

Table des matières

Introduction	3
1 Leçons de physique	4
1.1 LP01 Gravitation	5
1.2 LP02 Lois de conservation en dynamique	10
1.3 LP03 Notion de viscosité d'un fluide. Écoulement visqueux	14
1.4 LP04 Modèle de l'écoulement parfait d'un fluide	19
1.5 LP05 Phénomènes interfaciaux impliquant des liquides	22
1.6 LP06 Premier principe de la thermodynamique	26
1.7 LP07 Transitions de phase	30
1.8 LP08 Phénomènes de transport	31
1.9 LP09 Conversion de puissance électromécanique	36
1.10 LP10 Induction électromagnétique	40
1.11 LP11 Rétroaction et oscillations	47
1.12 LP12 Traitement d'un signal, étude spectrale	51
1.13 LP13 Ondes progressives, ondes stationnaires	55
1.14 LP14 Ondes acoustiques	60
1.15 LP15 Propagation guidée des ondes	67
1.16 LP16 Microscopies optiques	70
1.17 LP17 Interférences à deux ondes en optique	76
1.18 LP18 Interférométrie à division d'amplitude	81
1.19 LP19 Diffraction de Fraunhofer	86
1.20 LP20 Diffraction par des structures périodiques	90
1.21 LP21 Absorption et émission de la lumière	91
1.22 LP22 Propriétés macroscopiques des corps ferromagnétiques	92
1.23 LP23 Mécanismes de la conduction électrique dans les solides	93
1.24 LP24 Phénomène de résonance dans différents domaines de la physique	94
1.25 LP25 Oscillateurs ; portraits de phase et non-linéarités	100
2 Leçons de chimie	105
2.1 LC01 Séparations, purifications, contrôles de pureté	106
2.2 LC02 Chimie durable	107
2.3 LC03 Synthèse inorganique	108
2.4 LC04 Stratégies et sélectivité en synthèse organique	112
2.5 LC05 Dosages	113
2.6 LC06 Cinétique et catalyse	114
2.7 LC07 Capteurs électrochimiques	115
2.8 LC08 Molécules de la santé	116
2.9 LC09 Acides et bases	121
2.10 LC10 Solvants	122

2.11 LC11 Corps purs et mélanges binaires	123
2.12 LC12 Application du premier principe de la thermodynamique à la réaction chimique	124
2.13 LC13 Déterminations de constantes d'équilibre	125
2.14 LC14 Cinétique homogène	126
2.15 LC15 Evolution et équilibre chimique	127
2.16 LC16 Diagrammes potentiel-pH (construction exclue	128
2.17 LC17 Corrosion humide des métaux	129
2.18 LC18 Conversion réciproque d'énergie électrique en énergie chimique	130
2.19 LC19 Solubilité	131
Opérateurs vectoriels	132
Liens	134
Bibliographie	137

Introduction

Code couleur

Cadre de la leçon.

Expérience. Les manip et l'expérience quantitative propre à l'agrégation externe spéciale.

Slide. Le contenu à projeter à l'écran : slides, vidéos, ressources internet, etc.

Les transitions indispensables à la fluidité du discours !

Fun facts : moins important que les remarques mais quand même.

Les remarques sur des points non essentiels mais qu'il est bon de grader en tête.

Les leçons LC01 à LC09 sont placées au niveau lycée. Les leçons LC10 à LC19 sont placées en CPGE.

Chapitre 1

Leçons de physique

1.1 LP01 Gravitation

Niveau :
CPGE

Prérequis :

- Cinématique du point
- Théorèmes de la dynamique
- Électrostatique.

Objectif de la leçon : Formaliser l'interaction gravitationnelle et étudier le mouvement d'une particule massique dans un champ de pesanteur.

Bibliographie

- Page Wikipedia sur la [constante gravitationnelle](#) pour la mesure de G ;
- [MRTV17] chapitre 13
- [FR96]
- [SCJS16]
- [BFR02]

Revoir [MRTV17] p472 pour des rappels d'odg sur le système solaire. Pour ce qui est du niveau : plutôt première année sauf l'analogie avec l'électrostatique qui ne peut être réalisée qu'en deuxième année.

Introduction

La gravitation décrit l'interaction entre des objets de masse non nulle. Il s'agit d'une des quatre interactions fondamentales.

Les quatre interactions fondamentales.

Elle est de loin la plus faible mais régit l'évolution des astres, ce qui s'explique par la neutralité de la matière et la longue portée des interactions considérées.

Plusieurs modèles des interactions gravitationnelles dans le but d'expliquer le mouvement des objets massifs et notamment celui des astres.

Plusieurs théories de la gravitation. Dire que la théorie de Newton marche très bien dans le cas des masses faibles (incluant le Soleil, ou presque!).

Nous allons décrire dans un premier l'interaction gravitationnelle dans le cadre de la mécanique newtonienne.

1.1.1 Interaction gravitationnelle

1.1.1.1 Force et énergie

Justifier la forme de l'interaction proposée par Newton [FR96] p146. Décrire la force gravitationnelle [MRTV17] p337 et [SCJS16] p569 : à distance, point d'application, attractive, expression. Principe des actions réciproques. Parler de G : valeur et mesure [FR96] p148. Introduire le champ gravitationnel [SCJS16] p569.

Faire apparaître l'énergie potentielle gravitationnelle en calculant le travail de la force gravitationnelle [SCJS16] p622. Définition d'une force conservatrice.

On remarque une grande similitude entre la force gravitationnelle et l'interaction coulombienne. Peut-on faire un parallèle entre la gravitation et l'électrostatique ?

1.1.1.2 Champ gravitationnel

Dresser le parallèle entre la gravitation et l'électrostatique :

- écrire les forces ;
- montrer les quantités analogues ($m \leftrightarrow q$, $1/4\pi\epsilon_0 \leftrightarrow -G$) ;
- analogie entre \mathcal{G} et E .

Attention au signe moins devant G !

Écrire le théorème de Gauss gravitationnel [FR96] p149. Calculer le champ pour une distribution sphérique de masse volumique uniforme et la tracer en insistant sur les symétries. Insister sur le fait qu'en dehors de la sphère tout se passe comme si toute la masse était concentrée sur le centre de la sphère. Théorème de superposition. Faire l'application numérique pour retrouver l'accélération de pesanteur terrestre.

Le rotationnel de $\vec{\mathcal{G}}$ étant nul, on peut aussi définir un potentiel gravitationnel pour le calcul de l'énergie gravitationnelle.

Limites du parallèle :

- force toujours attractive ;
- pas de masse négative ;
- pas de champ magnétogravitationnel (en fait si mais compliqué [Mas07], mentionner les ondes gravitationnelles).

Et le poids dans tout ça ? Manifestation quotidienne de la gravité.

1.1.1.3 Le poids

Dire que le poids résulte de la force gravitationnelle et de la force centrifuge (moins de 1%). Application de la gravimétrie pour trouver du pétrole etc.

Mesure de g d'après la période d'oscillation d'un pendule simple. Lors des TP de préparation, faire le calcul avec le pendule pesant pour voir si ça améliore la sensibilité. Plusieurs façons de d'exprimer T : $\sqrt{l/g}$, Borda, intégration. On pourrait aussi mesurer l'accélération d'une masse en chute libre par analyse d'une vidéo.

La Terre homogène ? L'unité du graphe est le gal où $1 \text{ gal} = 1 \text{ cm/s}^2$. L'échelle de couleur donne une variation de 100 mgal, soit 10^{-3} m/s^2 .

Historiquement, les lois de la gravitation ont été établies pour expliquer les observations astronomiques concernant le mouvement des astres dans le système solaire.

1.1.2 Mouvement dans un champ gravitationnel

Suivre [MRTV17] à partir de p454. Objectif : étudier le mouvement d'une particule massique dans un champ de pesanteur Mentionner les trois lois de Kepler et formuler la première : [MRTV17] p460. On va vérifier cette loi et les autres.

1.1.2.1 Position du problème

On s'intéresse plus particulièrement au mouvement d'une masse ponctuelle autour d'une autre beaucoup plus massive (Terre-Soleil par exemple : le Soleil est fixe). Position du problème :

- justifier l'approximation de masse ponctuelle ;
- faire un schéma ;
- référentiel [SCJS16] p562 ;
- bilan des forces, pas de frottements ;
- PFD et montrer la conservation de la quantité de mouvement du barycentre ;
- un mot sur le mobile fictif pour la généralisation du problème.

C'est un mouvement à force centrale dans un champ newtonien (en $1/r^2$).

L'obtention de l'équation de la trajectoire elliptique n'est pas au programme en PCSI mais elle l'est en MPSI où ils utilisent explicitement les coniques. La démonstration passe soit par les formules de Binet avec le changement de variable $u = 1/r$ où par l'invariant de Runge-Lenz (cf Tout en un MPSI Dunod).

Le mobile fictif n'est plus au programme mais si besoin, il est bien fait dans [BFR02] p128.

Dans ce cadre, étudions le mouvement d'une particule massique dans un champ de gravité.

1.1.2.2 Conservation du moment cinétique

Établir la conservation du moment cinétique et en déduire :

- la planéité du mouvement : dans le plan défini par le vecteur vitesse et la force ce qui justifie l'utilisation de coordonnées polaires ;
- la constante des aires ;
- la vitesse aréolaire et donc la loi des aires.

Formuler la 2ème loi de Kepler : « le rayon Soleil-planète balaie des aires égales pendant des intervalles de temps égaux ».

Vitesse aréolaire. Développer le cas circulaire et elliptique et montrer les étoiles au centre de la voie lactée orbitant autour de Sagittarius A : [simulation](#) ou [timelapse](#). On l'a illustré dans le cas particulier de trajectoires elliptiques mais c'est aussi valable dans le cas général

La forme des trajectoires est-elle toujours elliptique ?

1.1.2.3 Conservation de l'énergie

Introduire le potentiel effectif en éliminant $\dot{\theta}$ avec la constante des aires et le tracer en faisant apparaître les deux contributions. Problème à un ddl [BFR02] p124.

Faire apparaître les trois régimes avec le nom des trajectoires. Retour sur la première loi de Kepler qui est un cas particulier.

On souhaite connaître la période des trajectoires fermées.

1.1.2.4 Période du mouvement

Dans le cas circulaire, établir l'expression de la vitesse de l'orbite et donner la période du mouvement. Faire l'application numérique avec la station spatiale internationale et les dires de Thomas Pesquier ($T = 92,69$ min, cf notebook).

Généraliser aux trajectoires elliptiques pour donner et donner la troisième loi de Kepler [MRTV17] p463.

Vérification de la troisième loi de Kepler.

Nous avons bien retrouvé les loi empiriques de Kepler avec l'interaction gravitationnelle proposée par Einstein. Voyons quelques cas particuliers

1.1.3 Applications et limite

Toujours dans [MRTV17].

1.1.3.1 Vitesses cosmiques

Surtout parler de la vitesse de libération et évoquer les trous noirs.

Vitesse de libération sur terre : 11 km/s.

1.1.3.2 Orbite géostationnaire

Faire les calculs après avoir fait le raisonnement pour montrer qu'elle est unique. Il y a actuellement environ 300 satellites sur l'orbite, soit un tous les 900 km.

1.1.3.3 Vers des masses non-ponctuelles

[SVSC16] p212 pour la non verticalité de \vec{g} .

Effets de marée, synchronisation des orbites, etc.

Conclusion

La dernière section peut largement être mise en conclusion si le temps vient à manquer...

On peut aussi mentionner les travaux de Le Verrier pour illustrer une grande réussite de la mécanique newtonienne et le nuancer avec le cas de Mercure.

On peut remarquer l'équivalence entre masse grave et masse inerte, curiosité de la mécanique newtonienne mais postulat de la RG. Ouvrir sur la RG avec le retour sur le cas de Mercure dans l'article d'Einstein [FR96] p165.

Points de Lagrange : dans un système à deux corps orbitant l'un autour de l'autre, les cinq points de Lagrange correspondent à des positions où la force centripète due aux deux objets massifs permet à un troisième de masse négligeable de rester fixe par rapport aux deux premiers. Il y en a deux stables L_4 et L_5 , les trois autres sont instables et généralement occupés par des satellites artificiels. LISA pathfinder a été envoyé en 2015 en direction du point L_1 du système Terre-Soleil.

À propos des travaux d'[Urbain Le Verrier](#), astronome et mathématicien français spécialisé en mécanique céleste. Le 31 août 1846, il annonce l'existence, donne les propriétés et la position de Neptune d'après l'étude des irrégularités de l'orbite d'Uranus. François Arago dira « M. Le Verrier vit le nouvel astre au bout de sa plume ». Cette découverte est confirmée par Johann Gottfried Galle le 23 septembre de la même année qui observe le ciel dans la direction des prédictions de Le Verrier. Plus tard il tente d'expliquer l'anomalie de l'orbite de Mercure par l'existence d'une autre planète, Vulcain, qui ne sera jamais confirmée : il faudra attendre la RG pour donner l'explication appropriée.

Dans le cadre de la mécanique newtonienne, toute orbite autour d'un point massif est stable : le rayon de l'orbite impose la vitesse de l'objet. En RG et en particulier pour les trous noirs, ce n'est pas le cas et il existe un rayon minimal en dessous duquel aucune orbite circulaire n'est stable : ISCO pour innermost stable circular orbit. Le rayon de cette orbite r_{ISCO} dépend du spin du trou noir : plus il tourne vite, plus r_{ISCO} est faible si le disque d'accrétion tourne dans le même sens. En observant le disque d'accrétion autour d'un trou noir on peut ainsi déterminer son spin.

1.2 LP02 Lois de conservation en dynamique

Niveau :
CPGE

Prérequis :
• Dynamique du point
• PFD, TMC, TEC, TEM

Objectif de la leçon : Montrer la puissance des lois de conservation et faire apparaître leur lien avec des symétries du problème.

Bibliographie

- [FR96]
- [BFR02]
- [MRTV17]
- [SCJS16]
- [Sei14]
- [LL69] Chapitre II : en mécanique lagrangienne...

Reprendre cette leçon avec de la bibliographie de MP...

Avoir en tête le [théorème de Noether](#) mais ne pas en parler. Je ne pense pas que les histoires de symétries doivent être mentionnées dans la leçon en la plaçant au niveau CPGE.

Dans le théorème de Noether, l'invariance porte sur le potentiel/le lagrangien.

Pour le problème à deux corps, les rapports de jury stipulent que les cas les plus intéressants apparaissent quand les deux corps ont des masses proches : pas sûr de comprendre pourquoi. Peut-être parce que là, le mouvement d'un des deux corps ne peut être négligé ?

Introduction

1.2.1 Conservation de l'impulsion

1.2.1.1 Loi de conservation

Développer le cas d'un système dans un référentiel galiléen et écrire le PFD pour faire apparaître les conditions de conservation :

- système isolé.
- résultante nulle (mentionner le cas de l'impesanteur : chute libre).
- projection dans une direction nulle.

