

DS 3 : Loi de frottement solide & Thermodynamique des
systèmes ouverts
Éléments de correction

N°	Elts de rép.	Pts	Note
00-00	Titre de l'exo	0	0
0	éléments de réponse	0	0

01-10	Influence de l'état de la route sur la distance d'arrêt	10	
1	Bilan des forces appliquées au véhicule dans $R_{gal.}$: poids $\vec{p} = m\vec{g} = -mg\vec{e}_z$, réaction normale du support $\vec{N} = N\vec{e}_z$, freinage $\vec{f} = -f\vec{e}_x$ (avec $f > 0$).	1	
2	On projette le PFD sur \vec{e}_z , on a $0 = -mg + N$ donc $N = mg$	1	
3	Lois de Coulomb $\vec{n} \cdot \vec{N} \geq 0$, si il n'y a pas glissement $\vec{v}_g = \vec{0} + \vec{T} < \lambda \vec{N} $, si il y a glissement $\vec{v}_g \cdot \vec{T} < 0 + \vec{T} = \lambda \vec{N} $	1	
4	glissement donc $ \vec{T} = \lambda \vec{N} = \lambda mg$ donc $\vec{T} = -\lambda mg\vec{e}_x$	1	
5	PFD projeté sur \vec{e}_x donne $-ma_0 = -f$ donc $f = ma_0 = 12$ kN. La force de frottement solide est $T = \lambda mg = 7$ kN. Donc $T < f$, f inclut aussi les frottements fluides des roulements et de l'air	1	
6	La variation d'énergie cinétique est $\Delta E_c = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = -\frac{1}{2}mv_i^2 = -312,5$ kJ	1	
7	En l'absence de glissement $T < \lambda N$ donc $T < \lambda mg$. Or $T < f$, une condition suffisante est donc $f < \lambda mg$ donc $ma_0 < \lambda mg$ donc $a_0 < \lambda g$	1	
8	Applications numériques, la condition de non-glissement est plus contraignante sur béton mouillé que sur béton sec. Ce qui est cohérent avec les limitations de vitesse du code de la route.	1	
9	On projette le PFD selon \vec{N} , on obtient $0 = N - mg \cos(\alpha)$ donc $N = mg \cos(\alpha)$	1	
10	On projette le PFD selon \vec{T} , on obtient $ma_0 = f - mg \sin(\alpha)$ donc $f = m(a_0 + g \sin(\alpha))$. Non-glissement si $T < \lambda N$ donc si $T < \lambda mg \cos(\alpha)$, une condition suffisante est $T < f < \lambda mg \cos(\alpha)$ donc $a_0 < g(\lambda \cos(\alpha) - \sin(\alpha))$ donc $a_0 < \lambda g \cos(\alpha)(1 - \frac{\tan(\alpha)}{\lambda})$	1	

