Wyznaczanie wieloboków Voronoi dla metryki maximum

Adam Kania

Jan Trynda

Algorytmy Geometryczne 2019/2020

Plan prezentacji

- Krótki opis wykorzystanego algorytmu
- Opis algorytmu w implementacji
- Opis ogólny programu
- Opis problemów napotkanych w trakcie implementacji
- Opis wykorzystanych struktur
- Opis funkcji głównych programu
- Krótki opis pozostałych funkcji programu
- Wizualizacja działania programu
- Przykłady działania
- Bibliografia źródeł

Krótki opis wykorzystanego algorytmu

- Wykorzystaliśmy Algorytm Fortuny
- Złożoność obliczeniowa algorytmu O(n * log n)
- Algorytm zamiatania
- Polega na stopniowym dodawaniu kolejnych punktów i punktów przecięć

Opis algorytmu w implementacji

- Zmiana metryki znacząco skomplikowała zagadnienia geometryczne
- Algorytm Fortuny działa od eventu do eventu – co z tym idzie nie wymaga przechowywania parabol, a jedynie umieszczania punktów w kolejce priorytetowej z odpowiednim kluczem
- Symetralne w metryce maximum składają się z dwóch półprostych i odcinka, lub w szczególnych przypadkach jednej prostej. Zmienia to znacząco wygląd wieloboków.
- Ze względu na specyfikę metryki maximum „wieloboki” Voronoi dość często są otwarte do nieskończoności
- W celach implementacyjnych musieliśmy dodać granice (ramkę) okalającą punkty i ograniczającą proste i półproste

Opis ogólny programu

- Program implementuje podział przestrzeni dwuwymiarowej na wieloboki Voronoi w Metryce Maximum z wykorzystaniem Algorytmu Fortuny
- Program składa się z kilku plików z których VoronoiCalculator.py jest plikiem wykonywalnym
- Program napisany jest w całości w języku Python w wersji 3.7
- Wizualizacja przygotowana została w oparciu o narzędzia do wizualizacji stworzone przez mgr inż. Krzysztofa Podsiadło na potrzeby laboratoriów z Algorytmów Geometrycznych
- Program zachowuje złożoność Algorytmu Fortuny to jest O(n * log n)

Opis problemów napotkanych w trakcie implementacji

- Dokładność zmiennoprzecinkowa wymusiła na nas dodawanie dokładności w wielu miejscach w programie
- Zarówno wyznaczanie symetralnych jak i wyznaczanie ich przecięć wymagało, bardziej niż się spodziewaliśmy, skomplikowanego modelu matematyczno/algorytmicznego

Opis wykorzystanych struktur

- Kolejka priorytetowa sortująca punkty wedle klucza wysokości Y a drugiej kolejności szerokości X w celu przechowywania eventów
- Drzewo czerwono-czarne w celu oznaczania eventów jako nieaktywnych, implementujące funkcje:
  - Znajdującą poprzednika
  - Znajdującą następcę
  - Dodawania
  - Znajdowania elementu
  - Usuwania elementu
- Listy elementów np. Linia to lista odcinków składających się z listy dwóch punktów składających się z listy dwóch współrzędnych
- Struktury z pliku DataType:
  - Event – przechowuje współrzędne eventu, klucz, komórki z nim powiązane, flagę czy nadal należy go rozpatrywać
  - Cell – przechowuje położenie, symetralne eventy i punkty związane z komórką

Opis funkcji głównych programu

- Funkcja __init__ w pliku VoronoiCalculator:
  - Tworzy obiekty typu Voronoi (klasa implementująca wszystkie metody potrzebne do działania algorytmu i sam algorytm)
  - Dodaje punkty początkowe jako eventy
  - Tworzy potrzebne struktury
- Funkcja process w pliku VoronoiCalculator:
  - Zawiera implementację główniej części algorytmu
  - Dla kolejnych eventów klasyfikuje je i wywołuje odpowiednią podfunkcję
  - Działa aż nie zostaną już żadne eventy pod miotłą do rozpatrzenia

Opis funkcji głównych programu

- Funkcja bisector z pliku MaxMetric:
  - Zwraca symetralną odległości między zadanymi punktami
  - Symetralna jest w postaci listy odcinków
  - W związku z charakterystyką Metryki Maximum symetralna (poza szczególnymi przypadkami) składa się z odcinka nachylonego pod kontem (+/-) pi/4, odcinka poziomego/pionowego oraz kolejnego odcinka nachylonego pod kontem (+/-) pi/4
  - Wykorzystuje podfunkcje dla większej czytelności kodu
- Funkcja cross z pliku MaxMetric:
  - Zwraca punkt przecięcia się dwóch linii (lista odcinków) lub False, gdy taki punkt nie istnieje
  - Ma za zadanie znajdować przecięcia symetralnych, które następnie są kolejnymi eventami (tyle że z odpowiednio mniejszym kluczem)
  - Wykorzystuje podfunkcję do znajdowania przecięcia linii i podfunkcję do sprawdzania czy przecięcie leży w zakresie odcinka

Krótki opis pozostałych funkcji programu

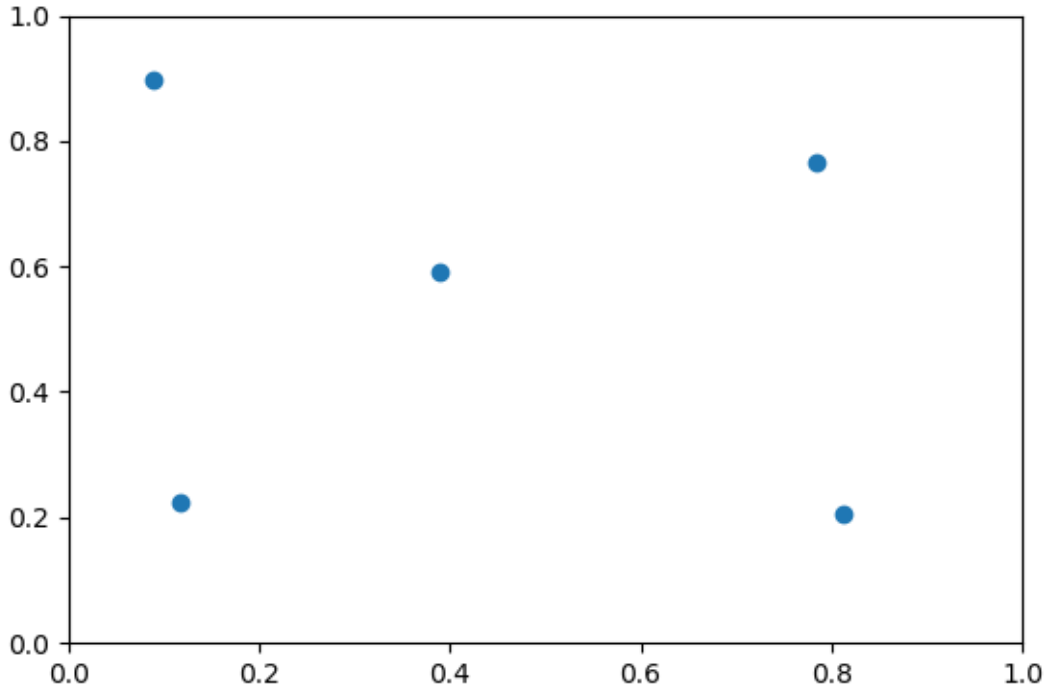
- Z pliku VoronoiCalculator
  - _intersection_to_event - Dodaje przewidywany punkt przecięcia do listy eventów
  - _process_cell -przetwarza eventy będące środkami komórek. Dodaje komórkę do struktury przechowywującej aktywne komórki i szuka symetralnych oraz ewentualnych punktów przecięcia.
  - _process_intersection - przetwarza eventy będące punktami przecięcia. Jeżeli jakaś komórka przestaje być aktywna usuwa ją ze struktury aktywnych komórek. Szuka ewentualnych punktów przecięcia.
  - _process_bend - przetwarza eventy będące zgięciami linii. Funkcja dodaje początkowy kawałek linii do diagramu Voronoi i szuka punktu przecięcia.
  - _invalidate_events - oznacza przestarzałe eventy jako nieważne, aby nie zostały przetworzone.
  - _extract_line_part(line, a, b) zwraca część linii znajdującą się między a i b
  - _make_scene() dodaje krok do wizualizacji