L'impulsion est constante donc \vec{p} est une intégrale première du mouvement.

Cela vient de l'homogénéité de l'espace : une invariance par translation dans l'espace est équivalente à une conservation de l'impulsion. Si le potentiel V est indépendant de x par exemple, pas de force selon x et p_x est conservé.

Dans le cas d'une collision, même si le système n'est pas isolé, on a conservation de l'impulsion car la durée de la collision est très faible. La collision est localisée temporellement et spatialement ! Voir [Sei14] p192. Garder en tête qu'une quantité est négligeable par rapport à une autre : ici $F_{\text{ext}}\tau \ll p_{\text{avant}}$.

Voyons un cas concret de la conservation de l'impulsion.

1.2.1.2 Lancer au curling

Calculer la vitesse de recul d'un patineur à l'arrêt (analogue à [BFR02] p401) avec :

- masse de la pierre $m = 20$ kg
- masse du lanceur $M = 80$ kg
- vitesse de la pierre après le lancer $v = 1$ m/s

On trouve $V = -0,25$ m/s.

Pas besoin de connaître les détails de l'interaction, seulement les situations initiale et finale. Mentionner le ralentissement et refroidissement d'un jet d'atomes par absorptions de photons.

1.2.1.3 Problème à deux corps – Mobile fictif

Suivre [FR96] p136 ou [BFR02] p129 :

- référentiel barycentrique ;
- mobile fictif.

Le système à deux corps se résume à un problème à force centrale. Existe-t-il un invariant particulier dans ce cas ?

1.2.2 Conservation du moment cinétique

1.2.2.1 Loi de conservation

Comme avant mais avec le TMC au lieu du PFD.

- système isolé ;
- résultante nulle ;
- force centrale

Dans un espace isotrope, une invariance par rotation dans l'espace est équivalente à une conservation de l'impulsion.

Attention : si le point d'application du TMC est un point mobile par rapport au système, il faut ajouter un terme. La forme la plus simple n'est valide que par rapport à un point/axe fixe.

Voyons un cas concret de la conservation du moment cinétique.

1.2.2.2 Patinage artistique

Faire les calculs pour une patineuse [Pér14]. Dire qu'une fois de plus les détails du passage de la situation initiale à la situation finale n'ont pas d'importance.

En revenant au problème à deux corps, que nous apprend la conservation du moment cinétique ?

1.2.2.3 Problème à deux corps – Planéité du mouvement

Suivre [MRTV17] p456 pour montrer la planéité du mouvement et introduire la constante des aires. Mentionner la loi de Kepler ?

Une dernière loi de conservation permet de simplifier ce problème : elle porte sur l'énergie.

1.2.3 Conservation de l'énergie

1.2.3.1 Loi de conservation

Suivre [SCJS16] p624. Partir de l'expression infinitésimale du théorème de l'énergie cinétique et faire apparaître le cas où la force dérive d'une énergie potentielle. Les forces internes interviennent dans ce bilan. On aboutit à la conservation de l'énergie mécanique (approximation : frottements, etc...)

La conservation de l'énergie mécanique est toujours une approximation mais la conservation de l'énergie (interne) est vraie.

Faire rapidement le cas du pendule pour montrer que s'il n'y a qu'un seul degré de liberté, la résolution du pendule simple est rapide.

Pendule simple.

Pour un système indépendant du temps, l'invariance par translation dans le temps est équivalente à une conservation de l'énergie.

Cette conservation est particulièrement utile pour étudier la physique des collisions : on ne connaît pas l'interaction au moment du choc mais ce n'est pas un soucis.

1.2.3.2 Choc entre deux pierres au curling

Suivre par exemple [Sei14] p372. Faire le cas à 1D si le temps manque ou en 2D. Le problème se résout aussi en 3D mais c'est plus lourd en calcul.

Collision de deux mobiles ???

Pour la collision 2D, il n'y a pas assez d'équations pour résoudre entièrement le problème : deux équations pour l'impulsion et une pour l'énergie. Il faut imposer un angle.

Collision directe : les vecteurs avant et après la collision sont colinéaires.

Pour l'effet Compton et plus généralement en mécanique relativiste, il faut écrire la conservation du quadri-vecteur énergie impulsion du système.

Qu'en est-il du problème à deux corps ?

1.2.3.3 Problème à deux corps – Trajectoires

Suivre [MRTV17] p459. Parler du potentiel effectif et distinguer les 3 trajectoires possibles. [FR96] p132 pour la discussion, collision, etc.

Ce type de problème se résout très bien avec l'invariant de Runge-Lenz.

Conclusion

Pulsar binaire. Conservation de l'énergie : rayonnement d'ondes gravitationnelles comme première preuve indirecte de l'existence des OG

[When Conservation of Energy FAILS! \(Noether's Theorem\)](#). La conservation de l'énergie repose sur une invariance par translation dans le temps du lagrangien... qui n'est pas vraie aux échelles cosmiques. En effet, le lagrangien de l'univers se décompose en trois termes : un pour la matière, un pour le champ électromagnétique et un pour l'espace temps. Ce dernier n'est pas invariant en raison de l'expansion de l'univers ce qui ne permet pas de l'appliquer la loi de conservation de l'énergie à l'échelle de l'univers. Voir aussi l'[article Pour la science](#).
Effet Doppler et conservation de l'énergie : à méditer.

Exercices

- diffusion de Rutherford : [\[FR96\]](#) p142, [\[MRTV17\]](#) p466.
- effet Compton : [Polycopié de TD \(corrigé\)](#) p60 pour le traitement avec les quadrivecteurs et [\[Sei14\]](#), p381 sans les quadrivecteurs.

1.3 LP03 Notion de viscosité d'un fluide. Écoulement visqueux

Niveau :
CPGE

Prérequis :

- Cinématique des fluides, description eulérienne
- Hydrostatique
- Équation de diffusion

Objectif de la leçon : Décrire la viscosité d'un fluide et comprendre son origine en la rattachant à un processus de diffusion. Mettre en évidence son influence dans plusieurs écoulements.

Bibliographie

- [OGS00]
- [SVSC16]
- [LL71]
- [Rab19]
- [GHP01]
- BUP 814, 1999
- Vidéo de 3Blue1Brown sur la turbulence

Prendre le temps de bien poser le problème à chaque fois ! Et donner les hypothèses avant, pas à la fin de l'énoncé de la formule.

Introduction

Évaluation qualitative de la viscosité de quelques fluides. Faire couler plusieurs liquides et constater des différences majeures de comportement. Mentionner la différence entre les gaz et les liquides.

Existence de contraintes tangentielles dans un fluide.

1.3.1 Description de la viscosité d'un fluide

1.3.1.1 Actions de contact dans un fluide

Dire un mot sur la pression : force normale.

Pas le temps. Choisir entre ça et l'intro. [Video](#). Bien décrire le setup et dire que le régime permanent est atteint lors de la mesure. On mesure la force nécessaire pour faire bouger les plaques, c'est une force surfacique.

La force dépend de la nature du fluide : introduire η .

Établir l'expression de la force de viscosité mésoscopique [OGS00] p418 :

- unité de η
- exemples de valeurs [OGS00] p423
- commentaires de [OGS00] p419 pour introduire le caractère diffusif de la viscosité.

Cette forme de la force de viscosité est propre aux fluides newtoniens. Cette relation constitue la définition du coefficient de viscosité dynamique.

Ici on modélise bien l'interaction avec une paroi, mais dans un fluide il vaut mieux utiliser l'équivalent volumique des forces de viscosité

1.3.1.2 Force volumique de viscosité

Faire le bilan sur une particule mésoscopique de fluide [OGS00] p420. Bien faire le schéma et préciser les hypothèses sur l'écoulement. L'expression est valable pour un écoulement incompressible, ce qui est le cas ici.

Se rappeler de la démonstration pour montrer qu'un écoulement incompressible ($\frac{D\rho}{Dt} = 0$) est équivalent à $\text{div } \vec{v}$ avec la conservation locale de la masse et la définition de la dérivée particulaire. Il existe une viscosité de volume ou viscosité volumique qui intervient dans le cas des écoulements compressibles.

Quelle est l'origine de la viscosité? Comme souvent, l'explication se trouve dans la description de phénomènes microscopiques.

1.3.1.3 Interprétation microscopique qualitative de la viscosité

Dans le cas d'un gaz. Faire un schéma d'un écoulement laminaire avec les différentes couches de fluide et expliquer la variation de quantité de mouvement d'une particule de fluide par le passage d'un atome dans la particule de fluide voisine par l'agitation thermique.

Dire que c'est bien un phénomène diffusif au même titre que la température, où le coefficient qui caractérise l'évolution du système est ν . Justifier sa forme par analyse dimensionnelle.

La modélisation quantitative [OGS00] p424 et [GHP01] p95-99 permet de relier la viscosité à la vitesse quadratique d'un gaz. C'est la modélisation d'Enskog. Il est alors normal que la viscosité soit fonction croissante de la température, contrairement aux liquides dans lesquels les interactions entre particules sont fortes. Voir la page [Wikipedia](#) pour quelques détails.

Comment décrire l'écoulement d'un fluide visqueux?

1.3.2 Écoulements visqueux

1.3.2.1 Équation de Navier-Stokes

Suivre [SVSC16] p305. Faire un bilan des forces et appliquer le PFD pour trouver l'équation de Navier-Stokes.

L'équation de Navier Stokes n'est valable que pour un écoulement incompressible et pour un fluide newtonien compte tenu de la forme supposée pour la force volumique de viscosité.

Suivre [OGS00] p422 pour la discussion des termes convectif et diffusif. Faire apparaître explicitement l'équation de diffusion sur la quantité de mouvement.

Viscosité de quelques fluides.

Introduire le nombre de Reynolds [OGS00] p423.

Interprétation du nombre de Reynolds en terme de temps caractéristiques de diffusion et convection dans [GHP01] p101.

La résolution de l'équation de Navier-Stokes nécessite des conditions aux limites.

1.3.2.2 Conditions aux limites

Suivre [Rab19] p25, les explications sont un peu plus poussées que dans [SVSC16].

On néglige ici les effets liés à la tension de surface, mais garder en tête qu'ils apparaissent dès que la surface est courbée (loi de Laplace).

Conditions aux limites. Présenter correctement le tableau directement pour gagner du temps si nécessaire.

Voyons un cas particulier : l'écoulement de Poiseuille.

1.3.2.3 Écoulement de Poiseuille

Pas faire l'écoulement de Poiseuille ça prend trop de temps. Faire plutôt l'exercice 2.4 de [OGS00] p444 pour insister encore sur le caractère diffusif.

[SVSC16] p351 ou mieux : [OGS00] p435. Retrouver le profil parabolique de vitesse et le montrer en [vidéo](#).

Loi de Poiseuille et expérience de Reynolds. Faire la distinction entre écoulement laminaire et turbulent. [Une belle vidéo](#) pour montrer un écoulement à très faible Reynolds.

Écoulement de Poiseuille. Juste une idée, elle est pénible à installer mais bon.

L'exemple de l'écoulement de Poiseuille se prête mal à la discussion autour du nombre de Reynolds : dans la forme supposée de l'écoulement, le terme convectif est exactement nul. Le nombre de Reynolds est alors nul aussi et l'estimation par les grandeurs caractéristiques de l'écoulement est fausse.

Sur l'analogie électrocinétique : la résistance hydraulique n'a pas la même dépendance en R car le profil de vitesse est différent en raison des conditions aux limites.

La viscosité est associée à des processus de dissipation. Voyons le cas d'un écoulement autour d'une bille.

1.3.3 Écoulement autour d'une sphère

1.3.3.1 Viscosimètre à chute de bille

Faire l'expérience qualitative pour introduire le fait que l'écoulement de fluide visqueux est à l'origine d'une trainée. Supposer « comme d'habitude » une force de frottement linéaire en la vitesse et calculer la vitesse limite. Présenter le principe de l'expérience et faire le calcul de la vitesse limite puis faire la manip.

Chute d'une bille dans le glycérol. L'expression de la vitesse limite trouvée dépend fortement des conditions aux limites. Elle n'est valable exactement que pour un fluide infini ce qui n'est pas le cas ici. Elle constitue une bonne approximation si le diamètre du contenant est cent fois plus grand que celui de la bille. Voir le poly de TP et le BUP pour plus d'informations là dessus.

Avoir en tête d'autres [méthodes](#) pour déterminer la viscosité d'un fluide :

- viscosimètre à écoulement libre ;
- [rhéomètre](#).

En fait l'expression de la trainée est plus complexe et dépend du nombre de Reynolds.

1.3.3.2 Trainée

Objectif : déterminer la force subie par une sphère dans un écoulement de fluide. Suivre [SVSC16] p315 ou mieux [GHP01] p452-453 pour introduire la force de trainée en fonction du nombre de Reynolds.

Coefficient de trainée autour d'une sphère.

Établir la loi de Stokes et mentionner le cas à haut Reynolds.

A faible Reynolds : régime de Stokes. A grand Reynolds : régime inertiel.

Il faut marquer une différence entre un écoulement tourbillonnaire et un écoulement turbulent :

- un écoulement tourbillonnaire se caractérise par une circulation de la vitesse non nulle : on peut associer à l'écoulement un vecteur tourbillon. En ce sens, il s'agit d'une propriété mathématique de l'écoulement.
- un écoulement turbulent est caractérisé par la création de structures à toutes les échelles de temps et d'espace. Il y a une cascade d'énergie à toutes les échelles spatiales, depuis les grands tourbillons qui possèdent une grande énergie cinétique vers les petits qui finissent par la dissiper en raison de la viscosité du fluide en énergie thermique. Ce phénomène est décrit qualitativement en 1922 (cascade de Richardson) puis quantitativement (cascade de Kolmogorov) par la théorie K41. Cette théorie permet d'expliquer la répartition spectrale de l'énergie dans un écoulement turbulent.

Les phénomènes de viscosité sont nécessaires à la création de turbulence, de même qu'ils sont nécessaires à la création de tourbillons (théorème de Kelvin). Une [vidéo de 3Blue1Brown](#) pour visualiser des écoulements turbulents et où il parle de Kolmogorov !

Conclusion

On s'est restreint à l'étude d'écoulement laminaire puisque les écoulements turbulents sont extrêmement difficiles à décrire. Les effets de la viscosité se cantonnent parfois sur des faibles épaisseurs en dehors desquelles il est possible de décrire l'écoulement comme un écoulement parfait : couche limite. On a étudié seulement les fluides newtonniens mais il existe aussi des fluides rhéofluidifiants et rhéoépaississant.

1.4 LP04 Modèle de l'écoulement parfait d'un fluide

Niveau :
CPGE

Prérequis :

- Statique et dynamique des fluides
- Viscosité

Objectif de la leçon : Mettre en évidence les limites du modèle de l'écoulement parfait et voir quelques applications.

