

DS 5 : Magnétostatique & Thermochimie
Éléments de correction

N°	Elts de rép.	Pts	Note
00-00	Titre de l'exo	0	0
0	éléments de réponse	0	0

01-18	Imagerie par Résonance Magnétique nucléaire ou IRM	18	
01-19	Comportement d'une population de dipôles dans un champ magnétique	19	
01-07	Dipôles magnétiques	7	
1	Voir cours : soit une spire de courant orientée parcourue par un courant i , de surface plane S et \vec{n} le vecteur normal à S orienté selon l'orientation de la spire. Alors le moment magnétique associé à la spire est $\vec{m} = iS\vec{n}$. Et faire un schéma .	1	
2	D'après la définition, $\vec{\mu} = IS\vec{n} = I(\pi R^2)\vec{e}_z$	1	
3	faire un schéma , si la sphère est chargée on peut définir une densité de charge ρ en tout point de la sphère. Si la sphère est en rotation on peut définir une vitesse \vec{v} des porteurs de charge. Donc on peut définir un vecteur densité de courant $\vec{j} = \rho\vec{v}$. On remarque à l'aide du schéma sur lequel on a repéré ρ et \vec{v} , que \vec{j} est ortho-radial par rapport à l'axe de rotation. Donc ils forment des spires perpendiculaires à l'axe de rotation, possédant toutes un moment magnétique selon le même axe.	1	
4	On utilise la formule $E_p = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ donc $[E_p] = [\mu] \cdot [B]$ donc $[\mu] = \frac{[E_p]}{[B]}$ or E_p est homogène à une énergie et s'exprime donc en Joule dans le SI et B est homogène à un champ magnétique donc s'exprime en Tesla. On en déduit que l'unité de μ dans le système SI est $J.T^{-1}$	1	
5	$E_p = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}_0$ avec θ l'angle entre $\vec{\mu}$ et \vec{B}_0 , on a $\vec{\mu} \cdot \vec{B}_0 = \mu B_0 \cos(\theta)$, donc $E_p = -\mu B_0 \cos(\theta)$. Tracer du graphe de E_p en fonction de θ .	1	
6	Le système admet une position d'équilibre quand l'énergie potentielle est maximale ou minimale. Les positions d'équilibre correspondent donc d'après le graphe aux deux angles $\theta = 0$ et $\theta = \pi$. Pour $\theta = 0$, $\vec{\mu}$ et \vec{B}_0 sont alignés de même sens, l'énergie potentielle est minimale et vaut $E_p = -\mu B_0$, il s'agit d'un équilibre stable. Pour $\theta = \pi$, $\vec{\mu}$ et \vec{B}_0 sont de sens opposé, l'énergie potentielle est maximale et vaut $E_p = +\mu B_0$, il s'agit d'un équilibre instable.	1	
7	La différence d'énergie vaut $\Delta E_p = E_p(\theta = \pi) - E_p(\theta = 0) = 2\mu B_0$. L'application numérique donne $\Delta E_p = 2,9.10^{-26}$ J. En utilisant la conversion $1 \text{ eV} = 1,602.10^{-19}$ J, on trouve $\Delta E_p = 1,8.10^{-7} \text{ eV} = 0,18 \text{ } \mu\text{eV}$	1	
8	On effectue l'application numérique de l'énergie thermique $E_{th} = k_B T$, on trouve $E = 4,11.10^{-21}$ J, on convertit en eV avec $1 \text{ eV} = 1,602.10^{-19}$ J, et on obtient $E_{th} = 25,6 \text{ meV}$. Donc $\Delta E_p \ll E_{th}$	1	
09-12	Rapports gyromagnétiques	4	