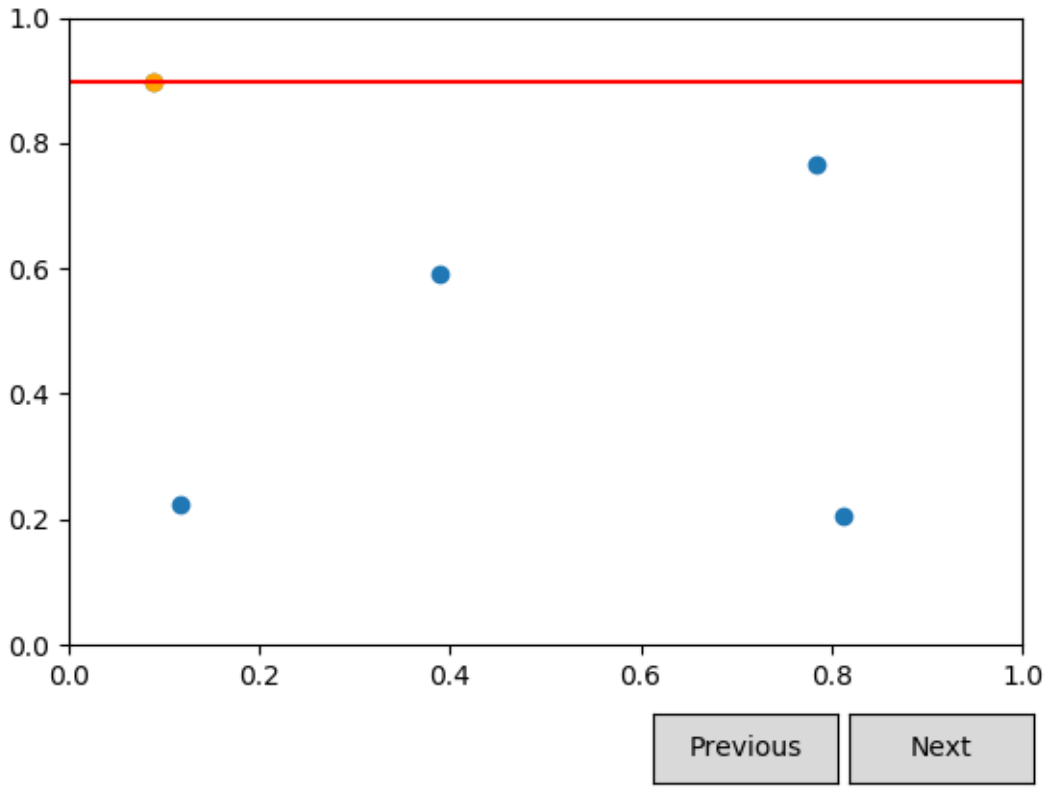
Krótki opis pozostałych funkcji programu

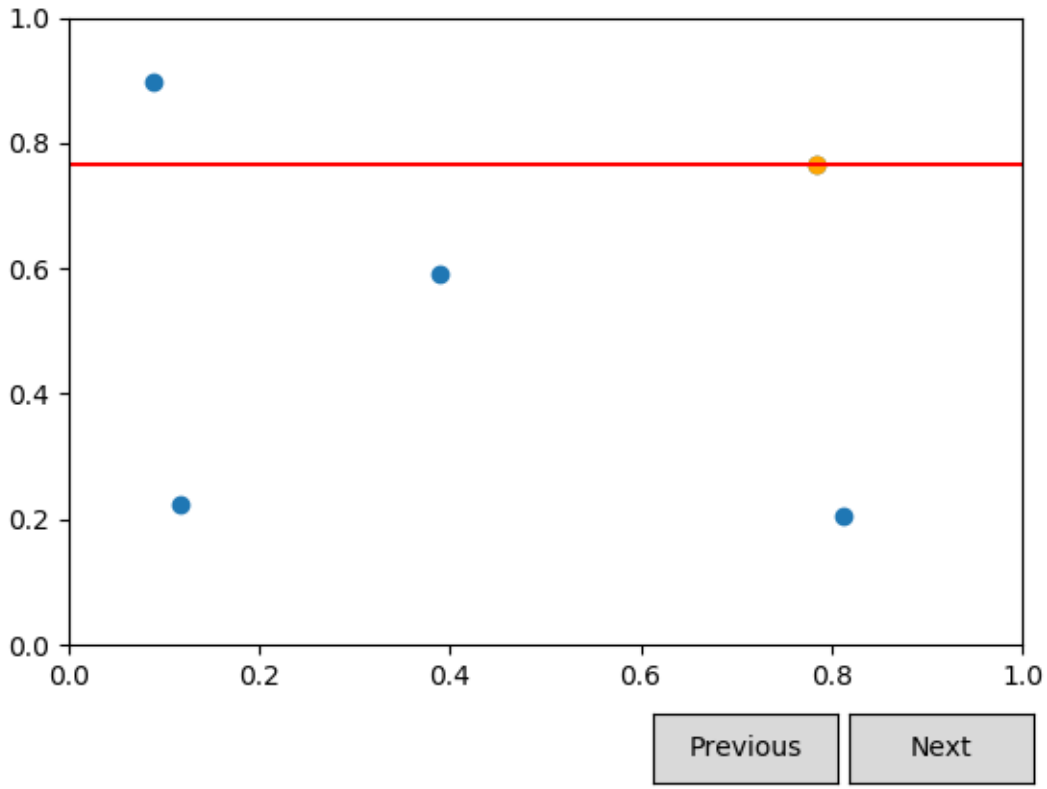
- Z pliku MaxMetric
  - findCross, line_intersection to funkcje pomocnicze do funkcji cross
  - rightEnd, leftEnd, eq, samepoint to funkcje pomocnicze do funkcji bisector
- Z pliku RBTree
  - insert, remove – dodają i usuwają konkretny węzeł do drzewa
  - find – znajdują konkretny węzeł w drzewie
  - successor i predecessor znajduja poprzedni i kolejny wezel w drzewie

