DS 5 : Chimie & Transferts thermiques & Électrostatique
Éléments de correction

N°	Elts de rép.	Pts	Note
00-00	**Titre de l'exo**	0	0
0	éléments de réponse	0	0

01-09	**Production de chaux vive**		
1	$\Delta_r H°(298) = \Delta_f H°(CO_2) + \Delta_f H°(CaO) - \Delta_f H°(CaCO_3) = -393,5 - 635,1 + 1207 = 178,4$ kJ/mol la réaction est endothermique	1	
2	On note $D = 9,38.10^3$ m^3/h le débit volumique $\dfrac{dn(gaz)}{dt} = \dfrac{D}{V_m(750K)} = 1,53.10^5$ mol/h $\dfrac{dn(CO_2)}{dt} = 0,64\dfrac{dn(gaz)}{dt} = 9,76.10^4$ mol/h $\dfrac{dn(CaO)}{dt} = \dfrac{dn(CO_2)}{dt}$	1	
3	$\dfrac{dm(CaO)}{dt} = M(CaO)\dfrac{dn(CO_2)}{dt} = 5476$ kg/h $\dfrac{dm(CO_2)}{dt} = M(CO_2)\dfrac{dn(CO_2)}{dt} = 4294$ kg/h	1	
4	$\dfrac{dn(air)}{dt} = 5,54.10^4$ mol/h $\dfrac{dm(air)}{dt} = 1607$ kg/h	1	
5	à l'état initial il y a $m_1 = 10$ t de $CaCO_3$ et $m_{air} = 1607$ kg d'air à $T_1 = 298$ K à l'état final il a $m_1 = 10$ t de $CaCO_3$ et $m_{air} = 1607$ kg d'air à $T_2 = 1100$ K $Q_1 = \dfrac{(m_1 c(CaCO_3) + mairc(air))(T_2 - T_1)}{\eta}$ avec η l'efficacité, on trouve $Q_1 = 1,97.10^7$ kJ/h	1	

6	$Q_2 = \dot{\xi}_f \Delta_r H^\circ = \frac{dn(CO_2)}{dt}\Delta_r H^\circ = 1,74.10^7$ kJ/h	1	
7	$Q_{TOT} = Q_1 + Q_2 = 3,71.10^7$ kJ/h	1	
8	Pour avoir une combustion complète (pas de production de monoxyde de carbone)	1	
9	$Q_{TOT} = -\frac{m(CH_4)}{dt}\Delta_r H^\circ$ donc $\frac{m(CH_4)}{dt} = -\frac{Q_{TOT}}{\Delta_r H^\circ} = 4,62.10^4$ mol/h $\frac{V(CH_4)}{dt} = V_m(750)\frac{m(CH_4)}{dt} = 2841$ m^3/h La production totale de CO_2 est issue des deux réactions $\frac{dn(CO_2)}{dt}_{tot} = \frac{dn(CO_2)}{dt}_{CH_4} + \frac{dn(CO_2)}{dt}_{CaO} = 14,38.10^4$ mol/h $\frac{dm(CO_2)}{dt}_{tot} = M(CO_2)\frac{dn(CO_2)}{dt}_{tot} = 6327$ kg/h	1	

	Onde thermique		
10	Il y a une invariance par translation selon $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$ du solide et de la condition au limite, donc tout le problème est invariant selon ces deux translations, donc la température ne dépend pas de x et de y.	1	
11	La loi de Fourier est $\vec{j} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T)$ avec $\vec{j}$, le vecteur densité de courant thermique, c'est un flux surfacique de transfert thermique, il s'exprime en W.m^{-2} avec T la température, s'exprime en K avec $\overrightarrow{\text{grad}}$ un opérateur vectoriel qui à un champ scalaire s associe le champ vectoriel $\frac{\partial s}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial s}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial s}{\partial z}\vec{e}_z$, il s'exprime donc en m^{-1} avec λ la conductivité thermique qui s'exprime en W.m^{-1}.K^{-1}	1	
12	$\frac{\partial \theta}{\partial t} = D\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$ $\frac{\partial}{\partial t}(f(z)e^{j\omega t}) = D\frac{\partial^2}{\partial z^2}(f(z)e^{j\omega t})$ $j\omega f(z)e^{j\omega t} = D\frac{d^2 f}{dz^2}e^{j\omega t}$ $\frac{D}{j\omega}\frac{d^2 f}{dz^2} - f(z) = 0$	1	

