

## DS 6

Les calculatrices sont autorisées

Samedi 18 Janvier 2020 : 8h30 - 12h30

### Un télescope unitaire du VLT

Deux objets ponctuels à l'infini  $A$  et  $B$  sont observés dans les directions faisant des angles  $i_A = 0$  et  $i_B \neq 0$  par rapport à l'axe optique. Les deux directions dans lesquelles on observe à travers le télescope leurs images font respectivement les angles  $i'_A$  et  $i'_B$  avec l'axe optique. Pour simplifier, on supposera que ces deux objets émettent une unique radiation de longueur d'onde  $\lambda = 2,00 \mu\text{m}$ .

1. Quel est l'intervalle de longueur d'onde dans le vide de la lumière visible ?
2.  $\lambda$  correspond-t-il à une radiation infra-rouge ou ultra-violette ?

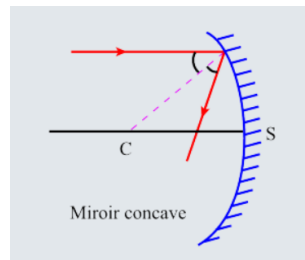
### Miroirs sphériques

Un miroir sphérique est un miroir dont la forme est une calotte sphérique.

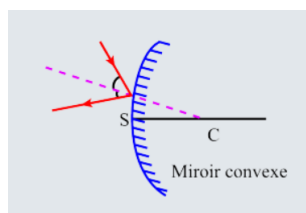
On peut repérer plusieurs paramètres pour un miroir sphérique. Son centre,  $C$ , est le centre de la sphère formant le miroir. Son sommet,  $S$ , est le pôle de la calotte sphérique.  $S$  est aussi l'intersection entre le miroir et l'axe optique. Son rayon de courbure,  $R$ , est le rayon de la sphère formant le miroir. Son diamètre,  $D$ , est le diamètre de la base circulaire de la calotte sphérique. Le diamètre  $D$  donne la dimension du miroir perpendiculairement à l'axe optique.

Il existe deux types de miroirs sphériques, les miroirs concave et les miroirs convexes.

Les miroirs concaves, appelés aussi convergents ; ce sont des calottes sphériques dont la surface réfléchissante est tournée vers le centre  $C$ .



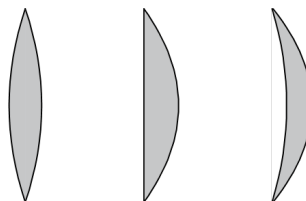
Les miroirs convexes, ou divergents, qui eux, réfléchissent la lumière sur la surface extérieure de la sphère.



3. Un rayon issu de C est réfléchi en direction de C. Tracer sur votre copie le trajet d'un rayon lumineux passant par C pour un miroir convexe et un miroir concave.
4. Le foyer objet F d'un miroir sphérique est à équidistance du centre et du sommet. Tracer sur votre copie le trajet d'un rayon lumineux passant par F pour un miroir convexe et un miroir concave.
5. Les foyers objet F et image F' d'un miroir sphérique sont confondus. Tracer sur votre copie le trajet d'un rayon lumineux passant par F' pour un miroir convexe et un miroir concave.

### Intérêt des miroirs sphériques comparé aux lentilles

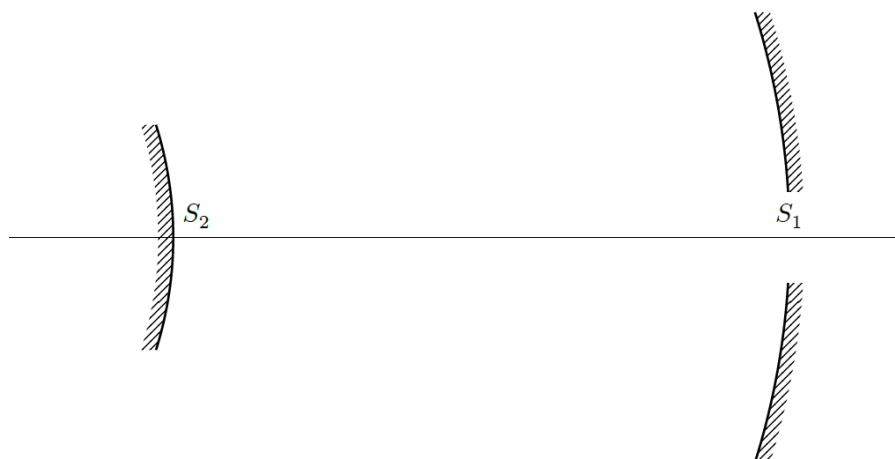
Il est utile pour certains grands télescopes car il remplace des lentilles très épaisses et donc difficile à fabriquer. Les miroirs sont eux d'égale épaisseur sur toute leur surface. Le but de cette partie est de calculer à l'aide des chemins optiques l'épaisseur d'une lentille convergente de diamètre  $D = 8,20$  m et de focale  $f = 14,4$  m.



