TD 2.1. Référentiels non galiléens

1 Le vaisseau spatial

Dans le film "2001 l'odyssée de l'espace" de Stanley Kubrick, un vaisseau spatial constitué d'un tore tourne autour de son axe avec une vitesse angulaire constante dans un référentiel galiléen. Alors qu'ils sont loin de toute planète, les astronautes vivent dans le tore comme sur Terre, ils sont soumis à une gravité artificielle. On voit même dans une des scènes du film l'un d'entre eux nommé Poole faire un jogging.

1. Evaluer le rayon du vaisseau et sa vitesse de rotation pour que les astronautes subissent une accélération équivalente à l'accélération de la pesanteur.
2. Expliquer alors pourquoi il peut être très fatiguant de courir dans la station spatiale. Le sens choisi pour faire le footing est-il important ?

2 Mesure de la vitesse de chute de la neige

Le passager d'une voiture observe que la neige tombe en formant un angle de 80° par rapport à la verticale lorsque celui-ci roule à 110 km.h^{-1}. Lorsque la voiture s'arrête au feu, le passager regarde la neige tomber et constate que celle-ci tombe verticalement.

1. Calculer la vitesse de la neige par rapport au sol puis par rapport à la voiture lorsqu'il roule.

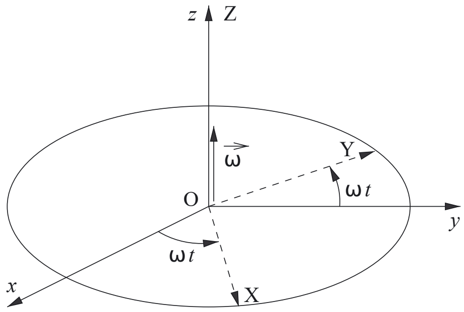
3 Rameur et marcheur

Un rameur part d'un point A d'un fleuve, va jusqu'à un point B et revient en A sachant que le fleuve coule de A vers B à la vitesse $\vec{v}$ constante. Il rame de manière à avoir une vitesse constante $\vec{u}$ par rapport au fleuve parallèlement au courant. Un de ses amis marche à la vitesse $\vec{u}$ au bord du rivage et effectue le même parcours.

1. Arrivent-ils ensemble en B ? Justifier.
2. Sont-ils de retour en A au même instant ? Justifier.

4 Composition des vitesses, des accélérations

Un manège est en rotation uniforme à la vitesse angulaire $\vec{\omega} = \omega \vec{u}_z$. À la date $t = 0$, $\theta = 0$ et l'axe (O, X) dessiné sur le plateau coïncide avec l'axe (O, x) du sol, l'axe (O, Y) dessiné sur le plateau coïncide avec l'axe (O, y) du sol, et les axes verticaux (O, Z) et (O, z) sont confondus.



Un promeneur, initialement en O, marche sur le plateau du manège à la vitesse relative constante $\vec{v}_r = v_0 \vec{u}_X$ dans le référentiel du manège. On exprimera tous les vecteurs dans la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

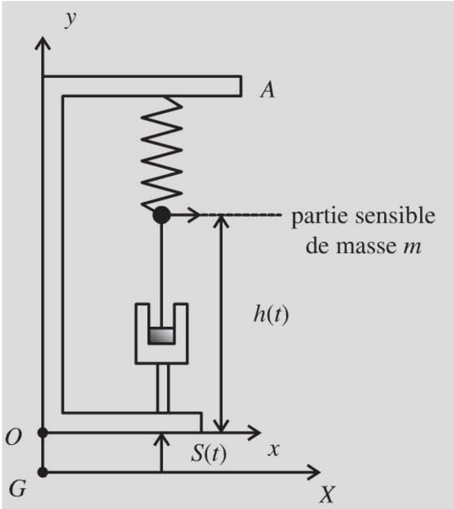
1. Déterminer les coordonnées de ses vecteurs vitesse relative et d'entraînement à la date t. En déduire celles du vecteur vitesse absolue.
2. Déterminer les coordonnées de ses vecteurs accélération relative, d'entraînement et de Coriolis à la date t.
3. Établir les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement du promeneur.
4. Vérifier les lois cinématiques de composition des vitesses et des accélérations en retrouvant les coordonnées de $\vec{v}_a$ et $\vec{a}_a$ à partir du vecteur position du marcheur.