Bibliographie

- [OGS00]
- [SVSC16]
- [LL71]
- [Rab19]
- [GHP01]

Avoir en tête les principaux effets susceptibles d'être décrits dans ce modèle : Coanda, Magnus, Venturi, portance, etc.

Introduction

L'équation de Navier-Stokes est difficile à résoudre analytiquement :

- terme d'accélération convective non linéaire ;
- terme diffusif du second ordre.

Dans le cas des écoulements parfaits, l'équation se simplifie. Écrire l'équation et souligner les termes.

1.4.1 Cadre et limites du modèle

1.4.1.1 Équation d'Euler

Définition d'un écoulement parfait : [OGS00] p432 et [SVSC16] p311. Parler de l'évolution isentropique et des grands Reynolds. Mentionner le cas des ondes acoustiques qui se fait précisément dans ce cadre.

Faire la différence avec les fluides parfaits comme l'hélium superfluide [GHP01] p170 et p353-355.

Écrire l'équation d'Euler [SVSC16] p355 et [OGS00] p449 sous ses deux formes. Commentaires

Éventuellement, parler des écoulements particuliers [SVSC16] p356-357.

Pour résoudre l'équation, il est nécessaire de préciser les conditions aux limites.

1.4.1.2 Conditions aux limites

Il n'y a plus de contrainte tangentielle et les seules forces surfaciques sont les forces de pression.

Conditions aux limites. Le faire par comparaison aux écoulements visqueux.

L'écoulement parfait est un modèle qui possède ses limites.

1.4.1.3 Couche limite

Suivre [OGS00] p433-435 :

- écoulement parfait : n'existe pas ;
- notion de couche limite : écoulement parfait en dehors ;
- épaisseur de la couche limite, limiter la trainée ;
- raccordement de la vitesse tangentielle ;
- ordre de grandeur [SVSC16] p310.

La couche limite fait l'objet du chapitre 9 de [GHP01].

L'équation d'Euler présente seulement des dérivées premières : il est possible de l'intégrer pour trouver des quantités conservées.

1.4.2 Théorème de Bernoulli

1.4.2.1 Équation de conservation de l'énergie

On néglige les processus dissipatifs : on va pouvoir exprimer la conservation de l'énergie. Dans un champ de pesanteur uniforme, dans un référentiel galiléen, établir l'expression du théorème de Bernoulli dans le cas d'un écoulement parfait (on part d'Euler), stationnaire (indépendant du temps), incompressible et homogène (ρ constante) en intégrant le long d'une ligne de courant [OGS00] p454.

Interprétation des différents termes : énergie cinétique, énergie potentielle de pesanteur, énergie due au travail des forces de pression. Voir [Rab19] pour les noms des différents termes, charge, etc. Évoquer le cas où l'on néglige les effets de la pesanteur et les « vases énergétiques communicants ».

Avoir en tête les autres expressions, notamment la version non stationnaire irrotationnel avec le potentiel des vitesses [OGS00] p455.

Voyons quelques applications.

1.4.2.2 Application au tube de Pitot

Suivre [Rab19] p53 et [OGS00] p459.

Tube de Pitot.

Valable seulement si le fluide est incompressible donc un écoulement incompressible : [GHP01] p139 pour la condition d'incompressibilité.

Mesure de la vitesse d'un fluide avec un tube de Pitot. Comparer les vitesses obtenues avec l'anémomètre et le tube dans la soufflerie.

Le tube de Pitot est utilisé en aviation.

1.4.2.3 Application : l'effet Venturi

Adapter en fonction du temps : ne pas faire cette partie pour conserver du temps pour la dernière si nécessaire.

Dégager de cette partie qu'une augmentation de la vitesse du fluide se traduit par une diminution de sa pression.

Bien faire le schéma et préciser les hypothèses conformément à précédemment. Faire le calcul [OGS00] p457 et parler du débitmètre.

Souffler entre deux feuilles pour les rapprocher.

Effet Venturi.

Applications : parfums, trompe à eau, artériosclérose.

Une mesure différentielle de pression pour mesurer la vitesse : le tube de Pitot.

1.4.3 Écoulement autour d'une aile

1.4.3.1 Écoulement autour d'un obstacle

Ne pas faire l'analyse quantitative mais elle est faite dans [OGS00] p405.

Écoulement autour d'un obstacle.

Raisonnement qualitativement et montrer qu'il n'y a pas de portance. Un des moyens est de faire tourner l'objet : effet Magnus et montrer la [vidéo](#).

L'idée est donc d'avoir une circulation de la vitesse non nulle autour de l'aile.

1.4.3.2 Estimation de la portance

Suivre [Rab19] p59.

Le calcul analytique est possible ([OGS00] p461) mais reste lourd. Il passe par l'utilisation du potentiel des vitesses dans l'hypothèse d'un écoulement irrotationnel.

Écoulement autour d'un obstacle.

1.4.3.3 Paradoxe de d'Alembert

[Rab19] pour l'énoncé du paradoxe et [GHP01] p535-537 pour la levée du paradoxe.

Avoir en tête les problèmes liés au décollement de la couche limite [GHP01] p538-543.

Conclusion

Le modèle de l'écoulement parfait permet de simplifier les calculs pour analyser des écoulements loin d'obstacles. Les effets liés à la viscosité du fluide sont souvent restreints à une faible épaisseur mais qui explique la traînée et la vorticité.

1.5 LP05 Phénomènes interfaciaux impliquant des liquides

Niveau :
Licence

Prérequis :

- Statique des fluides
- Potentiels thermodynamiques
- Interactions moléculaires

Objectif de la leçon : Décrire la tension superficielle et voir ses conséquences sur des interfaces statiques et dynamiques.

Bibliographie

- [Rab19]
- [DGLR08]
- [MWSA11]
- [SVSC16]
- [GHP01]
- [GKMS11]
- [Cha07]
- [FLT⁺16]

Pas évident de placer cette leçon au niveau CPGE compte tenu du programme restreint sur cette notion.

Rattacher les phénomènes décrits à des observations courantes !

Introduction

Dans la vie courante, et depuis tout petit, on sait qu'il vaut mieux utiliser de l'eau savonneuse pour faire des bulles. On observe que liquides mouillent différemment les parois solide, qu'il est possible de traiter certaines surfaces pour modifier son comportement par rapport à un fluide. C'est effet sont liés à la tension de surface que nous allons décrire.

1.5.1 La tension de surface

On modélise l'interface entre deux fluides comme une surface séparant deux fluides... Dire qu'il s'agit d'un volume dont l'épaisseur est de quelques molécules qui concentre les variation de densité, etc. Voir la figure 5 de [MWSA11].

1.5.1.1 Interprétation mécanique

Suivre [DGLR08] p82-83 pour introduire la tension de surface depuis une expérience.

Fil tendu par un film de savon.

Donner son expression et ses caractéristiques : direction, attractive et unité du coefficient. Dire que cela ne dépend que de la nature de l'interface.

Tensiomètre à lame mouillée. Passer sur les subtilités dues au mouillage total sur lesquelles on revient plus tard.

Introduire le travail de la tension superficielle pour la transition.

On voit que la tension superficielle est liée à une énergie surfacique.

1.5.1.2 Interprétation thermodynamique

Bien définir le système et les quantités constantes pour justifier l'emploi de tel potentiel thermodynamique : [GKMS11] p100. Deux façons de faire :

- à partir de l'énergie libre dans [MWSA11] p1 à T , V et n fixé ;
- à partir de l'enthalpie libre dans [DGLR08] p210 dans le cas d'une bulle, à S et V fixés.

La deuxième méthode est probablement plus propre mais compliquée à ce stade je trouve. Dans [FLT⁺16] p473, on donne le potentiel thermodynamique associé à l'étude théorique de la loi de Jurin.

Insister sur l'interprétation : l'augmentation de la surface d'une interface est couteuse en énergie. Le système tend à minimiser la surface de l'interface. Dans le cas ou plusieurs interfaces sont susceptibles de se former, la situation d'équilibre est celle d'énergie minimale.

Surface minimale.

Poursuivons l'analyse microscopique du phénomène.

1.5.1.3 Interprétation microscopique

Suivre [MWSA11] p4-5. Prendre le temps pour expliquer la figure 6 de l'article. Donner les ordres de grandeur de la fin de [MWSA11] p1, avec l'interprétation en terme d'énergie d'interaction dans le liquide.

Quelques valeurs du coefficient de tension superficielle.

Facteurs influençant γ :

- tensioactifs : [Rab19] p81 ;
- température : [Rab19] p80.

Attention à bien justifier que la résultante est parallèle à l'interface.

A ce stade, il est normal que l'enthalpie de vaporisation soit liée à γ puisque les mêmes interactions microscopiques interviennent.

Quel est l'effet de la tension superficielle sur l'équilibre des interfaces entre fluides ?

1.5.2 Interface statique

1.5.2.1 Pression

Retrouver la loi de Laplace avec la force de tension superficielle [SVSC16] p328. Citer des exemples pratiques :

- cohésion du sable mouillé ;
- retard à l'ébullition [GHP01] p57 ;
- bulle de savon qui se vide dans une plus grande.

La formule n'est valable que dans le cas d'une sphère. Dans le cas général, il faut tenir compte des rayons de courbure dans les deux directions de l'espace normale à l'interface :

$$P_{\text{int}} - P_{\text{ext}} = \gamma \left(\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y} \right). \quad (1.1)$$

Attention aussi au cas de la bulle qui possède deux interfaces.

Insister sur l'interprétation qualitative :

- la surpression est d'autant plus grande que le rayon de courbure est faible ;
- la pression est plus élevée à l'intérieur de la courbure.

La tension superficielle permet aussi d'expliquer la capillarité.

1.5.2.2 Capillarité

Retrouver la loi de Jurin avec l'interprétation énergétique [SVSC16] p329.

Loi de Jurin.

Loi de Jurin.

Utiliser la fin de la slide : la forme de l'interface dépend des coefficients de tension superficielle mis en jeu.

1.5.2.3 Mouillage

Retrouver la relation de Young-Dupré à partir des deux lois précédentes [SVSC16] et discuter des différents régimes.

Pour les mesures de l'angle de mouillage, voir [GHP01].

Relire [MWSA11] p7 pour l'interprétation des interactions solide-liquide.

Mouillage.

Utiliser la fin de la slide avec le mercure pour introduire qualitativement la longueur capillaire. Elle intervient dans de nombreux phénomènes dynamiques.

1.5.3 Interface dynamique

1.5.3.1 Instabilité de Rayleigh-Taylor

Bouteille remplie d'eau et tube fin bouché à une extrémité. But comprendre pourquoi l'une des situations est stable et pas l'autre.

Suivre [GHP01] p68-70 et [Cha07] p53-55. Donner la longueur capillaire de l'eau.

1.5.3.2 Ondes capillaires

Ondes à la surface d'un fluide. Faire l'analyse qualitative du problème avant de commencer pour mettre en évidence la compétition entre tension superficielle et gravité.

Faire apparaître la longueur capillaire. Dire que l'on peut mesurer aussi la tension superficielle en mesurant cette relation de dispersion.

Conclusion

On a mis en évidence les propriétés et les manifestations de la tension superficielle qui permettent d'expliquer de nombreux phénomènes de la vie courante, mais aussi des phénomènes plus complexes.

Autres méthodes de mesure de la tension superficielle :

- méthode d'arrachement, ou méthode de DuNoüy : avec un anneau ;
- méthode de la goutte pendante ;
- loi de Jurin ;
- relation de dispersion des ondes de surface.

1.6 LP06 Premier principe de la thermodynamique

Niveau :
CPGE

Prérequis :

- Modèle du gaz parfait
- Travail, transfert thermique
- Transformation thermodynamique

Objectif de la leçon : Template

Bibliographie

- [MRTV17]
- [OG98]
- [SCJS16]
- [DGLR08]

Relire le début de [DGLR08] sur le postulat fondamental de la thermodynamique et p18 pour les variables d'état et équation d'état. Un mot sur les fonctions d'état p66 et p143.

Introduction

Partir du problème de la conservation de l'énergie mécanique avec l'exemple du livre lancé sur la table [SCJS16] p905 : ou va l'énergie ? L'énergie mécanique n'est pas conservée mais l'énergie totale du système l'est. L'augmentation de la température marque une augmentation de l'énergie microscopique que l'on va chercher à décrire dans cette leçon.

1.6.1 Le premier principe

Équivalence travail-chaleur montrée par Joule en 1843. Énoncé du premier principe par Mayer en 1845.

1.6.1.1 Énoncé

Exprimer la variation de l'énergie totale d'un système pour faire apparaître l'énergie interne

$$\Delta E_c^{\text{macro}} + \Delta E_p^{\text{macro}} + \Delta U = W_{\text{nc}}^{\text{ext}} + Q. \quad (1.2)$$

Relire la note de bas de page de [OG98] p132 pour expliquer qu'on suppose $W_{\text{nc}}^{\text{micro}} = 0$. Revenir sur l'exemple introductif.

Se mettre dans le cadre du programme : pas de variation d'énergie potentielle et énergie interne extensive. Restreindre au cas courant : $\Delta E_c^{\text{macro}} = 0$ et $W_{\text{nc}}^{\text{ext}}$ est le travail des forces de pression. Marquer la différence entre les termes de gauche qui sont des fonctions d'état et les termes de droite qui dépendent du chemin suivi [MRTV17] p533 puis passer à la forme infinitésimale.

L'énergie interne n'est extensive que si les interactions à longue portée sont inexistantes ou négligeables : c'est strictement vrai pour le gaz parfait mais pas dans les autres cas. On peut penser à la tension superficielle notamment, qui est toujours négligée.

Insister sur la convention : travail et transfert thermique REÇU par le système comptés positivement.

L'énergie interne résulte essentiellement de l'agitation thermique : on souhaiterait relier U et T .

1.6.1.2 Capacité calorifique

Suivre [SCJS16] p839 et première loi de Joule p841. Détailler le cas du GP et du solide (loi de Dulong et Petit 1819)

Pour expliquer que C_V soit défini à volume constant : on cherche à expliquer la variation d'énergie interne causée par un δQ seulement. Il faut donc annuler le travail des forces de pression en travaillant à volume constant. De même pour C_P , on souhaite connaître la variation d'enthalpie causée par un transfert thermique.

Le modèle d'Einstein permet d'expliquer la dépendance en température de la capacité calorifique mais il est remplacé par le modèle de Debye pour expliquer la variation aux basses températures.

Appliquons le premier principe dans le cas de quelques transformations classiques.

1.6.2 Quelques transformations

1.6.2.1 Détente de Joule Gay-Lussac

Détente de Joule Gay-Lussac.

Suivre [MRTV17] p547. Bien poser les hypothèses avant de partir dans le calcul.