6. Représenter sur un schéma une des lentilles convergentes dessinées ci-dessus ainsi que l'axe optique, où vous positionnerez les points focal objet  $F$ , image  $F'$ , et le centre de la lentille  $O$ .
7. Sur ce même schéma tracer le trajet des rayons lumineux qui se croisent au point focal image  $F'$ . Tracer les surfaces d'onde avant la lentille dans l'espace objet.
8. Soit  $n_{\text{verre}}$  l'indice de la lentille, et  $e$  l'épaisseur au centre de la lentille, exprimer le chemin optique ( $FF'$ ) en fonction de  $f$ ,  $n_{\text{verre}}$  et  $e$ .
9. Soit  $M$  un point appartenant à la même surface d'onde que  $F$  et appartenant à un rayon passant par une extrémité latérale de la lentille, exprimer le chemin optique ( $MF'$ ) en fonction de  $f$  et  $D$ .
10. En déduire une expression de  $e$  en fonction de  $n_{\text{verre}}$ ,  $f$ , et  $D$ . Donner une valeur commune de  $n_{\text{verre}}$  et évaluer numériquement  $e$ .

### Montage de type Cassegrain

Les télescopes unitaires du VLT peuvent être utilisés en configuration dite « Cassegrain » (cf. figure 2). Le télescope est afocal, c'est-à-dire que l'image d'un objet situé à l'infini est à l'infini. Le miroir primaire est un miroir sphérique concave de sommet  $S_1$ , de diamètre  $D = 8,20$  m, de rayon de courbure  $R_1 = 28,8$  m et le miroir secondaire est un miroir sphérique convexe de sommet  $S_2$ , de rayon de courbure  $R_2 = 4,52$  m.



**Figure 2** Un télescope unitaire du VLT en montage de type Cassegrain

11. Déterminer numériquement la projection algébrique  $\overline{S_1 F_1}$  entre le sommet et le foyer du miroir primaire.
12. Faire de même pour la projection algébrique  $\overline{S_2 F_2}$  entre le sommet et le foyer du miroir secondaire.
13. À quelle distance  $\overline{S_2 S_1}$  doivent être positionnés ces deux miroirs ? Justifier.
14. En s'appuyant sur une construction géométrique, déterminer la valeur numérique du grossissement  $G = i'_B / i_B$ .

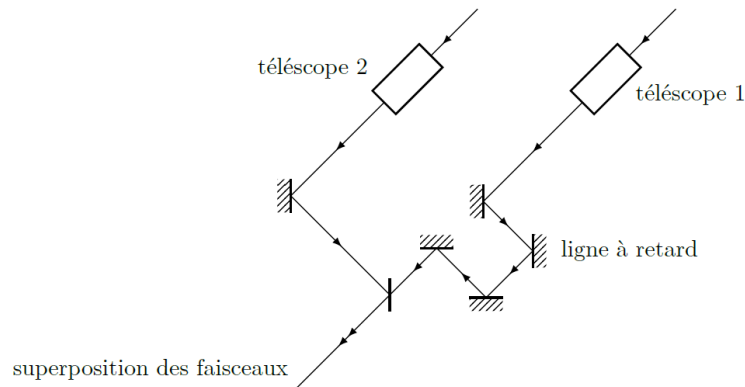
### Résolution limitée par la diffraction

On admet que les phénomènes de diffraction sont dus à la limitation du faisceau lumineux par le miroir primaire de diamètre  $D$ .

15. En assimilant, pour simplifier, le premier miroir à une simple lentille convergente de même focale, déterminer l'ordre de grandeur du rayon  $R$  de la tâche de diffraction (ou tâche d'Airy) qu'on observerait sur l'image intermédiaire formée par le miroir primaire d'un objet ponctuel à l'infini envoyant une unique radiation de longueur d'onde  $\lambda$ .
16. En déduire l'ordre de grandeur de l'ouverture angulaire  $\Delta\theta$  du faisceau image, définie par le fait que les rayons émergent du télescope avec des angles  $i'_A \pm \Delta\theta$  et  $i'_B \pm \Delta\theta$  par rapport à l'axe optique.
17. En précisant le critère retenu, établir la relation que doivent vérifier les angles  $i'_A$  et  $i'_B$  pour pouvoir discerner les images formées par le télescope.
18. En déduire la valeur numérique de la limite de résolution angulaire  $i_{min}$  du télescope, c'est-à-dire l'angle minimal entre deux étoiles pour que le télescope les discerne.

