Quantique

exercices - CCINP

On considère une particule de masse m qui évolue dans un potentiel V(x) indépendant du temps. On note Ψ(x,t) sa fonction d'onde.

1. Donner l'équation de Schrödinger vérifiée par la fonction d'onde. Justifier que l'on peut écrire $\Psi(x, t) = \phi(x)\chi(t)$. Montrer alors que $\Psi(x, t) = \phi(x) \exp(-iEt/\hbar)$. Que représente E ? Donner l'équation vérifiée par la fonction ϕ.

1. Le potentiel est tel que V(x)=0 pour x<0 et x>a et V(x)=$V_0 > 0$ pour $0 < x < a$. La particule se déplace dans le sens des x croissants avec une énergie E.
   1.1 Que se passe-t-il en mécanique classique pour les valeurs possibles de E ?
   1.2 Que se passe-t-il dans le cadre de la mécanique quantique qui ne peut pas être expliqué en mécanique classique ?
   1.3 On donne les expressions de ϕ dans les trois domaines: pour 0 < x < a, $\phi(x) = A\exp(\rho x) + A'\exp(-\rho x)$, avec $\rho = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}$. Quelle est la signification physique de ρ ?
   1.4 On donne l'expression du coefficient de transmission T à travers la barrière. On donne deux graphes, où on voit l'amplitude de l'onde associée à la particule arriver sur la barrière de potentiel. Sur les graphes la valeur de V_0 est la même, l'amplitude initiale aussi, par contre la largeur de la première barrière est deux fois plus petite que celle du deuxième. Dans la marche, la décroissance de l'amplitude est plus rapide dans la deuxième que dans la première, et l'amplitude de l'onde derrière la marche est plus faible sur le deuxième que sur le premier, commenter .

On étudie la propagation d'une onde G au niveau d'une marche de potentiel, avec un potentiel nul pour x<0 et x>L et V=V_0 pour x∈[0,L]

1.
   1.1 Donner l'équation de Schrödinger indépendante du temps.
   1.2 Donner l'expression de k_1 pour x<0
   1.3 Sachant que G est la somme de 2 ondes de Broglie d'amplitude A et B donner son expression en fonction de k_1 (entre autre)

2. On donne :
   pour x>0 : $G_2 = C\exp(k_2 x) + D\exp(-k_2 x)$
   pour x dans [0,L] : $G_3 = F\exp(-ik_3 x)$
   2.1 Expliquer l'absence de terme en $\exp(ik_3 x)$
   2.2 Ecrire les conditions aux limites
   2.3 On pose $T = |F/A|2 = 1/(1 + X_0 \sin^2(k_2 L))$ (formule incertaine)
   Que représente T ?
   Que se passe-t-il pour $k_2 L \gg 1$? Expliquer.

3. Trouver la variation de longueur sur L pour que la probabilité de transmission (T) augmente de 10%.

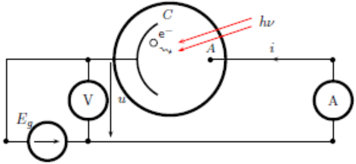
Soit une particule de masse m, énergie E, confinée 0<x<L avec V(x)=0 pour $x \in [0,L]$ et $+\infty$ sinon.

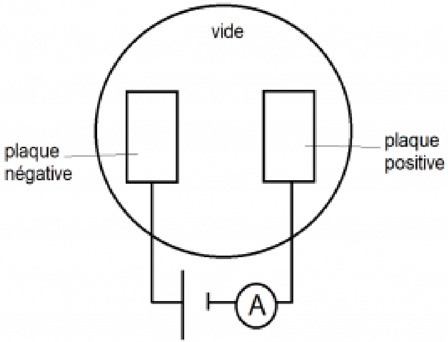
1. Physique classique. La densité de probabilité P(x) est proportionnelle au temps passé par la particule entre x et $x+\delta x$.
   1.1 En utilisant la conservation de l'énergie déterminer v(x) la vitesse de la particule dans le puits.
   1.2 Montrer qu'après normalisation : dP/dx=1/L
   1.3 Donner la probabilité que la particule soit entre 0 et L/4
2. Physique quantique. Fonction d'onde : $\Psi_n(x,t) = A_n \sin(n\pi x/L) \exp(-2j\pi Et/h)$, n entier positif non nul.
   2.1 Déterminer A_n.
   2.2 Donner la probabilité que la particule soit entre 0 et L/4.
   2.3 Que se passe-t-il quand n est très grand devant 1, est-ce-cohérent avec le résultat classique?

1. Donner l'expression des niveaux d'énergie E_n d'une particule de masse m dans un puits de potentiel infini de longueur a.
2. On considère l'atome d'hydrogène, on note r la distance de l'électron au noyau. Calculer E_n sachant que l'électron se trouve dans un puits de potentiel infini de longueur la demi-circonférence de l'atome.
3. L'énergie totale de l'électron est E_n , somme de E_n et de l'énergie potentielle d'interaction de l'électron avec le noyau. Donner l'expression de E_n.
4. Donner les positions rn d'équilibre stable de l'électron. Calculer rn pour n$\in$1,2,3.
5. Montrer que E_n peut s'écrire sous la forme E_n=-E_0/n^2. Donner l'expression et la valeur de E_0.
6. De quelle couleur est la radiation émise par un électron qui passe du niveau d'énergie 3 au 2 ?