Si l'on fait l'expérience, on voit que juste après l'ouverture de la vanne, le gaz du récipient initialement plein se refroidit et celui du récipient vide se réchauffe. En effet le gaz du récipient plein subit une détente adiabatique et celui du récipient vide subit une compression adiabatique. Après retour à l'équilibre, la température est bien identique à la température initiale.

Dans le cas du gaz parfait, il n'y a pas d'élévation de la température ce qui peut servir à savoir si un gaz peut être considéré comme un GP.

Relire l'exercice suivant sur la détente de Joule Thomson au cas où.

On ressent un échauffement lors du gonflage d'un pneu : peut-on l'expliquer avec le premier principe ?

1.6.2.2 Compression adiabatique

Suivre [SCJS16] p903 sur le principe, mais sans force de frottement et en posant une masse m de 5 kg sur un piston de surface $s = 1 \text{ cm}^2$. On trouve

$$T_f = T_i \frac{5P_0 + 2P_f}{7P_0} = 729 \text{ K}, \quad (1.3)$$

où $P_f = P_0 + mg/s$ et $T_0 = 300 \text{ K}$.

Fire syringe.

À partir de cet état final, on laisse évoluer (isobare) le système qui va se refroidir en raison d'un transfert thermique Q . Faire apparaître :

$$\Delta(U + PV) = Q. \quad (1.4)$$

Dans une évolution monobare ou isobare, la quantité $U + PV$ est conservée...

1.6.3 Enthalpie

1.6.3.1 Définition

Suivre [SCJS16] p906. Donner la définition et l'unité. Il peut y avoir d'autres travaux que celui des forces de pression qu'il faut prendre en compte.

Introduire la capacité calorifique à pression constante et la donner pour un GP diatomique, relation de Mayer. Donner le cas des phases condensées et justifier que $C_P = C_V$ par leur incompressibilité.

L'enthalpie se prête particulièrement à la calorimétrie comme nous allons le voir.

1.6.3.2 Calorimétrie

Présenter le principe [SCJS16] p915 :

- vase Dewar : limite les transferts thermiques de conduction et radiatifs ;
- couvercle percé : peu de convection mais expérience monobare ;
- agitateur pour l'équilibre ;
- thermomètre car c'est le seul instrument nécessaire.

Principe de la mesure de capacité thermique [SCJS16] p916.

Ne pas oublier que le calorimètre est un composant du système : il faut prendre en compte sa capacité thermique ou la négliger sous les bonnes approximations.

Une application importante de la calorimétrie est la détermination des enthalpies de changement d'état.

1.6.3.3 Enthalpie de changement d'état

Suivre [SCJS16] p917 et adapter au cas de présent.

Enthalpie de vaporisation de l'azote liquide.

Conclusion

L'expérience commune montre que les transferts thermiques se font du corps le plus chaud vers le corps le plus froids : deuxième principe. Il est nécessaire pour comprendre le fonctionnement des machines thermiques.

Questions (FD)

1. L'énergie est toujours conservée en physique : ça vient d'où ? Postulé en mécanique newtonienne et démontrable en mécanique lagrangienne par l'intermédiaire du théorème de Noether.
2. Quelle est l'énergie de l'Univers ?
3. Qu'est ce qu'une fonction d'état ? C'est une fonction de variables d'état qui définissent l'état d'équilibre d'un système. Pour une transformation, elle ne dépend pas du chemin suivi.
4. Questions autour de variable/fonction d'état.
5. Qu'est ce qu'une variable extensive ?
6. Est ce que l'énergie interne est toujours extensive ? Non, il faut aussi que les interactions entre les particules du système soient à courte portée.
7. Qu'est ce qu'une transformation ? Passage d'un état d'équilibre à l'autre.
8. Qu'est ce qu'un état d'équilibre ? Équilibre thermique, mécanique et chimique.
9. Quelle est l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du premier principe ? Énergie macroscopique du centre de masse

1.7 LP07 Transitions de phase

Niveau :
Template

Prérequis :
• Template
• Template

Objectif de la leçon : Template

Bibliographie

Introduction

1.7.1 Template

1.7.1.1 Template

Template

Template

Template

Template

1.8 LP08 Phénomènes de transport

Niveau :
CPGE

Prérequis :

- Hydrodynamique : notion de viscosité
- Thermodynamique à l'équilibre
- Électromagnétisme : loi d'ohm locale, de Joule

Objectif de la leçon : Template

Bibliographie

- [OG98]
- [OGS00]
- [SVSC16]
- [GHP01]
- [AM14]
- [TVL18]
- [DGLR08]

En l'état, la leçon est probablement un peu catalogue, ce qui va à l'encontre des retours de jury. On parle ici majoritairement de diffusion, mais ce n'est pas une leçon sur la diffusion. Le programme de CPGE ne permet pas d'aller beaucoup plus loin.

On peut réaliser des expériences qualitatives :

- diffusion d'une goutte d'encre sur un buvard humide ;
- simulations de marche aléatoire pour la modélisation microscopique de la diffusion de particules ;

et quantitatives :

- mesure du coefficient de diffusion du glycérol dans l'eau (TP Fluides - Capillarité ;
- conductivité thermique d'un barreau de cuivre (TP Métaux).

Introduction

Jusqu'à présent en thermodynamique, on s'est intéressé à des systèmes à l'équilibre auxquels on pouvait associer des grandeurs intensives telles que la température ou la pression. Le détail des transformations est souvent difficile à étudier car elles peuvent passer par des systèmes hors équilibres, dans lesquels il existe des transports de plusieurs quantités. L'étude de ces phénomènes de transport ne se restreint pas à la thermodynamique :

- mécanique des fluides : transport de quantité de mouvement ;
- thermodynamique : transport d'énergie et de particules ;
- électromagnétisme : transport de charge.

L'idée générale est décrite dans [DGLR08] p461 où l'on étudie le transport de quantités conservées.

1.8.1 Généralités

On va principalement étudier les phénomènes de transport dans le cadre de la thermodynamique tout en établissant les similitudes à d'autres domaines. Il faut étudier les phénomènes de transport si le système n'est pas à l'équilibre. Cela nécessite de poser quelques hypothèses (linéarité et ETL) que nous allons tout d'abord énoncer.

Quels sont les phénomènes de transports que nous pouvons rencontrer ?

1.8.1.1 Différents phénomènes

Décrit dans [OGS00] p342.

Différents phénomènes de transport. Donner quelque exemples [SVSC16] p89 :

- diffusion : parfum, thermique, viscosité, conduction électrique ;
- convection : brassage de l'air, convection forcée ou naturelle ;
- rayonnement : prendre l'exemple du vase Dewar.

En général il faut considérer tous les phénomènes de transport. Cependant, si l'un de ces phénomènes est majoritaire, on peut négliger les autres. Prendre le cas de l'énergie thermique et donner l'expression du vecteur densité de courant surfacique et son unité [SVSC16] p122.

À ce stade, on ne précise pas s'il s'agit de conduction, de convection ou de rayonnement. Voir [SVSC16] p148 exercice 3.9 pour les modèles sur les différents phénomènes.

Comme les systèmes étudiés ne sont pas à l'équilibre thermodynamique, il faut faire quelques hypothèses pour étudier ces phénomènes avec les outils de la thermodynamique ou de la mécanique des fluides.

1.8.1.2 Équilibre thermodynamique local

Reprendre les hypothèses sur l'étude des phénomènes de transport énoncées dans [DGLR08] p465 en commençant par l'équilibre thermodynamique local [DGLR08] p462, définition p464 et [OGS00] p344 ;

Il faut dégager les différentes échelles de temps et d'espace.

Différentes échelles spatiales. Faire le parallèle avec la mécanique des fluides et la notion de particules de fluide.

Pour les échelles temporelles, voir [DGLR08] p463.

Faire le bilan énergétique local à 1D en présence de sources de [SVSC16] et donner l'équivalent 3D.

Pour simplifier l'analyse, on se restreint à des situations proches de l'équilibre ce qui mène à la linéarisation des équations.

1.8.1.3 Linéarité

Approximation linéaire [DGLR08] p476.

Donner la loi de Fourier ainsi que ses limites [SVSC16] p130-131 et [OGS00] p348.

Aboutir à l'équation de diffusion avec source [SVSC16] p132.

Les deux équations obtenues permettent d'aboutir à une équation rencontrée dans de nombreux domaines de la physique.

1.8.2 Équation de diffusion

1.8.2.1 Analogies

Donner l'expression de l'équation de diffusion thermique sans source et mettre en évidence

- la grandeur intensive : T ;
- la grandeur extensive conservée : E ;
- l'origine de la diffusion : $\overrightarrow{\text{grad}}$ qui donne lieu à un flux de la quantité conservée.

[DGLR08] p479 sur les conditions initiales nécessaires à la résolution de l'équation.

Équation de diffusion. Bien relire [OGS00] p361-363 et marquer les limites de l'analogie. Pour la viscosité, on se place dans le cas de l'écoulement de Couette plan.

Donner un exemple pour chaque situation :

- barreau de cuivre ;
- fibre à gradient d'indice, [OG98] p92 ;
- mise en évidence du caractère diffusif de la viscosité [OGS00] p444 ;
- conduction électrique dans un conducteur.

Ordres de grandeur. Continuer sur les limites de l'analogie en montrant les différences qui peuvent être énormes entre les ordres de grandeur. En revanche, on remarque la proximité des coefficients de diffusion dans les gaz : c'est normal car le même processus microscopique est à l'œuvre : [OGS00] p428.

Donner la loi d'échelle qui lie temps caractéristique, taille caractéristique et coefficient de diffusion comme [OGS00] p354 et [DGLR08] p480.

Davantage de détails sur la loi de Fick dans [DGLR08] p477, sur la loi d'Ohm p483 et sur le transport de quantité de mouvement p514.

Être conscient que dans les deux cas, le gradient à l'origine du transport porte en toute rigueur sur le potentiel chimique. De manière générale, l'inhomogénéité d'une grandeur se traduit par un flux de la grandeur thermodynamique conjuguée [DGLR08] p524.

L'effet de peau obéit à une équation de diffusion [OGS00] p765-766.

Cette équation générale décrit un phénomène irréversible : on le voit directement car elle fait intervenir une dérivée première par rapport au temps. Une interprétation microscopique permet de comprendre pourquoi.

1.8.2.2 Caractère irréversible

Remarque générale de [OGS00] et lire [DGLR08] p480.

Bien poser le cadre : étude d'un gaz monoatomique sans mouvement macroscopique ce qui permet de considérer uniquement la diffusion.

Diffusion et marche aléatoire.

Modèle microscopique de la diffusion thermique dans un gaz monoatomique dans [OGS00] p351 et de la viscosité p426.

On peut montrer le caractère irréversible de la diffusion thermique en faisant un bilan d'entropie [SVSC16] p134.

Attention à l'équation de Schrödinger : sa forme est celle d'une équation de diffusion mais à coefficient complexe. Elle est réversible par un changement de t en $-t$ et de ψ en ψ^\dagger . Voir les entrées Schrödinger, rotation de Wick et réversible de [TVL18].

On peut exploiter les propriétés du phénomène de diffusion pour mesurer la conductivité d'un matériau.

1.8.2.3 Mesure de la conductivité thermique du cuivre

Mesure de la conductivité thermique d'un barreau de cuivre. Valeurs tabulées :

- $\lambda_{\text{Cu}} = 390 \times 10^{-6} \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$;
- $\rho_{\text{Cu}} = 8,93 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$;
- $c_{\text{Cu}} = 0,382 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$;
- $D_{\text{Cu}} = 117 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

On en déduit un temps caractéristique pour l'établissement du régime permanent de l'ordre de 85 s (pour un barreau de 10 cm).

Faire un schéma et résoudre l'équation de Laplace. Les conditions aux limites $T(x=0) = T_0$ et $\mathcal{P} = S\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$ donnent :

$$T(x) = \frac{\mathcal{P}}{S\lambda} x + T_0. \quad (1.5)$$

Comparer la valeur mesurée avec les valeurs tabulées en justifiant l'écart avec le fait que l'intégrale de la puissance électrique fournie à la résistance n'est pas transmise au barreau. On doit normalement obtenir une conductivité plus grande que prévue.

Avoir en tête la loi de Wiedemann-Franz qui lie la conductivité thermique, électrique et la température (voir TP Métaux).

On l'a vu la diffusion n'est pas le seul moyen de transport. Comment peut-on les comparer ?

1.8.3 Comparaison entre les différents phénomènes

1.8.3.1 Résistance thermique

Établir l'expression de la résistance thermique de conduction [SVSC16] p140, donner la loi de Newton et la résistance associée au rayonnement p148.

Résistance thermique en régime permanent. La résistance associée à la convection est donnée pour un « jour de grand vent ». Donner l'interprétation de cette loi : continuité microscopique sur une couche limite thermique de faible épaisseur qui apparaît comme une discontinuité macroscopique [DGLR08] p498.

Remarques sur le transport convectif de chaleur [GHP01] p564.

Pour expliquer le comportement d'un système, il est souvent suffisant de tenir compte uniquement du phénomène majoritaire. Comme en mécanique des fluides, on peut distinguer différents régime grâce à des nombres addimensionnés.

1.8.3.2 Phénomène prépondérant

Exprimer le rapport entre convection en $U \times \rho U$ et diffusion en $\eta \overrightarrow{\text{grad}} U$ et remarquer qu'il s'agit du nombre de Reynolds et revenir sur le rapport entre les termes de l'équation de Navier-Stokes.

Mentionner les nombres de Péclet et Prandtl [GHP01] p102-103. Application numérique pour une tasse et du sucre :

$$Pe = \frac{UL}{D} = \frac{10^{-2} \times 5 \cdot 10^{-2}}{0,52 \cdot 10^{-9}} \approx 10^4. \quad (1.6)$$

La diffusion est remarquablement inefficace !

Conclusion

Obtention de très basses températures : un cryostat à dilution. Récapituler les différents transferts thermiques qu'il est nécessaire contrôler pour obtenir des température aussi basses.

Ouvrir sur l'effet Seebeck, Peltier [DGLR08] p518 et suivantes.

1.9 LP09 Conversion de puissance électromécanique

Niveau :
CPGE (PSI)

Prérequis :

- Induction
- Force de Laplace
- Énergie électromagnétique
- Électrocinétique
- Notion de couple, puissance mécanique

Objectif de la leçon : Aborder la conversion réciproque d'énergie électromécanique par l'intermédiaire de l'énergie magnétique et mettre en évidence le rôle des ferromagnétiques.