## Le télescope interférentiel VLTI

Pour surmonter le problème précédent, on peut faire interférer les signaux optiques reçus par deux télescopes (cf. figure 3).



**Figure 3** Principe du VLTI

On assimile les deux télescopes distants de  $a$  (variable jusqu'à 100 m) à deux trous  $T_1$  et  $T_2$  de taille négligeable, de sorte que le VLTI sera équivalent au montage de la figure 4, où la lentille d'axe optique  $Oz$ , de centre  $O$  possède une distance focale  $f'$ . Le foyer image de la lentille est noté  $F'$  et le plan focal est le plan d'observation.  $T_1$  et  $T_2$  sont à une distance  $a/2$  de l'axe optique.

### Observation d'une source ponctuelle dans la direction de l'axe optique

Un unique objet ponctuel à l'infini  $A$  est observé dans la direction de l'axe optique. Pour simplifier, on supposera encore que cet objet émet une unique radiation de longueur d'onde  $\lambda = 2,00 \mu\text{m}$ .



**Figure 4** Schéma équivalent du VLTI

19. Où se trouve l'image géométrique  $A'$  de  $A$  à travers la lentille ?
20. Calculer la différence de marche  $\delta_0$  entre les ondes provenant de  $A$  et se recombinant en  $A'$ , passant par les deux trous  $T_1$  et  $T_2$  sur la figure 4.
21. En déduire le rôle de la ligne à retard de la figure 3.
22. En quoi y a-t-il nécessité de la ligne à retard pour satisfaire aux conditions d'interférences ?
23. Dans quelle mesure peut-on considérer que le contraste ( $C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$ ) des interférences vaut 1 ? Dans la suite on supposera effectivement que le contraste vaut 1.
24. Déterminer l'expression de l'intensité lumineuse  $I_A(x)$  d'un point d'abscisse  $x$  dans le plan focal.

25. En déduire l'expression de l'interfrange,  $i$ , définie telle que  $I_A(x) = I_A(x + i)$ .
26. Tracer l'allure de la figure d'interférence dans le plan  $(xF'y)$  telle qu'on pourrait l'observer avec une caméra infrarouge.

### Observation d'une source ponctuelle dans une direction différente de celle de l'axe optique

Un unique objet ponctuel à l'infini  $B$  est observé dans la direction  $i_B \neq 0$  par rapport à l'axe optique dans le plan  $(xOz)$ , avec les mêmes caractéristiques que  $A$ .

27. À quelle distance  $x_B$  de  $F'$  se trouve l'image géométrique de  $B$ ?
28. Déterminer l'expression de l'intensité lumineuse  $I_B(x)$  en un point d'abscisse  $x$ .
29. L'interfrange ( $i$  tel que  $I_B(x) = I_B(x + i)$ ) est-il différent de celui trouvé précédemment?

### Observation de deux sources ponctuelles

Deux objets ponctuels à l'infini  $A$  et  $B$  sont observés dans les directions  $i_A = 0$  et  $i_B \neq 0$  par rapport à l'axe optique dans le plan  $(xOz)$ . Pour simplifier, on supposera que ces deux objets émettent une unique radiation de longueur d'onde  $\lambda = 2,00 \mu\text{m}$  et la même puissance lumineuse.

30. Ces deux sources sont-elles cohérentes? Justifier la réponse.
31. En déduire l'intensité lumineuse totale  $I_{A \cup B}(x)$  en un point d'abscisse  $x$ .
32. Pour quelle(s) distance(s)  $a$  entre les deux télescopes y a-t-il brouillage (ou disparition) des interférences? On exprimera le résultat en fonction de  $i_B$ .
33. Proposer alors une méthode de détermination expérimentale de l'angle entre deux étoiles composant une étoile double.
34. Quelle est la valeur numérique (en secondes d'arc) de la limite de résolution angulaire  $i_m$  du VLTI?

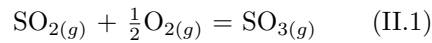
### Préparation d'un substrat préalablement à un essai de pelage

On étudie ici la situation d'un scotch, aussi appelé ruban adhésif, que l'on colle et décolle de manière répétée d'un morceau de graphite. Par ce procédé on peut effectuer un pelage du graphite jusqu'à obtenir une seule feuille atomique de graphène.