9	Faire un schéma. On remarque que le courant qui traverse la boucle de courant est porté par un électron qui traverse une section toute les périodes de rotation. Donc $i = -\frac{e}{T}$, or il se déplace à la vitesse v donc $v = \frac{2\pi r_B}{T}$. On en déduit $i = -\frac{ev}{2\pi r_B}$. L'électron se déplace dans le sens direct donc le courant est orienté dans le sens donné par la définition $\mu_e = iS$. La surface plane est la surface d'un disque $S = \pi r_B^2$, donc $\mu_e = -\frac{ev}{2\pi r_B} \pi r_B^2 = -\frac{evr_B}{2}$	1	

10	Par définition du moment cinétique $\vec{\sigma}(O) = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{p} = r_B \vec{e}_r \wedge m\vec{v}t = mr_B v \vec{e}_z$	1	
11	On a démontré que $\mu_e = -\frac{e\hbar}{2m}$ et $\sigma_e = mr_B v$, donc $\gamma_e = \frac{\mu_e}{\sigma_e} = -\frac{e\hbar}{2mr_B v} = -\frac{e}{2m}$. Donc $\gamma_e = -8,8.10^{10} \text{ C.kg}^{-1}$	1	
12	On nous donne les valeurs de $\gamma_p = \frac{\mu_p}{\sigma_p}$ et de $\sigma_p = \frac{\hbar}{2}$. Donc $\gamma_p = \frac{2\mu_p}{\hbar}$, d'où $\mu_p = \frac{\gamma_p \hbar}{2}$. Ce qui donne $\mu_p = 1,4.10^{-26} \text{ J.T}^{-1}$. On obtient bien la valeur de l'énoncé.	1	
13-16	Précession d'un dipôle	4	
13	On applique le théorème du moment cinétique au dipôle du proton en son centre O. On obtient $\frac{d\vec{\sigma}_O}{dt} = \vec{\Gamma}(O) = \vec{\mu} \wedge \vec{B}_0$. Or $\gamma_p = \frac{\mu_p}{\sigma_p}$, donc $\frac{d\vec{\mu}_p}{dt} = -\gamma_p \vec{B}_0 \wedge \vec{\mu}_p$ d'où $\vec{\omega}_0 = -\gamma_p \vec{B}_0$	1	
14	$\mu^2 = \vec{\mu} ^2 = \vec{\mu} \cdot \vec{\mu}$ donc $\frac{d\mu^2}{dt} = 2\vec{\mu} \cdot \frac{d\vec{\mu}}{dt} = 2\vec{\mu} \cdot (\vec{\omega}_0 \wedge \vec{\mu}) = 0$. Donc μ^2 est une constante, donc $\mu = \vec{\mu} $ est une constante. $\vec{\omega}_0 = -\gamma_p \vec{B}_0$ donc $\vec{\omega}_0 \parallel \vec{B}_0$ et $\frac{d}{dt}(\vec{\omega}_0 \cdot \vec{\mu}) = \vec{\omega}_0 \cdot \frac{d\vec{\mu}}{dt} = \vec{\omega}_0 \cdot (\vec{\omega}_0 \wedge \vec{\mu}) = 0$. Donc la composante de $\vec{\mu}$ dans la direction de \vec{B}_0 est bien constante.	1	
15	$\frac{d\vec{\mu}_p}{dt} = \vec{\omega}_0 \wedge \vec{\mu}_p$ et si on décompose le moment magnétique en une composante parallèle à \vec{B}_0 par l'indice \parallel et perpendiculaire par l'indice \perp . On a montré aux questions précédentes que la composante parallèle est constante et que la norme est constante. On peut simplifier l'équation par $\frac{d\vec{\mu}_\perp}{dt} = \vec{\omega}_0 \wedge \vec{\mu}_\perp$, à l'aide d'un schéma en 2D avec $\vec{\mu}_\perp$ et le couple et d'une analyse dimensionnelle sur ω_0 on justifie que le vecteur $\vec{\mu}_\perp$ tourne sur lui même à la vitesse angulaire ω_0 .	1	
16	Faire un schéma en 3D en combinant $\vec{\mu}_\parallel$, $\vec{\mu}_\perp$, $\vec{\omega}_0$ et $\vec{\mu}$. Le dipôle effectue un mouvement de précession dans le sens direct autour de $\vec{\omega}_0$ et balaye la surface latérale d'un cône d'axe $\vec{\omega}_0$ et de hauteur μ_\parallel .	1	
17-20	Précession de l'aimantation	4	
17	Chaque $\vec{\mu}_i$ ont pour direction \vec{B} , donc $\vec{M} = \sum_i \vec{\mu}_i$ a aussi pour direction \vec{B} .	1	
18	$\vec{M} = \sum_i \vec{\mu}_i = NV\vec{\mu}$ avec V le volume total considéré. Donc $M_0 = NV\mu_p$	1	
