

DM 3 : Lois du frottement solide

Pour Mardi 8 Octobre

1 Comment positionner une échelle contre un mur ?

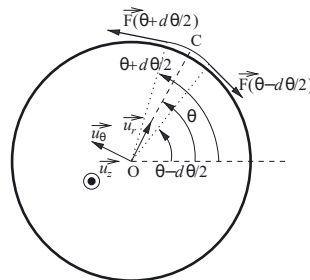
Un échelle est posée contre un mur vertical, son autre extrémité reposant sur le sol horizontal. Il n'y a pas de frottement entre l'échelle et le mur, le coefficient de frottement entre l'échelle et le sol est f .

- Quelles conditions l'utilisateur doit-il respecter, s'il veut éviter que l'échelle glisse sur le sol ?

On négligera la masse de l'échelle devant celle de l'utilisateur et supposera que l'utilisateur reste vertical quand il grimpe à l'échelle.

2 Cabestan

Un cabestan est un cylindre fixe d'axe (O, z) horizontal, de rayon b , sur le pourtour duquel est enroulé un câble inextensible. On note μ le coefficient de frottement statique du câble sur la surface du cabestan. Un tronçon élémentaire de câble est délimité par l'intervalle angulaire infinitésimal $[\theta - \frac{d\theta}{2}, \theta + \frac{d\theta}{2}]$. On néglige le poids devant les autres forces. Ce tronçon est donc soumis aux tensions à ses deux extrémités $\vec{F}(\theta - \frac{d\theta}{2})$ et $\vec{F}(\theta + \frac{d\theta}{2})$ et aux forces de contact tangentielle $d\vec{T}$ et normale $d\vec{N}$ appliquées au centre C du tronçon.



1. Traduire l'équilibre du tronçon de corde. En déduire l'équation différentielle vérifiée par $F(\theta)$ si on se place à la limite du glissement ($d\theta$ étant infinitésimal, on fera l'approximation des petits angles).
2. On suspend, en $\theta = 0$, une masse $m = 1,0$ kg au bout de l'extrémité libre du câble. Déterminer la masse M qu'on peut suspendre à l'autre extrémité, avec un enroulement de 5 tours et demi. On prendra $\mu = 0,5$.

3 Une règle posée sur deux doigts

Lorsqu'on pose les extrémités d'une règle horizontale sur ses deux index et qu'on rapproche les deux doigts, on constate que la règle glisse alternativement sur chaque doigt, en étant fixe par rapport à l'autre doigt, et que les doigts se rejoignent invariablement au milieu de la règle. Le but de l'exercice est d'interpréter cette expérience.

On note I_1 et I_2 les points de contact entre la règle et les deux doigts, G le centre d'inertie de la règle, et on pose $x_1 = GI_1$ et $x_2 = GI_2$ (attention ces grandeurs sont donc positives). On suppose que le doigt (1) est immobile et que le doigt (2) se déplace à vitesse constante direction du doigt (1) à partir de l'instant $t = 0$. A l'instant initial la règle est immobile et $x_1(0) = a$. On appelle f_s le coefficient de frottement statique et f_d le coefficient de frottement dynamique entre les doigts et la règle. On rappelle que $f_s > f_d$.

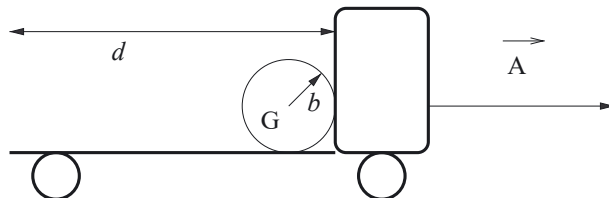
1. Au cours du mouvement la règle est en translation. On va d'abord établir les expressions des composantes normales N_1 et N_2 des réactions des doigts, indépendamment de la phase du mouvement. Pour cela on se place dans le référentiel $R_G = (G, x, y, z)$ lié à la règle. Il est a priori non galiléen et on admet qu'ici la force d'inertie d'entraînement est appliquée en G . En appliquant le théorème du moment cinétique à la règle, en G dans R_G établir une relation entre N_1 , N_2 , x_1 et x_2 uniquement.
2. Durant la première phase du mouvement la règle est fixe par rapport au doigt (1) et glisse sur le doigt (2). Déterminer, en fonction de a , f_s , et f_d , l'expression de x_2 au moment où cette phase s'achève.
3. Donner l'expression de l'accélération de la règle au moment où elle commence à glisser sur le doigt (1). En déduire l'ordre de grandeur du temps au bout duquel la règle a une vitesse égale à la vitesse du doigt (2), sachant que $v \simeq 1 \text{ cm.s}^{-1}$, $f_s = 0,5$, $f_d = 0,3$ et $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.
4. Dans la troisième phase suivante la règle est fixe par rapport au doigt (2) et glisse sur le doigt (1). Pourquoi peut-on dire que x_2 a pratiquement la valeur déterminée à la question 2 durant cette phase? Quelle est la valeur de x_1 au moment où cette phase s'achève?
5. Montrer que les doigts se rejoignent en G .

4 Mouvement d'un tonneau sur la plate-forme d'un camion

Un tonneau cylindrique, de masse m , de rayon b , de centre G , de moment d'inertie $J = \frac{1}{2}mb^2$ autour de son axe de révolution Δ , d'énergie cinétique :

$$Ec = \frac{1}{2}mv^2(G) + \frac{1}{2}J\omega^2$$

est posé sur le plateau horizontal d'un camion qui accélère avec une accélération constante $\vec{a} = A\vec{u}_x$. Le coefficient de frottement statique est pris égal au coefficient de frottement dynamique, soit μ . Le plateau a une longueur d .



Dans le référentiel du camion, on admettra que la force d'inertie d'entraînement s'exerce en G .

1. Déterminer les valeurs d'accélération du camion pour lesquelles il y a roulement sans glissement, celles pour lesquelles il y a glissement.
2. Déterminer la distance L parcourue par le camion lorsque le tonneau va en tomber.

Indices :

La loi de la puissance cinétique fait apparaître comme unique puissance non nulle celle de la force d'inertie d'entraînement. On en déduit T et N grâce à la loi de la quantité de mouvement appliquée au tonneau dans le référentiel non galiléen du camion, puis la condition de non-glissement de Coulomb. Le camion ayant un mouvement rectiligne uniformément accéléré, il est possible de déterminer son abscisse sur la route quand le tonneau tombe.

5 En bonus :

N'importe quel(s) exos(s) des précédents TD non corrigé en classe dont vous voulez la correction