Quel que soit le type de colle à déposer (y compris celle présente sur un ruban adhésif) et le type de surface ciblée, on ne peut obtenir une force d'adhérence élevée et stable dans le temps qu'après un traitement chimique préalable. Cela est particulièrement vrai pour les métaux pour lesquels le défaut de force d'adhérence provient généralement de la fine couche d'oxyde ou bien de lubrifiants, d'huile de coupe, de graisse d'étirage, etc. dus au procédé de fabrication, présente à la surface de la plupart des métaux. Un traitement particulièrement simple et encore très souvent utilisé consiste à attaquer le métal avec un acide. Ainsi, les atomes de surface sont oxydés et partent en solution entraînant avec eux les oxydes et autres impuretés.

## Étude d'une étape de la synthèse de l'acide sulfurique

L'acide sulfurique est très souvent utilisé dans l'étape de décapage (parfois en combinaison avec de l'acide nitrique, du sulfate ferrique...). Il est obtenu industriellement par hydratation du trioxyde de soufre  $\text{SO}_3$  obtenu par oxydation de  $\text{SO}_2$ , lui-même issu du traitement du soufre. On considère la réaction, à l'équilibre thermodynamique, d'équation :



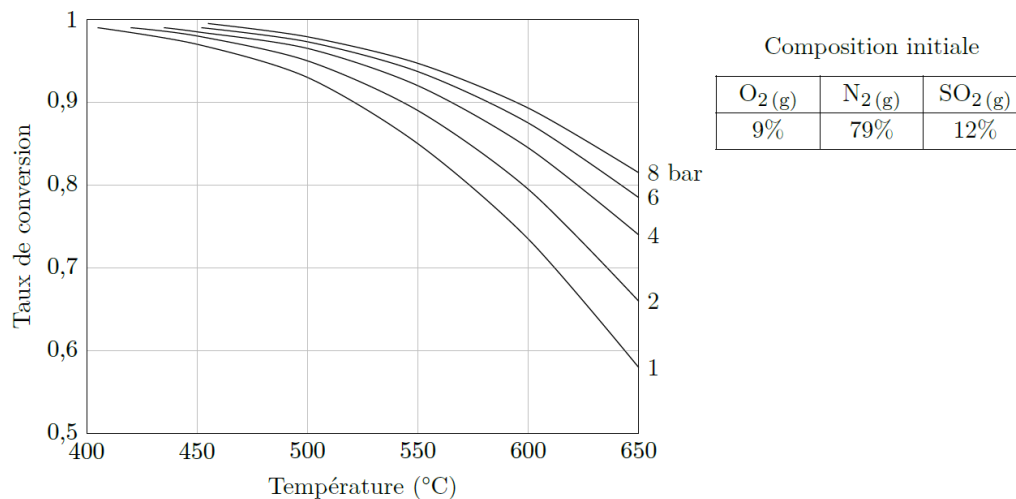
Le taux de conversion  $\alpha$  de cette réaction est défini par :

$$\alpha = \frac{n_{\text{SO}_3}}{n_{\text{SO}_3} + n_{\text{SO}_2}}$$

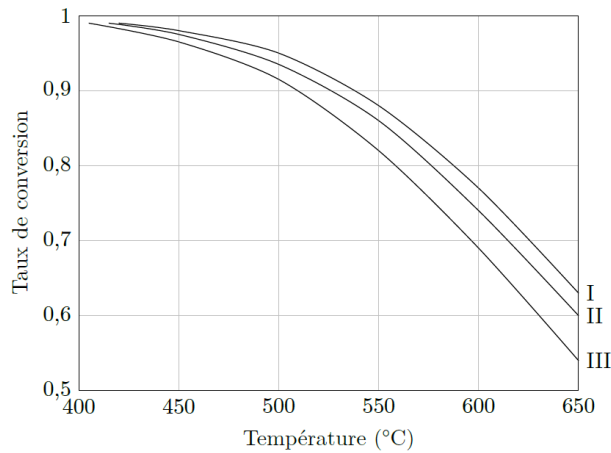
### Optimisation des conditions expérimentales

Les figures 4, 5 et 6 présentent l'évolution du taux de conversion en fonction de la température pour différentes conditions opératoires.

35. En analysant chacune de ces figures, proposer un ensemble de conditions opératoires permettant d'optimiser le taux de conversion de la réaction d'oxydation du dioxyde de soufre.

