x < 0$: $V(x) = V_0$.

1. Déterminer le champs électrostatique.
2. Déterminer la distribution de charge: volumique, et/ou surfacique.
3. Y a t-il neutralité électrique ?
4. Remarquer la discontinuité du champs électrostatique en $x = a$. Que peut-on en conclure sur la distribution des charges ?


x
$V = 0$
a
$V = V_0(1 - \frac{x^3}{a^3})$
0
$V = V_0$

On considère une onde électromagnétique se propageant selon Ox entre les plans z=0 et z=a avec $\vec{E} = E_0 \sin(\pi z/a) \cos(\omega t - kx)\vec{e}_y$.

1. Cette onde est-elle plane ? Déterminer $\vec{B}$.
2. Montrer que $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont à flux conservatif.
3. En utilisant l'équation de Maxwell qui ne l'a pas encore été, déterminer une relation entre k, ω et a
4. Déterminer la vitesse de phase de l'onde.

1. On considère un fil infini de rayon R parcouru longitudinalement par un courant électrique $\vec{j}$. Expression du champ magnétique ?
2. Montrer que ce champ magnétique présente un maximum d'intensité pour un rayon r à déterminer.

On considère deux ondes EM planes, progressives selon Oz, polarisées rectilignement dans le plan Oxy et symétriques par rapport à l'axe Ox. L'onde 1 fait un angle θ avec cet axe.

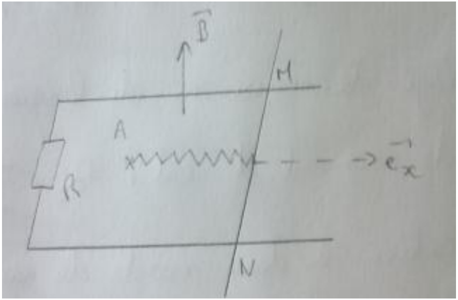
1. Définir le vecteur d'onde $\vec{k}$.
2. Calculer les champs électrique de chaque onde et le champ total.
3. Calculer le champ magnétique $\vec{B}$.
4. Calculer $< \vec{\Pi} >$.
5. Si la longueur d'onde se situe dans le visible, qu'observe t'on ?

On considère un fil circulaire de conductivité γ et de rayon a d'axe Oz, parcouru par un courant de densité volumique $\vec{j}$.

1. Exprimer le champ électrique E en fonction de I, γ et a.
2. Exprimer le champ magnétique $\vec{B}$.
3. Exprimer les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sur la surface latérale du fil.
4. Calculer le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$.

A point fixe, ressort de raideur k de longueur à vide nulle A l'instant t = 0 , on déplace la tige de longueur a et de masse m jusqu'à x_0 sans vitesse initiale. On a $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$.

1. Décrire l'évolution du système et donner le sens du courant i induit.
2. Donner l'expression de i .
3. Donner l'équation du mouvement sous la forme $\ddot{x} + \frac{1}{\tau}\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$. Donner l'expression de τ et ω_0.
4. On veut obtenir un régime pseudo-périodique.
   4.1 Donner une relation liant τ et ω_0 .
   4.2 Donner l'expression de x(t) .
5. Effectuer un bilan d'énergie et donner la puissance dissipée par effet Joule.

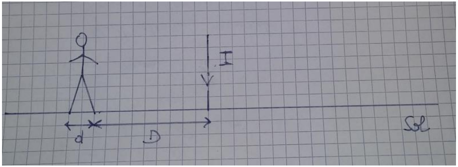


$\vec{B}$
M
A
R
$\vec{e_x}$
N

Soit une onde électromagnétique plane progressive de vecteur d'onde k_0 et d'amplitude Em, frappant un plan P délimitant un espace vide et un conducteur parfait de permittivité ϵ_0.

1. Avec vos connaissances sur l'effet de peau ou les conducteurs parfaits, déterminer le champ E dans le conducteur. (question supplémentaire : que vaut le champ magnétique dans le conducteur)
2. Pour un champ E frappant une surface de charge surfacique σ, le champ tangent est continu, alors que le champ normal présente une discontinuité σ/ϵ_0. Déterminer les relations de passage.
3. Ecrire le champ électrique incident, puis déterminer le champ électrique réfléchi. (Questions supplémentaires sur les ondes progressives et régressives)
4. Déterminer le champ magnétique issu de l'onde réfléchie.
5. Déterminer le champ total électrique dans le vide, puis le champ magnétique.
6. Calculer le vecteur de Poynting, puis sa valeur moyenne. Conclure.