5 Sismographe

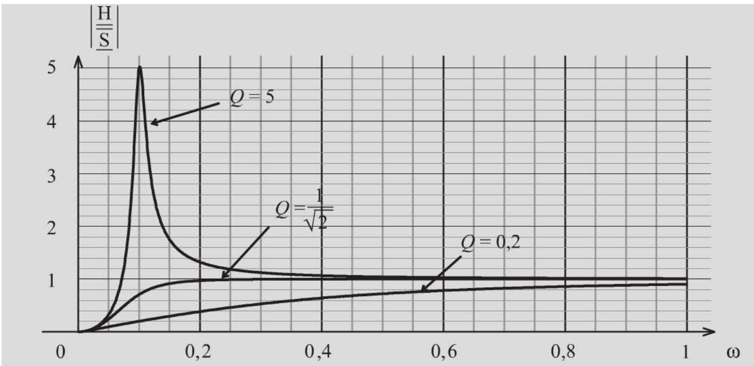
La partie sensible du sismographe est une masse munie d'un index et d'une tige. Cet ensemble de masse m assujetti à se déplacer verticalement est suspendu à un ressort. Le ressort est fixé en A sur un bâti. La partie sensible (masse + index + tige) est par ailleurs reliée à un amortisseur qui exerce une force de frottement fluide $-\lambda\vec{V}$ où $\vec{V}$ est le vecteur vitesse de la masse dans le référentiel lié au bâti.

Le référentiel terrestre d'origine G est galiléen.

Un tremblement de terre est modélisé par une vibration verticale harmonique de translation : $S(t) = S_0 \cos(\omega t)$ où $S(t)$ repère le déplacement vertical du sol par rapport au référentiel galiléen du lieu. On définit $H(t) = h(t) - h_{eq}$ la grandeur qui repère le déplacement de la masse m par rapport au repos dans le référentiel lié au bâti.



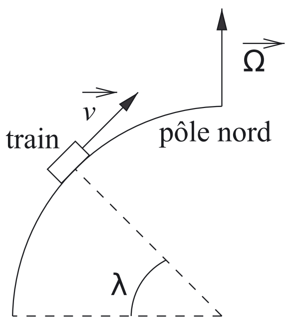
1. Établir l'équation différentielle en $H(t)$ du mouvement de la masse. Quel est le sens physique de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q ?
2. On représente graphiquement $\left|\frac{\underline{H}}{\underline{S}}\right|$ en fonction de ω (rad.s^{-1}).

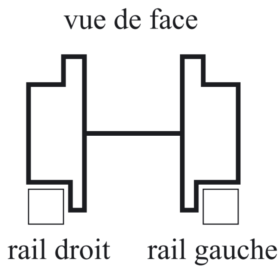


L'étude du spectre de Fourier des vibrations sismiques montre que leurs périodes se répartissent sur une gamme qui va de 0,1 s à 100 s. En fait, l'essentiel de l'énergie transportée par des ondes longitudinales, assez loin de l'épicentre, est dans le domaine de période allant de 1s à 10 s. On souhaite une réponse uniforme de l'appareil dans la gamme de fréquence correspondante. Comment doit-on choisir ω_0 et Q ? Quel est l'inconvénient majeur ? Comment doit-on choisir la masse ?

6 Différence d'appui sur les rails

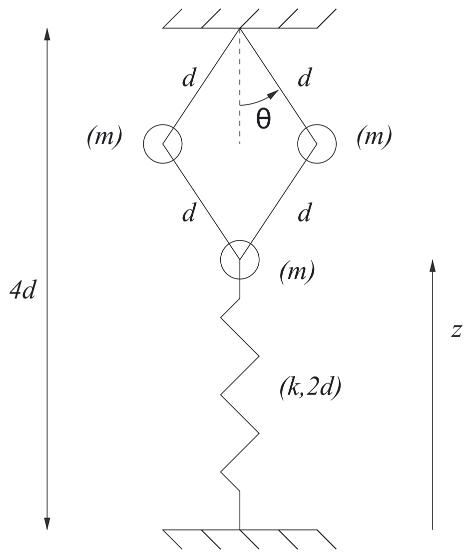
Un train de 500 tonnes se déplace du sud vers le nord à vitesse constante de l'ordre de 50 m.s^{-1} en France au voisinage du 45ième parallèle. Estimer la valeur de la force traduisant la différence d'appui entre le rail gauche et le rail droit. Voici l'allure de la situation sur le globe terrestre et une vue de face avec le détail des roues sur les rails.





7 Régulateur à boules

Dans le dispositif suivant, les diverses tiges ont une longueur d et une masse négligeable. Les trois billes ont une masse m. Le ressort a une constante de raideur k et une longueur à vide $2d$. Le système tourne à vitesse angulaire constante Ω.



On admet l'expression de l'énergie potentielle d'inertie d'entraînement :

$$E_{p_{ie}} = -\frac{1}{2}m\Omega^2 \mathrm{HM}^2$$

où H est le projeté orthogonal de M sur l'axe. Déterminer la ou les valeurs de θ à l'équilibre.