13	on note k tel que $k^2 = \dfrac{j\omega}{D}$, on a alors $f(z) = A\exp(kz) + B\exp(-kz)$. Si on choisit k tel que $\Re(k) > 0$, le module de $\exp(kz)$ tend vers $+\infty$ quand z tend $+\infty$, or la température est finie pour $z \to +\infty$ donc $A = 0$	1	
14	on a $f(z) = B\exp(-kz)$ avec $k = \sqrt{\dfrac{\omega}{2D}}(1+j)$ $\underline{\theta} = f(z)e^{j\omega t} = B\exp(-kz)e^{j\omega t}$ $\underline{\theta} = B\exp(-kz + j\omega t)$ $\underline{\theta} = B\exp(-\sqrt{\dfrac{\omega}{2D}}(1+j)z + j\omega t)$ $\underline{\theta} = B\exp(-\sqrt{\dfrac{\omega}{2D}}z)\exp(j(\omega t - \sqrt{\dfrac{\omega}{2D}}z))$ $\underline{\theta} = \alpha\exp(-z/\delta)\exp(j(\omega t - z/\delta))$ avec $\alpha = B$ d'après la condition au limite en $z = 0$ et $\delta = \sqrt{\dfrac{2D}{\omega}}$	1	
15	$T(z,t) = T_0 + \theta = T_0 + \alpha\exp(-z/\delta)\cos(\omega t - z/\delta)$ Pour l'interprétation on peut tracer $T(z,t)$, on remarque que la température tend vers T_0 quand $z \to +\infty$ donc les variations de températures s'estompent avec la profondeur. Le terme $\exp(-z/\delta)$ montre que l'amplitude décroit exponentiellement avec la profondeur sur une distance typique de δ. Le terme $\cos(\omega t - z/\delta)$ montre que les variation se propagent comme une onde dans le sol avec une longueur d'onde de $2\pi\delta$.	1	
16	on cherche L_{10} telle que $\alpha\exp(-L_{10}/\delta) = \dfrac{\alpha}{10}$ donc $L_{10} = \ln(10)\delta$	1	
17	$L_{10} = \ln(10)\delta = \ln(10)\sqrt{\dfrac{2D}{\omega}} = \ln(10)\sqrt{\dfrac{DT}{\pi}}$ pour une variation quotidienne $T = 24 \times 3600$ s donc $L_{10} = 20$ cm pour une variation annuelle $T = 365 \times 24 \times 3600$ s donc $L_{10} = 3,7$ m Enfouir une canalisation à 4 m de profondeur est couteux en terme d'infrastructure à déployer, mais on peut considérer en France que les moyennes de température sur une journée complète (journée + nuit) sont suffisamment tempérées (pas de gel, surchauffe, ...) pour une canalisation d'eau, de gaz, ... on peut donc enfouir les canalisation entre 20 cm et 1 m.	1	

18	erreur d'énoncé à cette question il faut remplacer les T par des θ on cherche Δt tel que $\cos(\omega(t+\Delta t) - L_{10}/\delta) = \cos(\omega t)$ donc $\Delta t = \dfrac{L_{10}}{\omega\delta}$ $\Delta t = \dfrac{\ln(10)\delta}{\omega\delta}$ $\Delta t = \dfrac{\ln(10)T}{2\pi}$ pour les variations quotidiennes on a Δt = 8h48min, la canalisation est à température élevée pendant la nuit et à température faible pendant la journée. pour les variations annuelles on a Δt = 47j17h, l'onde thermique met 6 semaines à se propager dans le sol.	1	

	Étude thermique d'un objet torique		
19	On considère un cylindre entre r et r+dr, on a $dH = \delta Q_e(r) - \delta Q_s(r+dr)$ donc $dm(h(t+dt) - h(t)) = \phi(r)dt - \phi(r+dr)dt$ donc $\rho dV \dfrac{\partial h}{\partial t} dt = j_Q(r) \times (2\pi r a)dt - j_Q(r+dr) \times (2\pi(r+dr)a)dt$ donc $\rho(2\pi r a dr)\dfrac{\partial h}{\partial t} dt = -2\pi a \dfrac{\partial r j_Q}{\partial r} dr dt$ donc $\rho c r \dfrac{\partial T}{\partial t} = -\dfrac{\partial\left(r j_Q\right)}{\partial r}$ donc $\rho c r \dfrac{\partial T}{\partial t} = -\dfrac{\partial\left(r\left(-\lambda \dfrac{\partial T}{\partial r}\right)\right)}{\partial r}$ donc $\dfrac{\rho c}{\lambda} r \dfrac{\partial T}{\partial t} = \dfrac{\partial\left(r \dfrac{\partial T}{\partial r}\right)}{\partial r}$ donc $\xi = \dfrac{\rho c}{\lambda}$ et ξ s'exprime en s.m^{-2}	1	

