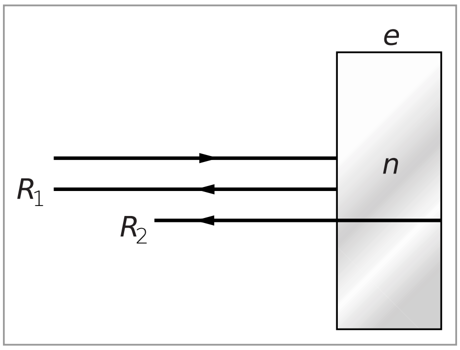
TD 6.3. Dispositifs interférentiels

Irisation d'une lame d'eau

On considère une lame d'eau dans l'air ; l'épaisseur de la lame est noté e et son indice est égal à 1,3. Le Soleil éclaire la lame en incidence normale. On donne les expressions des coefficients de réflexion r et de transmission t en amplitude du champ électrique à l'interface entre deux milieux 1 et 2 :

$$r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \text{ et } t = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$



— Justifier les propositions suivantes : "les deux rayons R_1 et R_2, R_1 directement réfléchi sur la face d'entrée de la lame et R_2 ayant subi un aller-retour dans la lame, ont à peu près même amplitude" et "nous pouvons limiter l'étude de l'interférence des deux ondes associées à R_1 et R_2".

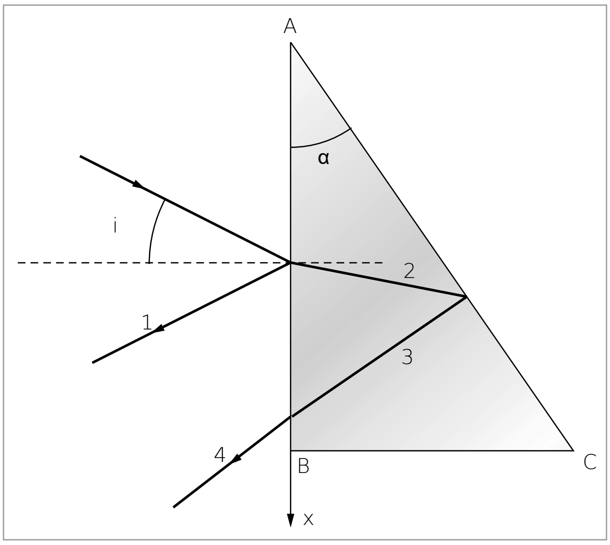
— Quel est le déphasage entre ces deux rayons ?

— Écrire en un point M de l'espace, le champ électrique résultant et l'intensité associée aux deux ondes.

— A quelle condition la lame apparaîtra-t-elle colorée ?

Interférences par réflexion sur un prisme

Une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ arrive avec l'incidence i sur un prisme ABC en verre, d'indice $n = 1,5$ pour cette longueur d'onde, et d'angle au sommet α. On étudie l'interférence des deux ondes issues de la réflexion de l'onde incidente sur les faces AB et AC.



— Comparer les amplitudes des champs électriques associés aux ondes qui interfèrent. On pourra utiliser les formules des coefficients de transmission et réflexion vu à l'exercice précédent.

— Pourrait-on observer des interférences par transmission ?

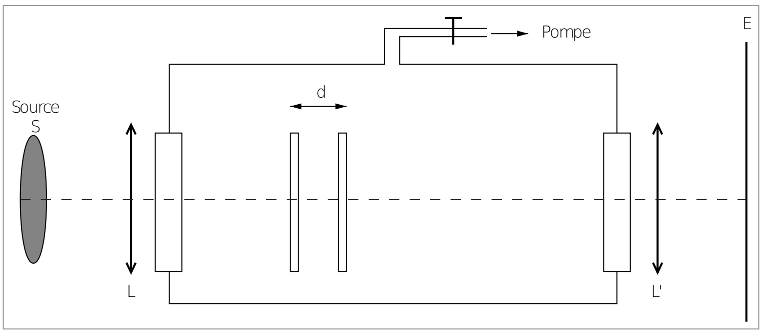
— Où sont localisées les franges d'interférence (on ne mènera pas de calcul) ?

On se place maintenant dans le cas où l'onde arrive en incidence normale sur la face AB.

— Calculer la figure d'interférence sur la face AB, qu'on assimile au plan de localisation des franges, en fonction de x, α, et n pour α petit.

Mesure interférentielle de l'indice d'un gaz

Pour mesurer l'indice de l'air, on fait le vide dans une enceinte contenant un ensemble de deux lames de verre parallèles distantes de $d = 1$ mm (et d'épaisseur négligeable). L'ensemble est éclairé par une source S étendue monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,56$ µm.

