Epreuve Physique

La calculatrice est autorisée

10 Février 2021 8h30-12h30

Rappel des relations de conjugaison pour une lentille mince $\mathcal{L}$ de centre O, de foyer objet F, de foyer image F' et de distance focale image f' donnant d'un objet AB une image A'B'.

$$A \xrightarrow{\mathcal{L}} A' \text{ Représentation de A' image de A par } \mathcal{L}$$

$$\overline{F'A'}.\overline{FA} = -f'^2 \text{ Relation de Newton}$$

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \text{ (1) Relation de Descartes}$$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \text{ (2) Relations de grandissement}$$

Figure - Lamelles d'épaisseur e.

L'objectif est de déterminer les caractéristiques d'une lamelle d'épaisseur e et d'indice n par deux méthodes.

Lame de verre

Une lame transparente est caractérisée par son épaisseur e et l'indice n du milieu qui la compose. On cherche à caractériser ce dioptre dans le cadre de l'optique géométrique.

1. Donner un ordre de grandeur de l'indice du verre.
2. Rappeler les relations de Snell-Descartes relatives à la réfraction.
3. Effectuer un rapide tracé de rayon sur la figure A1 (document réponse) afin de trouver graphiquement la position de A' image de A par la lame.
4. Effectuer, de même, un rapide tracé de rayon sur la figure A2 (document réponse) avec un point objet A virtuel.

5. Montrer, par des considérations géométriques, que la relation de conjugaison qui relie A et A' est donnée dans les conditions de Gauss par :

$$\bar{AA'} = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

Viseur

On étudie un viseur à frontale fixe (figure ci-dessous) constitué par :

— un objectif $\mathcal{L}_2$ de centre O_2 , de distance focale $f'_2 = 50$ mm ;

— un réticule gradué R_{oc} ;

— un oculaire modélisé par une lentille convergente $\mathcal{L}_1$ de centre O_1 et de distance focale $f'_1 = 50$mm .

On règle la lunette afin d'avoir, pour l'objectif, un grandissement transversal $\gamma_{ob} = \left(\frac{\bar{A'B'}}{\bar{AB}}\right)_{ob} = -2$.

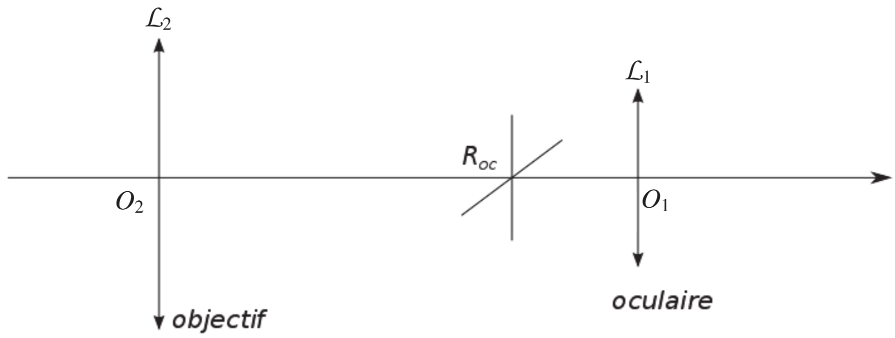

Figure - Schéma d'un viseur à frontale fixe.

6. Comment règle-t-on l'oculaire par rapport au réticule ?
7. Préciser la position $\bar{F_2A}$ de l'objet visé par rapport à l'objectif en fonction de γ_{ob} et f'_2. On utilisera l'une des relations de grandissement (2). Faire l'application numérique.
8. Déterminer l'encombrement $\bar{O_2O_1}$ de la lunette en fonction de f'_1, γ_{ob} et f'_2. Effectuer l'application numérique.
9. Valider vos résultats par un tracé de rayons justifiés sur la figure B (document réponse). Compléter la figure avec la présence du réticule R_{oc} et de la lentille $\mathcal{L}_1$.
10. Citer une application de ce type de viseur.

