

Devoir Surveillé 3

La calculatrice est autorisée

17 Octobre 2020 8h30-12h30

Chimie

Données thermodynamiques :

Nombre d'Avogadro : $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante universelle des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Pression standard : $P^\circ = 1,00 \text{ bar} = 1,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
Température de fusion du silicium sous 1 bar : $T_{fus}(\text{Si}) = 1687 \text{ K}$
Température de fusion du nitrure de silicium sous 1 bar : $T_{fus}(\text{Si}_3\text{N}_4) = 2173 \text{ K}$
Enthalpie standard de fusion du silicium : $\Delta_{fus}H^\circ(\text{Si}) = 50,2 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ considérée indépendante de la température.

Données spécifiques :

Masse volumique du silicium : $\rho = 2,33 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Masse molaire du silicium : $M = 28,1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
Rayon de l'ion nitrure N^{3-} : $r(\text{N}^{3-}) = 140 \text{ pm}$
Rayons de l'ion Si^{4+} : $r(\text{Si}^{4+}) = 27 \text{ pm}$ (si coordinence = 4) ou 40 pm (si coordinence = 6)
Énergie de liaison Si-Si : $D_{\text{Si-Si}} = 225 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$
Électronégativité : $\chi(\text{N})=3,04$ $\chi(\text{Si})=1,90$

Structure du silicium

1. Écrire la configuration électronique à l'état fondamental de l'atome de silicium Si ($Z=14$). Préciser ses électrons de cœur et de valence.
2. En déduire sa position dans la classification périodique de Mendeleïev (numéro de période; numéro de colonne). Citer un élément chimique très répandu qui possède la même configuration de valence. Quel sera l'élément le plus électronégatif des deux? Justifier.
3. Le silicium intervient naturellement dans de nombreux composés : SiO_2 , $\text{Si}(\text{OH})_4$, SiCl_4 . Donner la structure de Lewis pour chacun de ces composés. Quel est le nombre d'oxydation du silicium dans chacun des cas?

Production du nitrure de silicium

Il existe plusieurs méthodes pour fabriquer le nitrure de silicium Si_3N_4 . La plus simple est la formation de Si_3N_4 solide par adsorption de diazote gazeux sur le silicium solide. Dans cette partie, il s'agit de déterminer la température atteinte en fin de procédé industriel lorsque la

pression est de 1,00 bar. Les gaz sont assimilables à des gaz parfaits. Les phases solides sont non-miscibles et considérées pures. Les enthalpies standard de formation, entropies molaires standard et capacités calorifiques standard sont données à 298 K.

Espèce chimique	$\Delta_f H^\circ$ (kJ.mol ⁻¹)	C_p° (J.K ⁻¹ .mol ⁻¹)	S° (J.K ⁻¹ .mol ⁻¹)
Si (s)		23,9	18,8
N ₂ (g)		27,9	191
Si ₃ N ₄ (s)	- 744	95,0	107

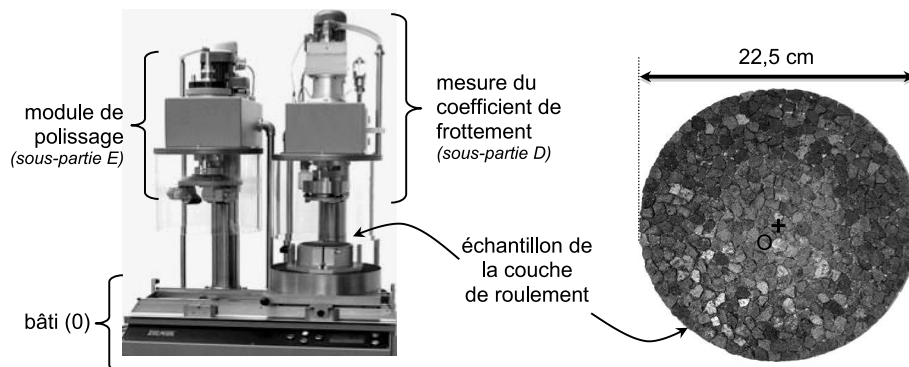
- Écrire l'équation bilan de la réaction de synthèse de Si₃N₄, notée (1), avec les nombres stœchiométriques entiers les plus petits possibles, dans le domaine de température T telle que $298 \text{ K} \leq T < 1687 \text{ K}$.
- Que vaut l'enthalpie standard de formation de Si(s) et de N₂(g)? Pourquoi? En déduire l'enthalpie standard de la réaction (1) à T₀ = 298 K.