Il est dangereux pour un être humain de rester proche d'un arbre isolé lors d'un orage.
Estimer la distance minimale à laquelle doit se tenir un être humain pour ne pas subir de séquelle lorsque la foudre s'abat sur l'arbre.
On suppose que l'éclair correspond à une intensité I . De plus, le vecteur densité de courant est supposé radial dans le sol. On note γ la conductivité électrique du sol, i_{lim} le courant limite au-delà duquel un courant ne laisse pas une personne indemne, R la résistance électrique de la personne considérée. On notera de plus D la distance entre la personne et l'arbre, et d l'écart entre ses pieds. On supposera $D \gg d$. On énoncera de plus toute approximation qui paraît nécessaire à la résolution de cette question.
A.N :
$I=10$ kA
$i_{lim}=50$ mA
$R=2$ kΩ
$\gamma=2$ mS/m


I
d
D
Sol

On considère une ligne bifilaire composée de 2 lignes chargés, parallèles, de longueur infinie, de rayon a et espacés de h (h $\gg$ a).

1. On considère tout d'abord une seule ligne centrée sur (Oz) de charge linéique λ. En sachant que la ligne est chargée uniformément en surface, exprimer la charge surfacique σ en fonction de λ et de a.
2. Déterminer le champ électrique crée par la ligne à l'extérieur (r$>$a).
3. Déterminer le potentiel généré par la ligne à l'extérieur.
4. Une ligne est chargé $+\lambda$ et l'autre -λ . Déterminer le potentiel généré par la seconde ligne à l'extérieur.
5. Déterminer la différence de potentiel entre les 2 lignes.
6. En considérant une section de longueur l , déterminer la capacité par unité de longueur de la ligne bifilaire.

Soit une plaque cuivrée noircie (absorbe le rayonnement), de surface $S=16\ cm^2$.

Expérience 1 On met la plaque au soleil, sa température augmente de $11\ ^\circ C$ en 140s.

Expérience 2 On refroidit la plaque et on la soumet à un courant d'intensité $I = 2{,}3$ A. Sa température augmente de $11\ ^\circ C$ en 140s.

Expérience 3 On répète l'expérience 1, puis on place la plaque à l'obscurité, on mesure sa résistance : $R = 0.18\Omega$.

1. Donner $< \Pi >$ norme du vecteur de Poynting dû au rayonnement du soleil sur la plaque.
2. Calculer en kg/s la perte de masse du soleil due à son rayonnement.

Données

relation masse-énergie : $E = mc^2$

masse du soleil : 2.10^{30}kg.

âge du soleil : 4,6 milliards d'années

On fournit l'expression du champ électrique dans un micro-ondes : $\vec{E} = E_0 \sin(n\pi x/a) \sin(m\pi y/b) \cos(\omega t) \vec{e_z}$. Il y a un dessin du micro-ondes, avec l'axe (Oz) vers le haut ; on donne a = b = 30 cm.

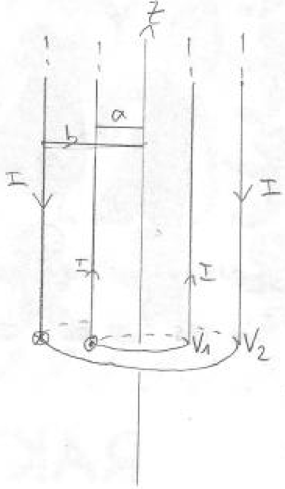
1. Quelle est l'équation vérifiée par le champ $\vec{E}$ dans le micro-ondes ?
2. On réalise une expérience : on place des copeaux de chocolat uniformément dans le micro-ondes, on le met en route, puis on enlève les copeaux qui n'ont pas fondu. On observe les résultats suivants. (dessin vue de dessus (Oxy) du micro-ondes : les traces de chocolat sont placées tous les 10 cm selon y et tous les 7 cm selon x)
   Quelle est la fréquence du champ électrique dans le micro-ondes ?

On souhaite étudier la chute verticale d'un cadre, de masse m et de résistance R dans la plan (z0x). $\vec{B} = B\vec{u}_y$ pour z $>$ 0 et B$=$0 pour z $<$ 0.