Description du dispositif expérimental

On complète le dispositif de lunette à frontale fixe précédent par :

— un miroir plan $\mathcal{M}_0$ centré sur M_0 et orthogonal à l'axe optique ;

— une lame semi-réfléchissante $\mathcal{L}_s$ centrée sur L_s et inclinée à 45° : $\bar{O_2L_s} = 50$ mm ;

— un miroir plan $\mathcal{M}_i$ centré sur M_i et incliné à 45° : $\bar{M_iL_s}$ =100 mm ;

— une lentille $\mathcal{L}_3$ convergente de distance focale f'_3 : f'_3 =150mm ;

— un objet constitué d'un réticule mobile R dont la position est mesurable. L'ensemble ($\mathcal{L}_2$, $\mathcal{L}_3$) forme un système afocal (figure ci-dessous).

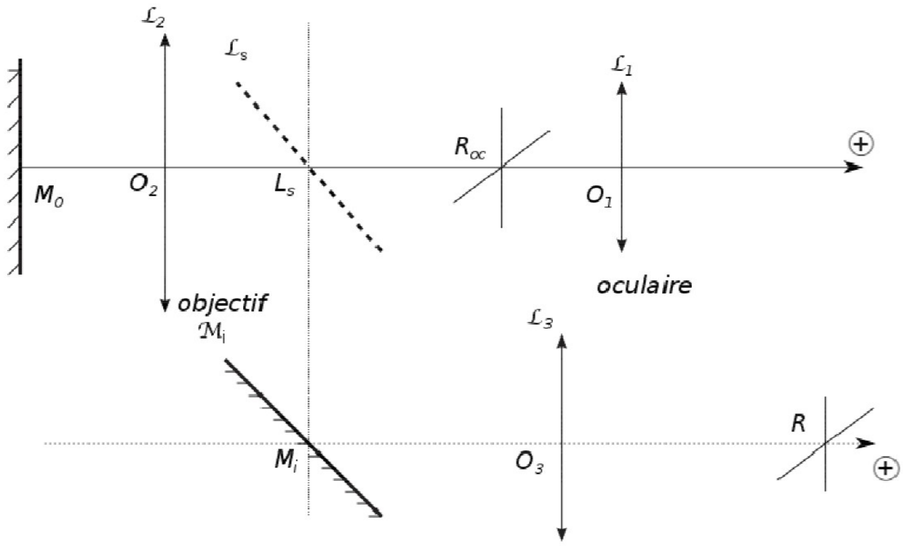

Figure - Schéma du dispositif expérimental.

Analyse du système additionnel

11. Tracer symboliquement sur la figure C (document réponse) le trajet de la lumière issue de R et émergeant de l'oculaire.
12. L'association de la lentille $\mathcal{L}_2$ avec la lame semi réfléchissante $\mathcal{L}_s$, le miroir $\mathcal{M}_i$ et la lentille $\mathcal{L}_3$ forme un système afocal.

    Définir la notion de système afocal.

    Quelle doit être la distance $\overline{M_iO_3}$ en fonction de f'_3 , f'_2 , $\overline{O_2L_s}$ et $\overline{M_iL_s}$ afin de réaliser cette condition ? Faire l'application numérique.
13. On note R' l'image de R par l'ensemble du système additionnel constitué par $\mathcal{L}_3$, $\mathcal{M}_i$, $\mathcal{L}_s$ et $\mathcal{L}_2$.

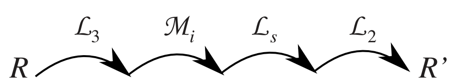

Figure - Image R' de R par le système optique.

On sera attentif à l'algébrisation de l'axe optique et au sens effectif de propagation de la lumière. Etablir, en fonction de f'_2 et f'_3 , la relation liant la position $\overline{F'_3R}$ de l'objet R par rapport au foyer image de $\mathcal{L}_3$ à celle de son image R' donnée par $\overline{F_2R'}$.

14. On place l'objet R tel que $\overline{O_3R} = 150$ mm, comme sur le schéma du dispositif expérieminal. Où se trouve son image $\overline{O_2R'}$ par le système optique ($\mathcal{L}_3$, $\mathcal{M}_i$, $\mathcal{L}_s$, $\mathcal{L}_2$) ?
15. Quel est son grandissement transversal ?

On utilise une méthode d'autocollimation à l'aide du miroir plan $\mathcal{M}_0$, placé devant l'objectif à la distance $\overline{O_2M_0} = \overline{O_2F_2}$ = - 50 mm.

Attention : la lunette est réglée en frontale fixe comme dans la partie viseur.

