

# Devoir Surveillé 7

La calculatrice est autorisée

23 Janvier 2021 8h30-12h30

## Obtention du plomb à partir du minerai

Le plomb peut être obtenu par voie sèche à partir du minerai de sulfure de plomb appelé galène.

### Données

Constante des gaz parfaits :  $R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1}\text{K}^{-1}$

Masse volumique du plomb solide :  $\rho = 11\,350 \text{ kg.m}^{-3}$

Températures de fusion sous une pression de 1 bar :

$T_f(\text{Pb}) = 596 \text{ K}$

$T_f(\text{PbO}) = 1\,161 \text{ K}$

$T_f(\text{PbS}) = 1\,387 \text{ K}$

Données thermodynamiques à 298 K :

Composé	Pb(s)	PbO(s)	PbS(s)	O <sub>2</sub> (g)	C(s)	CO <sub>2</sub> (g)	SO <sub>2</sub> (g)
Enthalpie standard de formation (kJ.mol <sup>-1</sup> )	0	- 219,0	- 120,4	0	0	- 393,5	- 296,8
Entropie molaire standard (J.mol <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )	64,8	66,5	91,2	205,2	5,7	213,8	248,2

Enthalpie standard de fusion du plomb : à 596 K,  $\Delta_{fus}H^\circ = 4,8 \text{ kJ/mol}$

Enthalpie standard de fusion du monoxyde de plomb PbO : à 1 161 K,  $\Delta_{fus}H^\circ = 11,7 \text{ kJ/mol}$

Données thermodynamiques à 1 273 K : capacités thermiques molaires isobares en J/(K.mol)

Composé	PbS (s)	O <sub>2</sub> (g)	PbO (l)	SO <sub>2</sub> (g)	N <sub>2</sub> (g)
Cp°	49,5	29,4	45,8	39,9	29,1

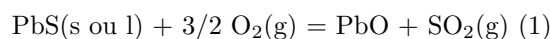
On supposera que, dans le domaine de température étudié,  $\Delta_r H^\circ$  et  $\Delta_r S^\circ$  sont indépendants de la température pour toutes les réactions chimiques envisagées.

Les phases solides sont non miscibles.

La préparation du métal est réalisée actuellement en deux étapes : le grillage du sulfure de plomb suivi de la réduction du monoxyde de plomb.

### Grillage du sulfure de plomb

Le sulfure de plomb est chauffé en présence de dioxygène. Une réaction d'oxydation (1) se produit :



1. Justifier pourquoi l'enthalpie standard  $\Delta_r H_1^\circ$  et l'entropie standard  $\Delta_r S_1^\circ$  de la réaction (1) sont différentes pour  $T > 1\,161 \text{ K}$  et  $T < 1\,161 \text{ K}$ .

Calculer l'enthalpie standard  $\Delta_r H_1^\circ$  et l'entropie standard  $\Delta_r S_1^\circ$  de la réaction (1) à une température supérieure à la température de fusion de l'oxyde de plomb PbO.

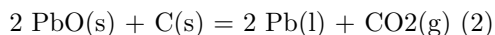
2. La réaction est-elle endothermique ou exothermique ? Commenter le signe de l'entropie standard de réaction.
3. Justifier comment évolue l'équilibre (1) si on augmente la température, toutes choses égales par ailleurs.
4. Donner l'expression de l'enthalpie libre standard  $\Delta_r G_1^\circ(T)$  de la réaction en fonction de la température T pour le domaine  $T > 1\,161\text{ K}$ .
5. Calculer la constante d'équilibre  $K_1^\circ$  de la réaction à  $1\,273\text{ K}$ . Conclure.
6. Exprimer le quotient de réaction Q en fonction de la pression P exprimée en bar et des quantités de matière n pour  $\text{O}_2$ , n' pour  $\text{SO}_2$  et N pour la totalité des gaz.
7. Comment évolue l'équilibre si on augmente la pression, toutes choses égales par ailleurs ?
8. On utilise de l'air pour effectuer la réaction. La présence de diazote favorise-t-elle la réaction à température et pression fixées ? Pourquoi pensez-vous que les industriels prennent de l'air plutôt que du dioxygène pur ?

Les réactifs, c'est-à-dire le minerai et l'air (proportion molaire : 20 % de dioxygène  $\text{O}_2$  et 80 % de diazote  $\text{N}_2$ ), sont portés à  $1\,273\text{ K}$  pour réagir entre eux. Le caractère rapide de la réaction totale permet de formuler une hypothèse d'adiabaticité.

9. En supposant que l'on part des proportions stoechiométriques, à quelle température seraient portés les produits pris initialement à  $1\,273\text{ K}$  ? Pourrait-on réaliser le grillage ? On ne peut pas baisser la température de réaction en dessous de  $950\text{ }^\circ\text{C}$  sinon le phosphate de plomb, qui se forme simultanément, ne serait pas décomposé. On ne peut donc travailler qu'entre  $950\text{ }^\circ\text{C}$  et  $1\,114\text{ }^\circ\text{C}$ . Pourquoi se positionne-t-on plutôt du côté bas du domaine ?

