

Compléments : TD 1.2. Électronique numérique

1 Exercice : pièce-jointe

La taille limite d'une pièce-jointe pour un e-mail est fixée à 20 Mo. On veut envoyer une photode 7360×4912 pixels tricolores (R, G, B).

Quel est le nombre maximal de nuance de chaque couleur possible ?

2 Exercice : calcul du spectre échantillonné

Retrouver le spectre d'un signal sinusoïdal après échantillonnage par le calcul.

Nous utiliserons la décomposition en série de Fourier et la formule $\cos a \cos b = \frac{1}{2} (\cos(a - b) + \cos(a + b))$.

Échantillonner un signal (prendre des points tous les T_e) sera modélisé par l'opération de multiplier ce signal par un peigne de Dirac dont les pics sont infiniment fins et de périodes T_e .

3 Exercice : Robinet qui goutte

Un robinet mal fermé laisse couler 3 gouttes par secondes.

Que voit-t-on si on éclaire le dispositif avec un stroboscope dont la fréquence est $f_e = 3$ Hz ? puis $f_e = 2,9$ Hz ? puis $f_e = 3,1$ Hz ?

4 Exercice : Disque compact

Soit un disque compact de 700 Mo, sachant que chaque point de son est enregistré sur 3 octets, et que chaque point est séparé par $\tau = \frac{1}{f}$ avec $f = 44,125$ kHz :

Quel est la durée de l'enregistrement que l'on peut stocker ?

5 Exercice : Sous-échantillonnage ou décimation

Historique : La décimation était employée dans les armées romaines pour punir un grand nombre de soldat sans perdre toute son armée. Pour cela seulement un sous ensemble des soldats étaient punis, par exemple un sur dix pour une décimation.

Si l'on veut traiter des signaux à haute fréquence, f_{max} grand, avec une grande résolution spectrale, δf petit, mais que la mémoire disponible est trop faible $M < 2f_{max} \times \frac{1}{\delta f} \times p$.

La solution c'est de mettre a profit le repliement de spectre au détriment de la bande de fréquence mesurée.

On choisit comme d'habitude $T_a = \frac{1}{\delta f}$ et $f_c = f_{max}$. Par contre le critère de Shanon est modifié pour $n \times f_e < f_{min} < f_{max} < n \times f_e + \frac{f_e}{2}$ avec n un entier.

Le spectre est alors replié $2n$ fois et l'on retrouve l'information initiale mais translaté en fréquence de $-n \times f_e$.

1. Représenter sur un spectre l'effet du sous-échantillonnage pour un signal à bande finie respectant le critère $3 \times f_e < f_{min} < f_{max} < 3 \times f_e + \frac{f_e}{2}$.
2. Par quel type de filtre doit-on substituer le filtre anti-repliement ?
3. On remarque que de manière générale le nombre total de point en représentation temporelle et spectrale sont relié lors d'un échantillonnage. Soit N_{temp} le nombre d'échantillons en représentation temporelle, et soit N_{freq} le nombre de points en représentation spectrale contenant l'information utile, montrez que $N_{freq} = \frac{N_{temp}}{2}$. Puis commentez le facteur 2.

6 Exercice : Sur-échantillonnage

Cette fois-ci nous avons à disposition une grande mémoire, M , et une grande fréquence d'échantillonnage, f_e . Mais la fréquence de coupure induite par les capteurs est faible $f_c \ll \frac{f_e}{2}$.

C'est un cas souvent rencontré car les capteurs rapides sont chers, alors qu'aujourd'hui les micro-processeurs et les mémoires sont performants.

On peut néanmoins mettre à profit cette fréquence d'échantillonnage élevée pour améliorer la résolution r .

Bruit de quantification : La quantification des valeurs implique une valeur minimale pour les fluctuations des signaux numérisées à savoir la résolution $\pm r$.

Un signal analogique même très légèrement bruité autour d'une valeur moyenne, donnera toujours une fluctuation de $\pm r$ après numérisation.

Pour réduire ce bruit de quantification, on peut calculer numériquement à l'aide du micro-processeur la moyenne glissante du signal numérisé sur un temps $T_c = \frac{1}{f_c}$. Ceci revient à calculer numériquement l'effet d'un filtre passe-bas de fréquence de coupure f_c sur le signal numérisé.

1. Représenter en fonction du temps un signal analogique avec un bruit d'amplitude inférieure à la résolution.
2. Représenter en fonction du temps ce signal numérisé, puis représenter le spectre du signal numérisé.
3. Représenter l'effet du filtre passe-bas numérique sur le spectre du signal numérisé.
4. Calculer la diminution de l'amplitude des fluctuations du bruit de quantification grâce au calcul numérique de la moyenne glissante sur un temps T_c .