On éclaire le réticule R par rapport à la question précédente. Il donne une nouvelle image R' par le système optique ($\mathcal{L}_3$, $\mathcal{M}_i$, $\mathcal{L}_s$, $\mathcal{L}_2$). R' sert alors d'objet au système (miroir $\mathcal{M}_0$, lunette de visée). On obtient une image R" que l'on désire superposer à R_{oc}.

On observe à travers l'oculaire l'image nette de 2 réticules (R_{oc} et R").

16. Déterminer la position particulière d_0 du réticule R telle que $d_0 = \overline{F_3'R}$. Exprimer ce résultat en fonction de $\overline{F_2A}$, f_2' et f_3' .
17. On éloigne le miroir $\mathcal{M}_0$ de l'objectif d'une distance e. Sa position M_{01} est telle que $\overline{O_2M_{01}}$ = $\overline{O_2F_2}$ - e .

    Afin de préserver une image nette à travers l'oculaire, on doit déplacer d'une valeur ϵ_1 le réticule R. La nouvelle position du réticule R est d_1 telle que $d_1 = \overline{F_3'R_1} = d_0 + \epsilon_1$.

    Déterminer le déplacement ϵ_1 en fonction de e, f_2' et f_3' .
18. Quel est l'intérêt du système étudié ?
19. Que dire du rapport entre les échelles sur les deux réticules ?

Application à la caractérisation d'une lame d'épaisseur e et d'indice n

Le miroir $\mathcal{M}_0$ et le réticule R sont placés initialement de telle sorte que : $\overline{O_2M_0} = \overline{O_2F_2}$ = - 50 mm, $d_0 = \overline{F_3'R}$. De par le retour inverse de la lumière, on obtient le schéma de la figure ci-dessous.

	$\xrightarrow{\mathcal{L}_2}$		$\xrightarrow{\mathcal{M}_0}$		$\xrightarrow{\mathcal{L}_2}$		$\xrightarrow{\mathcal{L}_s}$		$\xrightarrow{\mathcal{M}_i}$		$\xrightarrow{\mathcal{L}_3}$	
R_{oc}		A_1		A_2		A_3		A_4		A_5		R

Figure - Schéma du système optique.

On intercale la lame d'indice n d'épaisseur e entre le miroir $\mathcal{M}_0$ et l'objectif $\mathcal{L}_2$.

20. La position de la lame a-t-elle une influence ?
21. Montrer que le déplacement du réticule R vers une position d_2, telle que $d_2 = \overline{F_3'R''} = d_0$ + ϵ_2 , permet de retrouver une image nette.
22. Exprimer ϵ_2 fonction de e, n, f_2' et f_3' .
23. On donne e = 0,1 mm et on mesure ϵ_2 = 0,6 mm. Quel est l'indice n de la lame ?

Approche interférentielle

On désire retrouver ces résultats par une méthode interférentielle.

Dans un système interférentiel à deux ondes, on provoque un déphasage entre les ondes parcourant les deux voies de l'interféromètre. Ce déphasage est fonction de la différence de marche δ et de la longueur d'onde λ . Lorsque λ varie, on parle de cannelures et lorsque δ varie on parle de franges.

Un faisceau de lumière éclaire la lame précédente sous une incidence i quasi-constante et proche de 45° (figure ci-dessous).

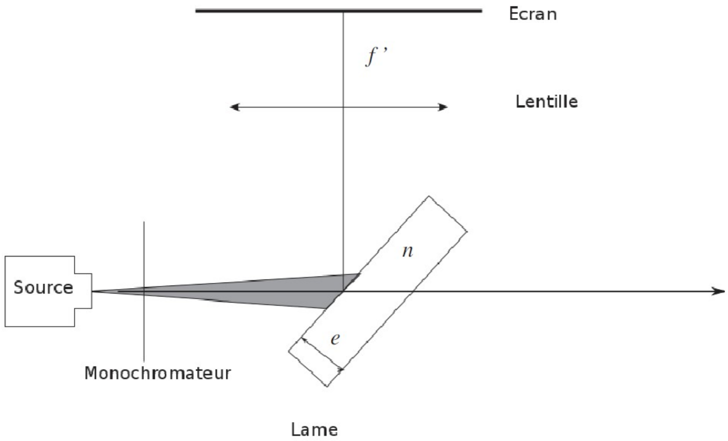

Figure - Schéma du sytème optique.