La réaction (1) est totale.

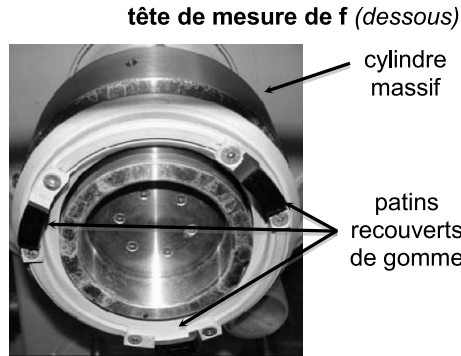
- On réalise la réaction (1) sous une pression P° de 1,00 bar, en introduisant les réactifs en proportions stœchiométriques. La température initiale des réactifs est de 298 K. Calculer la température finale du système en considérant la réaction (1) totale et adiabatique. Cette température peut-elle être atteinte en pratique dans une enceinte?
- Dans l'industrie, les réactifs ne sont pas introduits en proportions stœchiométriques. En fin de réaction, il reste 90 % de la quantité de matière initiale de diazote. Calculer la température finale réellement atteinte lors de la production du nitrure de silicium.

Machine de Wehner et Schulze

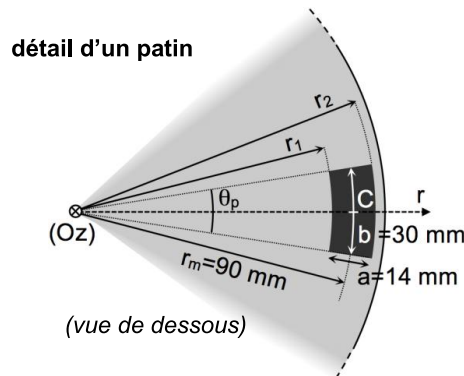
La couche de roulement (partie supérieure d'une route) est constituée d'un liant (enrobé bitumeux) dans lequel sont inclus des morceaux de roche (granulat). Son rôle est à la fois d'offrir aux pneumatiques une adhérence maximale et de protéger les couches inférieures de la route. La mesure du coefficient de frottement pneu-chaussée, noté f dans la suite, et la simulation de l'usure sont effectuées à l'aide de la machine de WEHNER et SCHULZE qui comporte deux postes de travail (mesure de f et polissage) sous lesquels l'échantillon de route à tester (figure ci-dessous à droite) est successivement placé (figure ci-dessous à gauche).



Mesure du coefficient de frottement



La tête de mesure (figure ci-dessus) est constituée d'un cylindre de rayon $R = 10$ cm pouvant tourner et se translater sans frottements par rapport à son axe de symétrie (Oz) . Trois patins identiques, recouverts de gomme y sont fixés à 120° . Leur forme (figure ci-dessous) est une portion de couronne de rayon moyen $r_m = 90$ mm, de largeur $a = 14$ mm et de longueur $b = 30$ mm (le long de la corde de rayon r_m).



La masse de la tête de mesure vaut $m = 26$ kg et son moment d'inertie par rapport à (Oz) s'écrit : $J_z = \frac{mR^2}{2}$.

Lors de la mesure du coefficient de frottement, l'échantillon de route est fixé horizontalement au bâti (noté 0) et est soumis à un débit d'eau de 20 L.min^{-1} .