## Réduction du monoxyde de plomb

Elle est réalisée par du carbone à  $873\text{ K}$ , selon la réaction (2)



10. D'après les tables thermodynamiques, l'enthalpie libre standard  $\Delta_r G_2^\circ(T)$  de la réaction (2) en fonction de la température, pour une température supérieure à la température de fusion du plomb liquide, vaut  $\Delta_r G_2^\circ(T) = 54,1 - 0,221\,T$  en kJ/mol. Calculer la constante d'équilibre  $K_2^\circ$  de la réaction à  $873\text{ K}$ . Conclure.

## Pince ampèremétrique



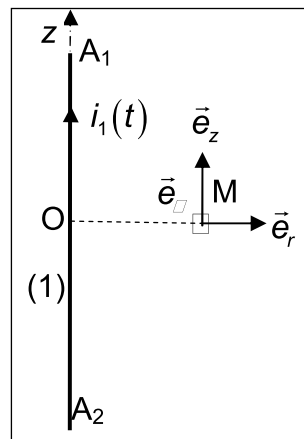
## Données :

- perméabilité magnétique du vide :  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$  ;
- constante d'Avogadro :  $N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  ;
- charge de l'électron :  $-e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;
- masse de l'électron :  $m = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  ;

L'ouverture de la pince ampèremétrique permet d'insérer dans sa boucle le fil parcouru par le courant dont l'intensité est à mesurer. Lorsque la pince est fermée, ses deux mâchoires constituent une bobine. Le phénomène d'induction magnétique permet d'obtenir aux bornes de cette bobine une tension directement liée à l'intensité à mesurer.

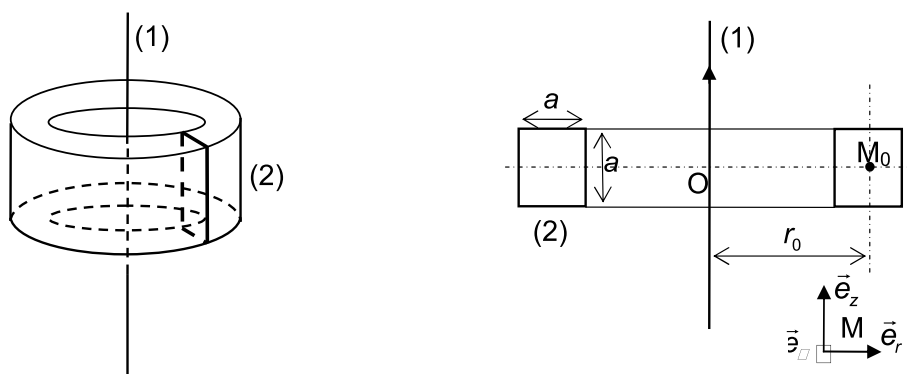
## Principe

Le courant dont l'intensité variable  $i_1(t)$  est à mesurer parcourt un fil rectiligne (1), confondu avec l'axe Oz, dont les bornes  $A_1$  et  $A_2$  sont supposées, dans un premier temps, infiniment éloignées l'une de l'autre. Il s'agit de déterminer le champ magnétique  $\vec{B}_1$  créé par le fil (1) en tout point M de l'espace en dehors du fil. Le point M est repéré par ses coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ , cf. Figure ci-dessous. On fera l'approximation des régimes quasi-stationnaire magnétique. Le courant varie suffisamment lentement dans le temps pour appliquer à chaque instant les lois de la magnétostatique.



11. Par des arguments précis, indiquer la direction du champ magnétique  $\vec{B}_1$  créé en M.
12. Représenter l'allure des lignes de champ  $\vec{B}_1$  dans un plan perpendiculaire au fil : pour la figure, le sens du courant  $i_1$  dans le fil est choisi dans le sens de  $\vec{e}_z$ .
13. Établir l'expression du champ magnétique  $\vec{B}_1(M, t)$ .

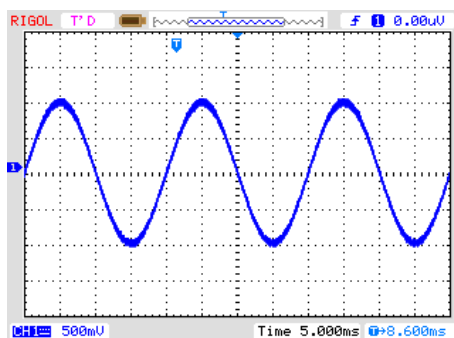
La pince ampèremétrique est modélisée par une bobine (2) constituée d'un fil enroulé sur un tore d'axe Oz, de rayon moyen  $r_0 = 5 \text{ cm}$  et de section carrée de côté  $a = 1 \text{ cm}$ . Le tore est supposé être constitué d'un matériau non magnétique, c'est-à-dire dont les propriétés magnétiques sont celles du vide. L'enroulement comporte  $N = 1000$  spires jointives et régulièrement réparties, cf. Figures ci-dessous. Ses extrémités sont reliées à un oscilloscope.