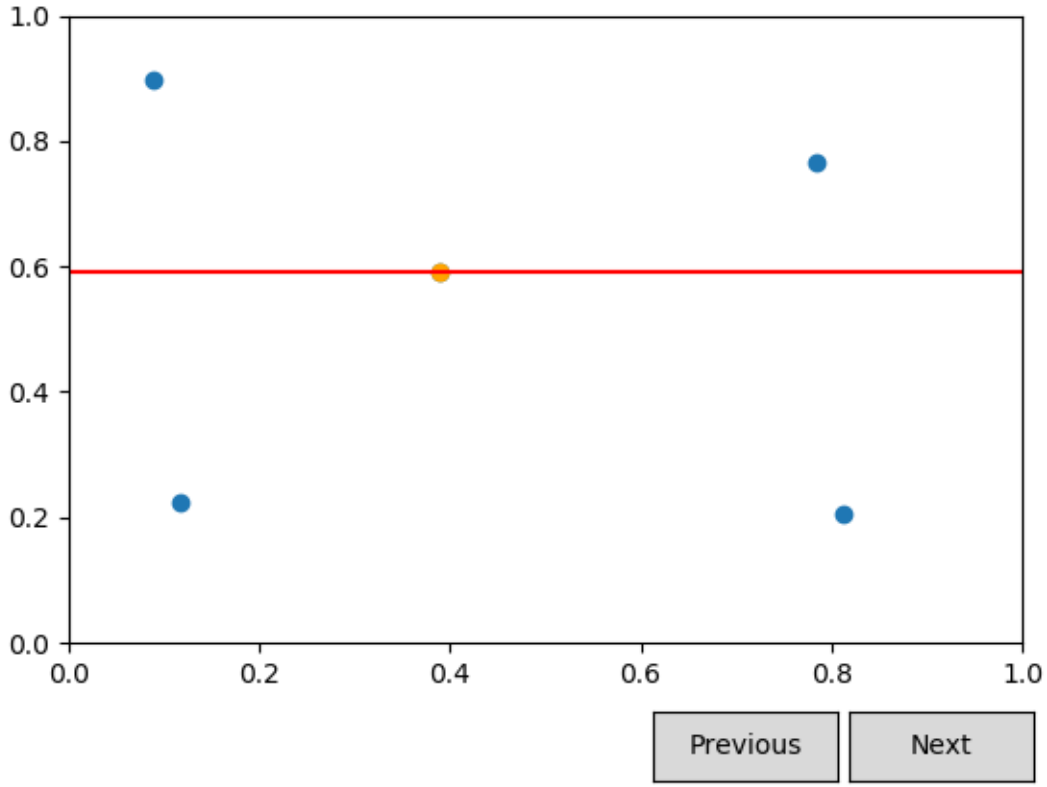
Wizualizacja Działania algorytmu

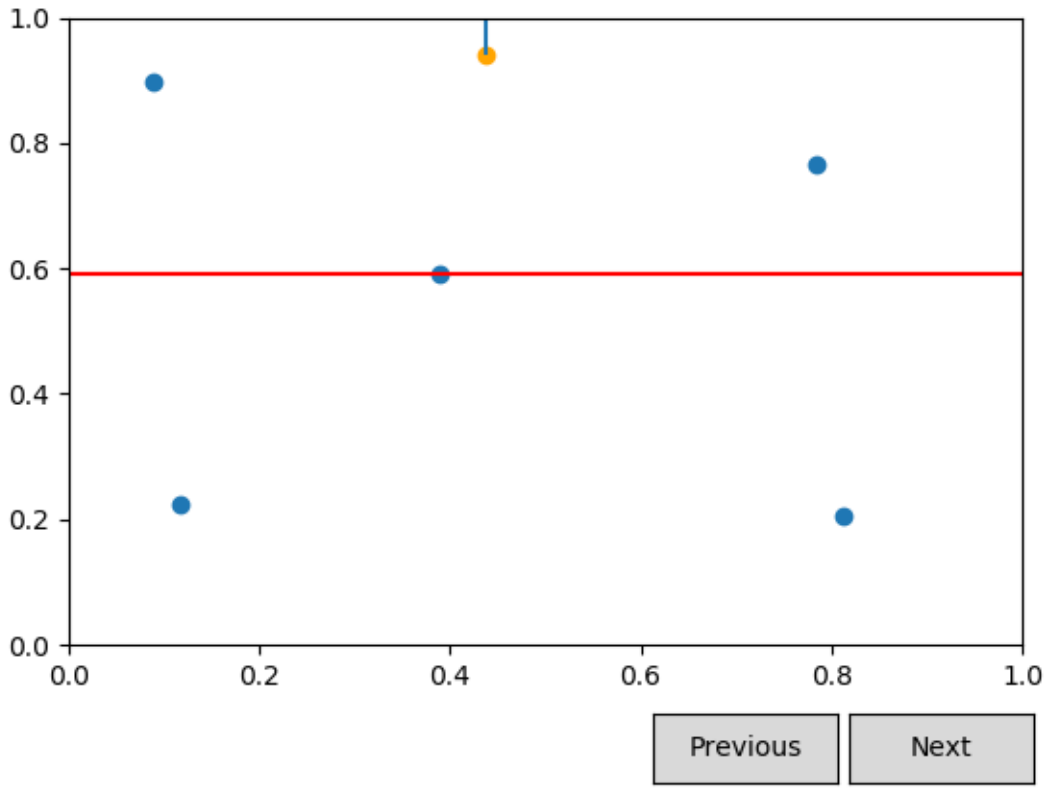
Przykład dla 5 punktów

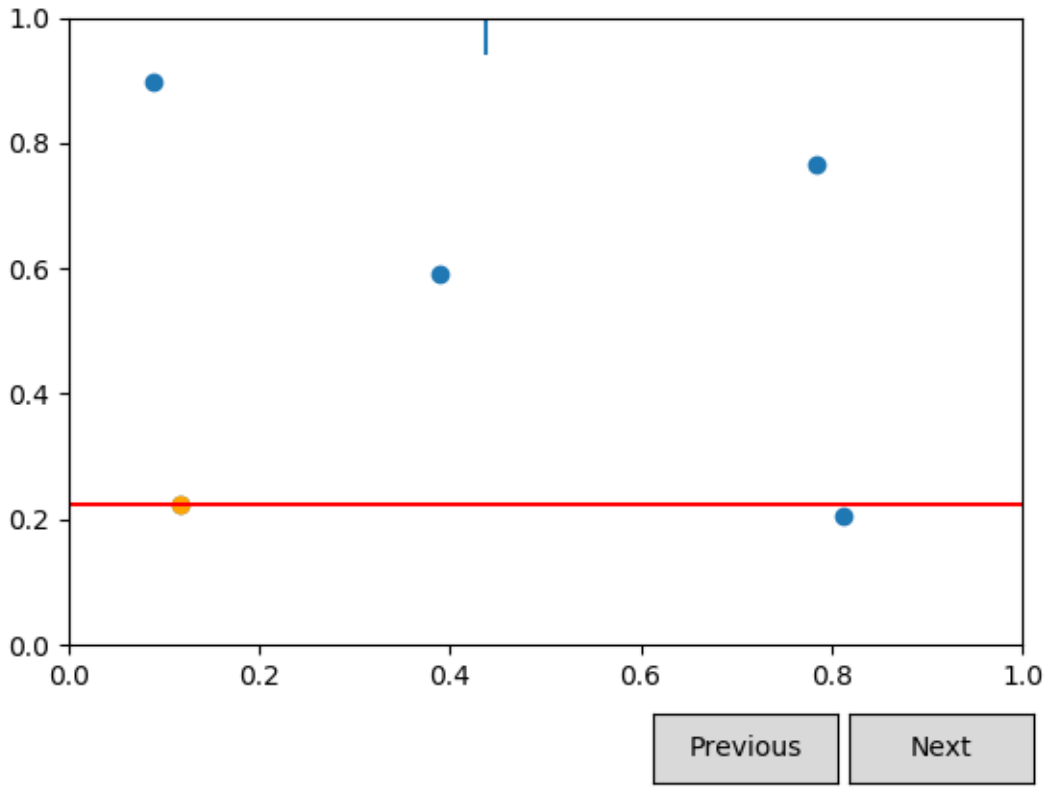

1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0

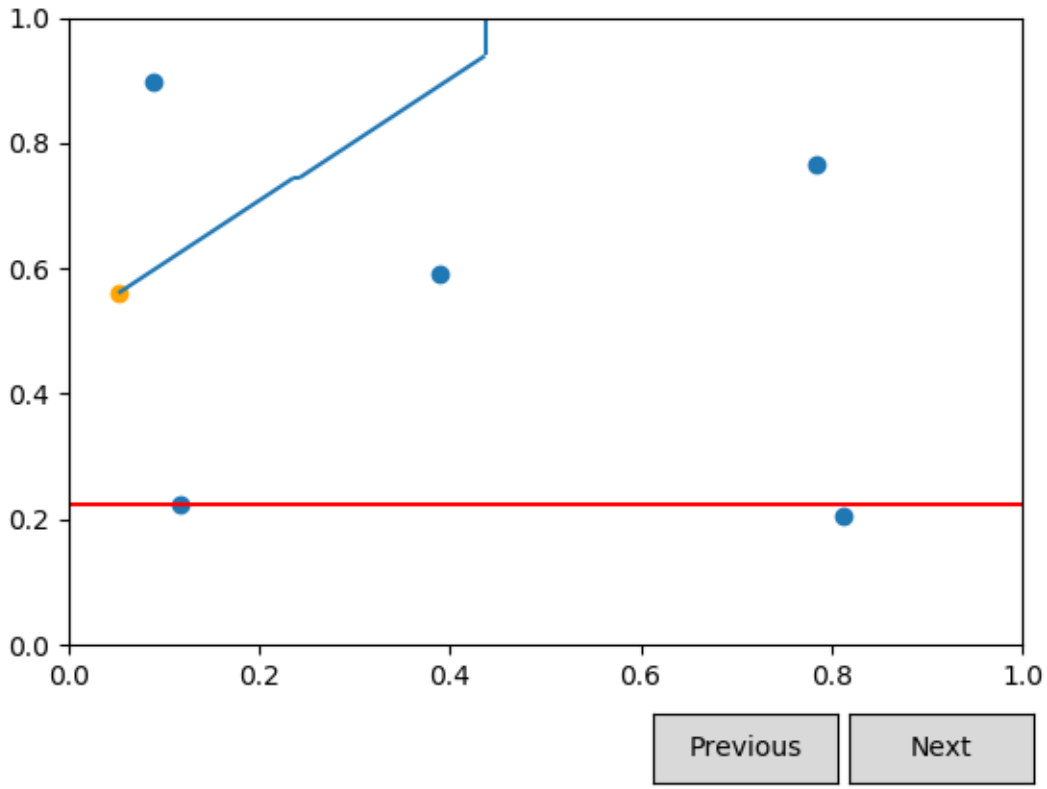

1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
Previous
Next

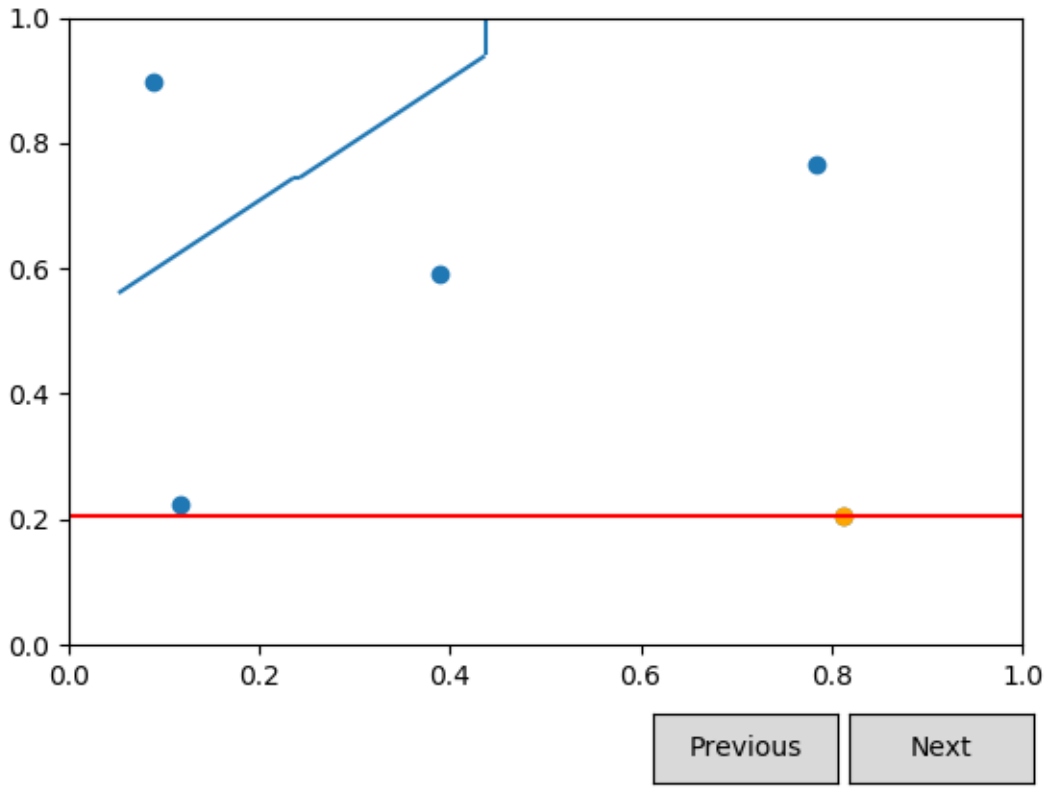

