

Compléments : TD 1.1. Signaux périodiques

1 Exercice : Valeur efficace

En électricité, c'est une tension continue U_{eff} qui a la même puissance que le signal $u(t)$, T -périodique. On la note RMS pour Root Mean Square.

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u(t)^2 dt}$$

En représentation fréquentielle, chaque harmoniques contribuent indépendamment à la valeur efficace par :

$$U_{eff} = \sqrt{c_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{+\infty} c_n^2}$$

Pour le secteur électrique nous avons $U_{eff} = 230$ V et $f = 50$ Hz, que vaut l'amplitude du signal aux bornes de la prise secteur ?

2 Exercice : Taux de distorsion harmonique

C'est un nombre qui quantifie l'écart d'un signal à une sinusoïde avec :

$$TDH = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{+\infty} c_n^2}}{c_1}$$

C'est donc le rapport entre la valeur efficace des harmoniques de rang élevée sur la valeur efficace de l'harmonique fondamentale.

Évaluer le taux de distorsion harmonique pour un cosinus, un triangle, et un créneau.

3 Exercice : Signaux non-périodiques

On peut modéliser un signal non-périodique comme $T \rightarrow +\infty$, il ne se répète jamais.

Donc la fréquence fondamentale, et l'écart entre harmoniques $f = \frac{1}{T} \rightarrow 0$, on tend vers un spectre continu.

Cela implique aussi que l'on passe d'une somme discrète $\underline{s}(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} \underline{c}_n e^{2\pi j n f t}$ (série de Fourier) à une intégrale $\underline{s}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{c}(f) e^{2\pi j f t} df$ (transformée de Fourier).

Visualiser et analyser cet effet sur l'onglet "Discrete to Continuous" de l'application fourier_en.

4 Exercice : Spectres

Tracer les représentations temporelles et les spectres des signaux suivants :

— un cosinus

$$s(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

— un cosinus bruité

$$s(t) = A \cos(\omega t + \phi) + \frac{A}{10} \cos(8\omega t + \phi)$$

— un battement

$$s(t) = A \cos(\omega t + \phi) * \cos(8.5\omega t + \phi)$$

— un peigne de Dirac

$$s(t) = \sum_{n=0}^{n=n_{max}} \frac{A}{n_{max}} \cos(n\omega t)$$

— un créneau

$$s(t) = A, -\frac{T}{4} \leq t - nT < \frac{T}{4}$$

$$s(t) = -A, \frac{T}{4} \leq t - nT < \frac{3T}{4}$$

— un triangle

$$s(t) = \frac{2A}{T}(t - nT + \frac{T}{2}), -\frac{T}{2} \leq t - nT < 0$$

$$s(t) = -\frac{2A}{T}(t - nT - \frac{T}{2}), 0 \leq t - nT < \frac{T}{2}$$

5 Exercice : Filtrage d'un électrocardiogramme

Commenter le graphique suivant :