Théorie

24. Mettre en évidence sur les figures D1 (lame d'air) et D2 (lame de verre) du document réponse, la différence de marche géométrique entre les deux rayons issus d'un même rayon d'incidence i et qui interfèrent sur l'écran.
25. Déterminer la différence de marche géométrique δ_{geo} pour la lame d'air en fonction de n, e et l'angle d'incidence i.
26. Dans le cas d'une lame de verre, on obtient en considérant les différentes réflexions, une différence de marche totale :

$$\delta = 2e\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} \ (3)$$

Analyser ce résultat pour n = 1 et commenter le facteur $\dfrac{\lambda}{2}$.
27. Donner l'expression de l'éclairement (formule de Fresnel) pour des interférences à deux ondes cohérentes de même amplitude, en justifiant le cadre de son application.
A quelles conditions les interférences sont-elles constructives ?

Expérience n° 1

On se place à longueur d'onde constante $\lambda = 532$ nm et on observe dans le plan focal image de la lentille de distance focale image f' = 1 m .

28. Quelle est l'allure de la figure d'interférence ? Justifier votre réponse.
29. L'angle d'incidence étant proche de 45°, on pose i = $\dfrac{\pi}{4} + \alpha$ avec $\alpha \to 0$. En différenciant l'équation (3) pour λ = cst , déterminer l'expression de la variation élémentaire dδ de la différence de marche, en fonction de e, n et de la variation élémentaire dα de α.
30. Rappeler la définition littérale de l'interfrange.
31. Montrer que l'interfrange moyen Δx vérifie la relation $-\dfrac{e}{f'}\dfrac{\Delta x}{\sqrt{n^2 - 0,5}} = \lambda$
32. En exploitant au mieux la figure E (document réponse) exprimer une première relation entre e et n.

Expérience n° 2

On se place maintenant à incidence constante $i_0 = 45°$ et on fait varier λ à l'aide du monochromateur. On relève alors un spectre cannelé. Les longueurs d'onde éteintes sont notées λ_p.

33. Établir la relation : $2e\sqrt{n^2 - 0,5} = \dfrac{\lambda_1 \lambda_p}{\lambda_p - \lambda_1}(p-1)$
34. En exploitant au mieux la figure F (document réponse), trouver une seconde relation entre n et e.
35. Comment peut-on en déduire e et n ? Aucun calcul n'est demandé.

Données

Permittivité diélectrique du vide : $\epsilon_0 = \dfrac{1}{36\pi 10^9}$ F/m
Perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ H/m

Une autre voie vers la fusion thermonucléaire : les Z machines

Première partie - Inductance dans une configuration coaxiale

Dans un repère cartésien (O,$\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$), un câble coaxial, considéré comme infiniment long et placé dans un milieu de perméabilité magnétique μ_0, est formé de deux armatures cylindriques de même axe z'z (figure ci-dessous).

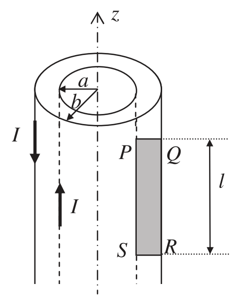

Figure - Représentation schématique d'un câble coaxial. Surface rectangulaire (*PQRS*) comprise entre l'âme et la gaine.

L'armature intérieure (l'âme) est un cylindre creux de rayon a ; l'armature extérieure (la gaine) est un cylindre creux de rayon b. Le courant continu d'intensité I qui circule dans l'âme dans le sens de $\vec{e}_z$ revient avec la même intensité dans la gaine selon $-\vec{e}_z$; ce câble constitue ainsi un circuit fermé. A un point M de l'espace, on associera les coordonnées cylindriques (ρ ,ϕ , z) et la base orthonormée directe cylindrique $B_{cyl} = (\vec{e}_{rho}\ ,\ \vec{e}_\phi\ ,\ \vec{e}_z\ )$.

36. Exploiter les symétries et les invariances de la distribution de courant pour déterminer l'orientation du champ magnétostatique $\vec{B}(M)$ créé par ce câble ainsi que les variables dont il peut dépendre en un point M quelconque de l'espace.