1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
Previous
Next

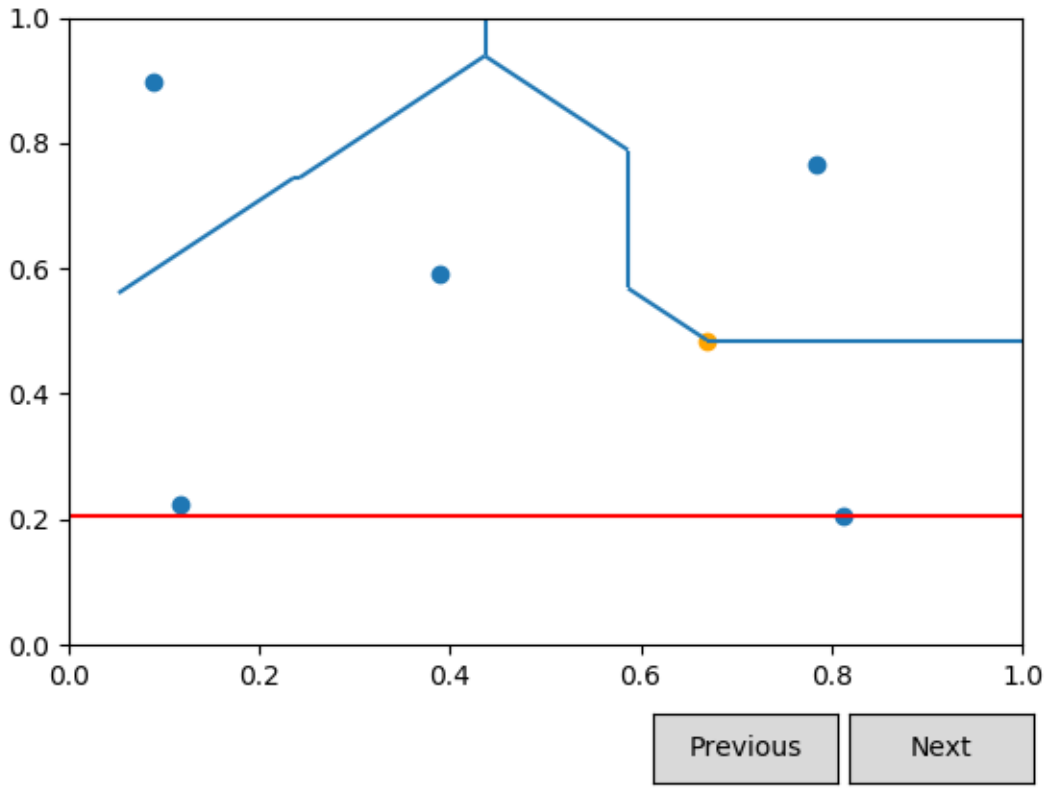

1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
Previous
Next

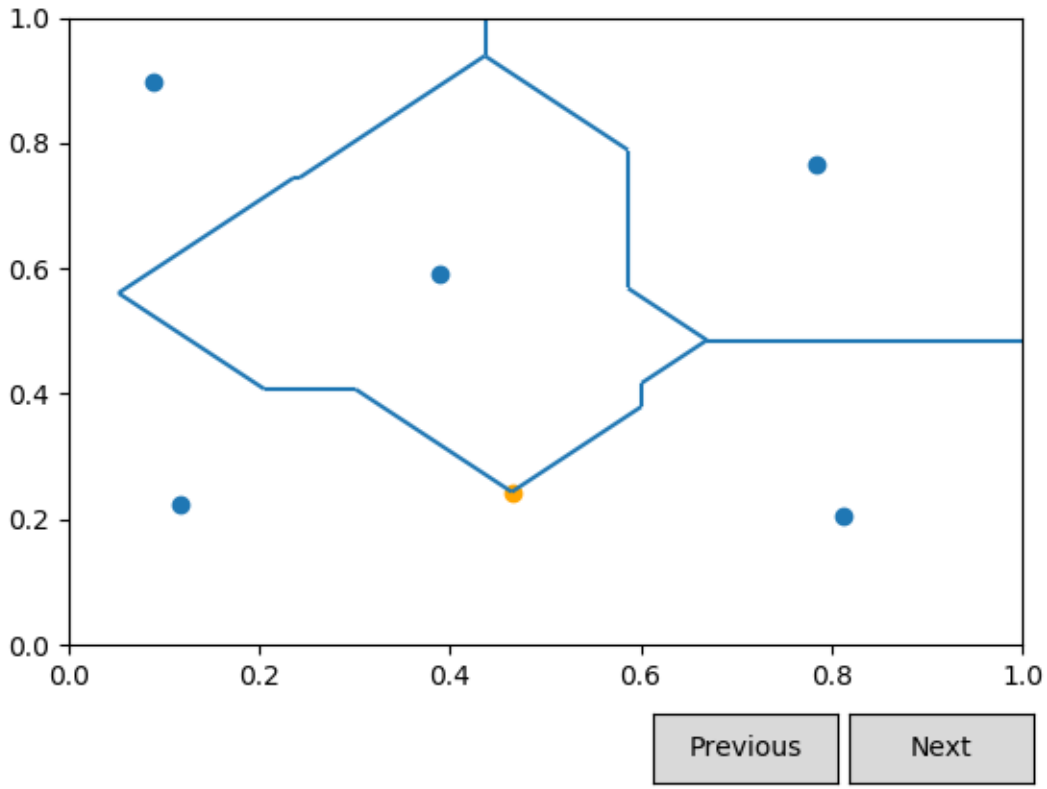

1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
Previous
Next

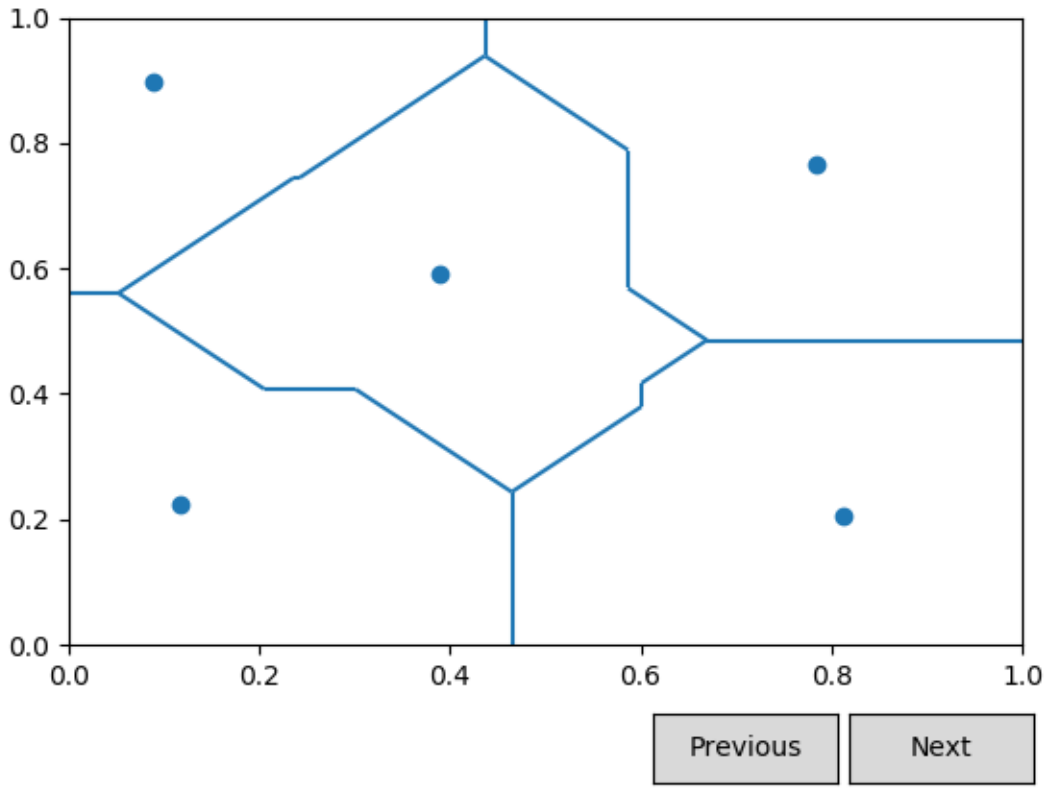

