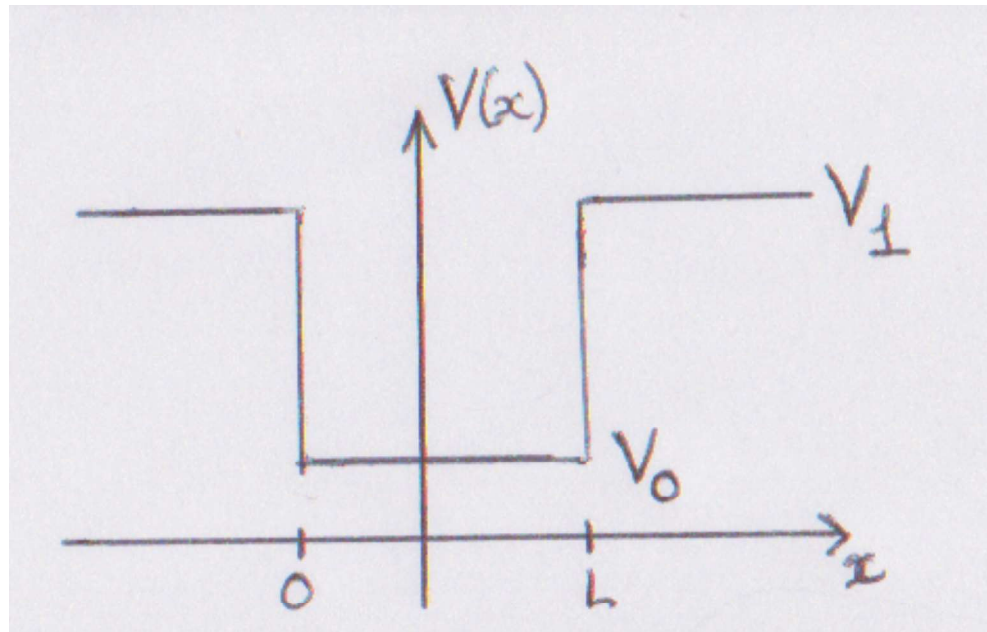
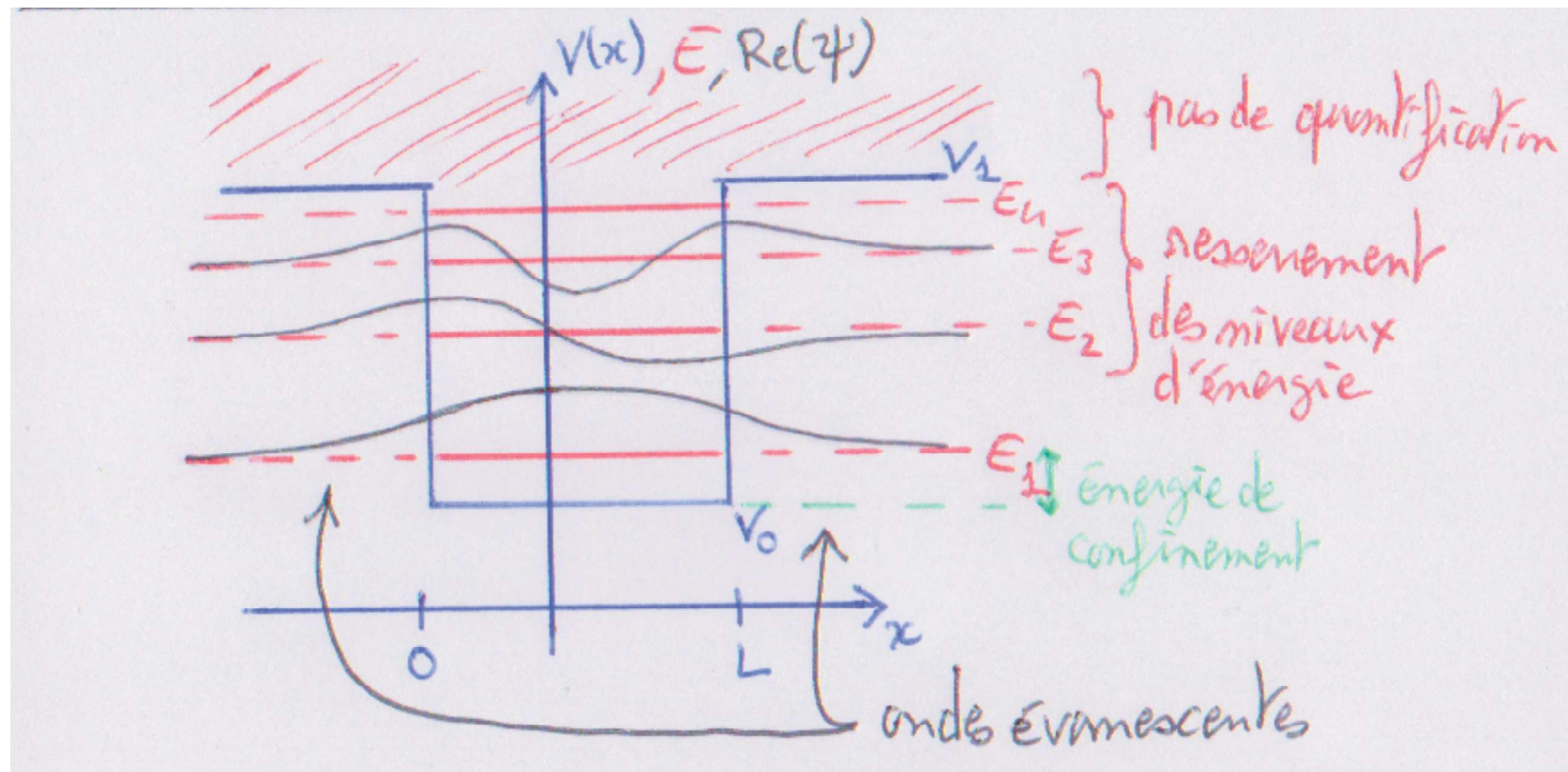


