DM 1 : Électronique numérique
Éléments de correction

N°	Elts de rép.	Pts	Note
1	recherches de tous les exercices	1	
2.	propreté de la copie	0.5	
3.	rendu pour le jour demandé	0.5	
Bonus	exercice supplémentaire	0.5	

N°	Elts de rép.
01-04	**Convertisseur analogique/numérique à compteur d'impulsions**
1	pour $t < 0$, K est fermé donc $u_1(t < 0) = 0$, pour $t \geq 0$, K est ouvert donc $i_c = C\frac{du_1}{dt} = I_0$ plus continuité de la tension pour un condensateur donc $u_1(0) = 0$ donc $u_1(t \geq 0) = \frac{I_0}{C}t$
2	Tracer les graphes u_0 droite cte et u_1 droite linéaire. Repérer la valeur de u_0, la pente de u_1 de 10^3 V.s^{-1}, l'instant $t = 7,31$ ms de croisement de u_0 et u_1
3	Pour $0 < t < 7,31$ ms, $u_1 < u_0 \Rightarrow u_2 = -15$ V. Pour $7,31$ ms $< t$, $u_0 < u_1 \Rightarrow u_2 = +15$ V. faire un graphe de $u_2(t)$. Si $rC \ll T$ le condensateur se charge et décharge instantanément, plus interrupteur K_c commandé par u_2, donc pour $t < 7,31$ ms, $u_3 =$ créneaux faits par H, pour $t > 7,31$ ms $u_3 = 0$. Faire un graphe de u_3. Remrquer qu'il fait 7 impulsions.
4	Le compteur compte donc 7 impulsions : la tension analogique $u_0 = 7,31$ V a donc été convertie entre une valeur numérique approchée de 7 V. Pour obtenir une précision du déci-volt, il faut compter 73 impulsions, et il suffit donc de prendre $T = 0,1$ ms.

N°	Elts de rép.
05-08	**Mouvement apparent**
5	Une goutte sortant du robinet sans vitesse initiale à la date $t = 0$ a pour altitude $z(t)$ avec $\ddot{z} = -g$ donc $\dot{z} = -gt$ et $z(t) = H - \frac{1}{2}gt^2$ avec $H = 5,00$ m. Elle tombe au sol quand $z = 0$ donc à la date $t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 1,01$ s. Juste avant l'impact, à une date un tout petit peu inférieure à cette date, on voit donc la goutte émise $\frac{1}{3}$ de seconde plus tard, celle émise $\frac{2}{3}$ de seconde plus tard, et celle émise une seconde plus tard vient de commencer sa chute. On distingue donc exceptionnellement 4 gouttes, mais le plus souvent 3 gouttes.

6	La fréquence des éclairs est égale à la fréquence du phénomène observé, il y a donc immobilité apparente, chaque goutte observée prend la place de la précédente.
7	Prenons l'origine des dates $t = 0$ au moment où une goutte (1) est émise, et supposons que le premier éclair ait lieu à cette date. La goutte suivante (2) est émise à la date $T = \frac{1}{f} = 0,333$ s. Le deuxième éclair intervient à la date $Te = \frac{1}{f_e} = 0,345$ s, à laquelle la goutte (1) est à l'altitude $z(T_e) = 4,42$ m et (2) est à l'altitude $z(T_e - T) = 4,999$ m. L'observateur considère donc que la goutte (2) a pris la place de la (1) et que celle-ci s'est un tout petit peu déplacée d'environ 1 mm. Il y a donc mouvement ralenti vers le bas. La goutte la plus haute, juste en dessous du robinet est observée aux altitudes apparentes successives $z(0)$, $z(T_e - T)$, $z(2(T_e - T))$, . . . , $z(n(T_e - T))$.Une goutte est émise toutes les T secondes, donc lorsque la précédente se trouve à l'altitude $z(T)$. Dans le mouvement ralenti apparent, on aura donc l'impression qu'une nouvelle goutte est émise lorsqu'on observera la goutte la plus haute à cette altitude, donc lorsque $z(n(T_e-T)) = z(T)$ soit $H-\frac{1}{2}g(n(T_e-T))^2 = H-\frac{1}{2}gT^2$ soit $n(T_e - T) = T$ soit $n = \frac{T}{T_e-T}$ donc à la date $nT_e = \frac{TT_e}{Te-T}$. La fréquence apparente d'émission des gouttes est donc $f_a = \frac{1}{nT_e} = \frac{T_e-T}{TT_e} = f - f_e = 0,10$ gouttes par seconde, ou une goutte toutes les 10 secondes.
8	Prenons $t = 0$ à l'instant où la goutte (1) est émise et notons (2) la goutte suivante. (1) touche le sol à la date $t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$, à laquelle (2) se trouve à l'altitude $z(t_1-T)$ et un éclair se produit. L'éclair suivant a lieu à la date t_1+T_e et à cette date, (2) se trouve à l'altitude $z(t_1 - T + T_e) = H - \frac{1}{2}g\left(\sqrt{\frac{2H}{g}} - T + T_e\right)^2 =$ $0,106$ m. L'observateur a donc l'impression que (1) a été remplacée par (2) : il y a mouvement ralenti rétrograde, les gouttes semblent remonter. La vitesse apparente de la goutte semblant remonter du sol est $v_a = \frac{z(t_1-T+T_e)}{T_e} = 0,328$ m. s^{-1}.