1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
Previous
Next


1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
Previous
Next

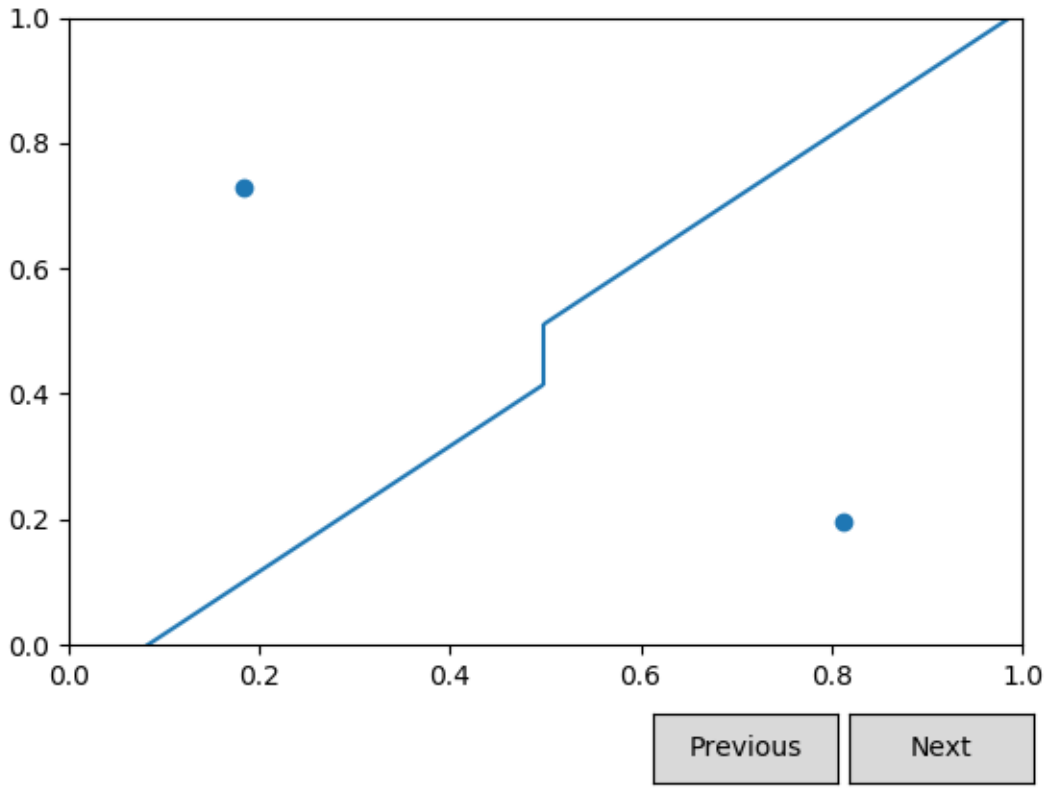

1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
Previous
Next

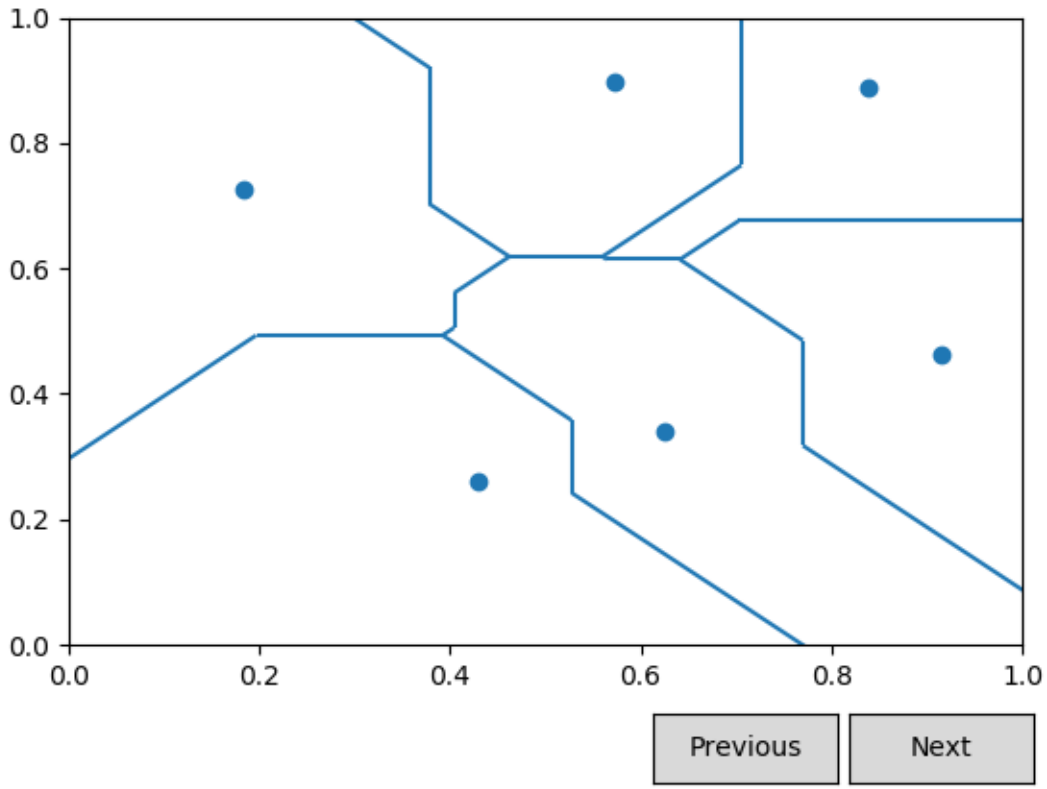

1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
Previous
Next

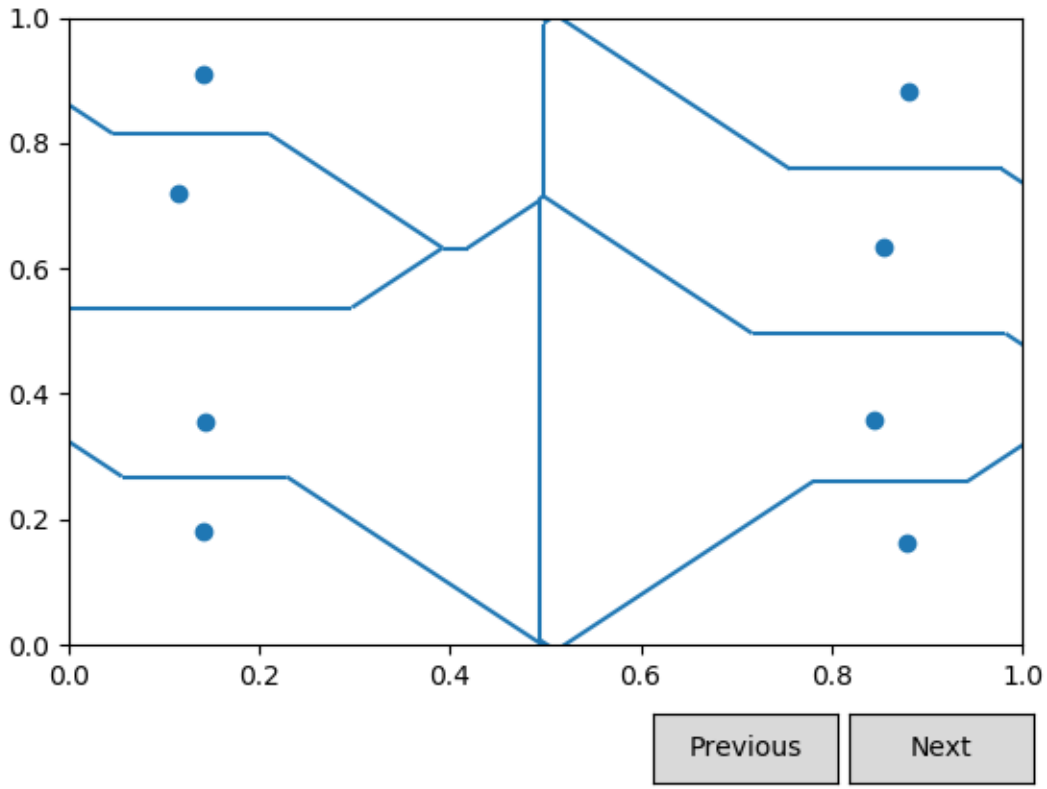

