

# Épreuve Physique Chimie

## Éléments de correction

N°	Elts de rép.	Pts	Note
00-00	<b>Titre de l'exo</b>	0	0
0	éléments de réponse	0	0

01-	<b>Étude thermique d'un bâtiment</b>		
01-	<b>Préambule</b>		
01-05	<b>Modélisation de la pièce</b>		
1	Il s'agit de la définition de la capacité thermique $dU = CdT$	1	
2	la capacité thermique volumique est une capacité thermique par unité de volume donc $[C_v] = \frac{[U]}{[T][V]} = \frac{[E]}{\theta L^3}$ donc l'unité de $C_v$ est le $J.K^{-1}.m^{-3}$ . Le volume $V$ de la pièce est donné par $V = abh$ . La capacité thermique est donc $C = VC_v = abhC_v = 1,25.10^5 J.K^{-1}$	1	
3	On applique le 1er principe entre $t$ et $t+dt$ à la pièce : $dE + dU = \delta W + \delta Q$ . Il n'y a pas de variation de l'énergie mécanique de la pièce, ni de travail de force extérieure donc $dE = \delta W = 0$ , donc $dU = \delta Q$ . Le transfert thermique reçue par la pièce provient du radiateur $\delta Q = Pdt$ et l'énergie interne est reliée à la température par la capacité calorifique $dU = CdT$ donc $CdT = Pdt$ donc $\frac{dT}{dt} = \frac{P}{C}$	1	
4	Sachant que $T(0) = T_0$ et $\frac{dT}{dt} = \frac{P}{C}$ on en déduit que $T(t) = \frac{P}{C}t + T_0$ . graphe de la droite. Il faut attendre la durée $t_f$ tel que $T(t_f) = T_f$ donc $\frac{P}{C}t_f + T_0 = T_f$ donc $t_f = \frac{C}{P}(T_f - T_0)$ .	1	
5	On peut proposer la charge d'un condensateur $C$ par un générateur de courant $i$ . L'équation différentielle correspondante est $i = C \frac{dU}{dt}$ avec $U$ analogue à la température, $i$ à la puissance du radiateur $P$ , $C$ à la capacité thermique de la pièce.	1	
06-07	<b>Influence des murs</b>		
6	L'ensemble est supposé parfaitement isolé au niveau du sol et du plafond donc on ne considère que les quatres murs latéraux de surface $S_p = ah+bh+ah+bh = 2(a+b)h$ . L'application numérique nous donne $S_p = 65 m^2$	1	

7	Le volume des murs est donné par $V_p = S_p L$ . La capacité thermique du mur est $C_{mur} = cm_{mur} = c\rho V_p = c\rho S_p L$ . On trouve numériquement $C_{mur} = 2,1.10^7 \text{ J.K}^{-1}$ . $C_{mur}$ est grand devant $C$ , or on a montré que $t_f = \frac{C}{P}(T_f - T_0)$ , donc le temps de montée en température est beaucoup plus long lorsqu'on prend en considération l'épaisseur du mur.	1	
08-	<b>Équation de la chaleur</b>		
08-	<b>Généralités</b>		
8	La loi de Fourier $\vec{j} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}T}$ , avec $\vec{j}$ la densité de flux thermique surfacique, ou densité de courant thermique, et $\lambda$ la conductivité thermique. Le signe $-$ indique que le transfert thermique se fait toujours dans le sens des températures élevées vers les températures basses. $j(x, t) = \frac{\delta Q}{dS dt}$ est le transfert thermique par unité de surface et par unité de temps, à la position $x$ et l'instant $t$ . L'unité de $j$ est donc le $\text{W.m}^{-2}$ . $\vec{j} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}T}$ , donc $[\lambda] = \frac{[j]}{[\text{grad}T]} = \frac{[j]L}{[T]} = E.T^{-1}.L^{-2}.L.\theta^{-1} = E.T^{-1}.L^{-1}.\theta^{-1}$ son unité est donc $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$	1	
9	D'après le premier principe $dH = \delta Q$ donc $cdm \frac{\partial T}{\partial t} dt = j(x, t)Sdt - j(x + dx, t)Sdt$ donc $c\rho S dx \frac{\partial T}{\partial t} dt = -\frac{\partial j}{\partial x} dx Sdt$ donc $c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial j}{\partial x}$ . La loi de Fourier donne $j = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$ . Donc $c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$	1	
10 -	<b>Étude du régime stationnaire</b>		
10	En régime stationnaire les grandeurs ne dépendent plus du temps donc $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$	1	
11	$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$ , donc $T(x) = ax + b$ or $T_{int} = T(x=0)$ et $T_{ext} = T(x=L)$ . Donc $T(x) = \frac{T_{ext}-T_{int}}{L}x + T_{int}$ . Tracer le graphe de la droite affine.	1	
12	La température moyenne est donnée par $T_{moy} = \frac{1}{L} \int_0^L T(x)dx = \frac{T_{int}+T_{ext}}{2}$ . $T(x_p) = T_{moy}$ donc $x_p = \frac{L}{2}$ .	1	
13	$j(x) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = -\lambda \frac{T_{ext}-T_{int}}{L} = \lambda \frac{T_{int}-T_{ext}}{L}$ . On remarque que $j$ ne dépend pas de $x$ .	1	
14	Le radiateur doit compenser les pertes thermique donc $P = jS_p = \lambda \frac{T_{int}-T_{ext}}{L} S_p = 6,5 \text{ kW}$ . Donc le radiateur installé ne suffit pas à maintenir une température intérieure de $20^\circ\text{C}$ , il faut isoler la pièce.	1	
15 -	<b>Résistance thermique</b>		
15	Par analogie, $R_{mur} = \frac{\Delta T}{P} = \frac{T_{int}-T_{ext}}{P} = \frac{T_{int}-T_{ext}}{jS_p} = \frac{L}{\lambda S_p}$ . Son unité est d'après la première égalité des $\text{K.W}^{-1}$ et l'application numérique donne $R_{mur} = 1,5.10^{-3} \text{ K.W}^{-1}$ .	1	