37. Donner la valeur de $\vec{B}(M)$ pour un point M intérieur à l'âme ($\rho <$ a) ou extérieur à la gaine (b<ρ). Justifier.
38. Dans la base B$_{cyl}$, exprimer le champ magnétostatique $\vec{B}(M)$ créé par ce câble en tout point M situé à la distance ρ (a <ρ <b) de son axe.
39. Calculer le flux de $\vec{B}(M)$ à travers la surface rectangulaire (PQRS) correspondant à une longueur l du câble, représentée sur la figure ci-dessus et orientée dans le sens de $+\vec{e}_\phi$.
40. Rappeler l'expression générale qui lie le flux de $\vec{B}(M)$ à l'inductance propre (ou coefficient d'auto-inductance) et en déduire l'inductance L d'une longueur l du câble en fonction de μ_0 , l, a et b.
41. Application numérique pour un câble standard : calculer L si : l = 1 m, a = 1 mm, b = 3 mm.
42. Application numérique pour un dispositif à compression de flux qui sera développé dans les parties suivantes de ce problème : calculer L si : l = 66 mm, a = 1,0 mm, b = 40 mm.

Contexte des hautes puissances pulsées

On considère un seul tube cylindrique de rayon R et d'axe (Oz), placé dans le vide.

L'intérieur du conducteur cylindrique est un gaz neutre qui n'est parcourue par aucun courant électrique.

En surface du gaz neutre un courant total I circule selon l'axe (Oz) sur une épaisseur e≪r.

43. Déterminer le champ magnétique dans tout l'espace.
44. On donne l'expression de la force de Laplace exercée sur un volume élémentaire dV par d$\vec{F} = \vec{j} \wedge \vec{B}$dV. On néglige la pesanteur et on appelle p la pression du gaz. Écrivez l'équilibre entre les forces de pression et celle de Laplace sur un élément de volume dV cylindrique de rayon r et d'épaisseur dr.
45. En déduire l'expression de $\dfrac{dp}{dr}$, puis la pression dans le gaz neutre.
46. On assimile le gaz à un gaz parfait de densité de particule $N = 1,0 \times 10^2 1$ m^{-3}. Calculer la température du gaz pour un courant de I = 0,80 MA et un rayon R = 0,80 cm.

Principe de conservation du flux magnétique et amplification en courant

Cas d'un circuit inductif indéformable On s'intéresse à l'évolution libre d'un circuit inductif. Initialement, le circuit inductif est alimenté par un générateur (interrupteur K ouvert). A l'instant t = 0, le générateur est déconnecté, l'interrupteur K est fermé. Le circuit inductif est parcouru par un courant d'intensité I_0 . On adopte le modèle simple de l'association en série d'une inductance L et d'une résistance r, comme représenté sur la figure ci-dessous.

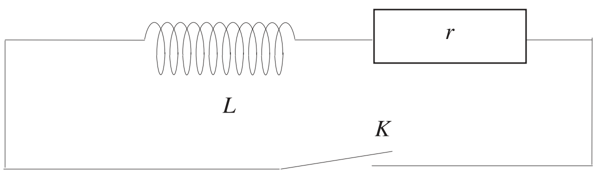

Figure - Circuit inductif modélisé par une inductance et une résistance en série.

47. Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit l'intensité i(t) dans le circuit après l'instant initial.

48. Résoudre cette équation en tenant compte des conditions initiales.
49. Tracer l'allure de i(t) et identifier sur le graphe le temps caractéristique dont on donnera l'expression en fonction de r et L.
50. Si on néglige les pertes dans le circuit inductif (donc r $\rightarrow$ 0), quelle hypothèse peut-on légitimement faire sur l'intensité ?

On supposera cette hypothèse réalisée pour la suite de cette partie.

51. En déduire la conservation du flux magnétique à travers le circuit inductif au cours du temps pour ce circuit supposé ici indéformable.
52. Conclure sur la force électromotrice d'induction $e_i(t)$ de ce circuit.

Cas d'un circuit déformable On s'intéresse à présent à un circuit inductif dont on fait varier la géométrie et au sein duquel on néglige les pertes. On remarque alors que L(t) varie au cours du temps et que r est négligeable. Par le même raisonnement que précédemment, ce circuit est parcouru par un courant d'intensité I_0 à l'instant initial.