Bibliographie

En gros : Polycopié de Jérémie et Dunod PSI (apparemment la dernière édition est la meilleure)

- [FR98]
- [SCJS16]
- [Nev19b]
- [CEG⁺17]
- [Nav]

Dans cette leçon le jury attend explicitement une approche énergétique pour le calcul du couple du moteur qui permet de mettre en avant le rôle de l'énergie magnétique. Cela n'empêche pas de faire l'approche avec le moment magnétique que je trouve plus parlante. Le rôle du milieu ferromagnétique doit être mis en avant : canalisation parfaite des lignes de champ et \vec{B} radial dans l'entrefer dans le cas idéal permettant un recouvrement parfait entre les champs statoriques et rotoriques. J'imagine qu'on peut alors discuter des pertes si le temps le permet : avoir en tête les pertes de flux, par hystérésis, courants de Foucault, effet Joule et les façons de les diminuer. Comme dans l'induction, il faut faire attention aux conventions.

Introduction

Électricité à la base de notre société : permet de transporter de l'énergie qu'il faut convertir en lumière, chaleur ou travail. Les moteurs et générateurs sont des exemples de machines tournantes très fréquemment rencontrés depuis la production électrique jusqu'aux moyens de transport. Ces machines sont constituées d'un stator et d'un rotor (définir).

1.9.1 Induction et force de Laplace

Ne pas faire cette partie probablement par manque de temps et redondance avec le moteur continu. Je l'ai écrite pour rien ??? Oui sans doute...

On peut probablement la faire rapidement mais en insistant lourdement sur la correspondance entre énergie méca et elec.

On s'intéresse à une barre en mouvement dans un champ magnétique uniforme. On trouve :

$$e = lBv \quad (1.7)$$

Explication physique : l'opérateur met en mouvement les particules chargées du conducteur qui sont déviées par le champ magnétique. On peut alors assimiler cet effet à une force électromotrice e .

La puissance électrique est donnée par

$$\mathcal{P}_e = ilBv \quad (1.8)$$

Ici un déplacement crée une force électromotrice, mais on sait qu'un champ magnétique variable en crée aussi ce qui est important dans les machines électromécaniques : soit un conducteur se déplace dans un champ magnétique soit le champ magnétique est variable. Faire le schéma équivalent électrique.

Si l'induction transforme l'énergie mécanique en énergie électromagnétique, la force de Laplace fait l'inverse.

Seule la force de Laplace est à prendre en compte :

$$F_L = -ilB \quad (1.9)$$

dont la puissance est

$$\mathcal{P}_L = -ilBv \quad (1.10)$$

On montre immédiatement l'égalité entre les puissances d'induction et de Laplace ce qui est l'essentiel de la conversion électromécanique.

On peut partir du résultat $\mathcal{P}_L + \mathcal{P}_e = 0$ pour les considérations énergétiques dans le cas où la partie n'est pas traitée.

Il existe des applications où l'on souhaite faire des translations mais souvent une rotation plus utile.

1.9.2 Machine à courant continu

1.9.2.1 Cas d'une spire – Laplace

Suivre le cours de Jérémie

Modèle de la machine à courant continu.

Couple de la machine à courant continu.

On a un circuit mobile dans un champ magnétique constant ce qui conduit au phénomène d'induction.

1.9.2.2 Cas d'une spire – Induction de Lorentz

Retrouver l'égalité des puissances mécanique (Laplace) et de l'induction en fonction du couple, de la vitesse de rotation, de la force électromotrice et du courant.

Dire un mot sur la réversibilité de ces machines mais sera développé après.

Le couple d'un tel système n'est pas acceptable, il faut utiliser plusieurs spires et des matériaux ferromagnétiques pour optimiser le couplage entre les champs rotoriques et statoriques.

1.9.2.3 Généralisation aux machines réelles

Machine à courant continu réelle

Introduire la constante de couplage électromécanique et établir l'expression de la vitesse de rotation en fonction de la force contre électromotrice. Insister sur le fait que les moteurs CC sont facilement contrôlables (vitesse, piles).

Caractéristique $\omega(E)$ du moteur à courant continu.

Ces machines sont essentielles mais présentent des inconvénients :

- pour la production : le transport d'électricité en CC n'est pas rentable, il vaut mieux utiliser le triphasé.
- pour les moteurs : contacts glissants qui s'abîment, puissances modérées.

1.9.2.4 Machine synchrone

Avant on avait un moment magnétique variable dans un champ magnétique permanent, maintenant on va voir un moment magnétique constant dans un champ magnétique variable

1.9.2.5 Création d'un champ tournant

Faire le cas avec un champ diphasé pour avoir l'idée puis montrer le cas réel avec 3 bobines.

On peut raisonner par analogie avec les polarisations circulaires qui se décomposent en somme de polarisation linéaires.

Création d'un champ tournant.

En plaçant un dipôle au centre, celui-ci sera soumis à un couple qui peut le mettre en rotation.

Boussole dans un champ magnétique tournant.

En pratique les champs obtenus grâce à de simples spires n'est pas très intense et le couplage entre les champs statorique et rotorique n'est pas optimal. Il faut utiliser un milieu ferromagnétique doux pour canaliser le champ magnétique.

1.9.2.6 Champ statorique

Modèle de la machine synchrone. Parler des hypothèses et insister sur le rôle du matériau ferromagnétique.

Champ statorique.

Calculer le champ statorique avec le théorème d'Ampère dans les milieux comme dans le bouquin de PSI en faisant attention à bien justifier les symétries, etc.

Aboutir sur l'expression du champ glissant (la donner par analogie avec la partie 1.9.2.5 si manque de temps).

Donner l'expression du champ rotorique par analogie avec le cas d'une seule spire.

1.9.3 Couple de la machine synchrone

Suivre le livre de PSI pour déterminer l'expression de l'énergie électromagnétique dans l'entrefer et en déduire l'expression du couple. Faire apparaître la condition de synchronisme puis discuter des différents régimes de fonctionnement.

Caractéristique $\Gamma(\alpha)$

Faire un bilan de puissance comme dans le poly de Jérémie et insister sur les conventions.

Discuter des avantages et inconvénients de la machine synchrone (ouvrir sur les problèmes liés au démarrage et éventuellement montrer la cage d'écurie)

Conclusion

Faire un bilan de puissance avec les systèmes mécanique et électrique et montrer le couplage entre les deux par l'induction et la force de Laplace. Parler des pertes si cela n'a pas été fait dans la leçon.

1.10 LP10 Induction électromagnétique

Niveau :
Licence

Prérequis :

- Electrocinétique
- Forces de Laplace
- Equations de Maxwell
- Potentiels

Objectif de la leçon : Comprendre l'origine physique de l'induction et quantifier ses effets. Les illustrer à travers plusieurs applications.

Bibliographie

- [PCF09]
- [SVSC16]
- [Nev19a]
- [BFR84]

Dans cette leçon, il faut faire particulièrement attention à insister sur l'importance du choix des conventions d'orientation et les respecter. L'introduction de la fem d'induction est délicate : avoir en tête les différentes approches possibles (empirique, modèle de Drude et force de Lorentz, changement de référentiel) et être prêt à défendre ses choix. Les aspects énergétiques sont importants.

Introduction

Qu'est ce que l'induction ?

En approchant un aimant d'une bobine, on constate l'apparition d'un courant. C'est l'induction : à partir d'un champ \vec{B} on peut créer un courant dans un conducteur.

Expérience historique de Faraday (1831) dans laquelle il observe le courant dans une bobine créé par une autre bobine alimentée par une pile. Il pensait que le courant été créé par un champ magnétique, mais c'est en allumant la bobine qu'on observe effectivement un courant : il faut une variation du champ \vec{B} .

On observe l'apparition de courant quand l'aimant se déplace dans la bobine. En revanche, il n'y a pas de courant quand \vec{B} est statique.

On va essayer de quantifier cet effet.

1.10.1 Les lois de l'induction

1.10.1.1 La loi de Faraday 2'30

Relire le début du poly de Jérémie sur les moteurs pour l'introduction de la fem.

Dans le cadre de l'ARQS, on s'intéresse à un contour fermé $ABCD$ placé dans un champ magnétique \vec{B} et on donne une vitesse \vec{v} au circuit. On calcule la force de Lorentz qui s'applique aux porteurs de charge du circuit

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}). \quad (1.11)$$

La démonstration est faite dans [PCF09]. On en déduit la force électromotrice qui correspond au travail de la force de Lorentz divisé par q . On utilise les potentiels scalaire et vecteur pour réécrire E . Le terme en $\text{grad}V$ est nul car le contour fermé. Avec le théorème de Stokes-Ampère, on transforme l'intégrale sur $d\vec{A}/dt...$ En intégrant sur tout le circuit, on obtient finalement

$$e = - \iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} + \int (\vec{v} \wedge \vec{B}) d\vec{l} \quad (1.12)$$

Cette expression fait apparaître les deux termes de l'induction :

- Neumann, associé à une variation temporelle de \vec{B} ;
- Lorentz, associé à un déplacement du circuit dans un champ magnétique non uniforme.

Dans le cas d'un circuit indéformable, on retrouve la loi de Faraday, qui fait intervenir la dérivée totale du flux :

$$e = - \frac{D\Phi}{Dt} \quad (1.13)$$

Plutôt que d'établir cette formule il est sans doute préférable d'étudier les cas particuliers utiles pour la leçon :

- induction de Neumann : se contenter d'un circuit fixe et indéformable dans un champ magnétique variable. Eventuellement parler des flux coupés pour la généralisation de cette loi qui est la loi empirique. Insister sur la convention d'orientation.
- induction de Lorentz : garder le terme $\vec{v} \wedge \vec{B}$.

Le signe moins de la loi de Faraday est très important. Il indique que l'induction va créer un courant dont le sens s'oppose à sa cause (le champ magnétique créé par ce courant tend à s'opposer à la variation de flux qui lui donne naissance). C'est la loi de modération de Lenz.

1.10.1.2 Loi de Lenz 10'

Les effets de l'induction s'opposent à la cause qui les a produit.

Cette loi qualitative permet de prévoir les effets de l'induction.

Chute d'un aimant dans différents tubes

- tube en plexiglas : c'est un isolant, il n'y a pas d'induction, l'aimant tombe rapidement sous l'effet de la gravité ;
- tube en cuivre : c'est un bon conducteur, le courant créé dans le tube par l'aimant qui tombe génère un champ magnétique qui ralentit l'aimant. C'est une manifestation de la loi de Lenz.

puis cuivre.

Pendant la leçon, penser à traiter qualitativement les cas étudiés avec la loi de Lenz.

Maintenant que l'on a étudié les aspects théoriques de l'induction, on va étudier chacun des deux régimes. Commençons par l'induction de Neumann (champ \vec{B} variable).

1.10.2 Induction de Neumann (B variable) 12'

1.10.2.1 Auto-induction

Importance de l'agèbrisation : l'orientation du courant définit l'orientation des surfaces. On calcule le flux propre dans le cas où l'on suppose que le champ \vec{B} créé par la bobine est celui d'un solénoïde infini. Le calcul du flux à travers une spire, puis N spires donne

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 N^2 S i}{l} \quad (1.14)$$

En appliquant la loi de Faraday, on trouve

$$e = -L \frac{di}{dt}, \quad (1.15)$$

où $L = \mu_0 N^2 S / l$ est l'inductance de la bobine L s'exprime en Henri ($H = m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$).

Ici la bobine est traitée en convention générateur car elle est assimilée dans le circuit à un générateur. En convention récepteur, on a l'habitude de travailler avec $U_L = -e$. (Schémas au tableau des deux circuits dans chacune des deux conventions, avec la bobine et une résistance R en série.)

L'énergie stockée dans la bobine est liée à son inductance et se trouve en exprimant la puissance électrique qui parcourt la bobine :

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} L i^2 \quad (1.16)$$

L'énergie stockée dans la bobine se retrouve aussi en calculant l'énergie volumique magnétique $B^2/2\mu_0$ et en multipliant par le volume de la bobine.

Vérification de la dépendance en N^2 de l'inductance de plusieurs bobines en mesurant l'inductance d'après la fonction de transfert d'un circuit RL :

- mesure de l'inductance de quatre bobines de même géométrie mais avec des nombres de spires différents (125, 250, 500 et 1000 spires). Une mesure est réalisée devant le jury.
- il est nécessaire de mesurer R à chaque fois car la résistance dépend de la longueur de fil de la bobine. Cette mesure est réalisée précisément à l'aide d'un multimètre Keithley permettant de faire une mesure à quatre points.
- la mesure de L se fait en déterminant la fréquence de coupure du filtre passe bas du premier ordre RL . Pour cela on mesure le rapport entre la tension U_R et la tension du GBF, et on réalise l'acquisition pour différentes fréquences à l'aide du programme python dédié à la mesure de diagramme de Bode.
- en ajustant sur Qtiplot la courbe obtenue par le modèle analytique $||H(\omega)|| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega/\omega_c)^2}}$, on en déduit L (connaissant R) car $\omega_c = R/L$.
- les différentes valeurs de L obtenues sont ajustées en fonction du nombre de spire par un modèle $\mu_0 N^\alpha S / l$ et on obtient bien $\alpha \approx 2$.

Comparaison entre les valeurs mesurées et les valeurs déduites de la géométrie des bobines.

Regardons ce qui se passe maintenant dans le cas de l'expérience de Faraday, avec deux bobines.

1.10.2.2 Inductance mutuelle 25'

Schéma de deux bobines d'inductance L_1 et L_2 , parcourue par des courants i_1 et i_2 . L'inductance mutuelle traduit le couplage entre les deux circuits :

$$e_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} \quad (1.17)$$

- le signe de M dépend de l'orientation des deux circuits ;
- on montre que $M_{12} = M_{21}$: le résultat est presque immédiat en passant par le potentiel vecteur (démonstration dans [PCF09] par exemple).
- l'énergie d'un système de deux inductances couplées par une mutuelle est donnée par

$$E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + M i_1 i_2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 \quad (1.18)$$

L'inductance mutuelle traduit le fait qu'il est possible de transférer de l'énergie d'un circuit à l'autre.

Traiter le cas du transformateur : faire le calcul de i_1/i_2 avec le théorème d'Ampère et déduire la relation en tension par conservation des puissances. Une application importante de cet effet est le transformateur, nécessaire au transport de l'énergie à haute tension pour diminuer les pertes dues au transfert (les pertes par effets Joule sont proportionnelles au carré de l'intensité. En travaillant avec des tensions très élevées (~ 400 kV), il est possible de transporter des puissances importantes sans avoir un courant important. On a $P_J = Ri^2 = U^2/R$, mais le U ici correspond à la différence de potentiel entre les deux extrémités du fil électrique, et pas aux 400 kV qui est la différence de potentiel entre le câble et la terre.) Le transformateur est utilisé pour abaisser la tension en vue d'une utilisation par les particuliers.

Après l'induction de Neumann, on va s'intéresser à l'induction de Lorentz, c'est à dire à un circuit mobile.

1.10.3 Induction de Lorentz (circuit mobile) 28'30

1.10.3.1 Rail de Laplace

Deux termes :

- force électromotrice : elle traduit le couplage mécanique \rightarrow électrique ;
- force de Laplace, responsable du couplage électrique \rightarrow mécanique.