1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
Previous
Next

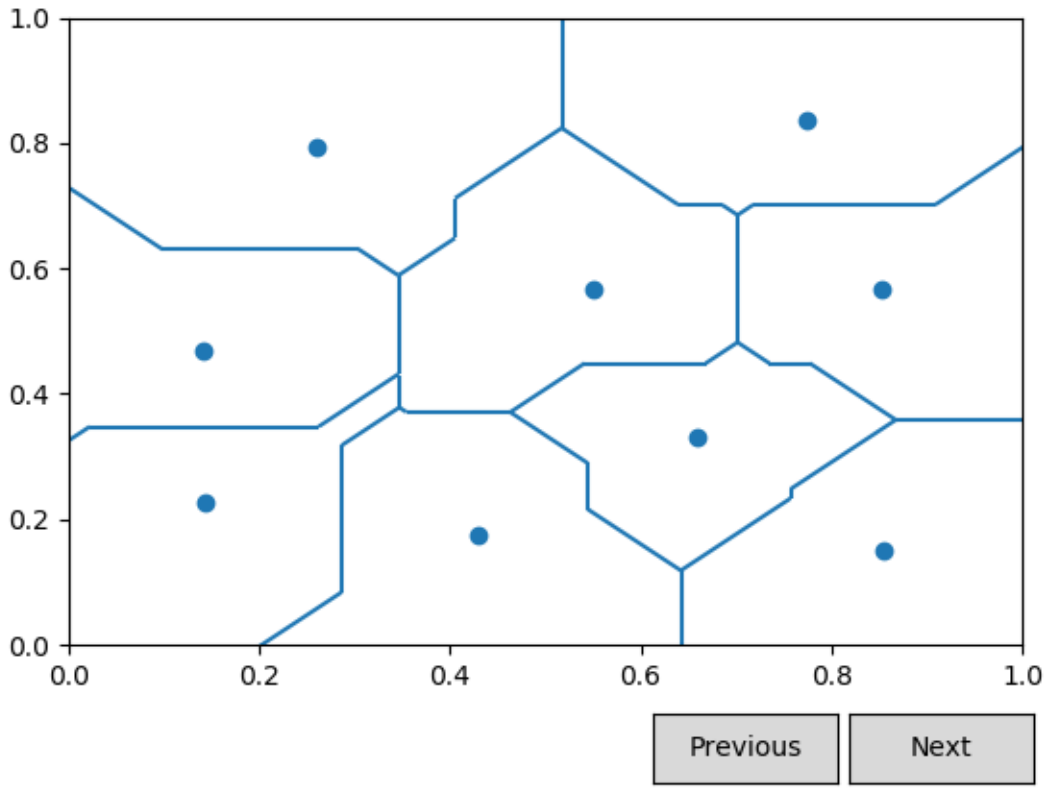

1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
Previous
Next

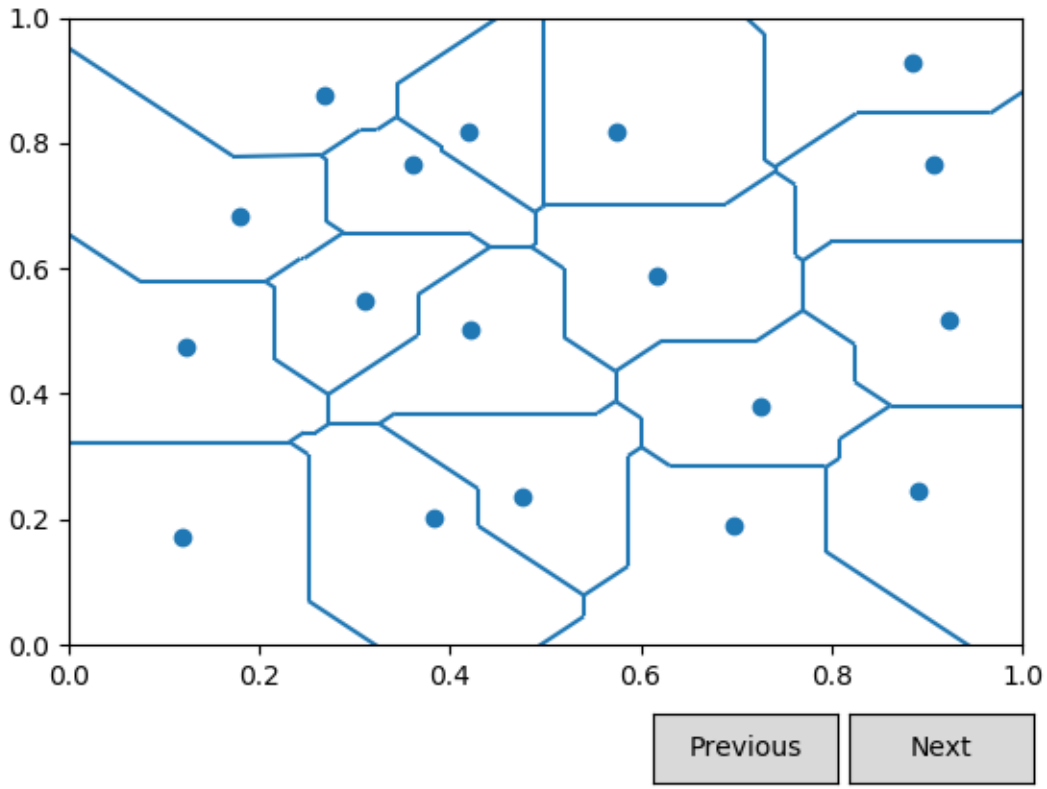
Przykłady działania

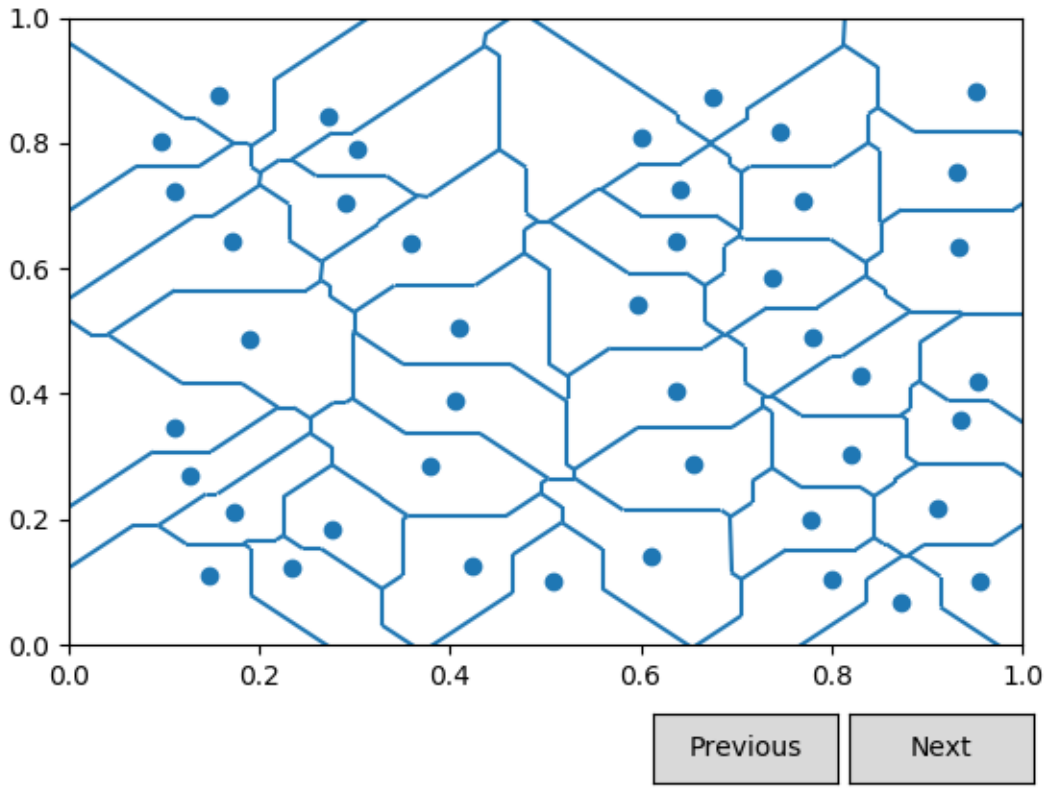

1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
Previous
Next