20	On remplace $T(r,t)$ par son expression en fonction de ρ et η dans l'équation obtenue à la question précédente $\xi r\dfrac{\partial\rho\eta}{\partial t}=\dfrac{\partial\left(r\dfrac{\partial\rho\eta}{\partial r}\right)}{\partial r}$ or ρ ne dépend que de r et η ne dépend que de t donc $\xi r\rho\dfrac{\partial\eta}{\partial t}=\eta\dfrac{\partial\left(r\dfrac{\partial\rho}{\partial r}\right)}{\partial r}$ on peut mettre tout ce qui dépend de r d'un côté et tout ce qui dépend de t de l'autre pour avoir $\dfrac{\xi}{\eta}\dfrac{\partial\eta}{\partial t}=\dfrac{1}{r\rho}\dfrac{\partial\left(r\dfrac{\partial\rho}{\partial r}\right)}{\partial r}=\chi$ avec χ une constante car d'après le premier terme elle ne dépend pas de r, et d'après le second terme elle ne dépend pas de t.	1	
21	On a pour η l'équation différentielle suivante $\dfrac{\xi}{\eta}\dfrac{\partial\eta}{\partial t}=\chi$ donc $\dfrac{\partial\eta}{\partial t}-\dfrac{\chi}{\xi}\eta=0$ donc $\eta=\eta(0)\exp\left(\dfrac{\chi}{\xi}t\right)$ la température dans le tore ne tends pas vers ∞ quand $t\rightarrow+\infty$ donc $\chi<0$	1	
22	On a pour ρ l'équation différentielle suivante $\dfrac{1}{r\rho}\dfrac{\partial\left(r\dfrac{\partial\rho}{\partial r}\right)}{\partial r}=\chi$ donc $\dfrac{\partial\left(r\dfrac{\partial\rho}{\partial r}\right)}{\partial r}=\chi r\rho$ on remplace ρ par la série $\sum_0^{+\infty}\alpha_n r^n$ $\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r\dfrac{\partial}{\partial r}\left(\sum_0^{+\infty}\alpha_n r^n\right)\right)=\chi r\sum_0^{+\infty}\alpha_n r^n$ $\dfrac{\partial}{\partial r}\left(\sum_0^{+\infty}n\alpha_n r^n\right)=\sum_0^{+\infty}\chi\alpha_n r^{n+1}$ $\sum_1^{+\infty}n^2\alpha_n r^{n-1}=\sum_0^{+\infty}\chi\alpha_n r^{n+1}$ $\sum_0^{+\infty}(n+1)^2\alpha_{n+1}r^n=\sum_1^{+\infty}\chi\alpha_{n-1}r^n$ $\alpha_1+\sum_1^{+\infty}\left((n+1)^2\alpha_{n+1}-\chi\alpha_{n-1}\right)r^n=0$ donc $\alpha_1=0$ et $\alpha_{n+1}=\dfrac{\chi}{(n+1)^2}\alpha_{n-1}$ donc $\alpha_{2p+1}=0$ et $\alpha_{2p}=\dfrac{\chi}{(2p)^2}\alpha_{2(p-1)}=\dfrac{\chi^2}{2^4(p(p-1))^2}\alpha_{2(p-2)}=$ $...=\dfrac{\chi^p}{2^{2p}(p!)^2}\alpha_0$	1	