16 -	<b>Modélisation électrique</b>		
16 -	<b>Circuit électrique</b>		
16	L'analogie donne : le générateur de courant correspond au radiateur donc $I = P$ , le condensateur $C_1$ correspond à la capacité thermique de la pièce donc $C_1 = C$ , la tension $u_1$ correspond à la différence de température entre la pièce et l'extérieur donc $u_1 = T - T_{ext}$ , la résistance $R_1$ correspond à la moitié intérieure du mur donc $R_1 = \frac{R_{mur}}{2}$ , le condensateur $C_2$ correspond à la capacité thermique du mur donc $C_2 = C_{mur}$ ; la tension $u_2$ correspond à la différence de température entre la température moyenne du mur et l'extérieur donc $u_2 = T_{moy} - T_{ext}$ , $R_2$ correspond à la moitié extérieure du mur donc $R_2 = \frac{R_{mur}}{2}$ .	1	
17	En régime permanent continu on obtient un pont diviseur de tension. Donc $u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_1$ . Voir question ci-dessus $R_1 = R_2 = \frac{R_{mur}}{2}$ .	1	
18 -	<b>Établissement de l'expression d'une impédance</b>		
18	Il l'agit d'une résistance et d'un condensateur en parallèle donc les admittances s'ajoutent $\underline{Z_2} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + jC_2\omega} = \frac{R_2}{1 + jR_2C_2\omega}$	1	
19	Il s'agit de deux dipôles en série donc $\underline{Z_1} = R_1 + \underline{Z_2}$	1	
20	Le condensateur $C_1$ et l'impédance $\underline{Z_1}$ sont en parallèle donc les admittances s'ajoutent $\frac{i}{u_1} = jC_1\omega + \frac{1}{\underline{Z_1}}$	1	
21	Donc $\frac{u_1}{i} = \frac{\underline{Z_1}}{1 + j\underline{Z_1}C_1\omega} = \frac{R_1 + \underline{Z_2}}{1 + jR_1C_1\omega + j\underline{Z_2}C_1\omega} = \frac{R_1 + \frac{R_2}{1 + jR_2C_2\omega}}{1 + jR_1C_1\omega + \frac{jR_2C_1\omega}{1 + jR_2C_2\omega}} = \frac{R_2 + R_1(1 + jR_2C_2\omega)}{(1 + jR_2C_2\omega)(1 + jR_1C_1\omega) + jR_2C_1\omega} = \frac{1 + j\frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}C_2\omega}{1 + j((R_1 + R_2)C_1 + R_2C_2)\omega - R_1R_2C_1C_2\omega^2} (R_1 + R_2)$	1	
22 -	<b>Exploitation</b>		
22	Faire les schémas équivalents à haute et basse fréquence, montrer que c'est en accord avec une fonction de transfert de passe-bas. Pour $\omega = 0$ alors $U_{10} = (R_1 + R_2)I_0 = R_{mur}P$ .	1	
23	Lorsque $C_2$ tend vers 0, c'est comme si on retirait le condensateur $C_2$ du circuit, on a donc $\frac{u_1}{i} = \frac{R_1 + R_2}{1 + j(R_1 + R_2)C_1\omega}$ . Si $C_2$ tend vers $+\infty$ on remplace le condensateur $C_2$ par un fil, on a donc $\frac{u_1}{i} = \frac{R_1}{1 + jR_1C_1\omega}$ .	1	
24	C'est un filtre passe-bas d'après les schéma équivalents haute et basse fréquences.	1	
25	On obtient $H = \frac{1 + j\frac{\alpha}{4}RC\omega}{1 + j(1 + \frac{\alpha}{2})RC\omega - \frac{\alpha}{4}(RC\omega)^2}$	1	
26-	<b>Diagramme de Bode</b>		
26	en basse fréquence $H \sim \frac{1}{1} \sim 1$ , en haute haute fréquence $H \sim \frac{j\frac{\alpha}{4}RC\omega}{-\frac{\alpha}{4}(RC\omega)^2} \sim \frac{1}{jRC\omega}$ . D'où le tracé des deux asymptotes de pente 0 dB/décades (pour $\omega \ll \omega_0$ ) et -20 dB/décades (pour $\omega \gg \omega_0$ ) qui se croisent en $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ .	1	