## Puit non infini:

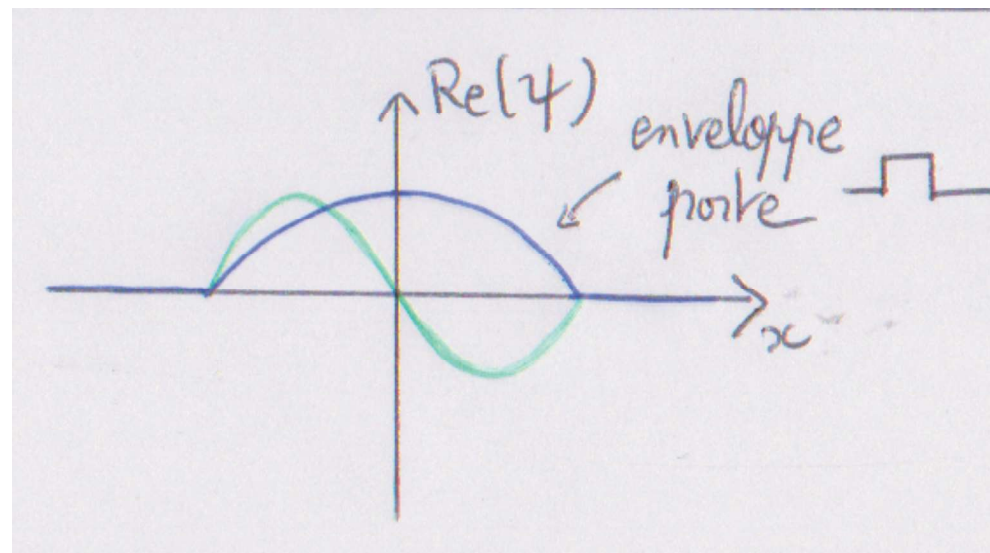
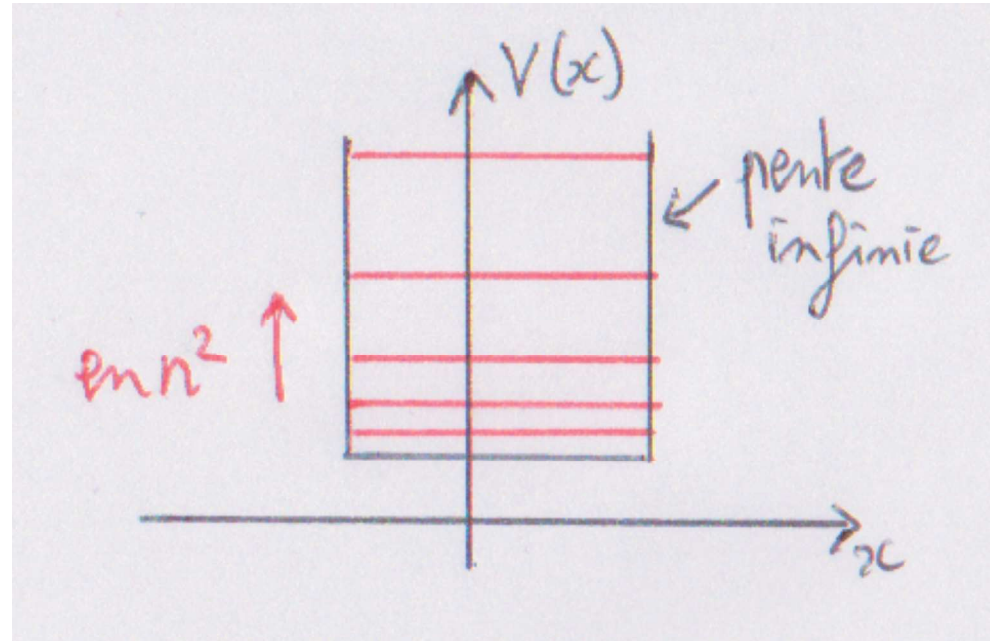