23	en $r = a$, il n'y a pas d'échange conducto-convectif (avec un fluide) car il y a un vide interne, il n'y a pas d'échange par convection car le tore s'interrompt pour laisser place au vide, il n'y a pas d'échange par rayonnement car la cavité intérieure est refermée sur à l'intérieur du tore. Donc $\phi(r = a) = 0$ donc $j_Q(r = a)S = 0$ donc $-\lambda \frac{\partial T}{\partial r} S = 0$ donc $-\lambda S \eta \frac{d\rho}{dr} = 0$ donc $\frac{d\rho}{dr} = 0$ en $r = a$.	1	
24	On trace le graphe de $\rho(r)$ en fonction de r multiplié par $\eta(t)$ qui est exponentiellement plus proche de 0 quand le temps augmente. En l'absence de toute source d'énergie, le tore ne peut que se refroidir au cours du temps via sa face extérieure. (Comme le tore est entouré de vide le tore se refroidit uniquement en émettant un rayonnement). Le tore va donc se refroidir jusqu'à atteindre le zéro absolu, s'il ne reçoit pas de rayonnement de l'extérieur.	1	

	Capteur capacitif		
25	On fait un schéma pour modéliser des condensateur avec une armature qui forme deux condensateur avec ses deux voisines. On remarque que les condensateurs sont en parallèles. Donc $i = \sum_k i_k = \sum_k C_k \frac{du}{dt} = (\sum_k C_k) \frac{du}{dt} = NC_1 \frac{du}{dt}$. D'où $C_{tot} = NC_1$	1	
26	On cherche la direction du champ $\vec{E}$ au point M. On remarque que tout plan contenant l'axe (Mz) est un plan de symétrie de la distribution de charge, donc $\vec{E}(M)$ appartient à l'intersection de ces plans donc $\vec{E}(M)$ est colinéaire à $\vec{e}_z$, d'où $\vec{E} = E(M)\vec{e}_z$. La distribution est invariante par translation selon $\vec{e}_x$ d'où $\vec{E} = E(y, z)\vec{e}_z$. La distribution est invariante par translation selon $\vec{e}_y$ d'où $\vec{E} = E(z)\vec{e}_z$. La distribution est symétrique par rapport au plan (Oxy) donc $\vec{E}(z) = -\vec{E}(-z)$ d'où $\vec{E} = A(\|z\|)\vec{e}_z siz > 0$ et $\vec{E} = -A(\|z\|)\vec{e}_z siz < 0$	1	
27	On choisit comme surface fermée un cylindre de section S et de hauteur entre -z à z. On écrit le théorème de Gauss $\Phi(\vec{E}) = \oint \vec{E}.\vec{dS} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$. On décompose le calcul du flux de $\vec{E}$ sur trois surface : celle en -z notée S_1, celle en z notée S_2, et la surface latérale notée S_L. $\iint_{S_1} \vec{E}.\vec{dS}_1 + \iint_{S_2} \vec{E}.\vec{dS}_2 + \iint_{S_L} \vec{E}.\vec{dS}_L = \frac{Q_int}{\epsilon_0}$. Or $\iint \vec{E}.\vec{dS}_1 = -(-A(z))S$, $\iint \vec{E}.\vec{dS}_2 = A(z)S$, et $\iint \vec{E}.\vec{dS}_L = 0$, d'où $2A(z)S = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$. Et enfin $Q_{int} = \sigma S$ donc $A = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$	1	

28	On applique le principe de superposition entre les deux armatures du condensateur $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0}\vec{e}_z - \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0}\vec{e}_z$. Les deux armatures ont la même surface et des charges opposées donc $\sigma_1 = \frac{q_1}{S} = -\frac{q_2}{S} = -\sigma_2 = -\sigma$. On en déduit $\vec{E} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0}\vec{e}_z = -\frac{q}{S\epsilon_0}\vec{e}_z$. Or $u = \int_{1\to 2} dV = \int_{1\to 2} \overrightarrow{\mathrm{grad}}(V).\vec{dl} = \int_{1\to 2} -\vec{E}.\vec{dl} = -E \times e = \frac{e}{S\epsilon_0}q$. $C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{e}$	1	
29	$C_{tot} = NC_1$ et $C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{e}$ donc $e = \frac{N\epsilon_0 S}{C_{tot}} = 90$ µm	1	
30	$C = \frac{\epsilon_0 S}{e}$ donc $\epsilon_0 = \frac{Ce}{S}$ donc ϵ_0 s'exprime en F.m.m^{-2} soit des F.m^{-1}	1	
31	La norme du champ électrique est d'autant plus élevée que les lignes de champ se ressèrent. Donc à proximitez de PVB.	1	