19	On doit calculer le nombre d'atome d'hydrogène par unité de volume. La quantité de matière des molécule d'eau est $n(H_2O) = \frac{\rho V}{m}$, donc le nombre d'atome d'hydrogène est $2N_A n(H_2O)$, donc le nombre d'atome d'hydrogène par unité de volume est $N = \frac{2N_A n(H_2O)}{V} = \frac{2\rho N_A}{m} = 6,7.10^{28} \text{ m}^{-3}$.	1	

20	Si on se place à $\theta = 0$, $B = \frac{\mu_0 M}{2\pi r^3} = \frac{\mu_0 NV\mu_p}{2\pi r^3} = 19 \mu\text{T}$	1	
21-25	Les champ magnétiques	9	
21-24	Création d'un champ \vec{B}_1 « tournant »	4	
21	A travers une surface quelconque $\Phi_B = \iint_{M \in S} \vec{B}(M) \cdot d\vec{S}$. Pour une surface fermée par conservation du flux magnétique $\Phi = 0$	1	
22	Soit C un contour fermé. Pour toute surface S reposant sur le contour C . $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlace}}$, avec pour une distribution volumique de courant $I_{\text{enlace}} = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$ ou pour une distribution filiforme $I_{\text{enlace}} = \sum_k i_k$, i_k courant traversant S orienté par S .	1	
23	On refait la démo du cours avec un schéma, puis symétrie pour déterminer direction du champ, puis invariance pour déterminer les paramètres, ensuite on choisi un contour rectangulaire dans un plan $(O, \vec{u}_\Delta, \vec{e}_r)$, on distingue trois cas et on déduit que le champ est uniforme dans le solénoïde d'expression $\vec{B} = \mu_0 n I \vec{u}_\Delta$.	1	
24	Principe de superposition, on ajoute le champ créé par les deux bobines $\vec{B}_1 = \mu_0 n I_x \vec{e}_x + \mu_0 n I_y \vec{e}_y = \mu_0 n I_0 (\cos(\Omega t) \vec{e}_x + \cos(\Omega t + \frac{\pi}{2}) \vec{e}_y) = \mu_0 n I_0 (\cos(\Omega t) \vec{e}_x + \sin(-\Omega t) \vec{e}_y)$, donc $\vec{B}_1 = B_1 \vec{u}_{-\Omega t}$, avec $B_1 = \mu_0 n I_0$ et $\vec{u}_{-\Omega t}$ le vecteur unitaire tournant d'angle $-\Omega t$, donc de vitesse angulaire $\omega = -\Omega$.	1	
25-25	Création d'un champ permanent intense \vec{B}_0	2	
25	Il faut prendre en compte que I_0 est le courant pour une spire de côté a et qu'il y a $\frac{e}{a}$ spire empilées. On peut donc modéliser $\frac{e}{a}$ solénoïde infini concentrique avec $n = \frac{1}{a}$, et un courant I_0 par spire, donc $B = \frac{e}{a} \mu_0 \frac{1}{a} I_0 = \frac{\mu_0 e I_0}{a^2}$. Donc $I_0 = \frac{a^2 B}{\mu_0 e} = \frac{a^2 B}{\mu_0 (R_2 - R_1)} = 16 \text{ A}$	1	
26-28	La RMN pulsée	3	
26	On se place dans le référentiel d'axe (O, \vec{B}_0) et tournant à la vitesse de rotation uniforme ω , de manière à considérer tous les champs magnétique \vec{B}_0 et \vec{B}_1 comme statique. On peut utiliser le résultat des questions 13 à 16, mais il faut rajouter le couple due au force d'inertie du référentiel tournant. On obtient $\frac{d\vec{M}}{dt} = \vec{M} \wedge (\omega_0 \vec{e}_z + \omega_1 \vec{u} - \omega \vec{e}_z)$. Donc $\vec{B}_{eff} = \frac{1}{\gamma_p} ((\omega_0 - \omega) \vec{e}_z + \omega_1 \vec{u})$	1	
27	si $B_1 \ll B_0$ alors $\omega_1 \ll \omega_0$, par contre en choisissant $\omega = \omega_0$ on peut avoir $\vec{B}_{eff} \parallel \vec{u}$. D'où une rotation de \vec{M} autour de \vec{u} et une rotation totale de \vec{M} .	1	