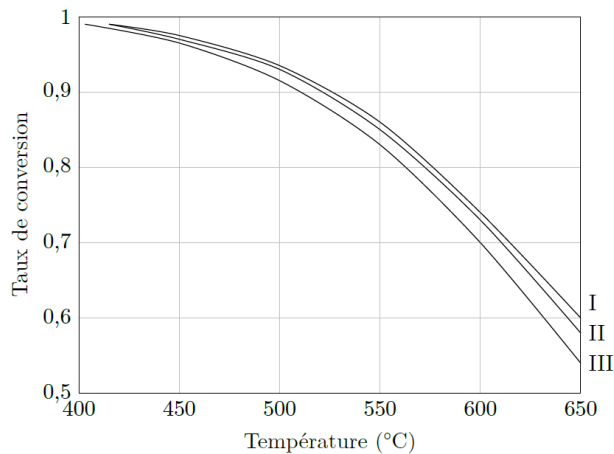


**Figure 4** Influence de la pression



Compositions initiales			
Courbe	O <sub>2</sub> (g)	N <sub>2</sub> (g)	SO <sub>2</sub> (g)
I	14%	79%	7%
II	12%	79%	9%
III	9%	79%	12%

**Figure 5** Proportion initiale de N<sub>2</sub> (g) et pression fixées



Compositions initiales			
Courbe	O <sub>2</sub> (g)	N <sub>2</sub> (g)	SO <sub>2</sub> (g)
I	12%	79%	9%
II	10,5%	80,5%	9%
III	8,5%	82,5%	9%

**Figure 6** Proportion initiale de SO<sub>2</sub> (g) et pression fixées

### Choix de la température – Approche théorique

Dans la suite de cette partie, on se place dans l'approximation d'Ellingham, c'est-à-dire que les variations de l'enthalpie standard de réaction et de l'entropie standard de réaction avec la température sont supposées négligeables.

36. Montrer que la constante d'équilibre  $K$  de la réaction (II.1) vérifie la loi  $\ln K = k_1 + \frac{k_2}{T}$  où  $T$  est la température du milieu exprimée en kelvin.
37. Préciser les valeurs numériques de  $k_1$  et  $k_2$ .
38. Confronter l'expression de  $\ln K$  au choix des paramètres d'optimisation du processus discuté précédemment.

### Choix de la composition du système – Approche théorique

39. Exprimer le taux de conversion  $\alpha$  en fonction de la pression partielle en dioxygène du milieu  $P_{O_2}$ , de la constante d'équilibre de la réaction  $K$  et de la pression standard  $P^\circ$ .

40. Confronter l'expression obtenue au choix des paramètres d'optimisation du processus discuté précédemment.

Pour déterminer s'il est préférable de travailler en présence de dioxygène pur ou d'air, on considère un système à l'équilibre auquel on ajoute une quantité  $dn_{N_2}$  de diazote, tous les autres paramètres étant inchangés. Le système se retrouve alors dans un état hors équilibre caractérisé par un quotient de réaction  $Q$ .

41. Exprimer  $Q$  en fonction de la pression totale  $P$ , de  $P^\circ$ , des quantités de matière à l'équilibre et de  $dn_{N_2}$ .
42. En déduire le sens d'évolution du système hors équilibre suite à l'ajout de diazote à  $T$  et  $P$  fixés. Confronter ce résultat au choix des paramètres d'optimisation du processus discuté précédemment.
43. Dans la pratique, le dioxygène pur n'est jamais utilisé. Proposer une explication.

## Données numériques

### Divers

- Constante des gaz parfaits :  $R = 8,314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- Constante d'Avogadro :  $N_A = 6,02.10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- L'air est considéré comme un mélange gazeux dont les fractions molaires sont 20% de  $O_2$  et 80% de  $N_2$
- Masse volumique de l'eau liquide  $\rho = 1,0.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$

### Extrait du tableau périodique

Numéro atomique	1	6	8	16	17
Symbole	H	C	O	S	Cl
Masse molaire atomique ( $\text{g.mol}^{-1}$ )	1	12	16	32	35

### Grandeurs thermodynamiques à 298 K

	$S_{(\alpha)}$	$O_{2(g)}$	$N_{2(g)}$	$SO_{2(g)}$	$SO_{3(g)}$
$\Delta_f H^\circ \text{ (kJ.mol}^{-1}\text{)}$	0	0	0	-297	-396
$S_m^\circ \text{ (J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}\text{)}$	31,8	205	192	248	257