

# Devoir Maison 4

Pour Mercredi 14 octobre 2020

## Un traîneau sur la glace

Un traîneau à chiens est un dispositif de masse totale  $M$  (le pilote, ou musher, est compris dans cette masse) qui peut glisser sur la surface de la glace avec des coefficients de glissement statique (avant le démarrage)  $\mu_s$  et dynamique (en mouvement)  $\mu_d$ .

1. Les chiens sont reliés au traîneau par des éléments de corde tendus, de masse négligeable et inextensibles. Appliquer le PFD à un élément de corde entre  $x$  et  $x + dx$  avec  $\vec{e}_x$  l'axe de la corde et montrer que la tension de la corde est constante le long de celle-ci.
2. De même appliquer le théorème du moment cinétique sur ce même élément de corde et montrer que la tension est colinéaire à la corde.
3. Le trajet se fait soit à l'horizontale, soit sur une faible pente ascendante caractérisée par l'angle  $\alpha$  avec l'horizontale.

Appliquer le PFD au traîneau à l'horizontale et projeter selon les direction de  $\vec{T}$  et de  $\vec{N}$ . En déduire une relation liant  $a$ ,  $F$ ,  $\mu_d$ .

De même pour une faible pente d'angle  $\alpha$  établir la même équation et montrer que tout se passe comme dans un mouvement horizontal sous réserve de remplacer  $\mu_d$  par  $\mu'_d = \mu_d + \alpha$ .

L'intensité de la force de traction totale  $F$  exercée par l'ensemble des chiens dépend de leur vitesse  $v$  et on adoptera le modèle  $F = F_0 - \beta v$  où  $F_0$  et  $\beta$  sont des constantes positives. On prendra les valeurs  $M = 5,0 \times 10^2$  kg,  $\alpha = 0$ ,  $\mu_d = 5,0 \times 10^{-2}$  et  $\mu_s = 8,0 \times 10^{-2}$ .

4. Déterminer la valeur minimale de  $F_0$  permettant le démarrage du traîneau.
5. La vitesse du traîneau en régime stationnaire est  $v_0 = 3 \text{ m.s}^{-1}$ , atteinte à 5% près au bout d'un temps  $t_1 = 5$  s.  
Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse du traîneau, faire apparaître une constante de temps, en déduire une expression de  $\beta$  en fonction de  $M$  et  $t_1$  et faire l'application numérique.
6. En utilisant le régime stationnaire, exprimer  $F_0$  en fonction de  $\beta$ ,  $v_0$ ,  $\mu_d$ ,  $M$  et  $g$  et calculer sa valeur numérique.

Toujours à vitesse constante  $v_0$ , le traîneau aborde une courbe à plat qu'on assimilera à un cercle de centre  $O$  et de rayon  $R$  (cf. figure). Les chiens (modélisés ici en un seul point  $C$ ) doivent donc tirer vers l'intérieur du cercle.

7. Déterminer en fonction des données la tension  $\vec{T}$  de la corde et l'angle  $\theta$  entre la force de traction et la trajectoire.

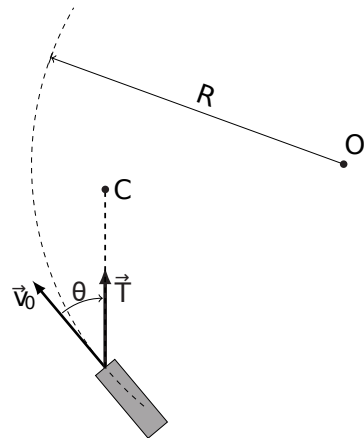


Figure e - Trajectoire circulaire du traîneau