28	à résonance \vec{M} tourne à la vitesse angulaire ω_1 donc une rotation d'un angle θ dure $t_\theta = \frac{\theta}{\omega_1}$.	1	
29-38	Propulsion d'une sonde spatiale	11	
29-33	Décomposition de l'hydrazine	5	
29	L'état standard de référence du diazote est $N_{2(g)}$ à toute température. Donc la réaction de formation est $N_{2(g)} \rightarrow N_{2(g)}$ il n'y a pas de transformation au cours de la réaction, l'enthalpie standard est donc nulle.	1	

30	En utilisant le résultat de la loi de Hess, $\Delta_r H^\circ = 4\Delta_f H_{NH_{3(g)}}^\circ + \Delta_f H_{N_{2(g)}}^\circ - 3\Delta_f H_{N_2H_{4(l)}}^\circ = -337 \text{ kJ.mol}^{-1}$.	1	
31	Comme $\Delta_r H^\circ < 0$, la réaction est exothermique	1	
32	On fait un tableau d'avancement. La quantité de matière initiale de l'hydrazine est $n_{N_2H_4} = \frac{m_{N_2H_4}}{M_{N_2H_4}} = \frac{\rho_{N_2H_4}}{M_{N_2H_4}} V_0$. La réaction est totale donc l'avancement final est $\xi = \frac{n_{N_2H_4}}{3} = \frac{\rho_{N_2H_4}}{3M_{N_2H_4}} V_0$. La variation d'enthalpie due à la réaction du milieu réactionnel est $\Delta H = \xi \Delta_r H^\circ = \frac{\rho_{N_2H_4} V_0}{3M_{N_2H_4}} \Delta_r H^\circ$. Donc l'enthalpie libérée (de signe opposée à la convention récepteur usuelle) est $\Delta H_0 = -\Delta H = 3,5.10^6 \text{ J}$	1	
33	Pour assurer le positionnement il faut une énergie E , donc $\Delta H = W_u = -E$ et $\Delta H = -\Delta H_0 \frac{V}{V_0}$ donc $V = \frac{E}{\Delta H_0} V_0 = 6,9 \text{ L}$	1	
34-38	Intérêt des propergols	5	
34	Dans la première équation bilan, les réactifs sont N_2O_4 et CH_6N_2 et les produits sont $N_{2(g)}$, $CO_{2(g)}$ et $H_2O_{(g)}$, puis on équilibre et on divise par le coefficient stœchiométrique de CH_6N_2 , on obtient $CH_6N_2 + \frac{5}{4}N_2O_4 \rightarrow \frac{9}{4}N_2 + 3H_2O + CO_2$. Dans la deuxième équation bilan, les réactifs sont N_2O_4 et $C_2H_8N_2$, et les produits sont N_2 , CO_2 et H_2O , puis à nouveau on équilibre et on divise par le coefficient stœchiométrique de $C_2H_8N_2$ et on obtient $C_2H_8N_2 + 2N_2O_4 \rightarrow 3N_2 + 4H_2O + 2CO_2$	1	
35	m_0 est la masse du mélange donc $m_0 = m_{CH_6N_2} + m_{N_2O_4} = n_1 M_{CH_6N_2} + \frac{5}{4}n_1 M_{N_2O_4}$ car les quantités de matière des réactifs sont en proportion stœchiométrique donc $n_1 = \frac{m_0}{M_{CH_6N_2} + \frac{5}{4}M_{N_2O_4}} = 6,21.10^{-3} \text{ mol}$	1	
36	D'après l'équation bilan l'avancement est $\xi = n_1$, tous les produits sont des gaz donc on ajoute toutes les quantités de matière des produits $n_{1,gaz} = \frac{9}{4}\xi + 3\xi + \xi = (\frac{9}{4} + 3 + 1)n_1 = 38,8.10^{-3} \text{ mol}$.	1	
37	On suit le même raisonnement qu'aux deux questions précédentes. On exprime la masse du mélange $m_0 = n_2 M_{C_2H_8N_2} + 2n_2 M_{N_2O_4}$, on en déduit $n_2 = \frac{m_0}{M_{C_2H_8N_2} + 2M_{N_2O_4}} = 4,10.10^{-3} \text{ mol}$. On fait un tableau d'avancement, et tous les produits étant gazeux on ajoute leur quantité de matière finale $n_{2,gaz} = (3 + 4 + 2)n_2 = 36,9.10^{-3} \text{ mol}$	1	
38	Pour déterminer le meilleur propergol, on compare $n_{1,gaz}$ et $n_{2,gaz}$. Le rapport $\frac{n_{1,gaz}}{n_{2,gaz}} = 1,05$ donc la monométhylhydrazine constitue le meilleur propergol.	1	