

DM 3 : Référentiels non galiléen

A rendre pour Mercredi 7 Octobre 2020

Danger lié à un pendule suspendu dans un véhicule

Certains conducteurs aiment suspendre des objets à proximité de leur rétroviseur intérieur comme des porte-bonheur ou des diffuseurs solides de parfum. On se propose de s'intéresser aux dangers associés à cette pratique. Pour simplifier l'étude, on considère que l'objet est une masse M suspendue à un fil inextensible, sans raideur, de masse négligeable devant M et de longueur l dont l'autre extrémité est attachée au rétroviseur. On suppose que la voiture roule en ligne droite à vitesse constante $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$ quand surgit un obstacle sur la route. Le conducteur freine brutalement avec une accélération constante $\vec{a} = -a_0 \vec{e}_x$. On négligera les frottements de l'air.

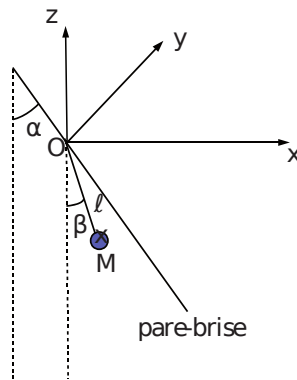


Figure : Pendule suspendu au pare-brise d'une voiture

Le point de suspension du fil est situé sur le pare-brise, ce dernier étant incliné d'un angle $\alpha = 15^\circ$ par rapport à la verticale.

1. Pour déterminer si la masse M risque de heurter le conducteur ou le pare-brise, dans quel référentiel doit-on étudier le mouvement ? Justifier la réponse.
2. On considère que le référentiel terrestre est galiléen. Le référentiel lié à la voiture est-il galiléen ? La réponse diffère-t-elle en fonction de la phase du mouvement du véhicule (mouvement à vitesse constante ou phase de freinage) ?
3. Le point M étant initialement au repos, établir que son mouvement est plan à condition que la trajectoire de la voiture soit rigoureusement rectiligne.
4. Déterminer l'expression littérale de la position angulaire β_{eq} d'équilibre relatif lors de la phase de freinage.

5. Déterminer l'équation différentielle à laquelle obéit la position angulaire $\beta(t)$ de l'objet suspendu dans le référentiel lié à la voiture lors de la phase de freinage.

On se place dans l'approximation des petits angles jusqu'à la fin de cette partie.

6. Établir l'expression de l'équation horaire de l'angle β en supposant qu'initialement le pendule est immobile et vertical.
7. Déterminer la valeur a_1 de l'accélération maximale du véhicule pour que la masse ne heurte pas le pare-brise. Commenter.