- ▶ On a toujours le confinement  $\Rightarrow$  énergie de confinement
- ▶ On a plus  $V_1$  infini  $\Rightarrow$  condition limite :  $\frac{\partial \Psi}{\partial x}$  continue en 0 et en  $L$
- ▶ onde évanescence à l'extérieur du puits  $x < 0$  ou  $L < x$ .

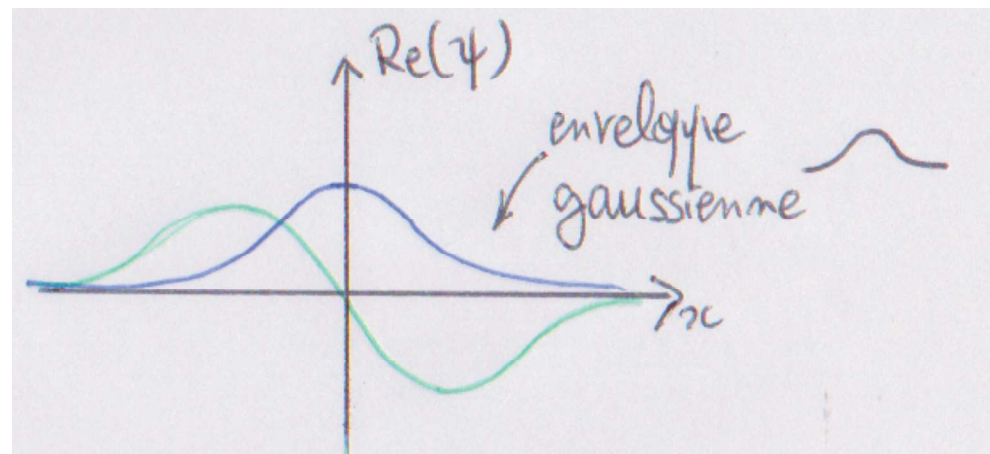
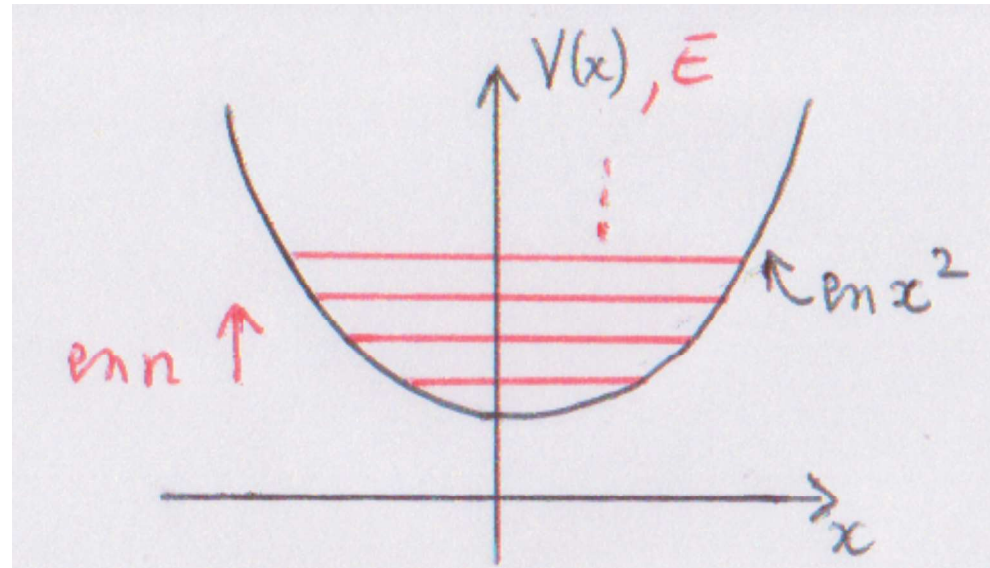


