DS 6 : Chimie & Électrostatique & Magnétostatique
Éléments de correction

N°	Elts de rép.	Pts	Note
00-00	**Titre de l'exo**	0	0
0	éléments de réponse	0	0

01-09	**Étude thermodynamique de la synthèse industrielle de l'éthanol**		
1	On utilise la loi de Hess : $\Delta_r H^\circ = \Delta_f H^\circ(C_2H_5OH_{(g)}) - \Delta_f(H_20_{(g)}) - \Delta_f H^\circ(C_2H_{4(g)})$. L'application numérique donne $\Delta_r H^\circ = -45,8$ kJ.mol$^{-1} < 0$. La réaction est donc exothermique.	1	
2	On utilise l'extensivité de l'entropie, $\Delta_r S^\circ = S^\circ_m(C_2H_5OH_{(g)}) - S^\circ_m(H_20_{(g)}) - S^\circ_m(C_2H_{4(g)})$. L'application numérique donne $\Delta_r S^\circ = -125,7$ J.mol^{-1}.K^{-1} < 0. L'entropie standard de réaction est négative car il y a plus de mole de gaz dans les réactifs que dans les produits.	1	
3	$\Delta_r G^\circ = \Delta_r H^\circ - T\Delta_r^\circ S$ à $T = 298$ K on trouve $\Delta_r G^\circ = -8,34$ kJ.mol^{-1}. Et $K^\circ = \exp\left(-\dfrac{\Delta_r G^\circ}{RT}\right)$ soit $K^\circ = 29$.	1	
4	Approximation d'Ellingham précise que la relation $\Delta_r G^\circ = \Delta_r H^\circ - T\Delta_r^\circ S$ est valable à $T = 600$ K, puis avec $K^\circ = \exp\left(-\dfrac{\Delta_r G^\circ}{RT}\right)$ on trouve $K^\circ = 5,3$.	1	
5	On fait un tableau d'avancement : | | C_2H_4 + | H_2O = | C_2H_5OH | | initial | n_o | n_o | 0 | | final | n_o-x_f | n_o-x_f | x_f | à l'équilibre on a $Q_r = K^\circ$ donc $\dfrac{P(C_2H_5OH)/P^\circ}{(P(H_20)/P^\circ) \times (P(C_2H_4)/P^\circ)} = K^\circ$ donc $\dfrac{(n(C_2H_5OH)/n_{tot}) \times (P_{tot}/P^\circ)}{(n(H_20)/n_{tot}) \times (n(C_2H_4)/n_{tot}) \times (P_{tot}/P^\circ)^2} = K^\circ$ donc $\dfrac{n(C_2H_5OH) n_{tot} P^\circ}{n(H_20) n(C_2H_4) P_{tot}} = K^\circ$ donc $\dfrac{x_f(2n_o - x_f)P^\circ}{(n_o - x_f)^2 P_{tot}} = K^\circ(T)$	1	
6	On évalue numériquement $\dfrac{K^\circ(T) P_{tot}}{P^\circ}$ avec $K^\circ(T) = 5,3$ et $P_{tot} =$ 70 bar puis on résout le polynôme du second degré, on trouve que $x_f = 0,95$ mol et on en déduit les quantités de matière de tous les composants.	1	
7	La réaction est exothermique ($\Delta_r H^\circ < 0$), lorsque l'on diminue la température d'après la loi de Van't Hoff ($\dfrac{d \ln K^\circ}{dT} = \dfrac{\Delta_r H^\circ}{RT^2}$) la constante d'équilibre augmente, donc l'équilibre est déplacé dans le sens direct.	1	

8	Il y a plus de mole de gaz dans les réactifs que dans les produits. Donc si on diminue la pression totale on augmente le quotient de réaction $Q_r = \dfrac{n(C_2H_5OH)n_{tot}P^\circ}{n(H_20)n(C_2H_4)P_{tot}}$, or $Q_r \to K^\circ$ donc la réaction se fait dans le sens indirect. On déplace l'équilibre dans le sens qui produit le plus de mole de gaz (principe de Le Chatelier).	1	
9	Thermodynamiquement pour optimiser la synthèse d'éthanol, il faut diminuer la température et augmenter la pression. On remarque que l'on travaille bien à pression élevée (70 bar), mais on travaille aussi à température élevée 600 K surement pour des questions de cinétique.	1	

