DM 3 : Signaux périodiques
Éléments de correction

Mesure de la fréquence Doppler

Cette exercice porte sur la mesure de la vitesse d'un véhicule à l'aide d'un radar fonctionnant sur le principe de l'effet Doppler. Le radar émet une onde électromagnétique de fréquence $f = 1,00$ GHz. On donne $c = 3,00.10^8$ m.s^{-1} la célérité d'une onde électromagnétique dans l'air qu'on assimile au vide.

Au niveau de l'antenne d'un radar, on dispose de deux tensions sinusoïdales correspondant aux ondes électromagnétiques émises et réceptionnées par le radar.

— $u_1(t) = u_{1m}\cos(\omega_1 t)$ la tension correspondant à l'onde émise ($\omega_1 = 2\pi f$)

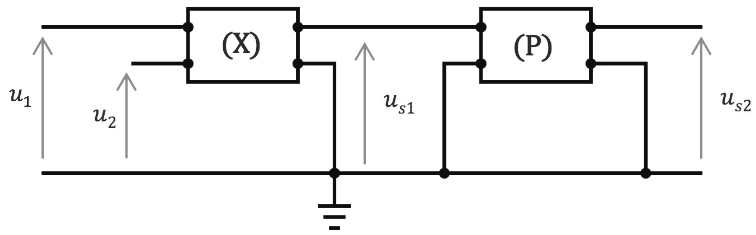
— $u_2(t) = u_{2m}\cos(\omega_2 t + \phi)$ la tension correspondant à l'onde réfléchie ($\omega_2 = 2\pi f_r$).

On définit une fréquence Doppler $f_D = f_r - f \ll f_r$ telle que $f_D \ll f_r$ et $f_D \ll f$ et ayant pour expression :

$$f_D = \frac{2fv}{c} \tag{1}$$

avec v la vitesse du véhicule et c la célérité d'une onde électromagnétique.

Le schéma de principe de la mesure du décalage en fréquence f_D est donné ci-dessous :



Le multiplieur (X) réalise l'opération : $u_{s1}(t) = Ku_1(t)u_2(t)$

1. Linéariser l'expression de $u_{s1}(t)$

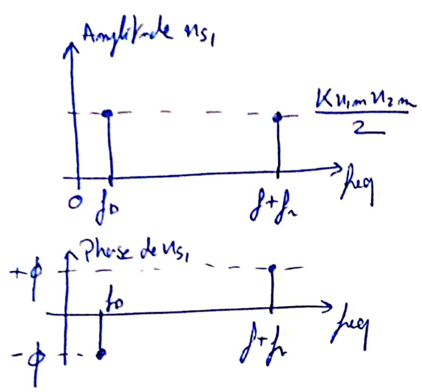
$$\begin{aligned}
u_{s1} &= Ku_{1m}\cos(\omega_1 t)u_{2m}\cos(\omega_2 t + \phi)\\
u_{s1} &= \frac{Ku_{1m}u_{2m}}{2}(\cos(\omega_1 t + \omega_2 t + \phi) + \cos(\omega_1 t - \omega_2 t - \phi))\\
u_{s1} &= \frac{Ku_{1m}u_{2m}}{2}(\cos((\omega_1 + \omega_2)t + \phi) + \cos((\omega_1 - \omega_2)t - \phi))
\end{aligned}$$

2. En déduire l'allure du spectre en amplitude de la tension $u_{s1}(t)$

$$u_{s1} = \frac{K u_{1m} u_{2m}}{2}(\cos((\omega_1 + \omega_2)t + \phi) + \cos((\omega_1 - \omega_2)t - \phi)) \quad (2)$$

$$u_{s1} = \frac{K u_{1m} u_{2m}}{2}(\cos(2\pi(f + f_r)t + \phi) + \cos(2\pi f_D t - \phi)) \quad (3)$$

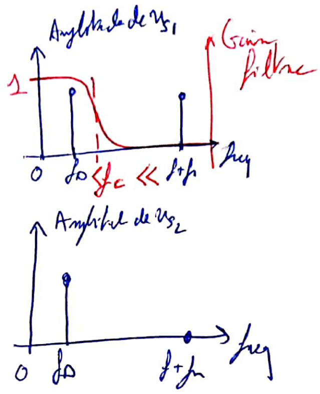
On obtient deux pics aux fréquences f_D et $f + f_r$ de même amplitudes $\frac{K u_{1m} u_{2m}}{2}$ et de phases opposées $-\phi$ et ϕ.



3. Quelle doit-être la fonction du quadripôle (P) pour obtenir une tension de sortie sous la forme :

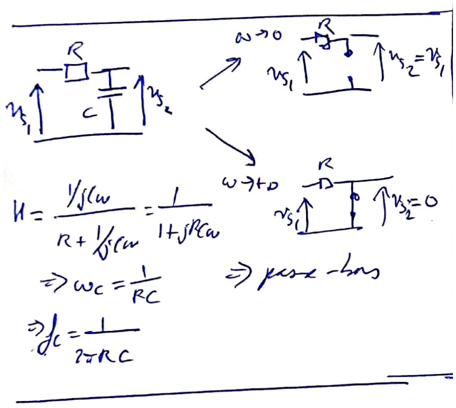
$$u_{s2}(t) \simeq K' \cos(2\pi f_D t + \phi)$$

Un filtre passe bas de fréquence de coupure $f_c \ll 2f$ pour éliminer $f + f_r$ et $f_c > f_D$ pour conserver le signal utile $u_{s2}(t)$.

