

DM 10 : Magnétostatique
Éléments de correction

01-08	Imagerie par Résonance Magnétique nucléaire ou IRM		
01-08	Comportement d'un dipôle dans un champ magnétique		
01-08	Rapports gyromagnétiques		
1	Faire un schéma. On remarque que le courant qui traverse la boucle de courant est porté par un électron qui traverse une section toute les périodes de rotation. Donc $i = -\frac{e}{T}$, or il se déplace à la vitesse v donc $v = \frac{2\pi r_B}{T}$. On en déduit $i = -\frac{ev}{2\pi r_B}$. L'électron se déplace dans le sens direct donc le courant est orienté dans le sens donné par la définition $\mu_e = iS$. La surface plane est la surface d'un disque $S = \pi r_B^2$, donc $\mu_e = -\frac{ev}{2\pi r_B} \pi r_B^2 = -\frac{evr_B}{2}$		
2	Par définition du moment cinétique $\vec{\sigma}(O) = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{p} = r_B \vec{e}_r \wedge m v \vec{t} = m r_B v \vec{e}_z$		
3	On a démontré que $\mu_e = -\frac{evr_B}{2}$ et $\sigma_e = m r_B v$, donc $\gamma_e = \frac{\mu_e}{\sigma_e} = -\frac{evr_B}{2m r_B v} = -\frac{e}{2m}$. Donc $\gamma_e = -8,8.10^{10} \text{ C.kg}^{-1}$		
4	On nous donne les valeurs de $\gamma_p = \frac{\mu_p}{\sigma_p}$ et de $\sigma_p = \frac{\hbar}{2}$. Donc $\gamma_p = \frac{2\mu_p}{\hbar}$, d'où $\mu_p = \frac{\gamma_p \hbar}{2}$. Ce qui donne $\mu_p = 1,4.10^{-26} \text{ J.T}^{-1}$. On obtient bien la valeur de l'énoncé.		
05-08	Précession d'un dipôle		
5	On applique le théorème du moment cinétique au dipôle du proton en son centre O. On obtient $\frac{d\vec{\sigma}_O}{dt} = \vec{\Gamma}(O) = \vec{\mu} \wedge \vec{B}_0$. Or $\gamma_p = \frac{\mu_p}{\sigma_p}$, donc $\frac{d\vec{\mu}_p}{dt} = -\gamma_p \vec{B}_0 \wedge \vec{\mu}_p$ d'où $\vec{\omega}_0 = -\gamma_p \vec{B}_0$		
6	$\mu^2 = \vec{\mu} ^2 = \vec{\mu} \cdot \vec{\mu}$ donc $\frac{d\mu^2}{dt} = 2\vec{\mu} \cdot \frac{d\vec{\mu}}{dt} = 2\vec{\mu} \cdot (\vec{\omega}_0 \wedge \vec{\mu}) = 0$. Donc μ^2 est une constante, donc $\mu = \vec{\mu} $ est une constante. $\vec{\omega}_0 = -\gamma_p \vec{B}_0$ donc $\vec{\omega}_0 \parallel \vec{B}_0$ et $\frac{d}{dt}(\vec{\omega}_0 \cdot \vec{\mu}) = \vec{\omega}_0 \cdot \frac{d\vec{\mu}}{dt} = \vec{\omega}_0 \cdot (\vec{\omega}_0 \wedge \vec{\mu}) = 0$. Donc la composante de $\vec{\mu}$ dans la direction de \vec{B}_0 est bien constante.		
7	$\frac{d\vec{\mu}_p}{dt} = \vec{\omega}_0 \wedge \vec{\mu}_p$ et si on décompose le moment magnétique en une composante parallèle à \vec{B}_0 par l'indice \parallel et perpendiculaire par l'indice \perp . On a montré aux questions précédentes que la composante parallèle est constante et que la norme est constante. On peut simplifier l'équation par $\frac{d\vec{\mu}_\perp}{dt} = \vec{\omega}_0 \wedge \vec{\mu}_\perp$, à l'aide d'un schéma en 2D avec $\vec{\mu}_\perp$ et le couple et d'une analyse dimensionnelle sur ω_0 on justifie que le vecteur $\vec{\mu}_\perp$ tourne sur lui même à la vitesse angulaire ω_0 .		
8	Faire un schéma en 3D en combinant $\vec{\mu}_\parallel$, $\vec{\mu}_\perp$, $\vec{\omega}_0$ et $\vec{\mu}$. Le dipôle effectue un mouvement de précession dans le sens direct autour de $\vec{\omega}_0$ et balaye la surface latérale d'un cône d'axe $\vec{\omega}_0$ et de hauteur μ_\parallel .		