Schémas du dispositif, mécanique et électrique.

Avant la mise en équation, on peut qualitativement déterminer l'évolution du système lors d'un déplacement de la tige avec la loi de Lenz (...). Mise en équation :

- équation électrique

$$Ri = -v l B \quad (1.19)$$

- équation mécanique : principe fondamental de la dynamique projeté selon x

$$m\dot{v} = ilB \quad (1.20)$$

La résolution de ce système donne

$$v = v_0 e^{-t/\tau} \quad (1.21)$$

où $\tau = \frac{mR}{B^2 l^2}$. La barre est ralenti, ce qui est en accord avec l'analyse qualitative avec la loi de Lenz. Si l'on souhaite arrêter complètement la barre, il faut rajouter un frottement mécanique.

Conversion électromécanique : Schéma des échanges (P_{laplace} et $P_{\text{induction}}$) pour faire le lien entre les pertes par effet Joule et la variation d'énergie cinétique. On a $P_{\text{laplace}} + P_{\text{induction}} = 0$

Freinage par induction utilisé pour les poids lourds ou encore les trains (présente l'avantage de ne pas nécessiter de pièce d'usure). Les courants créés dans la masse métallique sont appelés courants de Foucault. Une autre application de l'induction de Lorentz est la roue de Barlow qui peut être utilisée comme générateur de courant continu (actuellement, cette méthode sert encore pour générer les courants intenses nécessaires aux électrolyses). L'induction est aussi à la base des méthodes de production d'électricité (alternative) actuelles.

Rail de Laplace : le rail a tendance à rester collé sur le support (les faux contacts entre les rails et la tige créent des arcs électriques qui soudent la barre aux rails). On pourrait ici faire une démonstration qualitative de la roue de Barlow.

Conclusion 39'

- Au cours de cette leçon, on a vu :
- les lois de l'induction (Lenz et Lorentz) ;
 - les inductions de Neumann et Lorentz.

Applications : générateurs, chauffage par induction, micro, chargeur sans fil...

Railgun de l'espace pour la blague :)

Questions

1. Lors de l'approche historique avec l'expérience de Faraday, vous avez parlé de galvanomètre : qu'est-ce que c'est ? Il s'agit d'un instrument permettant de mesurer de faibles courants électriques. L'aiguille de l'appareil est liée à des spires parcourue par le courant à mesurer, spires placées dans un champ magnétique constant et homogène. Le dipôle magnétique formé par les spires est alors soumis à un couple qui dévie l'aiguille.
2. Lors de l'introduction des lois de l'induction, vous avez introduit trois ingrédients : force de Lorentz, $\vec{E} = -\vec{\text{grad}}V - d\vec{A}/dt$ et $\vec{v} \wedge \vec{B}$: Commenter ces termes. La force de Lorentz permet d'expliquer comment le champ électromagnétique peut mettre en mouvement ou dévier des particules chargées. On repart des équations de Maxwell pour exprimer \vec{E} en fonction des potentiels vecteur et scalaire.
3. Que représentent V et \vec{A} ? voir le cours d'électromag de Jérémie pour des discussions plus poussées. On ne peut pas mesurer directement ni l'un ni l'autre. On a seulement accès à des différences de potentiel ou à la circulation de \vec{A} . Dans le cas d'un solénoïde parfait avec une spire autour, le champ \vec{B} est nul au niveau de la spire pourtant il est possible de créer un fem dans la spire en faisant varier le courant dans le solénoïde (le champ \vec{B} est bien nul mais pas \vec{A} au niveau de la spire). Une autre expérience mettant en évidence le rôle de \vec{A} dans la compréhension d'effets subtils est celle d'Aharonov-Bohm.
4. Comment pourrait-on préciser l'introduction de la force électromotrice e ? Lien entre le travail et la ddp (le travail de la force de Lorentz permet d'introduire la ddp)
5. Dans la force de Lorentz, Que représente \vec{v} ? C'est la vitesse des porteurs de charge.

6. Quel est le référentiel dans lequel est défini \vec{v} ?
7. vitesse du circuit = vitesse des charges ? Ici il faut utiliser la composition des vitesses : $\vec{v} = \vec{v}_{circuit} + \vec{u}$, où $\vec{v}_{circuit}$ est la vitesse du circuit dans le référentiel du laboratoire et \vec{u} est la vitesse des électrons dans le référentiel lié au circuit. Quand on considère l'effet d'un champ magnétique sur les électrons, on peut alors considérer le cas d'un conducteur filiforme : la vitesse \vec{u} étant alors toujours colinéaire avec le conducteur, seule la vitesse des électrons liée au mouvement du circuit donne lieu à une circulation non nulle ($\vec{u} \wedge \vec{B}$ est toujours orthogonal au conducteur). Dans le cas d'un conducteur ayant une section finie, le déplacement de électrons le long du circuit donne en présence d'un champ magnétique l'effet Hall qui est négligeable dans les conducteur en raison de la densité importante de porteurs de charge.
8. Comment évolue la vitesse de chute de l'aimant en fonction du matériau du tube ? Plus le matériaux est conducteur, plus le freinage est efficace, donc la chute longue.
9. Justifier l'approximation du solénoïde infini pour les bobines ? Cette approximation est sans doute discutable car : les bobines utilisées sont de section carrée et la dimension de la section est comparable à la longueur de la bobine. Cependant, même dans le cas d'une simple spire, le champ créé en dehors de l'axe est compliqué à calculer. Les résultats obtenus lors des expériences étant en accord raisonnable avec le modèle simple d'un champ uniforme, on peut ici justifier l'utilisation de cette approximation.
10. Pourquoi sommer les champs \vec{B} ? On peut appliquer le principe de superposition associé à la linéarité des équations de Maxwell.
11. Pourquoi se placer en convention générateur ? Dans le cas de l'induction présenté ici, la bobine est la source de la force électromotrice. Il s'agit d'un générateur qui justifie l'emploi de la convention associée.
12. Puissance stockée dans la bobine. Pourquoi iU_L et pas ei ? Lié à la convention choisie : en convention générateur, on considère l'énergie cédée par la bobine au circuit. En convention récepteur, on s'intéresse à l'énergie reçue par la bobine.
13. Manip : Quelle est la valeur de la résistance de la bobine et justifier le choix de la résistance ? (dépend du nombre de spires de la bobine) Il faut que la résistance de la bobine reste faible devant la résistance placée en série avec la bobine. De plus, on fait en sorte que la fréquence de coupure du passe base soit de l'ordre de 10 kHz
14. D'où viennent les incertitudes sur la mesure ? Comment sont calculées les erreurs ? Lors de la mesure de la fréquence de coupure, l'incertitude vient de l'ajustement des données expérimentales par le modèle analytique. La déduction de L dépend aussi de la valeur de la résistance $R+r$ qui est mesurée précisément avec l'ohmmètre numérique et une mesure à quatre points. Cette incertitude est données par la notice de l'appareil.
15. Est-il possible de rajouter des erreurs sur les points acquis à l'oscilloscope à la main ? Oui en se référant à la notice de l'instrument mais elles sont petites venant de l'oscilloscope.
16. Pourquoi avoir choisi de mesurer L d'après le diagramme de Bode ? Essentiellement car il faut une mesure quantitative dans la leçon docteur. Autres méthodes : $u_{max}/2$, temps de montée, etc. Justifiée par une approche pédagogique.
17. Valeur d'inductance comparée à quoi ? A celle mesuré au RLC-mètre, à la valeur annoncée par le constructeur, à la valeur attendue compte tenu du modèle.
18. D'où vient l'incertitude sur l'inductance théorique ? Principalement de l'inhomogénéité du champ \vec{B} dans toutes les spires et sur toute la surface d'une même spire.
19. Inductance mutuelle ? pourquoi mettre des dérivée ronde ? (erreur)

20. Une seule équation : couplage de 1 vers 2. Qu'est ce qui se passe dans l'autre sens ? Le problème est symétrique.
21. L'inductance mutuelle est elle la même de 12 ou 21 ? Oui.
22. Équivalence des puissances de Laplace et induit ? Oui car sinon fuck la physique.
23. Roue de Barlow pour générer du courant ? Oui pour les forts courants de certaines électrolyses, non pour la production électrique actuelle (alternateurs).

Commentaires

Point noir de la leçon : comment amener les lois de l'induction ? On peut écrire que la vitesse des électrons est la composition des électrons dans le circuit + la vitesse du circuit. Une autre possibilité serait de faire l'approche historique entière et introduire le $d\phi$ directement. Bq d'applications : bien A n'est pas mesurable car il y a une jauge près mais ddp mesurable et la circulation de A aussi.

1.11 LP11 Rétroaction et oscillations

Niveau :
CPGE

Prérequis :

- Filtrage linéaire
- ALI, modèle d'ordre un
- Fonction de transfert
- Diagramme de Bode

Objectif de la leçon : Template

Bibliographie

- [Nev19a]
- [CEG⁺17]

Le programme est vaste ! Les quatre premiers chapitres de [CEG⁺17] rentrent dans le cadre de la leçon. Elle est franchement orientée PSI.

Il faut prendre parti dès le début je pense : justifier rapidement qu'on utilise p à la place de $j\omega$. Même si on ne le dit pas explicitement pendant la leçon, on se place ainsi dans le formalisme de Laplace et ça simplifie les notations. Quand on parle de polynôme pour la fonction de transfert, c'est encore plus évident avec p qu'avec un polynôme en $j\omega$. Garder en tête que contrairement à la transformée de Fourier, la transformation de Laplace fait intervenir les conditions initiales.

Il faut poser calmement le schéma bloc du système et identifier A et β à chaque fois pour éviter de se mélanger les pinceaux. Dans le montage amplificateur non inverseur, A est la fonction de transfert de l'ALI, β celle du pont diviseur. Dans l'oscillateur à pont de Wien, A est la fonction de transfert de l'amplificateur non inverseur et β celle du filtre de Wien. Bien faire attention à différencier fonction de transfert en boucle ouverte et boucle fermée !

Par rapport au rapport de jury qui précise de différencier système bouclé et rétroaction : un système bouclé a sa sortie reliée à son entrée ce qui est une rétroaction particulière. Dans un système asservi on compare la sortie à l'entrée alors que dans un système bouclé, la sortie est l'entrée.

Introduction

Les rétroactions sont nécessaires pour assurer la stabilité de nombreux systèmes : elles interviennent dans les asservissements : un automobiliste ajuste sa trajectoire afin de ne pas finir dans un platane. Les perturbations, ici les changements de direction de la route, sont captées visuellement, analysées par le cerveau puis l'action adaptée est envoyée pour corriger la trajectoire.

Toutefois, une rétroaction inappropriée peut mener à une instabilité : par exemple l'effet Larsen. Cette instabilité est parfois problématique puisqu'elle peut mener à la rupture de tout ou partie du système. Dans certains cas, la rétroaction mène à un comportement périodique qui, s'il est maîtrisé permet de construire des oscillateurs à la base du fonctionnement des montres par exemple.

Rétroaction et oscillations. Apparemment, il y a des concours de Larsen...

1.11.1 Nécessité d'une rétroaction

1.11.1.1 Thermostat

Décrire le principe de la boucle ouverte et de la boucle fermée avec un exemple pratique, une régulation de température :

- en boucle ouverte : on donne une consigne à un radiateur qui va permettre de compenser les pertes thermiques dans une pièce. Si rien ne change, pas de problème mais si la température extérieure évolue, il faudra adapter la consigne. On ne veut pas ajuster en permanence la consigne donc on va automatiser le système en lui ajoutant une boucle de contrôle.
- en boucle fermée, la sortie est comparée à la consigne et le système ajuste son action.

Faire apparaître le schéma bloc du système en présentant les protagonistes : consigne, actuateur (radiateur), rétroaction (thermomètre) et comparateur (soustracteur).

Ce formalisme est très général et particulièrement adapté à la description des systèmes bouclés. Appliquons le à un système facilement accessible en TP : le montage amplificateur non inverseur.

1.11.1.2 Amplificateur non inverseur

On s'intéresse à des systèmes linéaires, continus et invariants [CEG⁺17] p31. Suivre [Nev19a] p74 pour introduire la fonction de transfert en boucle ouverte et boucle fermée en prenant pour l'ALI un modèle de passe-bas du premier ordre. Introduire les notions de chaîne directe et chaîne de retour [CEG⁺17] p47. Montrer qu'en prenant $\mu_0 \rightarrow \infty$, on retrouve bien un amplificateur. Il faut être efficace dans les calculs.

Amplificateur non inverseur. Mesurer sa fonction de transfert et la relier aux valeurs des composants.

Montrer la conservation du produit gain bande et tracer le diagramme de Bode pour quelques gains : il faut souligner que le montage est un passe-bas. Faire apparaître clairement le lien avec l'asservissement présenté précédemment et parler de précision et rapidité. Dire qu'en réalisé on ajoute un correcteur. De manière très générale, les asservissements sont un compromis entre rapidité, précision et stabilité.

La fonction de transfert harmonique d'un système linéaire est aussi appelée transmittance harmonique.

Bien relire [Nev19a] p84-88 pour être au clair sur le PID au cas où.

Il faut faire la différence entre l'électronique de puissance où la précision n'est pas aussi importante que l'obtention de forts courants et le traitement du signal par exemple où la précision est essentielle pour préserver la fidélité du signal.

La présence d'une rétroaction adaptée est essentielle pour les asservissements : amplificateur, thermostat, robotique, etc. Cependant, elle peut mener à un système instable.

1.11.2 Stabilité

1.11.2.1 Comparateur à hystérésis

Comparateur à hystérésis. Montrer que l'inversion des bornes amène une saturation du système : la rétroaction peut conduire à une instabilité.

Analysons ce qu'il se passe [Nev19a] p90 :

- reprendre le modèle du premier ordre de l'ALI pour justifier l'effet de l'inversion du signe : on passe de μ_0 à $-\mu_0$;
- reprendre la fonction de transfert simplifiée de l'amplificateur non inverseur comme un passe-bas d'ordre un et passer en réel pour obtenir l'équation différentielle du filtre ;
- analyser qualitativement l'effet du changement de signe de μ_0 en remarquant qu'une exponentielle croissante ou décroissante est solution.
- parler de la saturation qui empêche la divergence du système.

On comprend bien pourquoi la rétroaction sur la borne non inverseuse est source d'instabilité.

Étudions le cas général.

1.11.2.2 Critère de stabilité

On se limite en accord avec le programme à des systèmes d'ordre deux :

- écrire l'équation différentielle générale du système ;
- donner l'équivalence du critère de stabilité [CEG⁺17] p38 et interpréter physiquement le rôle du signe du coefficient d'amortissement. Donner la condition générale en terme de signe pour les coefficients [Nev19a] p91 ;
- passer en complexe pour écrire la fonction de transfert et bien souligner l'équivalence des deux notations ;
- définir un système stable [CEG⁺17] p35 ;
- remarquer que l'ordre du numérateur est forcément inférieur à celui du dénominateur sinon divergence à haute fréquence ;
- la condition de stabilité porte donc sur le dénominateur : remarquer qu'il ne doit pas s'annuler et dire que la limite de stabilité du système est atteinte aux zéros du dénominateur.