	Géophysique de la planète Terre		
	Champ gravitationnel créé par la Terre		
10	La force électrostatique est donné par la force de Coulomb $\vec{F} = \dfrac{q_A q_B}{4\pi\epsilon_0 AB^2}\vec{u}_{AB}$. La force d'interaction gravitationnelle a une forme analogue avec $\vec{F} = -G\dfrac{m_A m_B}{AB^2}\vec{u}_{AB}$. On peut repérer dans ces expressions les analogies suivantes : charge $q \leftrightarrow$ masse m permittivité $\dfrac{1}{\epsilon_0} \leftrightarrow$ constante de gravitation universelle $-4\pi G$ La partie géométrique est identique $\dfrac{\vec{u}_{AB}}{AB^2}$ On peut donc définir un champ gravitationnel $\vec{\mathcal{G}}$ analogue au champ électrique $\vec{E}$ qui vérifie le théorème de Gauss gravitationnel : Pour une surface fermée S, on a $\Phi_S(\vec{\mathcal{G}}) = -4\pi G M_{int}$, avec $\Phi_S(\vec{\mathcal{G}}) = \oint_S \vec{\mathcal{G}}.\vec{dS}$ le flux du champ gravitationnel à travers la surface fermée S, orientée vers l'extérieur. M_{int} la masse intérieure à la surface fermée S.	1	

11	On assimile la Terre à une boule de symétrie sphérique par rapport à son centre O. Pour un point M de l'espace quelconque, tous les plans contenant l'axe (OM) sont des plans de symétrie de la distribution de masse, donc le champ $\vec{\mathcal{G}}_T$ est colinéaire à l'axe (OM). Une masse est toujours positive, donc le champ est dirigé vers le centre de la Terre, selon $-\vec{e}_r$. En coordonnée sphérique il y a invariance par rotation d'angle θ et ϕ donc $\mathcal{G}_Y$ ne dépend que de r, d'où $\vec{\mathcal{G}}_T = -\lvert\mathcal{G}_T(r)\rvert\vec{e}_r$	1	
12	On choisit comme surface fermé une sphère de centre, le centre de la Terre, et de rayon $r = R_T + z$. $\Phi_S(\vec{\mathcal{G}}) = \oint_S \vec{\mathcal{G}}.\vec{dS} = \oint_S -\lvert\mathcal{G}_T(r)\rvert dS = -\lvert\mathcal{G}_T(r)\rvert S = -4\pi r^2\lvert\mathcal{G}_T(r)\rvert$ $M_{int} = M_T$ car $z > 0$ donc toute la Terre est comprise dans la sphère. D'où $-4\pi r^2\lvert\mathcal{G}_T(r)\rvert = -4\pi G M_T$ donc $\lvert\mathcal{G}_T(r)\rvert = \frac{GM_T}{r^2} = \frac{GM_T}{(R_T+z)^2}$ D'où $\vec{\mathcal{G}}_T = -\frac{GM_T}{(R_T+z)^2}\vec{e}_r$	1	
	Applications de la gravimétrie		
13	Comme la Terre on a une boule de symétrie sphérique donc $\vec{\mathcal{G}}_B = -\frac{GM_B}{r^2}\vec{e}_r$. Or la boule est de masse volumique μ' et de rayon R donc $M_B = \frac{4}{3}\pi R^3\mu' = \frac{4}{3}\pi R^3(\mu_m + \Delta\mu)$. $\vec{\mathcal{G}}_B = -\frac{4\pi G R^3(\mu_m+\Delta\mu)}{3r^2}\vec{e}_r$.	1	
14	On projette $\vec{e}_r$ sur $\vec{e}_z$, on obtient $\vec{e}_r.\vec{e}_z = -\cos\theta = -\frac{h}{r} = -\frac{h}{\sqrt{x^2+h^2}}$. Donc $g_{B_z} = \frac{4\pi G R^3(\mu_m+\Delta\mu)h}{3r^2\sqrt{x^2+h^2}} = \frac{4\pi G R^3(\mu_m+\Delta\mu)h}{3(x^2+h^2)^{3/2}}$	1	
15	On peut considérer que le sol est la superposition du sol uniforme de champ g_0, moins une cavité de masse volumique $-\mu_m$, plus une boule de masse volumique μ'. Par principe de superposition on a $g_z = g_0 - \frac{4\pi G R^3\mu_m h}{3(x^2+h^2)^{3/2}} + \frac{4\pi G R^3(\mu_m+\Delta\mu)h}{3(x^2+h^2)^{3/2}}$. Donc $\Delta g = g_z - g_0 = \frac{4\pi G R^3\Delta\mu h}{3(x^2+h^2)^{3/2}}$, c'est le champ de pesanteur d'une boule de masse volumique $\Delta\mu$	1	