11-20	Relèvement d'un virage	10	
11	$\vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta$ et $\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + \dot{r}\dot{\theta})\vec{e}_\theta$ ici $r = R$ et $\dot{r} = 0$ donc $\vec{v} = R\dot{\theta}\vec{e}_\theta$ et $\vec{a} = -R\dot{\theta}^2\vec{e}_r + R\ddot{\theta}\vec{e}_\theta$	1	
12	v constante implique que la vitesse angulaire $\dot{\theta} = \frac{v}{R}$ est constante. Donc $\ddot{\theta} = 0$ donc $\vec{a} = -R\dot{\theta}^2\vec{e}_r = -\frac{v^2}{R}\vec{e}_r$	1	
13	PFD projeté $0 = N - mg$ donc $N = mg$	1	
14	PFD projeté sur \vec{e}_r , $-m\frac{v^2}{R} = T$, il existe donc une force radiale.	1	
15	non-glissement $T < \lambda N$ donc $m\frac{v^2}{R} < g$ donc $v < \sqrt{\lambda Rg}$ donc $v_{max} = \sqrt{\lambda Rg} = 19 \text{ m.s}^{-1}$	1	
16	si le virage est mouillé ou verglacé λ diminue, quand $\lambda \rightarrow 0$, $v_{max} \rightarrow 0$, sans frottement on ne peut pas prendre de virage.	1	
17	On projette le PFD sur \vec{e}_z , $0 = \cos(\beta)N - mg$ donc $N = \frac{mg}{\cos(\beta)}$	1	
18	On projette le PFD sur \vec{e}_r , $-m\frac{v^2}{R} = -N \sin(\beta)$ donc $-m\frac{v^2}{R} = -mg \tan(\beta)$ donc $v = \sqrt{Rg \tan(\beta)} = 14 \text{ m.s}^{-1}$	1	
19	$\tan(\beta) = \frac{v_{max}^2}{Rg} = \frac{\lambda Rg}{Rg} = \lambda$ donc $\beta = 35^\circ$	1	
20	si $v < v_{ref}$ le véhicule descend la pente, si $v > v_{ref}$ le véhicule remonte la pente.	1	
21-25	Un traineau sur la glace	5	
21	PFD appliqué à un élément infinitésimal de corde donne \vec{T} cte sur toute la corde, théorème du moment cinétique sur un élément infinitésimal de corde donne \vec{T} colinéaire à la corde	1	
22	PFD appliqué au traineau à chien $M\vec{a} = \vec{F} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{p}$, projection selon \vec{N} donne $N = Mg \cos(\alpha)$ donc en glissement $T = \mu_d N = \mu_d \cos(\alpha) Mg$, en projetant le PFD sur $-\vec{T}$ on obtient $ma = F - T - Mg \sin(\alpha) = F - (\mu_d \cos(\alpha) + \sin(\alpha)) Mg$ donc $\mu'_d = \cos(\alpha)\mu_d + \sin(\alpha)$ si $\alpha \ll \frac{\pi}{2}$ alors $\mu'_d = \mu_d + \alpha$	1	
23	à $\alpha = 0$ et dans le cas de non-glissement $T < \mu_s N$ donc $T < \mu_s Mg$ en projetant le PFD sur \vec{T} on a $T = F = F_0$ à l'arrêt, donc $F_0 < \mu_s Mg$ donc $F_{0min} = \mu_s Mg = 4,0.10^2 \text{ N}$	1	
24	en régime stationnaire $v = v_0$ donc le PFD projeté selon \vec{T} donne $0 = F_0 - \beta v_0 - \mu_d Mg$ donc $F_0 = \beta v_0 + \mu_d Mg$ et en régime transitoire $\frac{M}{\beta} \frac{dv}{dt} + v = v_0$ donc $\tau = \frac{M}{\beta}$ donc $t_1 = 3\tau = 3\frac{M}{\beta}$ donc $\beta = 3\frac{M}{t_1} = 3.10^2 \text{ kg.s}^{-1}$ et $F_0 = 1,2.10^3 \text{ N}$	1	
25	PFD appliqué au traineau, la projection radiale donne $-M\frac{v_0^2}{R} = -T \sin(\theta)$, la projection ortho-radiale donne $0 = T \cos(\theta) - R_T$, la projection verticale donne $0 = Mg - N$, en glissement $R_T = \mu_d N$, donc $\tan(\theta) = \frac{v_0^2}{\mu_d Rg}$ et $T = \frac{\mu_d Mg}{\cos(\theta)}$	1	

26-41	Refroidissement du supraconducteur	16	
26-27	Premier et deuxième principes dans un écoulement	2	
26	h_e : enthalpie massique en entrée, h_s : enthalpie massique en sortie, s_e : entropie massique en entrée, s_s : entropie massique en sortie, w_u : travail utile massique, q : transfert thermique massique, T_{ext} : température extérieure	1	
27	celle de régime stationnaire	1	
28-41	Étude du cycle	14	
28	on place 1 sur $p_1 = 1$ bar et isotherme à $T_1 = 290$ K, de 1 à 2 compression isotherme donc on place 2 sur $p_2 = 200$ bar et isotherme $T_2 = T_1 = 290$ K, pour 5 on a liquide à la sortie du séparateur donc $p_5 = p_1 = 1$ bar et liquide saturant donc sur la courbe d'ébullition, pour 6 séparateur isobare donc $p_6 = p_5 = p_1 = 1$ bar et vapeur saturante donc 6 sur la courbe de rosée.	1	
29	$h_1 = 505 \text{ kJ.kg}^{-1}$, $s_1 = 3,85 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ $h_2 = 470 \text{ kJ.kg}^{-1}$, $s_2 = 2,15 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ $h_5 = 80 \text{ kJ.kg}^{-1}$, $s_5 = 0,05 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ $h_6 = 280 \text{ kJ.kg}^{-1}$, $s_6 = 2,45 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$	1	
30	Pour un gaz parfait, on sait que l'enthalpie ne dépend que de la température, donc si la température est constante alors l'enthalpie est constante, donc isothermes = isenthalpes	1	
31	Pour des pressions faibles et loin de la courbe de rosée	1	
32	second principe $\Delta s = \frac{q}{T_{ext}} + s_c$, isotherme donc $T_{ext} = T_1$ et réversible donc $s_c = 0$, donc $\Delta s = \frac{q_{1 \rightarrow 2}}{T_1}$ donc $q_{1 \rightarrow 2} = T_1(s_2 - s_1) = -493 \text{ kJ.kg}^{-1}$	1	
33	premier principe $\Delta h = w_{1 \rightarrow 2} + q_{1 \rightarrow 2}$ donc $w_{1 \rightarrow 2} = h_2 - h_1 - q_{1 \rightarrow 2} = 458 \text{ kJ.kg}^{-1}$	1	
34	détente sans travail utile, et adiabatique, donc $\Delta h = w_u + q = 0$ donc détente isenthalpique	1	
35	le titre massique de liquide est $y = \frac{h_6 - h_4}{h_6 - h_5}$ donc $h_4 = yh_5 + (1-y)h_6$	1	
36	La transformation de 3 vers 4 est isenthalpique donc $h_3 = h_4 = yh_5 + (1-y)h_6$ et $h_3 = h_2 - (1-y)(h_1 - h_6)$ donc ... $y = \frac{h_2 - h_1}{h_5 - h_1} = 0,08$	1	
37	$m_l i q = y m_4 = y m_e = y \frac{W_u}{w_u}$ donc $W_u = \frac{m_l i q w_u}{y} = 5,7 \text{ MJ}$	1	
38	le point 4 est à $p_4 = p_5 = p_1 = 1$ bar car séparateur isobare et sur l'isotitre $x = 1 - y = 0,92$. On en déduit par lecture $h_4 = 265 \text{ kJ.kg}^{-1}$ et $s_4 = 2,25 \text{ kJ.kg}^{-1}$	1	
39	réaction de 3 à 4 isenthalpique donc on le place à $h_3 = h_4 = 265 \text{ kJ.kg}^{-1}$ et échangeur isobare donc $p_3 = p_2 = 200$ bar. On lit $s_3 = 1,2 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$	1	
40	$s_4 - s_3 = 1,05 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ et la détente est adiabatique donc $s_c = s_4 - s_3 = 1,05 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$, cette irréversibilité est due à l'écoulement irréversible d'un milieu de haute pression vers un milieu basse pression.	1	