# Puit non rectangulaire

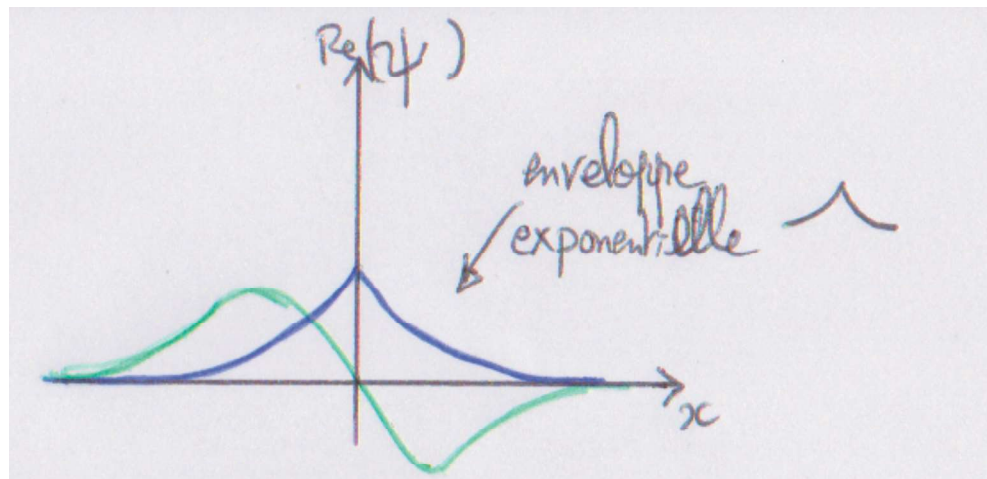
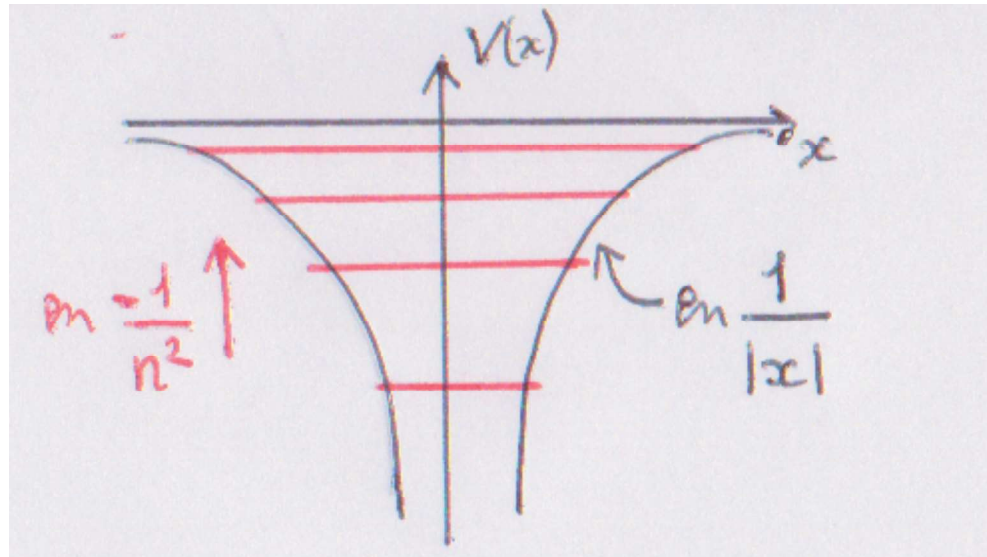
fabrication de couches atomiques



## minimum local d'énergie potentielle



énergie potentielle issue d'une force en  $\frac{1}{r^2}$





## Remarque

- ▶ On a de plus en plus d'onde evanescente avec une marche de potentielle de moins en moins haute
- ▶ Les niveaux d'énergie se resserrent de  $+$  en  $+$ , car  $+$  d'onde evanescente donc  $\Psi$   $+$  étalée donc  $\Delta x$   $+$  grand, donc énergie de confinement plus petite.

## 4. Etats non stationnaire d'une particule

### 4.1. Combinaison linéaire d'état stationnaire

On a principalement étudié des états stationnaires, soit des états avec  $\rho(x)$  qui ne dépend pas du temps.

