DM 5 : Transferts thermiques
Éléments de correction

N°	Elts de rép.	Pts	Note
1	recherches de tous les exercices	1	
2.	propreté de la copie	0.5	
3.	rendu pour le jour demandé	0.5	
Bonus	exercice supplémentaire	0.5	

N°	Elts de rép.
00-00	**titre**
0	
01-02	**Simple et double vitrage**
1	Régime stationnaire + pas de sources thermiques dans la vitre, donc il existe R_{th} résistance thermique telle que $R_{th} = \frac{T_1 - T_2}{\Phi_{1\rightarrow 2}}$. On est dans le cas 1D cartésien donc $R_{th} = \frac{e}{\lambda S} = 7,3.10^{-3}$ K.W^{-1}. Pour un simple vitrage $\Phi = \frac{T_i - T_e}{R_{th}} = 2,1$ kW
2	Résistances en série, justifiées par régime stationnaire + pas de termes sources. $R_{th} = 2\frac{e}{\lambda S} + \frac{e_{air}}{\lambda_{air} S} = 1,13$ K.W^{-1}. Le flux thermique est $\Phi = \frac{T_i - T_e}{R_{th}} = 13$ W. Pour calculer les différentes températures on peut utiliser le pont diviseur de tension.
03-03	**Cuisson d'un œuf**
3	durée de cuisson, c'est la durée qu'il faut pour que le centre de l'oeuf atteigne la température de cuisson. Le coefficient de diffusion thermique D, donne $\tau = \frac{L^2}{D}$ or $L \propto M^{1/3}$ donc $\tau \propto M^{2/3}$ donc $\tau_{autruche} = \tau_{poule}\left(\frac{M_{autruche}}{M_{poule}}\right)^{2/3} = 26$ min
04-04	**Fonte d'un glaçon**
4	durée de fonte, c'est la durée qu'il faut pour que le glaçon reçoivent un transfert thermique égal à sa chaleur latente de fusion, donc $ML_{fus} = \Phi\tau$. Or la température de fusion du glaçon et la température de l'eau sont constante + processus convectif (solide/fluide) donc $\Phi = h(T_{fus} - T_{eau})S$ donc $M \propto L^3$ et $\Phi \propto L^2$ donc $\tau \propto L$ donc la durée est doublée alors que la masse est multipliée par huit. Modèle plus fin possible avec équation différentielle possible.

05-07	**Ailette de refroidissement**
5	situation d'une équadiff de la chaleur en régime stationnaire avec flux extérieur due à la convection $\phi_{ext} = h(T(x)-T_e)\frac{dS}{dV} = h(T(x)-T_e)\frac{2\pi a dx}{\pi a^2 dx} = \frac{2h}{a}(T(x)-T_e)$ donc $\triangle T - \frac{2h}{\lambda a}T = -\frac{2h}{a}T_e$ donc en 1D ça donne $\delta^2\frac{d^2T}{dx^2} - T = -T_e$. La solution est de la forme $T(x) = T_e + A\exp(\frac{x}{\delta}) + B\exp(-\frac{x}{\delta})$. Les conditions aux limites donnent, pour $x \to +\infty$ la température est définie donc il faut annuler le terme divergent $A = 0$, donc $T = T_e + B\exp(-\frac{x}{\delta})$ de plus en $x = 0$, on a contact entre deux solides donc $T(x = 0) = T_0$ donc $B = T_0 - T_e$ donc $T(x) = T_e(1 - \exp(-\frac{x}{\delta})) + T_0\exp(-\frac{x}{\delta})$
6	On a toujours la même équation différentielle donc $T(x) = T_e + A\exp(\frac{x}{\delta}) + B\exp(-\frac{x}{\delta})$, mais les conditions aux limites ont changé. En $x = 0$ on a toujours $T(0) = T_0$ donc $A + B = T_0 - T_e$, et en $x = L$ on a une interface air/solide donc $j_Q(L)\pi a^2 = h(T(L) - T_e)\pi a^2$ donc $\frac{dT}{dx}\Big\vert_{x=L} = -\frac{h}{\lambda}(T(L) - T_e)$ donc ... calcul ... $(1 + \frac{\delta h}{\lambda}\exp(\frac{L}{\delta}))A + (-1 + \frac{\delta h}{\lambda}\exp(\frac{L}{\delta}))B = 0$ ... on trouve numériquement $A = 5,9$ K et $B = 24$ K, donc $T(L) = 3,2.10^2$ K
7	La tige permet d'augmenter la surface d'interface solide/air et donc d'augmenter le flux thermique sortant qui permet de refroidir le système. Il ne sert à rien d'avoir $\delta \ll L$ car au bout de quelques δ, $T(x) \simeq T_e$ donc $j_Q = h(T(x) - T_e)$ est négligeable. Le flux sortant n'augmente plus, il vaut mieux jouer sur le nombre d'ailettes et les dimensions a.
08-09	**Effet de cave**
8	Il n'y a pas de sources thermiques dans le sol, on n'est pas en régime stationnaire (conditions aux limites dépendantes du temps), et on est dans le cas a une dimension cartésienne donc l'équation de la chaleur a considérer est $\frac{\partial T}{\partial t} = D\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$. On injecte la solution proposée (solution d'équation aux dérivées partielles à variables séparées) $\frac{\partial \underline{T}}{\partial t} = D\frac{\partial^2 \underline{T}}{\partial x^2}$ donc $j\omega f(x)\exp(j\omega t) = D\frac{\partial^2 \underline{f}}{\partial x^2}\exp(j\omega t)$ donc en remarquant que $\frac{2}{\delta^2} = \frac{\omega}{D}$, on a $\frac{d^2 \underline{f}}{dx^2} - \frac{2j}{\delta^2}\underline{f} = 0$ donc avec $(2j)^{1/2} = 1 + j$ on a $f(x) = \underline{A}\exp(-(1+j)\frac{x}{\delta}) + \underline{B}\exp((1+j)\frac{x}{\delta})$, donc $T = T_0 + (\underline{A}\exp(-(1+j)\frac{x}{\delta}) + \underline{B}\exp((1+j)\frac{x}{\delta}))\exp(j\omega t)$. Les conditions aux limites sont pour $x \to +\infty$ la température est définie donc il faut annuler le terme divergent $\underline{B} = 0$, et pour $x = 0$, $\underline{T}(0) = T_0 + \underline{A}\exp(j\omega t) = T_0 + a\exp(j\omega t)$ donc $\underline{A} = a$ donc $\underline{T}(0) = T_0 + a\exp(-(1+j)\frac{x}{\delta})\exp(j\omega t)$ donc $T(x,t) = T_0 + a\exp(-\frac{x}{\delta})\cos(j(\omega t - \frac{x}{\delta}))$. C'est une équation d'onde amortie.

9	température moyenne de 3°C donc $T_0 = 3$°C, variation de 15°C en surface donc $a = 15$°C, profondeur de 50 cm donc $x = 50$ cm, donc variations de température sont de $a\exp(-\frac{x}{\delta}) = 0,5$°C autour de $T_0 = 3$°C, car le cos varie de -1 à 1.