1. Sans faire de calculs, expliciter les différentes phases du mouvement
2. Déterminer z(t) et v_z(t) pour z $>$ 0 et z $<$ 0.
3. Faire un bilan d'énergie.
4. Peut on parler de freinage par induction ?

On dispose d'un câble coaxial de rayon intérieur a et de rayon extérieur b, de sorte que $(b - a) \ll a$ et de longueur très grande devant b. Le câble est centré autour d'un axe (Oz), le cylindre intérieur est porté à un potentiel V_1 et le cylindre extérieur à un potentiel V_2. Un courant de même intensité parcourt les deux câbles, mais dans un sens opposé (voir schéma).

1.
   1.1 En considérant les équipotentielles, donner le sens de $\vec{E}$.
   1.2 On prend un cylindre de hauteur h , de rayon entre a et b (donc dans la gaine). Exprimer $\vec{E}$ en fonction de la charge intérieure du cylindre et de ϵ_0.
   1.3 En déduire l'expression de $\vec{E}$ en fonction de (V_1-V_2),a,b et ρ
2. Étudier le champ magnétique et commenter l'intérêt de ce type de câble.
3.
   3.1 Calculer le flux du vecteur de Poynting.
   3.2 Commentaire ?


z
a
b
I
I
I
I
V_1
V_2

Un cylindre uniformément chargé en surface, supposé infini de rayon r.

1. Déterminer les symétries et invariances du problème
2. Pour un point M situé à une distance r>a, déterminer l'expression du champ électrique
3. En déduire le potentiel en ce point M
4. Déterminer l'expression du champ électrique et du potentiel en un point M situé à une distance r<a

On considère, dans le vide. la superposition de deux ondes planes progressives, de même amplitude E_0, dont les vecteurs d'onde $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$, de même norme $k = \omega c$, sont dans le plan xOy, et sont inclinés respectivement d'angles θ et -θ par rapport à l'axe (Ox) . (NB: l'énoncé comportait un schéma des vecteurs)

1. Calculer le champ $\vec{E}$, en complexe puis en réel.
2. Calculer le champ $\vec{B}$, en complexe puis en réel.
3. Calculer la puissance moyenne à travers une surface S .
4. Déterminer la vitesse de phase et la vitesse de groupe. Commenter.

On considère deux plaques A et B infinies et parallèles dont une est dans le plan (Oyz) de charge surfacique uniforme $\sigma > 0$ et l'autre située en x = e chargée -σ. On note V le potentiel électrostatique.

1. Déterminer les champs électrostatiques $\vec{E}_A$ et $\vec{E}_B$, respectivement créés par les plaques A et B , en tout point de l'espace. En déduire le champ électrostatique total à l'intérieur ainsi qu'à l'extérieur des deux plaques. Dessiner quelques lignes de champ.
2. On isole par la pensée une surface S sur chacun des deux plaques et on définit ainsi un condensateur. Déterminer sa capacité C .
3. On considère alors le condensateur ainsi créé. Déterminer la pression électrostatique. Application numérique pour un gros condensateur : $\sigma = 2,5 \times 10^{-9}$ C.m^{-2}.
4. Quelle force doit fournir une opérateur pour doubler la distance entre les plaques ?

On considère un cylindre conducteur de longueur L, de section $S_0=\pi.r^2$, traversé par un champ magnétique $\vec{B}(t)=B_0\cos(\omega t)\vec{u}_z$, on négligera le champ magnétique induit, et on se placera dans l'ARQS.

1. Montrer que $\vec{E}(r,t) = \dfrac{B_0 r\omega}{2}\sin(\omega t)\vec{u}_\theta$ avec deux méthodes différentes. $(^*)$
2. Déterminer la puissance moyenne dissipée par effet Joule.
3. Définir l'ARQS.