Question : comment modéliser une particule qui bouge ?

Réponse : voir Paquet d'onde pour les particules libres

exemple: paquet d'onde gaussien avec

$$\Psi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{\hbar}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(p) \exp(-i(\omega t - px/\hbar)) dp \text{ avec}$$

$$g(p) = \frac{1}{(2\pi\sigma_p^2)^{1/4}} \exp\left(-\frac{(p-p_0)^2}{4\sigma_p^2}\right)$$

... calcul ...

$$\text{on trouve } \Psi(x, t) = \left(\frac{2\pi}{\sigma_x^2}\right)^{1/4} e^{-i\omega t} \exp\left(-\frac{(x-p_0 t/m)^2}{4(\sigma_x^2 + i\hbar t/(2m))}\right)$$

$$\text{donc } \rho(x, t) = \sqrt{\frac{2\pi}{\sigma_x^2}} \exp\left(-\frac{(x-p_0 t/m)^2}{2\sigma_x^2(1+(\hbar t/(2m\sigma_x))^2)}\right)$$

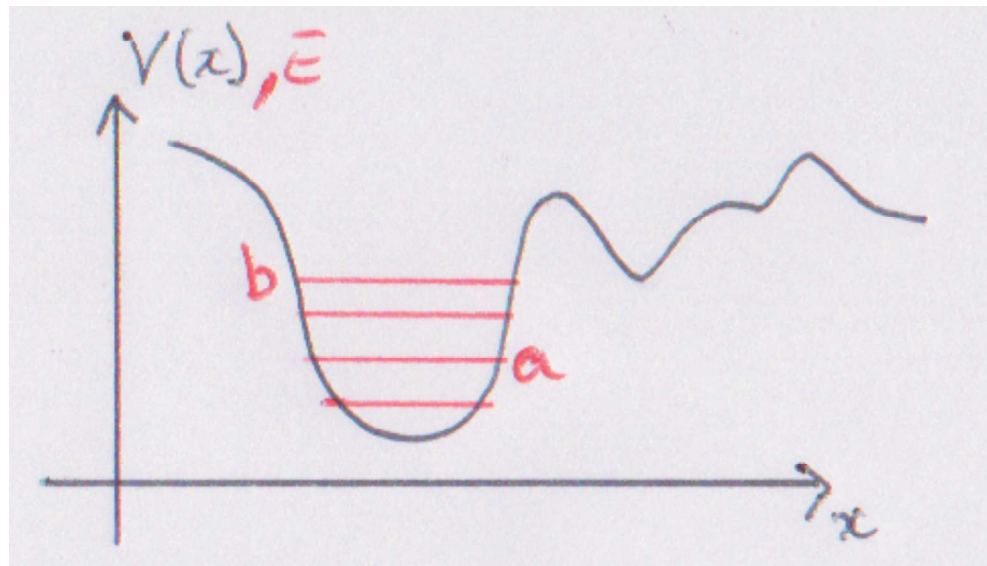
donc il faut faire des sommes d'état stationnaire, ici c'est une somme d'onde progressive monochromatique d'expression  $\frac{g(p)dp}{\sqrt{\hbar}} e^{-i(\omega t - px/\hbar)} \rightarrow |\cdot|^2 \rightarrow \frac{\gamma(p)dp}{\hbar}$  indépendant de  $t$ , stationnaire

De manière générale les états stationnaires constituent une base des fonctions d'onde et on peut reconstituer tous les états non-stationnaire par combinaison linéaire d'états stationnaire.



## 4.2. Cas dans un puit de potentiel

Dans un puit de potentiel les niveaux d'énergie des états stationnaires sont quantifiés.



On peut choisir deux niveaux d'énergie  $E_a$  et  $E_b$  différents ( $E_a \neq E_b$ ) et de fonctions d'ondes

$$\Psi_a = e^{-iE_a t/\hbar} \phi_a(x)$$

$$\Psi_b = e^{-iE_b t/\hbar} \phi_b(x)$$

et faire une combinaison linéaire de coefficient  $(\alpha, \beta)$  complexes

$$\Psi_{tot} = \alpha \Psi_a + \beta \Psi_b$$

## Remarque:

la normalisation  $\Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi_a|^2 dx = 1$  et  $\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi_b|^2 dx = 1$  et