Deux points importants à retenir :

- on peut connaître la stabilité du système en étudiant sa réponse en boucle ouverte, il ne faut pas que $H_{TBO} = -1$;
- les descriptions fréquentielle et temporelle sont équivalentes : on étudie souvent la réponse impulsionnelle.

La stabilité d'un système fermé est définie avec des marges en gain et en phase car les paramètres de la rétroaction sont susceptibles de changer en raison de variation thermique etc.

Le fait que l'ordre du numérateur soit plus faible que celui du dénominateur dans la fonction de transfert traduit aussi la causalité du système [Nev19a] p78.

Savoir parler du lieu de Nyquist.

La réponse temporelle des systèmes linéaires est réalisée en utilisant le formalisme de Laplace : la connaissance de la fonction de transfert et des conditions initiales permet de remonter très simplement à l'évolution temporelle du circuit grâce à une transformation inverse de Laplace. Ce n'est toutefois pas vraiment au programme de PSI même s'ils passent du $j\omega$ à p dans les calculs. Il semble que ce soit vu un peu plus en SI.

Les instabilités sont potentiellement dangereuses mais peuvent être exploitées pour créer des oscillateurs.

1.11.3 Oscillateur quasi sinusoïdal

1.11.3.1 Système bouclé

Faire le schéma [Nev19a] p97 et réécrire les fonctions de transfert en boucles ouverte et fermée en faisant attention au changement de signe dû au passage d'un soustracteur à un sommateur. Reprendre l'exemple de l'amplificateur non inverseur et dire que c'est débile de le boucler mais que si on ajoute un passe bande, on va pouvoir sélectionner une composante spectrale. Mettre l'accent sur la condition pour observer une oscillation : gain unitaire et déphasage nul. Bien faire apparaître la nécessité d'un amplificateur. Énoncer la condition de Barkhausen [Nev19a] p98.

Voyons un exemple pratique, l'oscillateur à pont de Wien.

1.11.3.2 Analyse de la boucle ouverte

Reprendre l'amplificateur et lui ajouter le filtre de Wien sans boucler, identifier A et β et faire le schéma bloc. Suivant le temps, on fait les calculs ou on balance.

Filtre de Wien. Mettre en évidence qu'à résonance le déphasage est nul. Résonance au sens réponse maximale mais gain inférieur à un : il faut un ampli.

Trouver la condition d'oscillation avec le critère de Barkhausen [Nev19a] p100.

Fonction de transfert en boucle ouverte. Se rapprocher des conditions d'oscillation en restant en dessous.

Et maintenant, on boucle !

1.11.3.3 Oscillateur à pont de Wien

Oscillateur à pont de Wien. Bam ! Ça oscille. On peut regarder le portrait de phase pour vérifier que les oscillations sont presque sinusoïdales. Mettre en évidence que la saturation est responsable de la non divergence des oscillations : sauvé par la non-linéarité !

Parler du facteur de qualité : ici c'est nul on a $1/3$ mais avec des quartz, on transfère la stabilité mécanique d'un micro-diapason sur un oscillateur électronique. C'est à la base de tous les appareils électroniques récents. Applications suivant le temps : montre, laser...

Ici on ne s'intéresse qu'à un type d'oscillateur : l'oscillateur quasi-sinusoïdal mais il existe aussi l'oscillateur à relaxation [Nev19a] p103.

Conclusion

En récapitulant, on peut parler des correcteurs sur les asservissements par exemple. Donner des exemples.

1.12 LP12 Traitement d'un signal, étude spectrale

Niveau :
CPGE (MP, PSI)

Prérequis :
• Electrocinétique, fonction de transfert
• Filtre RC

Objectif de la leçon : Mettre en évidence l'importance du traitement de signal dans les protocoles de communication actuels. Discuter des avantages et inconvénients des traitements numériques et analogiques. Se familiariser avec l'étude spectrale.

Bibliographie

- [AM14]
- [CEG⁺17]
- [SSVT17]
- [Nev19b]

Cette leçon se prête particulièrement bien à des expériences qualitatives rapides sur l'oscilloscope, aussi bien dans le filtrage avec l'étude de l'action du RC sur un créneau par exemple que pour montrer le traitement numérique. Il faut bien reprendre en main l'oscilloscope, notamment sur la FFT pour montrer rapidement les effets mentionnés dans la leçon.

Introduction

Dans le cadre des télécommunications, on s'intéresse à la transmission d'un signal complexe qui doit être traité afin d'être transporté sur de longues distances. On distingue les méthodes analogiques qui conservent la nature continue du signal des méthodes numériques qui nécessitent sa discrétisation. Ces deux méthodes présentent chacune des avantages et inconvénients que l'on discutera au cours de cette leçon. L'étude spectrale permet de s'affranchir de la redondance temporelle de la plupart des signaux et constitue donc un outil puissant pour leur étude.

On peut peut-être partir aussi en présentant directement le signal GW150914 bruité et la nécessité du filtrage pour extraire un signal faible d'un bruit important. Le passage modulation/démodulation est justifié par l'utilisation de cette technique dans l'interféromètre mais aussi sur la détection elle-même : l'OG introduit une modulation de phase qui est détectée par interférométrie (démodulation).

1.12.1 Spectre d'un signal et filtrage

L'objectif de cette partie est de justifier le passage à l'étude de spectre et de comprendre comment agit un système simple (filtre linéaire) sur le signal. Par la suite il est possible d'étudier directement les spectres.

Le signal est une grandeur physique donc les variations temporelles encodent une information.

1.12.1.1 Signal périodique

Suivre [SSVT17]. Tout signal périodique $s(t)$ de fréquence f_s s'exprime comme la superposition de fonctions sinusoïdales de fréquence multiple de f_s :

$$s(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(2\pi n f_s t + \varphi_n). \quad (1.22)$$

Toutes les informations sur $s(t)$ sont contenues dans les A_n et φ_n : on peut les représenter en fonction de la fréquence sous forme de spectres en amplitude et en phase. Faire les schémas $s(t)$, $A_n(f)$ et $\varphi_n(f)$.

Spectre d'un signal en créneau.

FFT d'un signal en créneau sur l'oscilloscope.

Donner les interprétations physiques de A_0 , A_1 et A_n : les premières harmoniques décrivent la forme générale du signal mais les détails sont donnés par les hautes fréquences, c'est-à-dire par les harmoniques de rang élevé.

Spectre du signal sonore émis par un verre. Parler de la transformée de Fourier pour les signaux non périodiques.

Cette description permet de s'affranchir de la redondance d'un signal périodique et est particulièrement utile pour décrire la réponse des filtres linéaires.

1.12.1.2 Filtrage linéaire

Attention à la cohérence dans cette partie avec les pré-requis : si les filtres électroniques ont déjà été vus, il n'est pas utile d'introduire les notions de diagramme de Bode etc. Il faut plutôt je pense rattacher la description générale au cas particulier des filtres électroniques.

Faire un schéma d'un filtre avec e et s . Définition d'un filtre : système pour lequel il existe une relation à coefficients constants entre les dérivées temporelles de l'entrée et celles de la sortie :

$$b_0 s(t) + b_1 \frac{ds}{dt} + \dots + b_m \frac{d^m s}{dt^m} = a_0 e(t) + a_1 \frac{de}{dt} + \dots \quad (1.23)$$

m est appelé l'ordre du filtre. Ce type de système est linéaire ce qui permet d'utiliser le principe de superposition. Il permet d'agir sur le spectre d'un signal sans modifier le contenu fréquentiel (ne fait pas apparaître de nouvelles fréquences, ce qui traduirait une non-linéarité).

On suppose un signal d'entrée de la forme :

$$e(t) = E \cos(\omega t + \varphi_e) \quad (1.24)$$

et on utilise la notation complexe :

$$\underline{e}(t) = E e^{j(\omega t + \varphi_e)}. \quad (1.25)$$

En faisant de même pour la sortie, on définit la fonction de transfert d'un filtre linéaire comme le rapport :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}. \quad (1.26)$$

Calculs du filtre RC en utilisant les impédances complexes. On obtiendrait le même résultat en établissant l'équation temporelle du circuit.

Filtre passe-bas.

Diagramme de Bode d'un circuit RC. Montrer l'effet du filtre sur un signal sinusoïdal en modifiant la fréquence pour mettre en évidence le caractère passe bas. Faire les calculs puis acquérir et ajuster le diagramme de Bode obtenu par le modèle.

Prendre le temps de discuter l'altération du spectre en fonction de la différence de fréquence entre le signal et le filtre dans le cas simple du passe-bas.

Mettre en évidence le comportement intégrateur du passe-bas par le calcul dans le cas $\omega \gg \omega_c$ et par l'expérience.

De manière générale les filtres permettent d'isoler une partie du spectre d'un signal pour en extraire l'information essentielle dont la nature varie avec l'application : musique, télécommunications, mesures de précisions... Il existe de nombreux types de filtres linéaires : passe-bas, passe-haut, passe-bande, etc. et pas seulement d'ordre 1. Ils peuvent agir dans des domaines différents (mécanique, électronique, etc.).

Ces systèmes linéaires sont nécessaires pour le traitement du signal dans les télécommunications mais pas suffisants.

1.12.2 Transmission analogique : la radio AM

Avantages de la modulation d'amplitude : simplicité, longue portée car basse fréquence. Inconvénients : sensibles aux perturbations sur l'amplitude.

Avantage de la modulation de fréquence : insensible aux perturbations (sauf effet doppler ou non linéarités). Inconvénient : plus complexe, plus faible portée.

1.12.2.1 Modulation

On s'intéresse à la transmission d'une musique pour expliquer le fonctionnement de la radio par exemple. Il est exclu de les transmettre via des ondes mécaniques pour des raisons évidentes : on préfère utiliser des ondes électromagnétiques. Il faut donc premièrement transformer le signal sonore en signal électrique grâce à un microphone par exemple. La fréquence du signal à transmettre est de l'ordre du kHz, ce qui correspond à une longueur d'onde de 300 km. Comme les antennes sont du même ordre de grandeur que le signal à détecter il faudrait des antennes gigantesques ! Pour éviter cela on va utiliser une porteuse de haute fréquence pour transporter l'information base fréquence, ce qui nécessite une modulation.

Cette opération nécessite un composant non linéaire : le multiplieur. Faire un schéma

$$s_{AM}(t) = (1 + \alpha s(t))s_p(t) \quad (1.27)$$

Faire le calcul pour montrer que

$$s_{AM}(t) = A_p \left[\cos(\omega_p t) + \frac{m}{2} \cos(\omega_p - \omega)t + \frac{m}{2} \cos(\omega_p + \omega)t \right] \quad (1.28)$$

On voit immédiatement que le signal modulé contient trois fréquences.

Spectre du signal modulé en amplitude.

Parler du problème de la porteuse qui nécessite beaucoup d'énergie.

On obtient donc un signal qui peut être transporté mais qui n'est pas utilisable en tant que tel. Il est nécessaire de le démoduler.

1.12.2.2 Démodulation synchrone

Parler rapidement de la détection d'enveloppe.

Faire le calcul de la démodulation synchrone et insister sur l'importance du filtrage.

Spectre du signal démodulé en amplitude.

Si les télécommunication analogiques sont encore utilisées actuellement, le numérique devient de plus en plus présent. Inconvénients de la transmissions analogique : sujet au bruit, difficile à stocker.

1.12.3 Traitement numérique

1.12.3.1 Numérisation

Avantages du numériques [CEG⁺17] p136. Définition de l'échantillonnage [CEG⁺17] p127.

Numérisation d'un signal.

Il y a une perte d'information mais facilement mémorisable.

Critère de Shanon.

Parler des DFT, FFT. Tracer le spectre d'un signal échantillonné et faire apparaître la création de nouvelle fréquence en raisonnant par analogie avec la modulation vue avant. Repliement de spectre. Amener la nécessité de filtrer avant l'acquisition pour éviter le repliement de spectre.

Template

1.12.3.2 Filtrage

Présenter la méthode de discrétisation en prenant l'exemple du passe bas.

Filtrage numérique.

Le traitement du signal peut être fait a posteriori mais aussi en temps réel : parler des micro-contrôleurs qui permettent de réaliser des filtres complexes sans modifier le hardware. Il y a donc plus de flexibilité !

Conclusion

Traitement du signal pour la détection des ondes gravitationnelles. Il faut garder du temps pour traiter convenablement cette partie : elle permet de récapituler le contenu de la leçon :

- étude d'un spectre ;
- filtrage analogique : expliquer les systèmes de suspension des miroirs filtrage passe-bande pour éliminer hautes et basses fréquence du signal à la sortie de l'interféromètre ;
- filtrage numérique : traitement du signal pour éliminer les harmoniques, analyse des données (massives) et automatique.

On peut aussi parler des asservissements.

1.13 LP13 Ondes progressives, ondes stationnaires

Niveau :
CPGE

Prérequis :

- Mécanique
- Électrocinétique
- Équations de Maxwell

Objectif de la leçon : Template

Bibliographie

- [Thi14]
- [SVSC16]
- [OGS00]
- [BDF⁺04]

Introduction

On peut définir une onde comme [OGS00] p655. Cette définition est très générale et englobe de nombreux phénomènes physiques.

Ondes. Insister sur :

- 1D, 2D, 3D ;
- multiples domaines.

Dans un premier temps, on va étudier une équation très fréquente quand on s'intéresse aux ondes et on va étudier en particulier deux grandes familles de solutions de cette équation.

Les champs dont il est question dans la définition de [OGS00] peuvent être scalaires, vectoriels ou même tensoriels (ondes gravitationnelles).
D'aucuns rajouteront à la définition de [OGS00] que l'équation doit admettre des solutions propagatives...

1.13.1 Équation d'onde

1.13.1.1 Corde de Melde

IMPORTANT : Attention à la convention choisie : pour éviter de trainer des signes - partout et contrairement à ce qui est fait dans [BDF⁺04] p31, on appelle $\vec{T}(x, t)$ la tension exercée par la partie *droite* de la corde sur la partie *gauche* en x avec l'axe des x orienté de la gauche vers la droite ! Pour le bilan des forces parler de F plutôt que de T et exprimer après F en fonction de T : $\vec{F}(x, t) = -\vec{T}(x, t)$ et $\vec{F}(x + dx, t) = +\vec{T}(x + dx, t)$.
De même, attention au signe : les équations couplées sont données avec un signe -. Si F_y est vers les y croissants (contrairement à [BDF⁺04]), les grandeurs couplées sont bien v_y et $-F_y$.