$(^*)$Rappel : Théorème de Stokes accompagné d'un schéma

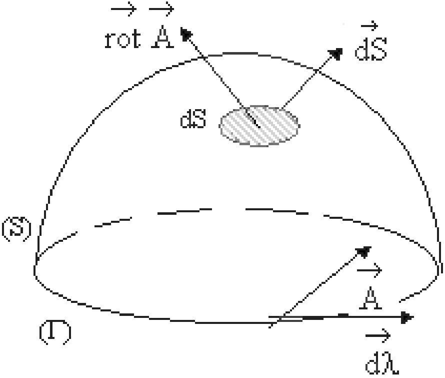


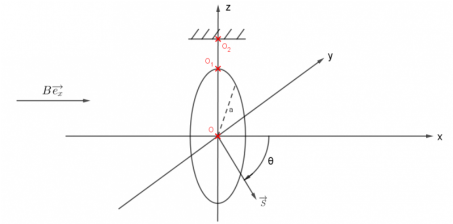
Fig.33

On se donne une goutte d'eau sphérique de centre O, de rayon R et de charge q, qu'on considère comme conductrice. On étudie la séparation de la goutte en deux sous-goutes de rayon r . On rappelle que dans un conducteur à l'équilibre électrostatique, le champ est nul.

1. Montrer que la charge est surfacique.
2. Évaluer r .
3. Calculer la variation d'énergie électrostatique au cours de la transformation.
4. On introduit l'énergie de surface E_S=AS où A est une constante appelée tension de surface. Calculer la variation d'énergie de surface au cours de la transformation.
5. Déterminer la charge pour que la séparation soit spontanée. On donne R=0,1 mm et A=10^{-2} J.m^{-2}. Application numérique.

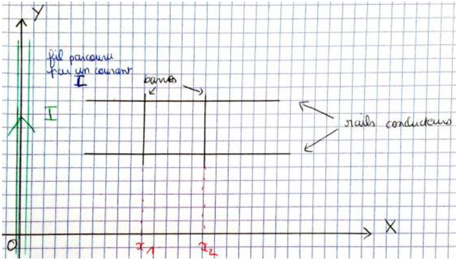
Une spire circulaire de masse m, de résistance R, d'inductance propre négligeable, de rayon a et de centre O est suspendue par un fil situé entre O_1 et O_2 qui est sans torsion. Ainsi, la spire peut se mouvoir en toute liberté. Le vecteur surface de la spire $\vec{S}$ forme un angle θ avec l'axe Ox. Il y a existence d'un champ extérieur uniforme $B\vec{e_x}$. Nous lâchons la spire avec un angle θ et avec une vitesse angulaire $\dot{\theta} = \dot{\theta}_0$.

1.
   - 1.1 Calculez i(t), l'intensité parcourant la spire pour tout temps t.
   - 1.2 En s'inspirant de la spire rectangulaire, quel est le couple s'appliquant à la spire ?
   - 1.3 En quoi ce moment était-il prévisible ?
2.
   - 2.1 La spire ayant un moment d'inertie J=12ma2, trouvez l'équation différentielle régissant le mouvement de la spire.
   - 2.2 En intégrant l'équation, trouvez une relation entre $\theta(t)$, $\dot{\theta}(t)$, $\dot{\theta}_0$.


z
O_2
O_1
y
$B\overrightarrow{e_x}$
a
O
x
θ
$\vec{s}$

1. Rappeler les équations de Maxwell dans un milieu quelconque puis dans un milieu vide de charges et de courants.
2. Déterminer à partir de ces équations l'équation de propagation vérifiée par le champ électrique dans le vide de charges et de courants.
3. On suppose le champ électrique de la forme suivante: $\vec{E} = E_0 \cos(\omega_0 t)\vec{u}_z$. Montrer que cela est vrai si μ_0, ϵ_0 et c vérifient une relation que l'on déterminera.
4. Selon quelle direction et quel sens se propage l'onde ?
5. Exprimer $\vec{B}$ d'après l'expression de $\vec{E}$.
6. Que représente le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$? Quelle est son unité ?
7. Calculer $\vec{\Pi}$ dans le cas de l'onde considérée.
8. Calculer $\left\langle \vec{\Pi} \right\rangle$. On considère qu'un smartphone émet uniformément dans toutes les directions de l'espace une telle onde avec une puissance P=60 mW .
9. Calculer $\left\langle \vec{\Pi} \right\rangle$ à la distance d=10cm du smartphone .
10. Donner les valeurs de E_0 et B_0 .
11. Profil du champ en fonction de t pour une fréquence donnée.

Les barres sont de masses m, de résistance R et de longueur l. Les barres se trouvent initialement en x_1=a et x_2=2a. Un opérateur maintient les barres à vitesse constante : v_1 et $v_2 = 3v_1$. Montrer qu'un courant i apparait. Que vaut la force électromotrice induite ? Donner l'expression de la force exercée par l'opérateur .