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi_{tot}|^2 dx = 1$$

$$\text{Donc } \int_{-\infty}^{+\infty} |\alpha \Psi_a + \beta \Psi_b|^2 dx = 1$$

$$|\alpha|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi_a|^2 dx + |\beta|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi_b|^2 dx + 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \Re(\alpha \beta^* \Psi_a \Psi_b^*) dx = 1$$

$$2\Re(\alpha \beta^* [\int_{-\infty}^{+\infty} \phi_a \phi_b^* dx] e^{-i(E_a - E_b)t/\hbar}) = 1 - |\alpha|^2 - |\beta|^2$$

$$2r \cos(\theta - \frac{E_a - E_b}{\hbar} t) = 1 - |\alpha|^2 - |\beta|^2$$

donc  $r = 0$

donc  $\int_{-\infty}^{+\infty} \phi_a(x) \phi_b^*(x) dx = 0$  et  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$

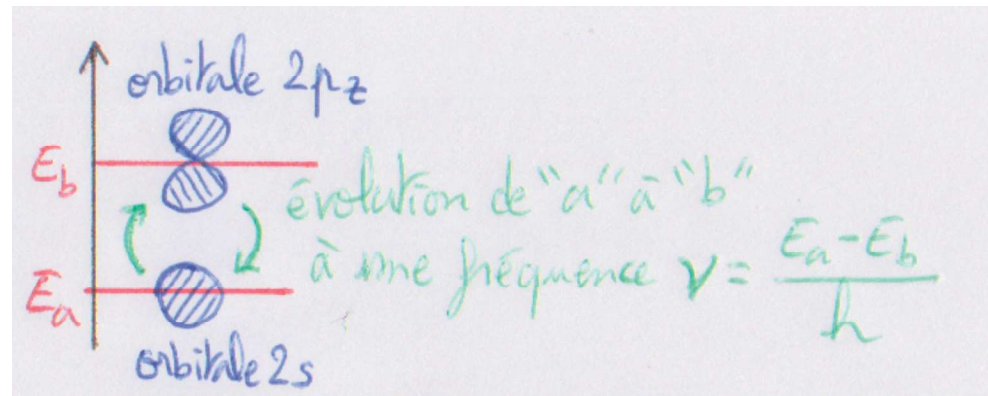
D'autre part  $\Psi_{tot} = \alpha e^{-iE_a t/\hbar} \phi_a + \beta e^{-iE_b t/\hbar} \phi_b$

donc

$$\rho = |\Psi_{tot}|^2 = |\alpha|^2 |\phi_a|^2 + |\beta|^2 |\phi_b|^2 + 2\Re(\alpha\beta^* \phi_a \phi_b^* e^{-i(E_a - E_b)t/\hbar})$$

$$\text{donc } \rho_{tot} = |\alpha|^2 \rho_a + |\beta|^2 \rho_b + 2|\alpha\beta| \rho_{ab} \cos(\theta(x) - \frac{E_a - E_b}{\hbar} t)$$

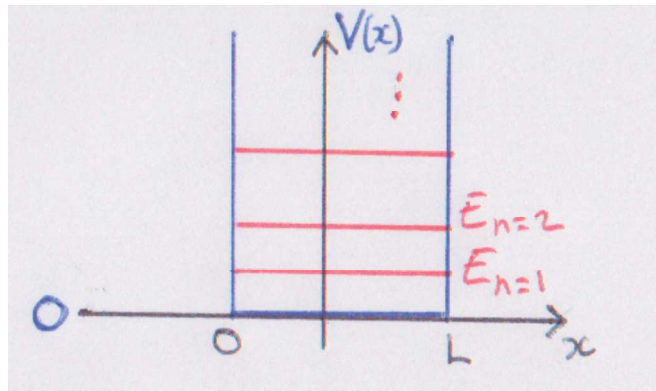
La densité de probabilité de présence évolue périodiquement à la pulsation  $\frac{E_a - E_b}{\hbar}$ , il s'agit de la pulsation de transition entre les niveaux d'énergie



on retrouve l'interprétation du spectre discret de la fluorescence des atomes ( $\Delta E = h\nu$ ) et de l'effet photo-électrique ( $h\nu = \Delta E$ )

**Application** : pour les horloges atomiques on définit la seconde comme 9 192 631 770 fois la période de transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état de plus basse énergie de l'atome de césium 133.

**exo** : Dans le cas d'un puit de potentiel infini tel que  $V_0 = 0$  et de largeur  $L$



Calculer et tracer pour différent instant convenablement choisi

$\rho_{tot}(x, t)$  pour  $\Psi_{tot} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Psi_{n=1} + \Psi_{n=2})$