Initialement, la tête de mesure (notée 1) est en position « haute » et n'est pas en contact avec la couche de roulement ; elle est lancée à une vitesse angulaire $\omega_{1,i}$ (par rapport au bâti 0) puis lâchée sur l'échantillon de route. Sa vitesse angulaire ω_1 diminue alors sous l'effet des forces de frottement exercées sur les patins, simulant ainsi un freinage « pneus bloqués » sur route mouillée.

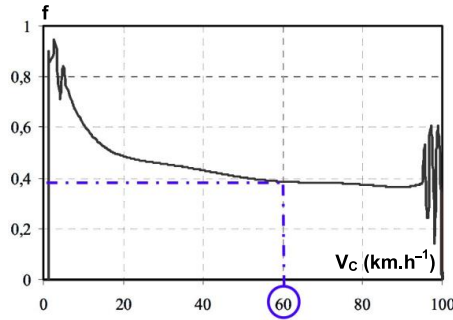
Modèle d'actions ponctuelles : dans les questions 8 à 14, les forces de contact exercées par l'échantillon sur un patin sont supposées s'appliquer en son centre C. La norme de la composante normale est notée $N = \|\vec{N}\|$, celle de la composante tangentielle s'écrit $T = \|\vec{T}\|$.

8. Représenter \vec{N} et \vec{T} sur les deux schémas de la figure du document-réponse (à rendre avec la copie).
9. Écrire les lois de Coulomb relatives au frottement de glissement. Exprimer le vecteur \vec{T} tant qu'il y a glissement.

Dans toute la suite, N est supposée identique sur chaque patin et $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

10. Déterminer l'expression de N en fonction des données. En déduire celle de T .
11. Le moment de \vec{T} (composante tangentielle des actions de contact sur un patin) par rapport à l'axe (Oz) est noté : $M_{\vec{T},Oz} = \vec{M}_{\vec{T},Oz} \cdot \vec{e}_z$; l'exprimer en fonction des données.
12. La vitesse de C à l'instant initial vaut $v_{C,1/0,i} = 100 \text{ km.h}^{-1}$. En déduire la valeur de $\omega_{1,i}$.
13. Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse angulaire ω_1 de la tête de mesure tant qu'il y a glissement. (N et f étant supposés constants dans les questions 13 et 14)
14. La résoudre pour déterminer l'expression littérale de $\omega_1(t)$. Tracer l'allure de $\omega_1(t)$.
15. Déduire de la question précédente la durée τ nécessaire à l'arrêt complet de la tête de mesure en fonction des données. Cette valeur dépend-elle de la masse de la tête de mesure ? du nombre de patins ?
16. Une série de mesures donne une durée moyenne $\tau = 4,2 \text{ s}$. En déduire une mesure de f . Que pensez-vous de cette valeur du coefficient de frottement ?

En pratique, le coefficient de frottement f n'est pas déterminé à l'aide de τ mais par une mesure instantanée du couple M_0 nécessaire au maintien en équilibre du disque échantillon 0.



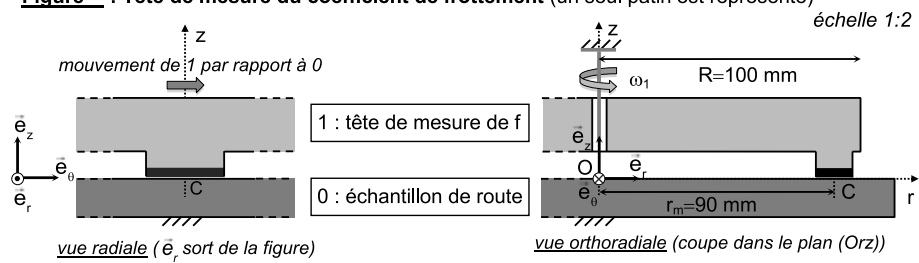
17. Expliquer pourquoi une mesure de M_0 permet de déterminer $M_{T,Oz}$, puis exprimer f en fonction de $M_{T,Oz}$ et des données.
L'évolution de f en fonction de la vitesse du point C est représentée sur la figure ci-dessus. La valeur de f retenue à la fin du test est celle mesurée quand $v_C = 60 \text{ km.h}^{-1}$.
18. Commenter cette courbe en distinguant trois plages de vitesses : 100 à 95 km.h^{-1} , 95 à 20 km.h^{-1} et inférieures à 20 km.h^{-1} .
19. Tracer l'allure de $\omega_1(t)$ si f évolue comme indiqué sur la figure ci-dessus (faire figurer en pointillés sur le même graphique la courbe $\omega_1(t)$ de la question 14, dans le cas où $f = 0,40$).