27	Si $\alpha = 200$ alors $H = \frac{1+j50RC\omega}{1+j101RC\omega-50(RC\omega)^2}$ donc on repère des zones rectilignes entre les trois pulsations de coupure $\omega_1 = \frac{1}{101RC}$ , $\omega_2 = \frac{1}{50RC}$ , et $\omega_3 = \frac{1}{7RC}$ .	1	
28	$H = \frac{1+j\frac{\omega}{\omega_2}}{1+j\frac{\omega}{\omega_1}+(j\frac{\omega}{\omega_3})^2}$	1	
29	La pulsation de coupure est définie à $-3$ dB, ici $\omega_c = 8.10^{-5}$ rad.s $^{-1}$ . La durée du régime transitoire est de l'ordre de $\tau = \frac{1}{\omega_c} = 3h30$	1	
30-	<b>Isolation</b>		
30-	<b>Importance de l'isolation</b>		
30	L'épaisseur est faible on peut donc utiliser l'expression de la résistance thermique en 1D démontrer plus haut. On obtient $R_i = \frac{e}{\lambda S_p} = 1,5.10^{-3}$ K.W $^{-2}$ donc $R_i$ est 10 fois plus grande $R_{mur}$ , $R_i \gg R_{mur}$	1	
31	Pour une isolation par l'intérieur on ajoute $R_i$ en série avec $R_1$ . Pour une isolation par l'extérieur on ajoute $R_i$ en série avec $R_2$ .	1	
32	On est en régime permanent, donc les condensateurs sont des interrupteurs ouverts. Que l'isolation soit par l'intérieur ou l'extérieur le schéma équivalent est le même et $U_{10} = (R_{mur} + R_i)i$ donc $P = \frac{T_{int}-T_{ext}}{R_{mur}+R_i} = \frac{T_{int}-T_{ext}}{(1+\beta)R_{mur}} = 0,65$ kW	1	
33-	<b>Isolation intérieure ou extérieure</b>		
33	On a montré que la consommation est la même pour une isolation par l'intérieur ou par l'extérieur. Le choix se fera selon l'utilisation que l'on fait de la pièce. Si l'on veut maintenir une température constante dans la pièce et limiter les variations de température alors il faut choisir une isolation par l'extérieur, car la capacité thermique des murs s'ajoute à celle de la pièce, par contre le temps mis pour chauffer la pièce sera plus long. Si la pièce n'est pas utilisée en continue mais que l'on veut pouvoir chauffer ou refroidir rapidement la pièce, alors il faut réaliser une isolation par l'intérieur.	1	
34	$U_{10} = (1+\beta)R_{mur}I_0$ , pour une isolation par l'extérieur on ajoute $R_i$ à $R_2$ donc $U_{20} = \frac{(1/2+\beta)}{(1+\beta)}U_{10} = (\frac{1}{2} + \beta)R_{mur}I_0$ , pour une isolation par l'intérieur on ajoute $R_i$ à $R_1$ donc $U_{20} = \frac{(1/2)}{(1+\beta)}U_{10} = \frac{1}{2}R_{mur}I_0$	1	
35	Il faut remplacer $R_1$ ou $R_2$ par $(1/2 + \beta)R$ et $\frac{R}{2}$ dans l'expression établit plus haut, on obtient $H = \frac{1+j\frac{\alpha(1/2+\beta)}{2(1+\beta)}RC\omega}{1+j(1+\beta+\alpha/2)RC\omega-\frac{\alpha}{2}(1/2+\beta)(RC\omega)^2}$	1	
36	Il faut comparer les pulsations $\omega_1$ , $\omega_2$ , $\omega_3$ pour choisir le diagramme de Bode correspondant. Si $\omega_3 \sim \omega_2 < \omega_1$ , alors il s'agit du graphe a. Si $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$ alors il s'agit du graphe b.	1	