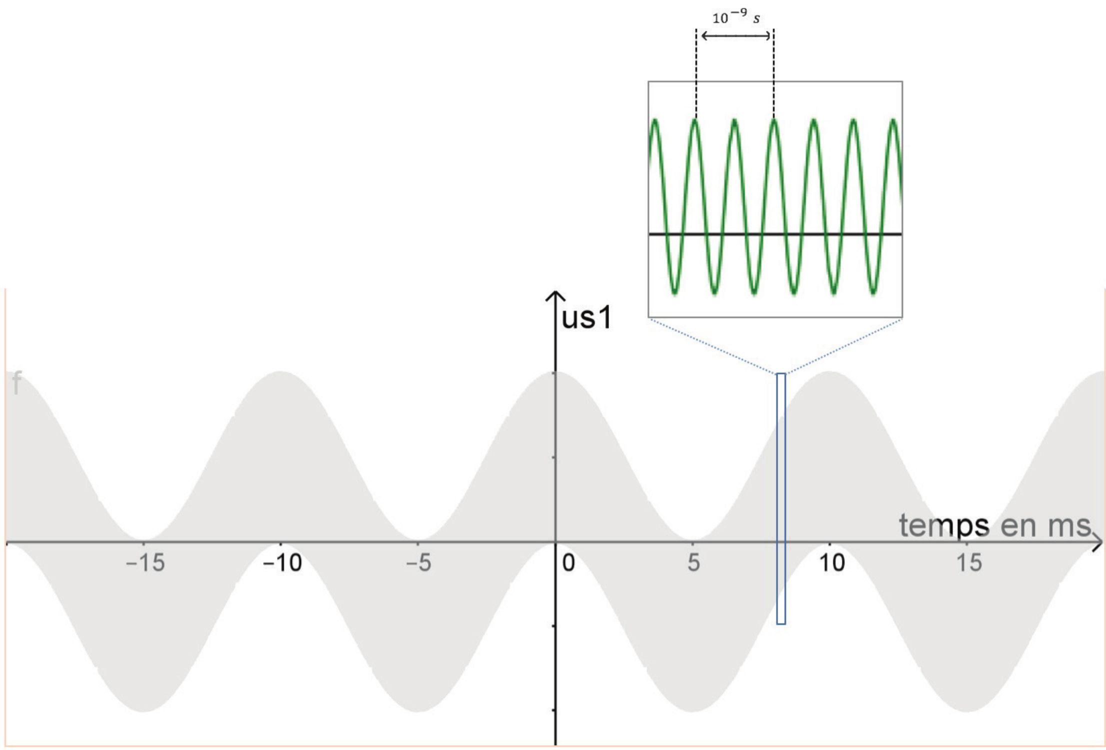


4. Proposer, en justifiant, une structure électrique pour ce quadripôle ainsi que des valeurs réalistes pour les composants choisis si on veut mesurer des vitesses de l'ordre de 30 m.s^{-1}.

Par exemple : un filtre RC passe-bas. On calcule en ordre de grandeur $f_D = \dfrac{2fv}{c} \sim \dfrac{10^9 \times 10}{10^8}$ Hz ~ 100 Hz. Donc on doit choisir R et C pour une fréquence de coupure 1 kHz $\leq f_c = \dfrac{1}{2\pi RC} \leq 100$ MHz. Par exemple avec $C = 1$nF et $R = 100\ \Omega$ on a $f_c = 1,6$ MHz.

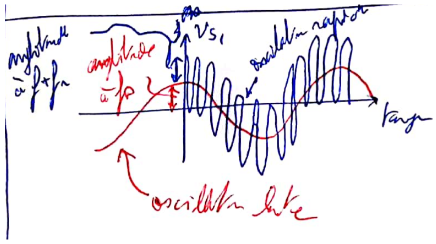


On donne ci-dessous la courbe représentant $u_{s1}(t)$ et un zoom sur une petite portion de celle-ci.



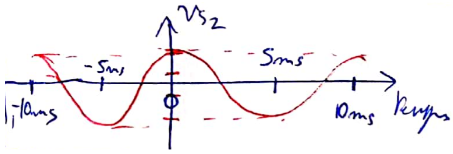
5. Justifier l'allure de cette courbe

Le zoom montre une harmonique de fréquence de 2 GHz donc il s'agit de l'harmonique du spectre à $f + f_r$. L'oscillation lente à 100 Hz provient de l'harmonique du spectre à f_D. Les deux harmoniques ont la même amplitude car l'épaisseur de la trace est égale à son amplitude lente et l'épaisseur représente l'amplitude de l'harmonique à $f + f_r$.



6. Représenter sur votre copie l'allure de la courbe $u_{s2}(t)$ en indiquant l'échelle de temps.

oscillation lente uniquement



7. Déterminer la vitesse de la voiture.

$v = \frac{cf_D}{2f}$, $v = \dfrac{3.10^8 \times 100}{2 \times 10^9}$ m.s^{-1} = 54 km.h^{-1}