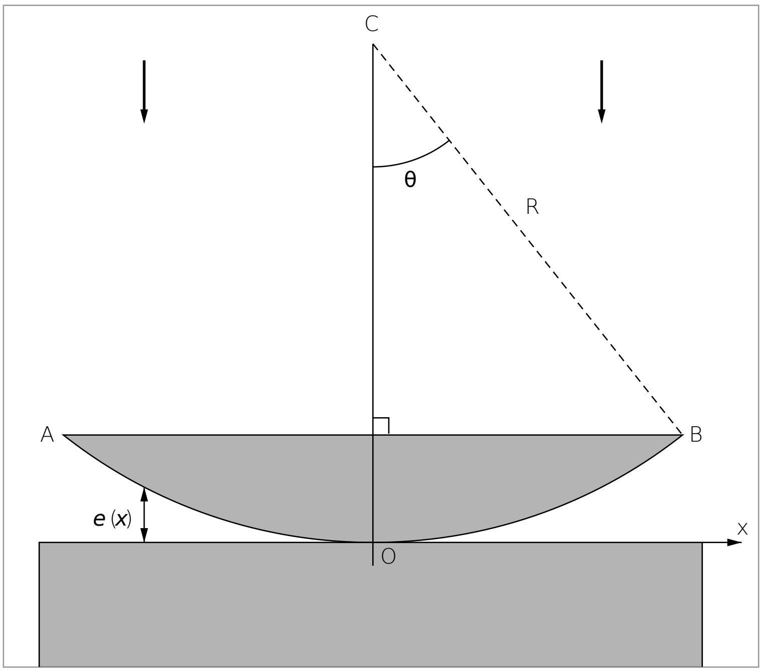


— Qu'observe-t-on sur l'écran ? Y a-t-il un intérêt à « traiter » les lames de verre ?

— L'indice de l'air, dans les conditions normales, est voisin de 1,003. Combien d'anneaux voit-on défiler au centre lorsqu'on fait le vide dans l'appareil ? Dans quel sens se déplacent ils ?

Les anneaux de Newton

On considère le dispositif des anneaux de Newton. On utilise pour cela une lentille plan convexe de rayon R et d'angle d'ouverture θ. La lentille repose par sa face courbe en O sur un plan de verre Ox. Il existe donc entre le plan et la lentille une lame d'air d'épaisseur $e(x)$ variable, avec $e(0) = 0$. On suppose que e reste faible devant le rayon R de la face courbe. Une source monochromatique étendue éclaire la lentille en incidence normale.



— Rappeler quelles ondes interférent et préciser le lieu de localisation des franges d'interférence.

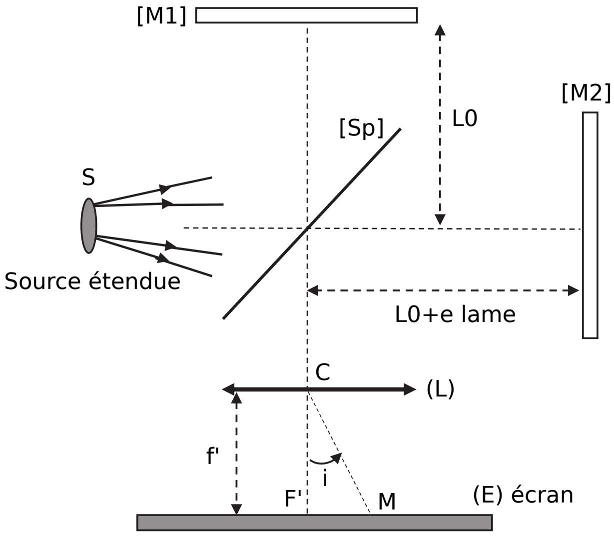
— Calculer la différence de marche $\delta(x)$ entre deux rayons susceptibles d'interférer.

— Exprimer e(x) en fonction de x ; décrire la figure d'interférence. Quel aspect a la frange centrale ?

Mesure interférométrique de la durée d'un train d'onde

On cherche dans cette partie à faire une mesure de la largeur spectrale (donc de la durée moyenne du train d'onde τ_0) de la raie $\lambda = 500$ nm du mercure (Hg). Pour cela on utilise un interféromètre de Michelson et ce afin de réaliser une mesure interférométrique par division d'amplitude.

On considère l'interféromètre de Michelson dans sa représentation «idéale», constitué par une lame semi-réfléchissante infiniment fine séparatrice [Sp], dont les facteurs de transmission et de réflexion valent 0,5 et par deux miroirs plans [M1] et [M2]. Les miroirs [M1] et [M2] sont réglés orthogonalement l'un à l'autre, de façon à observer des franges d'égale inclinaison.



Le miroir [M1] est situé à une distance L_0 de la séparatrice. Le miroir [M2] est situé à une distance $L_0 + e_{lame}$ de la séparatrice. L'écran est placé dans le plan focal image d'une lentille mince convergente (L) de distance focale $f' = 1$ m, de centre C, utilisée dans les conditions de Gauss. Le tout est plongé dans l'air d'indice assimilé à l'indice du vide $n_{air} = n_{vide} = 1$. On éclaire l'interféromètre avec une source spatialement étendue, considérée ici monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 500$ nm.

