

Devoir Maison 10

Mercredi 6 Janvier 2021

Imagerie par Résonance Magnétique nucléaire ou IRM

L'IRM, est une technique non destructive de visualisation en coupes des tissus organiques. Elle fait interagir champ magnétique et moment magnétique des particules présentent pour obtenir des images.

Données :

- Perméabilité du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$
- Constante de Planck « réduite » : $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$
- Masse de l'électron : $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
- Charge de l'électron : $-e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- Rayon de l'orbite 1s du modèle de Bohr : $r_B = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$
- Moment magnétique du proton : $\mu_p = 1,4 \cdot 10^{-26} \text{ J.T}^{-1}$

Précession : la précession est le nom donné au changement graduel d'orientation d'un vecteur qui décrit un cône dont l'axe est la direction de précession. Ce cône est parcouru à vitesse constante dans un sens donné.

Comportement d'un dipôle dans un champ magnétique

Rapports gyromagnétiques

Une boucle de courant est créée par un électron dans son mouvement orbital autour du noyau. On considère l'orbite circulaire, de rayon r_B et de centre O, contenue dans le plan xOy. Le vecteur vitesse de l'électron s'écrit $\vec{v} = v\vec{t}$ avec \vec{t} le vecteur unitaire tangent au cercle orienté dans le sens direct autour de O.

1. Exprimer le moment magnétique $\vec{\mu}_e = \mu_e \vec{e}_z$ associé à cette boucle de courant en fonction du rayon r_B , de la vitesse v , du vecteur \vec{e}_z et de constantes fondamentales.
2. Exprimer le moment cinétique de l'électron, par rapport au point O, $\vec{\sigma}(O) = \sigma_e \vec{e}_z$ en fonction des mêmes paramètres.
3. Exprimer le rapport gyromagnétique correspondant $\gamma_e = \frac{\mu_e}{\sigma_e}$ en fonction des constantes fondamentales et calculer la valeur numérique du rapport gyromagnétique de l'électron.

Le corps humain est essentiellement constitué d'eau : l'hydrogène représente 10 % de la masse corporelle, c'est-à-dire 86 % de la composition chimique de notre organisme. On étudiera donc, par la suite, le comportement de ces protons soumis à un champ magnétique extérieur $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$. On peut, comme dans l'exemple de l'électron, associer au proton un rapport gyromagnétique égal au rapport de son moment magnétique et de son moment cinétique. Pour l'hydrogène H

isolé, le rapport gyromagnétique, qui vaut $\gamma_p = 2,67.10^8 \text{ rad.s}^{-1}.\text{T}^{-1}$, est associé à un moment cinétique quantifié qui ne peut prendre que les valeurs $\pm \frac{\hbar}{2}$.

4. Les valeurs ci-dessus sont-elles conformes à la valeur du moment magnétique μ_p ?

Précession d'un dipôle

On écarte un dipôle d'un angle α par rapport à la position d'équilibre stable dans un champ magnétique $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$.

5. En vous aidant du théorème du moment cinétique, écrire l'équation différentielle caractéristique de l'évolution du vecteur moment dipolaire sous la forme $\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \vec{\omega}_0 \wedge \vec{\mu}$ en précisant ce que vaut $\vec{\omega}_0$.
6. En calculant $\frac{d}{dt} (||\vec{\mu}||^2)$, montrer que sa norme se conserve. Puis en calculant $\frac{d}{dt} (\vec{\omega}_0 \cdot \vec{\mu})$ montrer que la projection du moment sur l'axe du champ magnétique se conserve aussi.
7. Décrire le mouvement de la projection du vecteur dans un plan orthogonal au champ magnétique, en précisant ce que représente $||\vec{\omega}_0|| = \omega_0$.
8. Décrire le mouvement complet du dipôle en vous appuyant sur un dessin. Préciser le sens du mouvement de précession.