Y
fil parcouru
par un courant
I
I
barres
rails conducteurs
X
O
x_1
x_2

On considère une sphère de centre O et de rayon R, de densité volumique de charge ρ.

1. Déterminer l'expression du champ électrostatique subi en un point à l'intérieur et à l'extérieur de la sphère, puis celle du potentiel électrostatique.
2. On considère dans cette même sphère une cavité vide de charge de centre O' et de rayon a tel que OO'+a $<$ R. Déterminer l'expression du champ électrostatique subi en un point à l'intérieur de la cavité. Que remarque-t-on ?
3. Compléter l'analogie avec la gravitation : à quoi correspondent q , $1/(4\pi\epsilon_0)$ et $\vec{E}$?
4. On considère maintenant une sphère de rayon R et de masse volumique μ, présentant une cavité telle que précédemment. A l'aide de l'analogie précédente, exprimer le champ gravitationnel subi dans la cavité.

$\vec{E} = \text{f(y)cos}(\omega t - kx)\vec{e_z}$

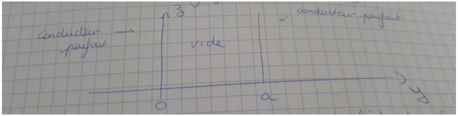
Données :

Le champ E dans un conducteur parfait est nul

$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{A} = \overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\mathrm{div}\vec{A} - \triangle\vec{A}$

Condition au limite aux travers d'une surface chargé ρ et $\vec{j_s}$ (tangentielle et normal) sont donnés

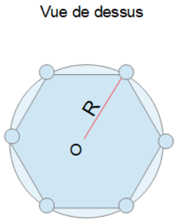
1. 1.1 écrire les équations de Maxwell dans l'inter-conducteur
   1.2 Donner l'équation de propagation de $\vec{E}$
   1.3 Description de la nature de l'onde
2. Donner l'équa-différentiel qui régit f(y)
3. Quelle condition doivent respecter k et ω d'après les conditions aux limites
4. 4.1 Résoudre f et montrer que ω doit être $> \omega_0$ que l'on déterminera pour avoir propagation
   4.2 Ecrire l'expression de $\vec{E}$
5. Calculer vitesse de phase et de groupe : Commenter

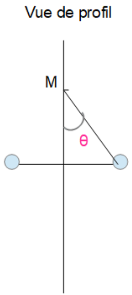

conducteur parfait
vide
conducteur parfait
z
y
0
a

On considère un faisceau de rayon R d'ions de masse m et de densité n, ces ions de déplaçant à la vitesse v .

1. Calculer le champs électromagnétique dans le faisceau.
2. Calculer le champs électromagnétique en dehors du faisceau.
3. Pourquoi le faisceau s'élargit-il ?

1. 1.1 Par une étude des symétries, déterminer la direction de $\vec{E}(M)$.
   1.2 Trouver $\vec{E}(0)$.
2. Déterminer $\vec{E}(M)$ en tous points de l'axe (Oz)
3. Que devient la norme de $\vec{E}(M)$ lorsque M est infiniment loin de l'hexagone ?


Vue de dessus
R
O


Vue de profil
M
θ

On considère une sphère radioactive de rayon a, placée en O, qui émet des charges de manière isotrope. Q(r,t) est la charge contenue dans une sphère de centre O et de rayon r, avec r>a.

1. 1.1 Déterminer la direction de $\vec{E}(M,t)$ et celle de $\vec{J}(M,t)$.
   1.2 Déterminer la valeur de $\vec{B}(M,t)$.
2. Calculer $\vec{E}(M,t)$ en tout point à l'extérieur de la sphère. Calculer $\vec{J}(M,t)$ (utiliser la loi de conservation de la charge).
3. Montrer que l'équation de Maxwell-Ampère est vérifiée.

On étudie un plasma composé d'ions de masse M de charge +e et de concentration n et d'électrons de concentration n.
Le plasma subit une perturbation n'affectant pas les ions mais déplaçant les électrons en x en x+ξ(x,t) (et de x+dx vers x+dx+ξ(x+dx,t)).