14. Exprimer le flux  $\phi$  du champ  $\vec{B}_1(M, t)$  à travers une spire de la bobine (2) orientée par sa normale  $\vec{e}_\theta$ . En déduire le flux  $\Phi$  de  $\vec{B}_1(M, t)$  à travers la bobine (2).
15. Exprimer le flux du champ  $\vec{B}_1(M_0, t) = \vec{B}_1(r_0, \theta, 0, t)$  à travers une spire de la bobine, en supposant le champ magnétique uniforme sur la surface de la spire et égal à sa valeur en  $M_0$ . Donner la nouvelle expression du flux  $\Phi_{21}$  du champ magnétique créé par le fil (1) à travers la bobine (2).
16. Quelle est l'erreur relative commise en remplaçant  $\Phi$  par  $\Phi_{21}$  ? Pour la suite du problème, seule l'expression approchée  $\Phi_{21}$  du flux sera utilisée.
17. Donner alors, au signe près, l'expression de la tension  $u_2(t)$  obtenue aux bornes de la bobine (2). Quelle est sa valeur lorsque l'intensité du courant  $i_1(t)$  dans le fil (1) est constante ? Commenter.

## Mesures

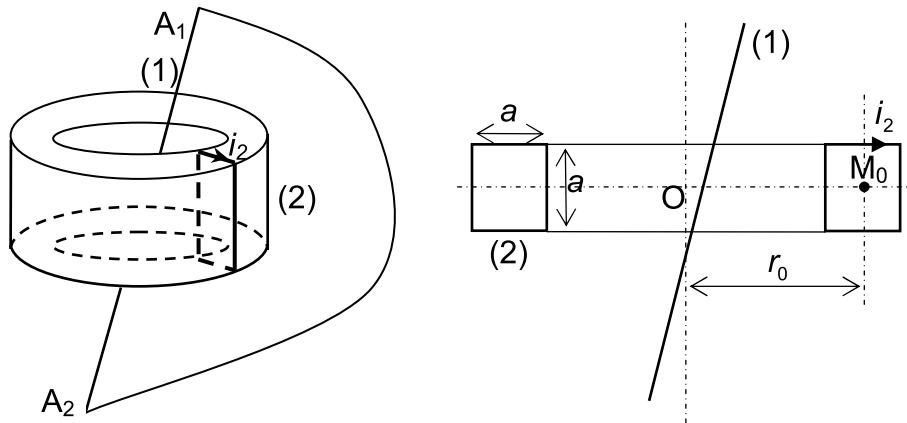
Le courant dans le fil (1) est sinusoïdal d'intensité  $i_1(t) = I_m \cos(\omega t)$ . La bobine (2) étant reliée à un oscilloscope, l'oscillogramme obtenu est représenté ci-dessous ; échelles : 1 carreau pour 5 ms et 1 carreau pour 500 mV.



18. Établir l'expression de la tension  $u_2(t)$  à l'aide des paramètres  $\mu_0$ ,  $N$ ,  $a$ ,  $r_0$ ,  $\omega$  et  $I_m$ .
19. Quelle est la valeur numérique de la fréquence  $f$  du courant  $i_1(t)$  ?
20. Quelle est la valeur numérique de l'intensité efficace  $I_1$  du courant  $i_1(t)$  ?

## Influence de la position du fil

21. Donner l'expression de  $M_{21}$ , le coefficient d'induction mutuelle entre les circuits (1) et (2),  $\Phi_{21} = M_{21}i_1(t)$ .
22. La bobine (2) est maintenant parcourue par un courant d'intensité  $i_2(t)$  dont l'orientation est précisée Figure ci-dessous. Déterminer soigneusement la direction du champ magnétique  $\vec{B}_2(M, t)$  qu'elle crée en tout point M repéré par ses coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ .
23. Déterminer l'expression de ce champ en tout point de l'espace. Pour la suite, comme précédemment, le champ magnétique  $\vec{B}_2$  est supposé uniforme sur la surface d'une spire et égal à sa valeur en  $M_0$ .
24. Les bornes  $A_1$  et  $A_2$  du fil (1) sont maintenant reliées entre elles pour former un circuit fermé; ce circuit est supposé plan, contenu dans un plan méridien du tore. Donner l'expression du flux  $\Phi_{12}$  du champ  $\vec{B}_2$  créé par la bobine (2) à travers le circuit (1) ainsi réalisé. En déduire l'expression du coefficient d'induction mutuelle  $M_{12}$  défini à partir de  $\Phi_{12}$  et commenter.
25. La figure ci-dessous suggère une situation où la pince n'est pas centrée sur le fil (1), lui-même n'étant pas confondu avec l'axe de la pince. Déduire de la question précédente que le résultat de la mesure faite au paragraphe Mesures, n'est pas modifié.