16	Le calcul est effectué à la question précédente $\Delta g = g_z - g_0 = \dfrac{4\pi G R^3 \Delta\mu h}{3(x^2+h^2)^{3/2}}$	1	
17	On a $\Delta g = \text{cte} \times \dfrac{h}{(x^2+h^2)^{3/2}} = \dfrac{\text{cte}}{h^2(1+(x/h)^2)^{3/2}}$. Donc on doit tracer deux fonctions telles que le rapport des maximums est en $\left(\dfrac{h_1}{h_2}\right)^2$ et le rapport des largeurs est en $\dfrac{h_2}{h_1}$. Et on reprend la forme donnée par la figure.	1	
18	La largeur à mi-hauteur est $\Delta x = 2x_0$ avec x_0 tel que $\Delta g(x_0) = \dfrac{\Delta g(0)}{2}$ donc $\dfrac{1}{(1+(x_0/h)^2)^{3/2}} = \dfrac{1}{2}$ donc $1+(x_0/h)^2 = 2^{2/3}$ donc $x_0 = (2^{2/3}-1)h$ donc $\Delta x = 2(2^{2/3}-1)h$ L'anomalie maximale vaut $\Delta g(0) = \dfrac{4\pi G R^3 \Delta\mu}{3h^2}$	1	
19	Pour avoir la profondeur h, on mesure la largeur à mi-hauteur $\Delta x = 120$ m, donc $h = \dfrac{\Delta x}{2(2^{2/3}-1)} = 102$ m Pour avoir le rayon de la sphère enterrée on utilise la valeur maximale $\Delta g(0) = \dfrac{4\pi G R^3 \Delta\mu}{3h^2}$ donc $R = \left(\dfrac{3h^2 \Delta g(0)}{4\pi G \Delta\mu}\right)^{1/3} = 3$ m	1	
20	Pour être indétectable il faut que $\Delta g = 0$, donc $\Delta\mu = 0$. Il ne faut pas de variation de masse volumique entre la grotte et le sol. Il faut donc une grotte avec suffisamment d'espace vide pour que or+espace vide soit de même masse volumique que le sol. On retrouve le résultat du théorème de Gauss selon lequel le flux du champ gravitationnel ne dépend que de la masse intérieure à la grotte qu'importe la répartition de cette masse, qu'elle soit pleine de terre ou partiellement remplie d'or.	1	
21	La masse maximale d'or est donc $m_{or} = \dfrac{4}{3}\pi R^3 \mu_m$ et $M_T = \dfrac{4}{3}\pi R_T^3 \mu_m$, donc $m_{or} = \dfrac{R^3}{R_T^3} M_T = 23,1$ t. Ceci correspond à une boule de rayon $r_{or} = \left(\dfrac{3m_{or}}{4\pi\rho_{or}}\right)^{1/3} = 65$ cm.	1	

22	Il faut superposer les contributions de la plaque de calcaire qui est une plaque horizontale semi-infinie et des deux grottes de profondeurs différentes. La plaque et les grottes sont de masse volumique inférieure au grès, elles ont donc un $\Delta\mu$ négatif, il faut alors faire des anomalies négatives. Avec une anomalie constante pour la plaque, plus un grand pic fin pour la grotte peu profonde et un petit pic large pour la grotte profonde.	1	