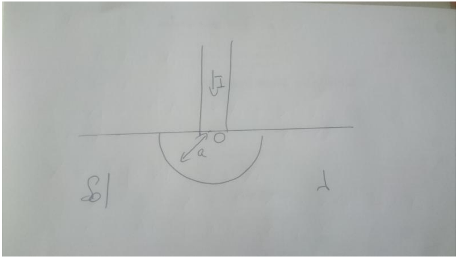
1. Montrer que la nouvelle concentration en électrons est n'=n(1-$\frac{\partial \xi}{\partial x}$) . Qu'en est-il de la concentration de charge ?
2. Rappeler la relation entre E et la concentration de charge. Déterminer E. En déduire l'équation différentielle vérifiée par ξ . Retrouver la pulsation plasma.
3. Que se passe-t-il lorsque E est de la forme $E =_E 0 \cos(\omega t)$?

On se place dans un repère (O,x,y,z) direct et on définit 2 zones différentes pour le champ magnétique : $\vec{B} = \vec{0}$ si x<0, $\vec{B} = E\vec{e_y}$ si x>0 On considère un cadre D=(PQRS) carré, de longueur l, de masse m et de résistance éléctrique r. Le cadre se déplace sans frottement sur un rail selon l'axe (Ox) avec un vitesse $\vec{V} = V\vec{e_x}$ avec V $>$ 0.

1. Etant donné un instant t, le cadre D est partiellement dans la zone. Déterminer le sens du courant induit i. Justifier.
2. Déterminer la f.e.m e du système en nommant la loi utilisée.
3. En déduire le courant i
4. Déterminer toutes les forces s'appliquant sur le système.
5. En sachant qu'à t=0 on a $V=V_0$, déterminer V et conclure.

Un courant I parcours la tige d'un paratonnerre relié à une prise de terre, modélisée par une sphère de rayon a. Le sol est de conductivité σ , et la sphère/prise-terre est de conductivité infinie.

1. En admettant que le courant transmis au sol est selon des demi-droites issues de O le centre de la demi-sphère, déterminer l'expression du vecteur densité de courant.
2. Établir l'expression du champ électrique dans la demi-sphère.
3. Définir et établir la tension de la prise de terre.
4. On définit le pas de potentiel V_p comme la différence de potentiel entre un point du sol et le point un mètre plus loin situés sur une droite passant par O. Calculer $V_p(r)$.


I
O
a

Soit un milieu contenant des charges +q et -q, de permittivité ϵ_0, occupant tout le demi-espace x>0. Les charges +q ont une densité volumique $n_+(x) = n_0 \exp(-qV(x)/kT)$. Les charges -q ont une densité volumique $n_-(x) = n_0 \exp(+qV(x)/kT)$. Avec k le facteur de Boltzmann et T la température. On accole à ce milieu un conducteur parfait de potentiel V_0 occupant le demi-espace $x \leq 0$.

1. Appliquer le théorème de Gauss à un cylindre d'axe Ox et de hauteur dx pour trouver l'équation différentielle régissant V(x).
2. On suppose maintenant que $qV(x)/kT \ll 1$ Donner l'expression de V(x) dans tout l'espace.
3. Trouver σ, la densité surfacique de charge du conducteur.

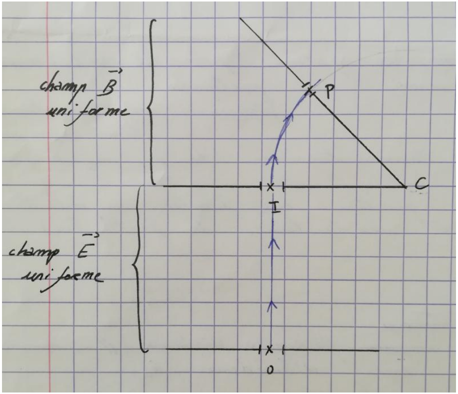
Rappel : Quand on change de milieu, la composante tangentielle de $\vec{E}$ reste inchangée tandis que sa composante normale subit au changement de milieu une variation de σ/ϵ_0.

1. Considérons un plan infini seul de charge surfacique $+\sigma$ en y=0 :
    1.1 Etudier les symétries et invariances du plan.
    1.2 Montrer que la norme du champ $\vec{E}_+$ vaut $\dfrac{\sigma}{2\epsilon_0}$
2. Considérons maintenant 2 plans infinis de charge surfacique $+\sigma$ et -σ, l'un en y=0 et l'autre en y=d :
    2.1 Déterminer le champ $\vec{E}$
    2.2 En déduire le champ total en tout point de l'espace.
3. Calculer le potentiel entre les deux armatures.