Données : ϵ_0, h, masse de l'électron, charge élémentaire.

On considère le système suivant (Bon, le schéma n'était pas donné, on le décrivait dans un long paragraphe mais une image vaut mille mots.) On remarque qu'en dessous d'une certaine fréquence f_0 , il n'y a pas de courant, qu'importe la puissance d'éclairage.





1. 1.1 Expliquez pourquoi la physique classique ne peut expliquer ce phénomène en décrivant ce qu'on serait censé observer. Que se passerait il si l'on considérait une onde ? Pourquoi ce phénomène illustre t-il le phénomène de lumière corpusculaire ?

   1.2 Donnez le nom du phénomène, de la personne qui a proposé une explication au phénomène et explicitez cette dernière. Citer une autre expérience traitant du même phénomène. Citer un autre exemple illustrant la dualité onde-corpuscule.

2. On considère $E = \text{Wext} + \text{Ec}$. Expliquer chacun des termes de l'équation précédente et ce à quoi il correspond. Donner le lien entre Wext et f_0.

3. 3.1 On étudie une cellule électrochimique de potassium où $\text{Wext} =$ 2,3 eV. On éclaire les plaques avec deux sources lumineuses : d'abord une à $\lambda_1 = 440$ nm puis une deuxième à $\lambda_2 = 660$ nm. Pour chaque cas, dîtes s'il y a apparition de courant dans le circuit.

   3.2 Dans les cas où les électrons circulent, donnez leur vitesse.

1. Pour une puissance lumineuse donnée, on observe alors une saturation du courant à une certaine valeur. Exprimez le rapport du nombre d'electron émis sur le nombre d'électron sur les plaques.
2. Comment vous-y prendriez vous pour trouver la valeur de h en jouant sur la valeur de E, tension aux bornes de la pile ?

Données : constante de Planck h , masse d'un electron m, charge d'un electron q, célérité de la lumière c.

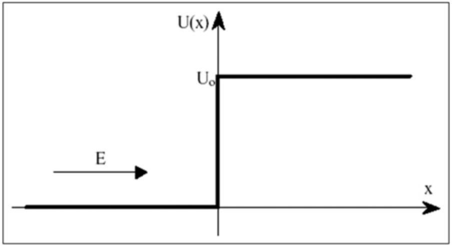
Un électron vit dans une "boîte" de longueur L. Le potentiel est nul pour $0<x<L$ et infini en tout autre point de l'espace.

1. Rappeler l'expression de l'équation de Schrödinger indépendante du temps.
2. Résoudre cette équation en donnant la forme des solutions.
3. Exprimer E_n en fonction de m, L, n et $\hbar$.
4. Pour la molécule de la carotte (β-carotène, NDLR), $L = 183$ nm.
   4.1 Calculer E_{11} et E_{12} correspondant aux niveaux d'énergie 11 et 12 de l'électron.
   4.2 En déduire la longueur d'onde du photon qui passe à travers la carotte.
   4.3 Expliquer ainsi la couleur de la carotte.

Données : Valeurs de $\hbar$, c et la masse d'un électron.

Particule d'énergie E face à une marche de potentiel U_0 en x=0.

1. Cas où E>U_0
   1.1 Comment se comporterait une particule classique ?
   1.2 On donne la fonction d'onde
   $\Psi_g(x,t) = (Ae^{ikx} + Be^{-ikx})e^{-iEt/\hbar}$ si x<0 et
   $\Psi_d(x,t) = Ce^{iqx}e^{-iEt/\hbar}$ si x>0 . Interpréter chaque terme et donner l'expression de k et q.
   1.3 Exprimer r=C/A et t=B/A.
2. Cas où E<U_0
   2.1 on donne $\Psi_d(x,t) = Ce^{-ax}e^{-iEt/\hbar}$. Donner l'expression de a. Caractériser Ψ.


U(x)
U₀
E
x

On étudie une molécule amide (j'ai oublié le nom) définie comme étant un colorant (la molécule est notamment composé de 2 atomes d'azote entre les lesquelles on a des successions de liaisons doubles et simples d'atomes de carbones).
La couleur du mésomère est lié au niveau d'énergie dans lequel il se trouve.
Au sein d'une liaison double on a 2 électrons délocalisés. Dans le modèle ces électrons sont dans une boîte unidimensionnel de longueur L .
On fournit les spectres d'absorption d'un mésomère avec 9 atomes des carbones (il absorbe une raie vers 510 nm), et celui d'un mésomère avec 7 atomes de carbone (il absorbe une raie vers 410 nm).
On nous indique que s'il y a des grandeurs à introduire, nous pouvons le faire en donnant des ordres de grandeurs.
On nous demande de trouver la couleur que l'on observe pour le mésomère à n atomes de carbone. (On nous indique que notre démarche scientifique, nos hypothèses . . . seront prises en compte)
Données: Constante de Planck Principe d'exclusion de Pauli pour une molécule