	Boussole, champ géomagnétique et dipôle central		
23	Schéma d'un modèle sphérique pour la Terre, avec un moment magnétique orienté du nord géographique vers le sud géographique. Puis ligne de champ magnétique du moment magnétique correspondant.	1	
24	On peut utiliser l'énergie potentielle de l'aiguille aimantée. $Ep = -\vec{m}.\vec{B}_T$. Elle est minimal si $\vec{m}$ et $\vec{B}_T$ sont alignés. Or les lignes de champs de $\vec{B}_T$ indiquent le nord géographique, donc le moment magnétique de l'aiguille aimanté indique le nord. Comme il s'agit d'un minimum d'énergie potentielle, cet équilibre est stable.	1	
25	Avec I le moment d'inertie de l'aiguille on a $I\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \vec{\Gamma}.\vec{e}_{(\Delta)} = -mB_T \sin\alpha$ donc $\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mB_T}{I}\sin\alpha = 0$	1	
26	Dans l'approximation de petits angles α on a $\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mB_T}{I}\alpha = 0$ donc $\omega_{osc}^2 = \frac{mB_T}{I}$ d'où $\tau_{osc} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mB_T}}$. On obtient donc $B_T = \frac{4\pi^2 I}{m\tau_{osc}^2}$. Il s'agit de la composante qui intervient dans $\vec{\Gamma}.\vec{e}_{(\Delta)} = \left(\vec{B}_T \wedge \vec{m}\right).\vec{e}_{(\Delta)}$. Donc la composante orthogonale à $\vec{e}_{(\Delta)}$ soit la composante horizontale de $\vec{B}_T$.	1	

27	soit P un point à la surface de la $\vec{B}(P) = \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{3\vec{R}(\vec{M}.\vec{R}) - R^2\vec{M}}{R^5}$ ici on a $\vec{M} = M_0\vec{e}_z$ et $\vec{R} = R_T\vec{e}_r$ donc $\vec{B}(P) = \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{3R_T\vec{e}_r(M_0 R_T\cos\theta) - R_T^2 M_0\vec{e}_z}{R_T^5} = \frac{\mu_0 M_0}{4\pi} \times \frac{3\cos\theta\vec{e}_r - \vec{e}_z}{R_T^3}$ or $\theta = \lambda - \frac{\pi}{2}$ et $\vec{e}_z = \sin\lambda\vec{e}_r - \cos\lambda\vec{e}_\theta$ donc $\vec{B}(P) = \frac{\mu_0 M_0}{4\pi} \times \frac{2\sin\lambda\vec{e}_r + \cos\lambda\vec{e}_\theta}{R_T^3}$	1	
28	A l'équateur on a $\lambda = 0$ donc $\vec{B}(P) = \frac{\mu_0 M_0}{4\pi R_T^3}\vec{e}_\theta$ et $\vec{e}_\theta = -\vec{e}_z$ donc $\vec{B}(P) = -\frac{\mu_0 M_0}{4\pi R_T^3}\vec{e}_z$. Or $\vec{B}(P) = B_E\vec{e}_z$ donc M_0 est négatif et $M_0 = -\frac{4\pi R_T^3 B_E}{\mu_0}$ On obtient $M_0 = -8.10^{22}$ A.m^2 Au pôles $\lambda = \pm\frac{\pi}{2}$ donc $\vec{B}_{pôles} = \pm B_{pôles}\vec{e}_z$ et $B_{pôles} = \pm\frac{\mu_0 M_0}{2\pi R_T^3} = \pm 2B_E = 6.10^{-5}$ T	1	
29	On fait un schéma des lignes de champs de la Terre, dans l'hémisphère nord elles sont dirigées vers le centre de la Terre donc on s'attend à un signe de D négatif. $\tan D = \frac{\vec{B}_T.\vec{e}_r}{\vec{B}_T.\vec{e}_N}$ or $\vec{e}_N = -\vec{e}_\theta$ donc $\tan D = -\frac{\mu_0 M_0 \times 2\sin\lambda}{4\pi R_T^3} \times \frac{4\pi R_T^3}{\mu_0 M_0 \times \cos\lambda} = -\frac{2\sin\lambda}{\cos\lambda} = -2\tan\lambda$. Pour tracer le graphe, pour λ proche de zéro on a $D \simeq -2\lambda$ et pour $\lambda = \pm\frac{\pi}{2}$ on a $D \mp \frac{\pi}{2}$ puis on relie.	1	
30	Au pôles $D = \mp\frac{\pi}{2}$, donc le champ magnétique est vertical, donc la boussole ne s'aligne plus sur le champ horizontal. La boussole "perd" le Nord. Pour savoir dans quel hémisphère on se trouve, il faut une boussole 3 axes qui peut tourner verticalement, auquel cas selon le signe de D, on sait dans quel hémisphère on se trouve.	1	