On considère le montage ci-dessus : une particule de Au^+ est envoyée en O dans le montage avec une vitesse initiale négligeable, puis suit la trajectoire indiquée. Entre O et I règne un champ électrique uniforme $\vec{E}$; entre I et P règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$.

1. Quelle doit être l'orientation de $\vec{E}$ pour que la particule suive la trajectoire indiquée sur la figure ?
2. Calculer la vitesse v_0 atteinte par la particule en I, sachant que les plans équipotentiels perpendiculaires à IO en I et O sont aux potentiels V_0=0 V et V_1 = -46,3 V .
3. Comment orienter le champ $\vec{B}$ pour que la particule suive une trajectoire circulaire ?
4. Calculer la norme de $\vec{B}$ pour que la particule suive une trajectoire circulaire de rayon CM=r_0=constante ?
5. Comment ce dispositif peut-il sélectionner les particules selon leur masse ? Tracer la trajectoire de deux particules de masses m_1 et m_2, sachant que $m_1 > m_2$.

Données : e=1,69 eV ; $N_a = 6{,}02.10^{23}$ mol^{-1}; M(nucléon)=$1{,}7.10^{-27}$ kg

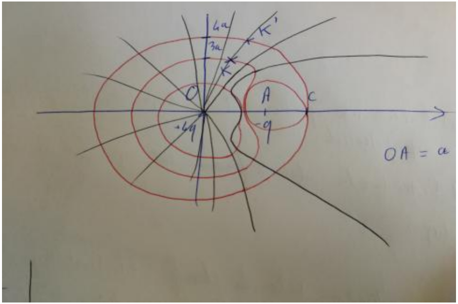

champ $\vec{B}$ uniforme
P
C
I
champ $\vec{E}$ uniforme
O

On cherche à trouver l'expression du champ magnétique créé par une nappe de courant. On munit le plan d'un repère Oxyz. La nappe est dans le plan Oxy et le vecteur densité de courant surfacique est $\vec{J} = J\vec{e_x}$. On se donne un point M(x,y,z).

1. Donner la direction de $\vec{B}(M)$. De quelles coordonnées dépend le champ magnétique ? Exprimer $\vec{B}$(x,y,z) en fonction de $\vec{B}$(x,y,-z).
2. Donner un contour d'ampère adapté à cette distribution de courant.
3. Calculer $\vec{B}$(M) pour tout point M.

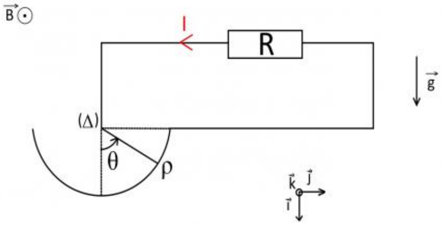
On considère deux points O (0,0) et A de coordonnées (a,0) avec a > 0. On place un charge 4q en O et -q en A, q$>$0 En annexe une carte de champ

1. 1.1 Déterminer quelles sont les lignes de champ électrostatique et quelles sont les lignes équipotentielles.
   1.2 Démontrer la relation fondamentale qui lie ces deux lignes.
2. 2.1 En considérant un tube de champ électrostatique, quelle relation reliant le champ aux lignes de champ peut-on obtenir ?
   2.2 Que peut-on dire du champ en K et K'.
3. 3.1 Que peut-on dire du champ en C.
   3.2 Calculer théoriquement l'abscisse de C.
   3.3 Que dire de l'autre grandeur électrostatique de C.


4a
3a
K'
K
O
A
C
+4q
-q
OA = a

On étudie une tige uniformément répartie en masse, de mouvement d'inertie J selon l'axe (Δ) . (Avec beaucoup de données supplémentaires déjà résumées sur le schéma de l'énoncé).

1. Calculer la fém induite e(t).
2. En déduire une relation entre I et θ.
3. Déterminer une équation différentielle linéaire du second ordre vérifiée par θ (en utilisant une approximation aux petits angles).



$\vec{B}$
I
R
$\vec{g}$
(Δ)
θ
ρ
$\vec{k}$
$\vec{j}$
$\vec{i}$