

DM 8 : Dipôle Électrostatique

Éléments de correction

1-8	Forces d'interaction et formule de Derjaquin		
1-8	Approche qualitative		
1-5	Interaction entre deux dipôles		
1	Un dipôle peut être modélisé par 2 charges ponctuelles q et $-q$ placées respectivement en deux points P et N tel que $\vec{p} = q\vec{NP}$ et $OP = ON = \frac{a}{2}$. Le principe de superposition donne $V(M) = V_P(M) + V_N(M)$ soit $V(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{PM} - \frac{1}{NM} \right)$.		
2	Dans l'approximation dipolaire $r \gg a$ donc $PM = \sqrt{r^2 - ar \cos(\theta) + \frac{a^2}{4}} \simeq r \left(1 - \frac{a}{2r} \cos(\theta) \right)$ et donc $\frac{1}{PM} \simeq \frac{1}{r} \left(1 + \frac{a}{2r} \cos(\theta) \right)$ de même $\frac{1}{NM} \simeq \frac{1}{r} \left(1 - \frac{a}{2r} \cos(\theta) \right)$ donc $V \simeq \frac{qa \cos(\theta)}{4\pi\epsilon_0 r^2}$		
3	$\vec{E} = -\vec{grad}(V) = -\frac{\partial V}{\partial r} \vec{e}_r - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{e}_\theta$ donc $\vec{E} = \frac{qa \cos(\theta)}{2\pi\epsilon_0 r^3} \vec{e}_r + \frac{qa \sin(\theta)}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{e}_\theta$		
4	L'énergie d'un dipôle \vec{p}' placé en M est donné par $U_{d-d} = \vec{p}' \cdot \vec{E} = \alpha E^2$ car $\vec{p}' = \alpha \vec{E}$ or E est en $\frac{1}{r^3}$ donc $U_{d-d} = -\frac{C}{r^6}$		
5	Oui car on effectue un produit scalaire entre un dipôle et le champ de l'autre dipôle.		
6-8	Interaction dipôle-plan		
6	Faire un schéma d'un volume élémentaire en coordonnée sphérique		
7	Pour que le point M soit dans le demi-espace contenant les dipôles il faut que $z > d$ soit $r \cos(\theta) > d$ d'où la borne supérieure.		
8	$U_{d-e} = -\rho_0 \int_d^{+\infty} \frac{C}{r^6} r^2 \left(\int_0^{\theta_{max}} \sin(\theta) d\theta \left(\int_0^{2\pi} d\phi \right) \right) dr =$ $-\rho_0 \int_d^{+\infty} \frac{C}{r^6} r^2 \left(\int_0^{\theta_{max}} \sin(\theta) d\theta \times 2\pi \right) dr =$ $-\rho_0 \int_d^{+\infty} \frac{C}{r^6} r^2 (1 - \cos(\theta_{max})) \times 2\pi dr =$ $-2\pi \rho_0 \int_d^{+\infty} \frac{C}{r^4} \left(1 - \frac{d}{r} \right) dr = -2\pi \rho_0 C \left(\frac{1}{3d^3} - \frac{d}{4d^4} \right) = -\frac{\pi \rho_0 C}{6d^3}$		