Modèle d'actions réparties : dans les questions 20 à 22, les forces subies par un patin sont supposées s'exercer uniformément sur toute sa surface de contact. La pression de contact P_A est alors définie comme le rapport : $P_A = N / (\text{surface d'un patin})$.

20. Calculer la valeur numérique de l'angle θ_P (voir figure détail du patin) en degrés et celle de P_A en bar.
21. Déterminer l'expression de $M'_{T,Oz}$, moment résultant des actions de contact tangentielles élémentaires $d\vec{T}$, par rapport à l'axe (Oz), en fonction de f , P_A , r_1 , r_2 et θ_P (décomposer ces actions de contact sur toute la surface d'un patin en éléments différentiels).
22. Calculer l'écart relatif $(M'_{T,Oz} - M_{T,Oz}) / M'_{T,Oz}$ avec le résultat de la question 11. Conclure.

Document-réponse « Mécanique », à compléter et rendre avec la copie

Figure : Tête de mesure du coefficient de frottement (un seul patin est représenté)



Propulsion par un réacteur d'avion

Premier principe pour un système ouvert

On considère le volume V_{pc} d'une partie commune, toutes les grandeurs physiques utiles de cette partie, grisée sur la figure ci-dessus, seront notées avec un indice pc , par exemple l'énergie interne de la partie commune est ainsi notée U_{pc} . Un fluide s'écoule de gauche à droite sur le schéma ci-dessous. On considère le système fermé Σ constitué par le fluide compris entre les frontières A et B à l'instant t puis A' et B' à l'instant $t + dt$. La masse du fluide contenue dans la partie commune est notée $m_{pc}(t)$ à la date t et $m_{pc}(t + dt)$ à la date $t + dt$. Pendant l'intervalle de temps dt , une masse dm_e entre dans la partie commune par une ouverture de section S_e et une quantité de matière de masse dm_s en sort par une ouverture de section S_s .

On suppose que le régime est permanent. Les grandeurs intensives (pression, température, ...) ont des valeurs uniformes avant la partie commune et seront notées P_e, T_e, \dots . De même, elles sont toujours uniformes après la partie commune où elles seront notées P_s, T_s, \dots . Toutes les parois sont calorifugées.

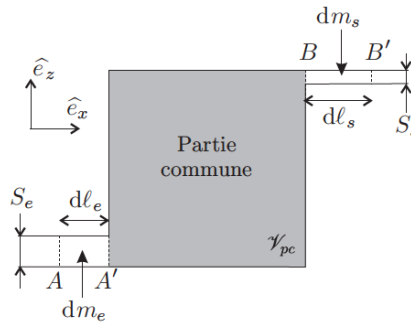


FIGURE – Schéma d'un système ouvert

23. Démontrer que le débit massique D_m est constant entre l'entrée et la sortie du système.
24. On indice avec un e les grandeurs en entrée et avec un s les grandeurs en sortie, on note W_i le travail autre que celui des forces de pression. Appliquer le premier principe au système fermé Σ entre les instants t et $t + dt$ en régime permanent et trouver une relation entre les énergies internes (U_e, U_s), potentielles ($E_{p,e}, E_{p,s}$), cinétiques ($E_{c,e}, E_{c,s}$), les pressions (P_e, P_s), les sections (S_e, S_s), les longueurs (dl_e, dl_s) et le travail δW_i .
25. La vitesse macroscopique du fluide entrant est notée $\vec{c}_e = c_e \vec{e}_x$ et celle du fluide sortant $\vec{c}_s = c_s \vec{e}_x$, on note z_e et z_s , les altitudes correspondantes (l'axe z est orienté vers le haut) et $\omega_i = \frac{\delta W_i}{\delta m}$ le travail indiqué massique en posant $\delta m = \delta m_e = \delta m_s$. Le volume massique à l'entrée de la partie commune est v_e et v_s à la sortie, les enthalpies massiques sont notées h . Réécrire le premier principe pour obtenir une expression massique de ce dernier reliant $h_e, h_s, c_e, c_s, g, z_e, z_s$ et ω_i .