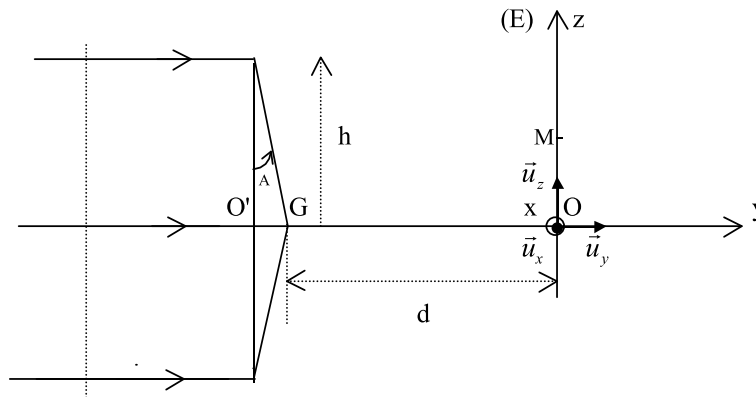


26. Quels sont les avantages de la mesure du courant au moyen de cette pince par rapport à l'utilisation d'un ampèremètre ?

## Étude de la traversée d'un biprisme de Fresnel non diffractant par une lumière monochromatique

### Interférence de deux ondes lumineuses planes progressives et cohérentes

Deux prismes identiques d'angle  $A$  petit, d'indice  $n$  et de hauteur  $h$ , sont accolés par leur base commune de dimension négligeable devant les autres dimensions du système. Ce biprisme est éclairé en incidence normale, du côté de sa face d'entrée plane, par une onde lumineuse plane, progressive, et monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 0,5 \text{ mm}$  (fig. ci-dessous). Le biprisme est placé dans le demi-espace ( $y < 0$ ) de manière que le plan ( $xOy$ ) soit un plan de symétrie.



27. Indiquer les conditions expérimentales permettant d'obtenir des ondes planes.
28. Montrer que la déviation  $D$  du prisme pour une incidence normale s'écrit :  $D = (n-1)A$  .  
Application numérique :  $A = 5.10^{-3}$  rad ;  $n = 1,5$  . Calculer  $D$ .
29. Dédurre que la traversée du biprisme donne, de l'onde incidente, deux ondes ( $O_1$ ) et ( $O_2$ ), planes, cohérentes et faisant entre elles l'angle  $2D$ . Sachant que les vecteurs d'onde  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$  des ondes ( $O_1$ ) et ( $O_2$ ) appartiennent au plan ( $yOz$ ), écrire leurs composantes dans le repère ( $O, x, y, z$ ) en fonction de  $\lambda$  et  $D$ .
30. Représenter, dans le plan ( $yOz$ ) , les limites de la zone d'interférence et calculer son étendue :  
- suivant  $y'Oy$  ( notée  $L_y$ )  
- suivant  $z'Oz$  ( notée  $L_z$ )  
Application numérique :  $A = 5.10^{-3}$  rad ;  $n = 1,5$  ;  $h = 1$  cm.
31. Construire la marche des deux rayons lumineux qui viennent interférer en un point  $M$  du plan  $yOz$ .  
  
Un écran (E) de centre  $O$  est placé, perpendiculairement à l'axe  $Oy$ , dans la zone d'interférence à une distance  $d$  du biprisme.
32. Montrer que les deux ondes ( $O_1$ ) et ( $O_2$ ) interférant en  $O$  sont en phase.
33. Déterminer, par construction des plans d'onde, la différence de marche entre deux rayons interférant en  $M$
34. Donner l'expression de l'intensité lumineuse  $I(z)$  en un point de l'écran, en déduire l'interfrange  $i$ . On appellera  $I_o$  l'intensité de chaque onde.  $i$  dépend-il de la position de l'écran ?
35. Déterminer la largeur du champ d'interférence sur l'écran (E). En déduire le nombre de franges brillantes observées. Application numérique :  $d = 2$  m ;  $A = 5.10^{-3}$  rad ;  $n = 1,5$  ;  $h = 1$  cm .

## Mesures Interférométriques

36. On place après le biprisme une lentille convergente (L) de distance focale image  $f'$  et d'axe ( $Oy$ ) de manière que l'écran (E) se situe à  $2f'$  de (L). Qu'observe-t-on sur l'écran ? Dédurre une méthode de mesure de l'angle  $A$  du prisme.