41	$W = m_e w_u = \frac{m_{liq} w_u}{y} = \frac{\rho V w_u}{y} = 48 \text{ MJ}$, le coût est de 0,15 €.(kWh) ⁻¹ donc ça donne 2€ pour 10L d'azote liquide	1	
42-56	Etude d'une installation nucléaire REP	25	
42-44	Cycle de Carnot	3	
42	$\Delta W = W + Q_F + Q_C = 0$ et $\Delta S = \frac{Q_F}{T_F} + \frac{Q_C}{T_C} = 0$, le rendement $\eta = \frac{-W}{Q_C} = \dots = 1 - \frac{T_F}{T_C}$	1	
43	$\eta = 0,442$	1	
44	$r = \frac{P_e}{P_t} = 0,323$ qui est inférieur au rendement de Carnot comme attendu	1	
45-53	Cycle de Rankine	9	
45	courbes de saturation + isothermes, A liquide à p_2 et T_D , A' liquide saturant à p_2 , B vapeur saturante à p_2 , C mélange liq+vap de $v_C > v_B$ à p_1 , D liquide saturant à p_1	1	
46	état A' : $p = 55 \text{ bar}$, $\theta = 270^\circ\text{C}$, $h = 1190,10 \text{ kJ.kg}^{-1}$, $s = 2,9853 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ état B : $p = 55 \text{ bar}$, $\theta = 270^\circ\text{C}$, $h = 2788,46 \text{ kJ.kg}^{-1}$, $s = 5,9226 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ état C : $p = 4,3.10^{-2} \text{ bar}$, $\theta = 30^\circ\text{C}$, $h = 125,22 \text{ kJ.kg}^{-1}$, $s = 0,4348 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$	1	
47	Pour A' , B , et D on a toutes les coordonnées. Pour C , isobare de D et isentrope de B	1	
48	$\Delta h = q + w_u$	1	
49	adiabatique donc $q = 0$ donc $\Delta h = w_{BC}$ donc $w_{BC} = h_C - h_B = -990 \text{ kJ.kg}^{-1}$	1	
50	sans travail utile donc $q_{AA'} = h_{A'} - h_A = c(T_{A'} - T_A) = 1000 \text{ kJ.kg}^{-1}$	1	
51	sans travail utile donc $q_{A'B} = h_B - h_A = 1600 \text{ kJ.kg}^{-1}$	1	
52	$r = \frac{-w_{BC}}{q_{AA'} + q_{A'B}} = 0,40$, le rendement de Carnot $\eta = 1 - \frac{T_D}{T_B} = 0,44$, donc le rendement de Rankine est inférieur, et on verra que le rendement réel est encore inférieur à celui de Rankine.	1	
53	L'eau est dans un mélange liquide+vapeur. Par lecture graphique on a $x_C = 0,69$. L'eau étant partiellement liquide cela peut endommager les ailettes de la turbine notamment par corrosion.	1	
54-56	Cycle de Rankine avec détente étagée	3	
54	pour C' on arrête la détente adiabatique réversible à $p_3 = 10 \text{ bar}$, pour B' point de la courbe de rosée à p_3 , pour C'' suivre isentrope jusqu'à p_1	1	
55	Graphiquement $x_{C'} = 0,85$ et $x_{C''} = 0,77$ tous deux supérieurs à x_C . L'intérêt est donc de limiter la fraction d'eau liquide lors de la détente dans la turbine.	1	
56	le nouveau rendement $r' = \frac{w_{BC'} + w_{B'C'}}{q_{AB} + q_{C'B'}} = 0,38$, le rendement est moindre mais la turbine est préservée.	1	