Force de poussée du réacteur - Étude de la tuyère

Schématiquement, un turboréacteur absorbe de l'air par "une manche d'entrée d'air". La première partie est une partie active qui comprime l'air et le chauffe. La seconde partie (grisée sur la figure suivante et appelée tuyère) est chargée d'éjecter l'air extérieur. Pour fournir une

poussée, la vitesse d'éjection doit être supérieure à celle de l'admission. Le rôle de la tuyère est de maximiser la vitesse d'éjection.

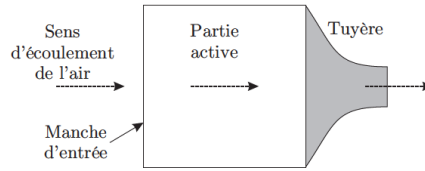


FIGURE – Schéma du réacteur

L'écoulement du gaz dans la tuyère est supposé unidimensionnel, horizontal ($z_e \simeq z_s$), permanent, adiabatique et réversible. Le gaz, supposé parfait, y subit une détente. La vitesse d'entrée des gaz dans la tuyère est négligeable. En effet, la partie active reçoit de l'air à vitesse non négligeable, mais ceux-ci ressortent avec une vitesse insignifiante dans le référentiel lié au réacteur. Il n'y a pas de travail indiqué dans la tuyère ($\omega_i = 0$). À l'entrée de la tuyère, on mesure une pression $P_e = 3,00$ bar et une température $\theta_e = 850^\circ\text{C}$, et en sortie de la tuyère une pression $P_s = 1,00$ bar. Dans les conditions d'utilisation, le rapport des capacités calorifiques à pression constante et à volume constant de l'air vaut $\Gamma = \frac{7}{5}$ et sa capacité thermique massique à pression constante $c_p = 1,17$ kJ.kg⁻¹.K⁻¹.

26. Déterminer l'expression de la température θ_s du gaz à la sortie de la tuyère et sa valeur numérique.
27. Exprimer la vitesse \vec{c}_s du gaz à la sortie de la tuyère en fonction de c_p et des températures θ_e et θ_s . Calculer la valeur numérique de sa norme.
28. La variation de la quantité de mouvement du gaz qui entre et qui sort du réacteur au cours du temps, lorsque l'on est en régime permanent, génère une force appelée force de poussée du réacteur. On se place dans le référentiel lié au réacteur supposé galiléen. Calculer cette force $\vec{\Pi}$ en fonction du débit massique de gaz D_m (entrant dans le réacteur) et des vitesses d'entrée \vec{c}_e et de sortie \vec{c}_s exprimées dans le référentiel lié au réacteur. Déterminer la valeur numérique de la norme de la force de poussée lors d'un départ arrêté, pour un débit massique constant $D_m = 80,0$ kg.s⁻¹ et en l'absence de vent.
29. Déterminer la valeur de la norme a de l'accélération subie au démarrage par un engin de $1,06 \cdot 10^3$ kg équipé du réacteur décrit dans la question précédente. On exprimera cette accélération en g (accélération de la pesanteur).
30. Le débit massique est supposé constant. On admet que la force de poussée calculée dans le référentiel lié au réacteur garde la même valeur (norme, direction et sens) dans le référentiel lié au sol. Calculer le temps mis par l'engin pour parcourir 305 m de piste dans le cas où la seule force existante serait la force de poussée. Faire l'application numérique.