N°	Elts de rép.
09-10	**Multiplexage**
9	Le critère de Nyquist-Shannon impose une fréquence minimale d'échantillonnage $f_e > 2f_{max}$ soit $f_e > 6800$ Hz. Chaque seconde, il faut donc échantillonner chacun des N+2 signaux f_e fois, ce qui représente un total de $f_e(N+2)$ octets. On en déduit que $f_e(N + 2) = 256.10^3$ soit $N + 2 = \frac{256.10^3}{f_e}$ donc $N + 2 < 37,6$ La plus grande puissance de 2 correspondante est $N + 2 = 32$, donc $N = 30$.
10	La fréquence d'échantillonnage correspondante est $f_e = \frac{256.10^3}{32} = 8,0$ kHz. Elle vérifie bien le critère de Nyquist-Shannon.

N°	Elts de rép.
11-13	**Théorème de Shannon**
11	période d'échantillonnage $T_e = \frac{1}{f_e} = 50\mu$s, intervalle minimal entre deux raies $\Delta f = \frac{1}{NT_e} = 20$ Hz. D'après le théorème de Shannon $f_{max} < 10$ kHz. Pour diminuer Δf il faut augmenter N, pour augmenter f_{max} il faut augmenter f_e.

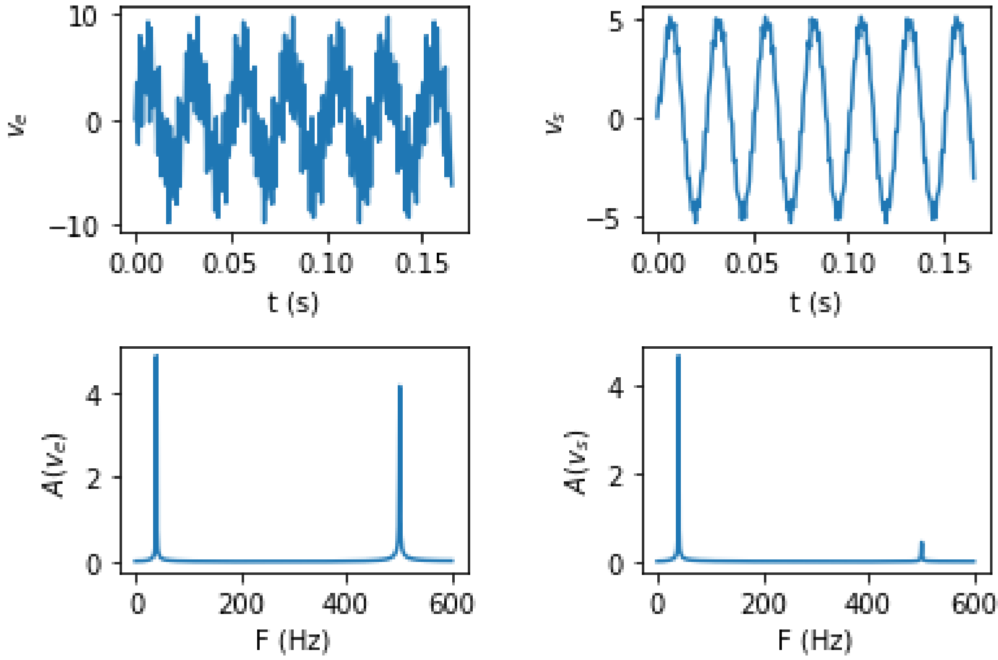
12	$2f_{max} < f_e = \frac{N}{t_{obs}}$ et $\Delta f = \frac{1}{t_{obs}} < (f_1 - f_2)$ donc $\frac{1}{f_1 - f_2} < t_{obs} < \frac{N}{2f_{max}}$ donc 0,1 s $< t_{obs} <$ 0,4 s
13	ici $\Delta f < (f_{n+1} - f_n) = 100$ Hz et si on veut visualiser les 50 premières harmoniques $2f_{max} = 10$ kHz, donc $f_e = 10$ kHz convient et $N = 4000 = \frac{f_e}{\Delta f} > \frac{f_e}{f_{n+1} - f_n}$ convient.
N°	Elts de rép.
14-16	**Filtrage numérique avec Python**
14	$\frac{dv_s}{dt} + \omega_c v_s = \omega_c v_e$
15	$A = \frac{2 - \omega_c T_e}{2 + \omega_c T_e}$ et $B = \frac{\omega_c T_e}{2 + \omega_c T_e}$
16	