— Par un schéma équivalent du montage interférentiel, expliquer pourquoi on appelle cette configuration le montage en «lame d'air». Représenter sur votre schéma deux rayons qui interfèrent en un point M de l'écran, caractérisé par l'inclinaison angulaire $i_{(M)} = (\vec{CF'}, \vec{CM})$,

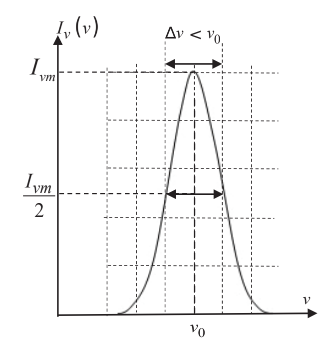
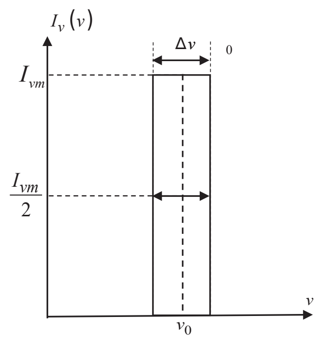
— Montrer que la différence de marche δ entre les deux ondes qui interfèrent en M (par division d'amplitude) est donnée par $\delta = 2e_{lame}\cos(i)$. Donner l'expression de l'intensité lumineuse au point M. Quel est l'aspect de la figure d'interférence observée sur l'écran ?

La transition radiative d'un atome conduit à l'émission d'un train d'onde de durée finie τ_0. La raie spectrale correspondante n'est donc pas strictement monochromatique. On a alors une raie spectrale centrée sur $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$, de largeur caractéristique à mi-hauteur $\Delta\nu = \frac{1}{\tau_0} \ll \nu_0$. L'intensité émise au niveau de la source appartenant au domaine spectral $[\nu; \nu + d\nu]$ s'écrit alors $dI_0 = I_\nu(\nu)d\nu$ où $I_\nu(\nu)$ est l'intensité spectrale, fonction qui caractérise le spectre fréquentiel d'émission. On modélise l'intensité spectrale $I_\nu(\nu)$ de la raie verte du mercure par un profil rectangulaire.

Dans notre modèle de raie rectangulaire, l'intensité totale de la source est donc donnée par :

$$I_0 = \int_{\nu_0+\Delta\nu}^{\nu_0+\Delta\nu} I_\nu(\nu)d\nu = I_{\nu m}\Delta\nu$$

On éclaire l'interféromètre de Michelson avec une lampe à vapeur de mercure dont on a isolé la raie verte de fréquence centrale $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$ avec $\lambda_0 = 500$ nm. On observe les interférences à la fois sur l'écran et au moyen d'un détecteur ponctuel supplémentaire que l'on place au foyer image F' de la lentille de projection (L).

Profil spectral de la raie d'émission	Modélisation par un profil spectral rectangulaire
	

— Expliquer pourquoi on pourrait observer des brouillages. Exprimer la différence Δp d'ordre d'interférence en M entre une radiation de fréquence ν_0 et une autre de fréquence $\nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2}$. On suppose qu'on a réglé l'interféromètre au contact optique et qu'on «charriote» (déplace en translation) le miroir [M2]

— Par un raisonnement semi-quantitatif, exprimer la valeur e_{lim} de la distance e_{lame} correspondant à la frontière entre une vision en F' d'anneaux bien contrastés et une perte de contraste au centre de ceux-ci.

— Déterminer l'intensité $dI(F')$ donnée sur l'écran par une petite bande du spectre de largeur spectrale $d\nu$ en fonction, entre autre, de $\tau(F') = \frac{\delta(F')}{c}$. À quoi correspond physiquement $\tau(F')$? Exprimer $p(F', \nu)$, l'ordre d'interférence en F' pour une radiation de fréquence ν en fonction de $\tau(F')$.

— Calculer alors l'intensité totale $I = I(F')$ donnée sur l'écran par la totalité du spectre de la source de lumière (en fonction de $\tau(F')$) ; mettre le résultat sous la forme :

$$I = I(F') \propto 1 + \Gamma\left(\tau\left(F'\right)\right)\cos\left(2\pi\nu_0\tau\left(F'\right)\right)$$

où $\Gamma\left(\tau\left(F'\right)\right)$ est une fonction de $\tau(F')$ à «variation lente» appelée «facteur de visibilité»

— Tracer le graphe de l'intensité $I(\tau(F'))$ en fonction de $\tau(F')$. Quelle est la valeur de $\tau(F')$ correspondant à la première annulation de contraste ? Comparer avec la durée du train d'onde et commenter.

Un moteur permet de translater le miroir mobile [M2] à la vitesse constante V_0 à partir de la position du contact optique.

— On arrête la translation de [M2] à la valeur de 15,00 mm (à partir du contact optique) lorsque la première annulation de contraste est observée à l'écran. Déterminer la valeur expérimentale $\Delta\nu_{exp}$ de $\Delta\nu$. Conclure sur la durée du train d'onde.