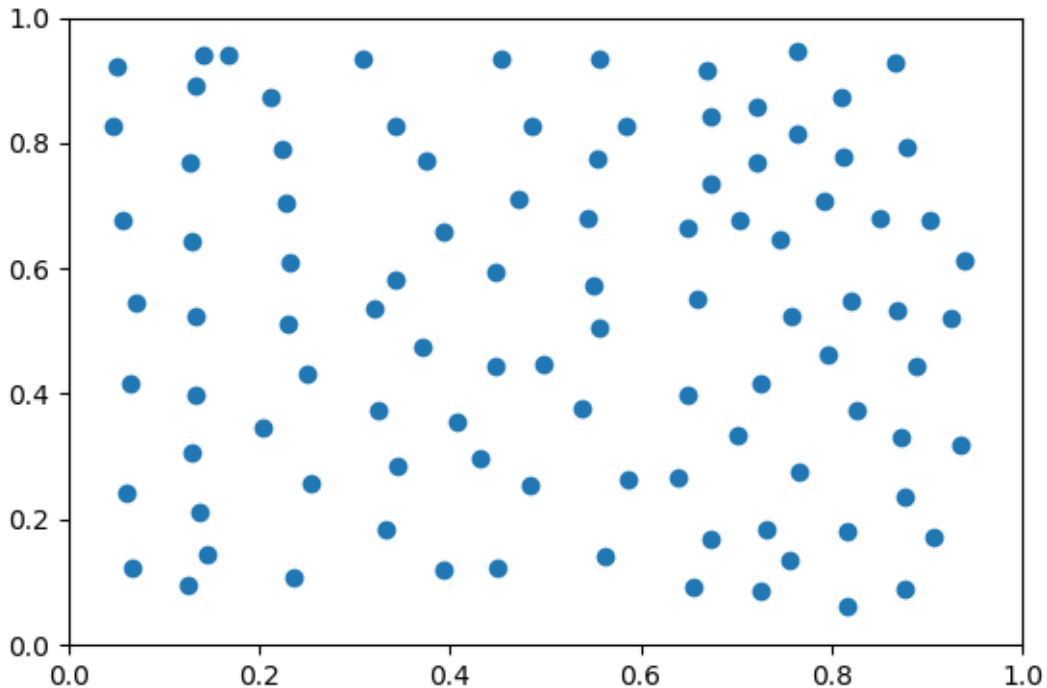

1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
Previous
Next

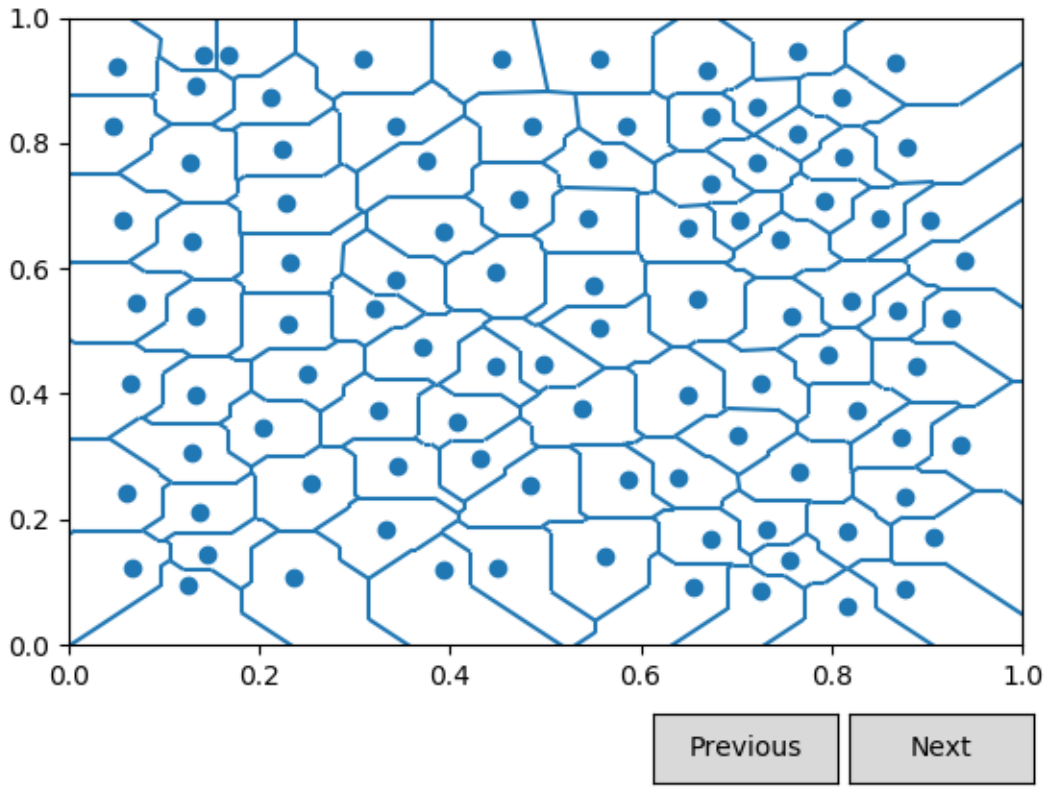

1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
Previous
Next


1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
Previous
Next


1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
Previous
Next


1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
Previous
Next


1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0


1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
Previous
Next

Bibliografia

- https://github.com/MSingh3012 oraz https://github.com/Zhylkaaa RBTree
- https://stackoverflow.com/users/1212596/paul-draper Lines_Intersection
- Model wizualizacji z zajęć

Koniec