[2]:

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

N=1024
Fe=1200
Te=1/Fe
deltaF=Fe/N

t=np.linspace(0,Te*(N-1),N)
amp=5
ve = np.zeros(N)
for i in range(N) :
    ve[i] = amp*np.sin(2.0*np.pi*40*t[i])+amp*np.sin(2.0*np.pi*500*t[i])

fc = 150
omegac = 2*np.pi*fc
A = (2.0-omegac*Te)/(2.0+omegac*Te)
B = omegac*Te/(2.0+omegac*Te)

vs = np.zeros(N)
for i in range(N-1) :
    vs[i+1] = A*vs[i]+B*(ve[i+1]+ve[i])

Se=ve
vT, vF = np.arange(N)*Te,np.arange(N)*deltaF
TF_Se = np.fft.fft(Se)
plt.subplots_adjust(hspace=.5)
plt.subplots_adjust(wspace=.5)
plt.subplot(221)
plt.plot(vT[:200],Se[:200])
plt.xlabel('t (s)')
plt.ylabel('$v_{e}$')
plt.subplot(223)
plt.plot(vF[:N//2],1/N*2*abs(TF_Se[:N//2]))
plt.xlabel('F (Hz)')
plt.ylabel('$A(v_{e})$')

Se=vs
vT, vF = np.arange(N)*Te,np.arange(N)*deltaF
TF_Se = np.fft.fft(Se)
plt.subplots_adjust(hspace=.5)
plt.subplots_adjust(wspace=.5)
plt.subplot(222)
plt.plot(vT[:200],Se[:200])
plt.xlabel('t (s)')
plt.ylabel('$v_{s}$')
plt.subplot(224)
```

```
plt.plot(vF[:N//2],1/N*2*abs(TF_Se[:N//2]))
plt.xlabel('F (Hz)')
plt.ylabel('$A(v_{s})$')
```

[2]: Text(0, 0.5, '$A(v_{s})$')



[ ]:

N°	Elts de rép.
17-19	**Convertisseurnumérique/analogique 4 bits**
17	Il y a autant de valeurs possibles pour ue que de choix des quatre états des interrupteurs, soit $2^4 = 16$. C'est aussi le nombre d'entiers dont la valeur est comprise en base 2 entre 0000 et 1111.
18	Le potentiel auquel est porté la tige de l'interrupteur k vaut 0 ou E selon que ϵ_k vaut 0 ou 1. Ce potentiel vaut donc $\epsilon_k.E$. On peut alors appliquer la loi des nœuds en termes de potentiel à chaque nœud de la ligne horizontale inférieure. soit $u = \frac{\epsilon_0+2\epsilon_1+4\epsilon_2+8\epsilon_3}{16}.E$
19	En prenant $E = 16$ V, on obtient donc une tension u dont la valeur en volt est égale à celle de l'entrée u_e en base 2. C'est donc bien un convertisseur numérique/analogique.