53. Justifier que la force électromotrice d'induction est nulle à tout instant.
54. En déduire la conservation du flux magnétique au cours du temps pour ce circuit déformable.
55. En vous appuyant sur l'expression de L obtenue en question 40, proposer une évolution de la géométrie radiale du dispositif (paramètres a et b) permettant d'obtenir une élévation de l'intensité du courant bien au-delà de sa valeur I_0 initiale.

Optimisation du dispositif de compression

L'amplification de courant, dont le principe a été posé dans la partie précédente, peut être mise à profit afin de créer un Z-pinch (striction magnétique) comme le montre la figure ci-dessous.

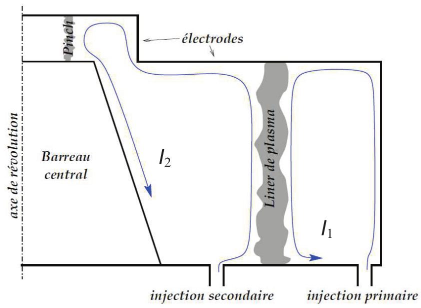

Figure - Principe général de la compression de flux.
Coupe dans un plan contenant l'axe de révolution.

Cette coupe représente une demi-structure coaxiale. On s'intéresse uniquement à la partie de l'injection secondaire, les bords formant une électrodes ainsi que les plasma en zones grisées forment des conducteurs cylindriques autour de l'axe de révolution.

En son sein, le déplacement du « liner de plasma » qui forme la boucle I_2 provoque l'élévation du courant. Cette dernière est exploitée dans la partie supérieure, au niveau du pinch.

Dans la partie qui suit, on traite de l'optimisation géométrique du dispositif en modélisant la partie du Z-pinch comme une « inductance morte » notée L_f tandis que l'inductance de compression est notée L. On simplifie donc la figure précédente à l'aide de ces deux inductances. La demi-coupe du circuit étudié est alors donnée sur la figure ci-dessous.

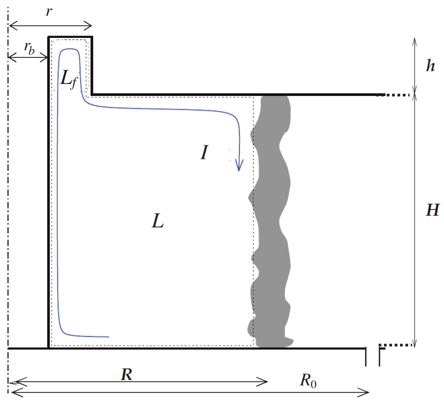

Figure - Demi-coupe du circuit.

On utilisera les notations de cette figure dans la suite. La distance R donne la position du liner au cours de la compression. Lors de la fermeture par le liner de l'orifice d'injection secondaire, la distance R prend la valeur R_0 . C'est donc à partir de cet instant et de cette position que la compression de flux débute.

Inductance totale et flux piégé

56. Proposer un modèle de circuit pour la boucle de courant I(t) valable pendant la phase de compression représentée sur la figure précédente en faisant apparaître les inductances L_f et L.

    Donner que l'inductance totale équivalente L_{eq} ; on notera L_{eq0} sa valeur au début de la compression et L_{eqf} sa valeur finale.
57. En admettant qu'il s'agit de deux inductances de type coaxiale, exprimer L_{eq0} en fonction de μ_0 , H, h, r_b , r et R_0 .
58. En déduire l'expression du flux piégé au moment de la fermeture de l'orifice d'injection secondaire en fonction de μ_0 , H, h, r_b , r et R_0 et $I_0 = I$.

Optimisation de la compression

59. En admettant que la compression est optimale et prend fin quand le liner atteint $R = r_b$, exprimer L_{eqf} . En déduire le rapport de l'intensité finale I_{max} à l'intensité initiale I_0 en fonction de H, h, r_b , r et R_0 .
60. Comment choisir la hauteur H par rapport à h pour obtenir une compression optimale ?
61. Comment choisir les rayons r_b , r et R_0 pour obtenir une compression optimale ?
62. Calculer l'amplification de courant I_{max}/I_0 dans une configuration typique pour laquelle : H =15cm, h = 2,0cm, r_b = 0,70cm, r = 0,80cm , R_0 = 5,0cm .

    Sachant que le courant injecté est de l'ordre de $I_0 \approx 1{,}2$ MA , calculer I_{max} .