Suivre [OGS00] p657-659. Bien poser le problème : schéma et hypothèses, bilan des forces, projection sur les deux axes et arriver à l'équation de d'Alembert. Pendant la démonstration, encadrer les deux équations de couplage [BDF⁺04] p32 et dire que l'équation de d'Alembert provient de ces deux équations.

Discussion sur la comparaison de la tension de la corde avec le poids [SVSC16] p874 : il faut ajouter une condition sur l'angle que fait la corde avec l'horizontale car sinon on compare deux forces qui sont orthogonales. Avec leurs valeurs, le rapport entre le poids de la corde et la tension donne 10^4 ce qui fait que la déformation due au poids est de l'ordre $0,5 \times 10^{-4}$ rad soit $0,003^\circ$. Pour des angles très petits devant 1 rad mais très grands devant cette valeur les approximations sont vérifiées.

Pour la corde, y , v_y , α et F_y vérifient l'équation de d'Alembert.

Considérer une corde de raideur non nulle amène un terme supplémentaire avec des dérivées d'ordre 4 dans l'équation de d'Alembert [BDF⁺04] p182.

En fait cette équation est très générale et est obtenue pour des champs scalaires comme vectoriels : donner l'expression vectorielle.

Voyons quelques propriétés de cette équation.

1.13.1.2 Équation de d'Alembert

Universalité de l'équation de d'Alembert. Onde acoustique [SVSC16] p925.

Dire que l'équation de d'Alembert est la même pour les deux grandeurs couplées, parler de réversibilité, de linéarité donc superposition. Remarquer que le produit des deux grandeurs couplées donne une puissance ou une puissance surfacique : c'est une flux d'énergie !

Le fait que l'on trouve cette équation est souvent le résultat d'approximations : absence de dissipation (donc réversibilité), linéarisation des équations, etc. ce qui la rend très fréquente en physique. L'existence de grandeurs couplées est une caractéristique fondamentale des phénomènes propagatifs et peut aboutir à d'autres équations.

D'autres équations de propagation. Effet de peau [OGS00] p765, onde dans un plasma [BDF⁺04] p182, corde avec frottements [BDF⁺04] p182.

On peut insister en particulier sur l'irréversibilité de l'équation pour la corde avec frottement.

Comme toutes les équations aux dérivées partielles, il est nécessaire de connaître des conditions initiales ou des conditions aux limites pour la résoudre. Dans la suite on s'intéresse seulement à des solutions de l'équation de d'Alembert. On va d'abord s'intéresser à une famille particulière de solutions : les ondes progressives.

1.13.2 Ondes progressives

1.13.2.1 Expression générale

Donner la forme générale [OGS00] p660 sans démonstration et donner l'interprétation en faisant les graphes $y = f(x)$ et $y = f(t)$ pour le cas d'une onde se propageant dans le sens des x croissants (attention de bien faire une allure asymétrique pour voir la différence entre les deux graphes). Montrer qu'il y a translation du motif à l'identique. Retour sur les conditions initiales : si l'on connaît la forme de la déformation à un instant t , on peut déterminer l'évolution du système.

En général, les ondes se propagent en 3D mais on peut simplifier en étudiant les ondes planes.

1.13.2.2 Ondes planes progressives harmoniques

Donner la définition d'une onde plane [BDF⁺04] p33 et justifier le nom avec l'interprétation sur les surfaces d'onde [Thi14] p11-12. Ca n'a pas trop de sens avec la corde qui est 1D mais la forme est la même. Elle vérifie la définition d'une onde progressive et justifier harmonique par le fait qu'on puisse appliquer la superposition.

Définir la vitesse de phase, établir la relation de dispersion et remarquer que $v_\varphi = c$ mais dire que c'est un cas particulier.

Mesure de la vitesse du son dans l'air.

Dire qu'il s'agit d'une base complète de solution. Nuancer en remarquant que ces solutions ne sont pas physiques car extension spatiale et temporelle infinie mais adapté à la description dans certaines géométries. On pourrait aussi parler d'ondes sphériques.

Selon FD il vaut mieux éviter de parler de Fourier... On peut rester vague en parlant simplement de superposition.

Ici on ne parle pas de vitesse de groupe ce qui est justifié par l'absence de dispersion.

On a vu que l'équation de propagation venait du couplage entre deux champs associables à des énergies cinétique et potentielle. Remarquer que l'expression célérité dépend des grandeurs caractéristiques du milieu sur l'inertie et le terme de rappel.

1.13.2.3 Aspects énergétiques

Donner l'expression des énergies cinétique et potentielle de la corde : suivre [BDF⁺04] p89 exercice 6. Expliquer pourquoi la tension agit au premier ordre comme une force de rappel avec les mains : inclinaison de la corde par rapport à la position d'équilibre horizontale. Reprendre la slide « Universalité de l'équation de d'Alembert » pour avoir les équations couplées et dériver l'expression de l'énergie obtenue pour faire apparaître le vecteur de Poynting. Interpréter en faisant le schéma d'un bilan d'énergie d'une section de corde de longueur dx . Analogie avec l'électrocinétique, l'acoustique.

Dans le cas des OPP, on peut pousser l'analogie et définir l'impédance [BDF⁺04] p63 qui donne un lien simple entre les grandeurs couplées : c'est la relation de structure [Thi14] p14 valable pour une OPP dans un milieu homogène et isotrope. Donner le cas pour la corde [SVSC16] p1066 et l'expression de l'impédance $\sqrt{\mu T_0}$. C'est la même chose en électrocinétique et c'est pour ça que l'adaptation d'impédance est primordiale.

Réflexion et transmission sur un dioptré.

La tension d'une corde est une force non conservative. Pour s'en convaincre, on peut comparer le travail de la tension quand on soulève une masse au bout d'un fil sur une même distance mais pendant deux durées différentes.

Pour la corde : si l'extrémité est fixe, la réflexion s'accompagne d'un déphasage de π mais si l'extrémité est libre, l'onde est réfléchie à l'identique.

En optique on a le même genre de relation avec les indices : ce sont les relations de Fresnel [OGS00] p809. Pourquoi les indices prennent le rôle des impédances, je ne sais pas... ok ça sort des relations de passage mais le lien entre Z et n ?

Ne pas confondre impédance propagative et impédance dissipative [Thi14] p14.

Impédance électromagnétique du vide : $Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377 \Omega$. Impédance d'un câble coaxial : 50Ω ou 75Ω . Impédance acoustique de l'air : $\rho c = 340 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$.

Remarquer qu'en cas d'impédance nulle ou infinie, l'onde est totalement réfléchie...

1.13.3 Ondes stationnaires

1.13.3.1 Expression générale

Exprimer la superposition de deux OPPH contra-propageantes et faire apparaître le découplage entre les variables d'espace et de temps : chemin inverse de [Thi14] p22 avec

$$\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}. \quad (1.29)$$

Donner la définition d'une onde plane stationnaire [Thi14] p22. Elle satisfait automatiquement l'équation de d'Alembert comme c'est une superposition d'OPPH, base complète aussi. Même relation de dispersion, double périodicité.

Corde de Melde.

Se baser sur l'expérience pour mettre en évidence les nœuds et ventres de vibration, donner le lien avec la longueur d'onde.

Donner l'exemple d'un réseau optique pour le piégeage d'atome : création d'une onde stationnaire avec deux lasers contra-propageants, ou exemple avec les télécommunications [SVSC16] p988.

Dans le cas de la corde de Melde, ce sont les conditions aux limites qui rendent le choix de la description sur une base d'ondes stationnaires naturelle : on a des points fixes ! Par opposition, la propagation d'une perturbation le long d'une corde infinie se prête mieux à une décomposition sur une base d'OPPH. La présence de conditions aux limites est souvent associée à l'existence de modes propres.

1.13.3.2 Lien avec les modes propres

Suivre rapidement [Thi14] p24 pour la détermination des modes propres de la corde. Justifier la forme de la solution cherchée : sinusoïde spatiale car c'est ce qu'on voit et sinusoïde temporelle car c'est la forme de l'excitation.

Corde de Melde. On pourrait la rendre quantitative en mesurant évaluant le lien entre les paramètres de la corde, les fréquences propres et les longueurs d'onde des modes propres.

Ici il ne faut pas mélanger régime libre et régime forcé : faire apparaître clairement la différence entre le mode propre issu du régime libre et la résonance associée au régime forcé. On a résonance en excitant à la fréquence d'un mode propre. Le vibreur impose une condition à la limite particulière : en toute rigueur le nœud de vibration est décalé du vibreur mais ce n'est pas grave car on observe ce qu'il se passe à résonance donc le décalage est très faible. En réalité la forme de la déformation est différente [Thi14] p27.

Pour une condition initiale quelconque, la propagation d'une perturbation sur une corde fixée aux deux extrémités est une superposition d'OPPH et d'ondes stationnaires. On peut définir le taux d'onde stationnaire : c'est le rapport entre l'amplitude max (au niveau des ventres) et l'amplitude min (au niveau des nœuds). Pour une onde progressive, il vaut 1, pour une onde parfaitement stationnaire, il tend vers l'infini.

L'onde stationnaire porte bien son nom !

1.13.3.3 Retour sur l'énergie

Évolution de l'énergie lors de la vibration d'une corde.

Bien faire apparaître le couplage cinétique potentiel illustré par les variations entre les grandeurs couplées. Détailler en particulier les situations extrémales : tout en énergie potentielle ou tout en énergie cinétique en commentant par rapport à la déformation de la corde. Encore une fois le fait que la tension soit assimilée à une force de rappel ne vient que de la linéarisation dans l'hypothèse des petits angles.

Conclusion

On a vu que la propagation des ondes dépend fortement des propriétés du milieu : de sa raideur, de son inertie pour les ondes mécaniques, mais aussi des conditions aux limites. Leur étude permet donc d'analyser les propriétés du milieu : ondes sismiques pour étudier la géologie.

Propagation d'une onde le long d'un [fouet](#).

1.14 LP14 Ondes acoustiques

Niveau :
CPGE

Prérequis :

- Mécanique des fluides
- Thermodynamique
- Ondes électromagnétiques

Objectif de la leçon : Décrire les ondes acoustiques dans différents milieux, leur propagation et ainsi expliquer le principe de fonctionnement de plusieurs instruments de musique.

Bibliographie

- [CK08]
- [BDF⁺04]
- [MI86]
- [SVSC16]
- [LL71]

Introduction

Montrer l'extrait de la [Vidéo \(3'12" à 3'52"\)](#). Dans cette vidéo, on a vu de nombreux exemples qui montrent le caractère vibratoire des ondes acoustiques et leur lien avec le son, la musique. L'objectif de cette leçon va être de décrire les ondes acoustiques, principalement dans les fluides et de voir comment leur manipulation peut conduire à la fabrication d'instruments, mais aussi à la compréhension du comportement de nombreux objets.

1.14.1 Description d'une onde acoustique

Les ondes acoustiques sont des ondes mécaniques. Elles correspondent à la propagation d'une déformation dans un milieu matériel. Insister sur la nécessité d'un milieu matériel, qui peut être fluide ou solide. Ici on va principalement s'intéresser aux ondes acoustiques dans l'air.

1.14.1.1 Approximation acoustique

Les ondes acoustiques résultent d'un couplage entre des variations de pression et le déplacement des particules de fluide. On va donc s'intéresser à ces deux grandeurs principalement. Cependant, le fluide est compressible et il va aussi y avoir des variations de volume donc de masse volumique. D'autres grandeurs (température, etc.) sont également amenées à varier ce qui va conduire à effectuer certaine hypothèse, que l'on pourra vérifier ensuite.

Dans un premier temps, on s'intéresse à un fluide au repos :

- de vitesse moyenne nulle ;
- de pression moyenne P_0 ;
- de masse volumique moyenne μ_0 .

L'onde sonore correspond à une faible perturbation du fluide par rapport à cet état de repos :

- $\vec{v}(M, t) = \vec{v}_1(M, t)$, petite devant la vitesse du son $c = \lambda\nu$;
- $P(M, t) = P_0 + p_1(M, t)$, où $p_1(M, t) \ll P_0$;
- $\mu(M, t) = \mu_0 + \mu_1(M, t)$ où $\mu_1(M, t) \ll \mu_0$;

et sera traité comme tel. On négligera ainsi tous les termes d'ordre deux dans les équations. C'est l'approximation acoustique.

Dans le cadre de cette leçon, on considère l'écoulement comme parfait en négligeant la viscosité du fluide. Ceci conduit à une déformation élastique rapide du fluide, c'est à dire réversible, ce qui nous permettra de formuler une hypothèse thermodynamique.

On vient de définir le cadre de l'étude des ondes acoustiques dans un fluide. On peut maintenant déterminer l'équation qui régit l'évolution de ces ondes en exploitant les outils de la mécanique des fluides et de la thermodynamique.

1.14.1.2 Équation de propagation

On peut tout d'abord utiliser l'équation de la conservation locale de la masse :

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + \operatorname{div}(\mu \vec{v}) = 0,$$

qui conduit après linéarisation à

$$\frac{\partial \mu_1}{\partial t} + \mu_0 \operatorname{div} \vec{v}_1 = 0.$$

Cette équation fait apparaître un premier lien entre μ_1 et \vec{v}_1 alors qu'on préférerai un lien entre p_1 et \vec{v}_1 .

On peut faire ce lien à travers un coefficient thermodynamique. La transformation associée au passage de l'onde est rapide donc on la supposera adiabatique et réversible, c'est à dire isentropique. Dans ce cas on utilise le coefficient de compressibilité isentropique χ_S

$$\chi_S = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_S = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial \mu}{\partial P} \right)_S.$$

Un développement de Taylor donne ainsi la relation $\mu_1 = \chi_S \mu_0 p_1$. En l'injectant dans l'équation de conservation de la masse, on obtient après linéarisation

$$\chi_S \frac{\partial p_1}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{v}_1 = 0. \quad (1.30)$$

L'écoulement étant parfait, on utilise l'équation d'Euler en négligeant la gravité :

$$\mu \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \left(\vec{v} \overrightarrow{\operatorname{grad}} \right) \vec{v} \right) = -\overrightarrow{\operatorname{grad}} P.$$

L'hypothèse v_1 petite conduit à négliger le terme non linéaire de l'équation d'Euler

$$\left\| \left(\vec{v} \overrightarrow{\operatorname{grad}} \right) \vec{v} \right\| \ll \left\| \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right\|$$

ce qui est vrai si $\|v_1\| \ll c$, où $c = \lambda \nu$ est la vitesse de l'onde acoustique. Cette condition peut être vérifiée a posteriori. Avec ces hypothèses, on aboutit à l'équation linéarisée

$$\mu_0 \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} = -\overrightarrow{\operatorname{grad}} p_1. \quad (1.31)$$

En dérivant l'équation de conservation de la masse 1.30 par rapport au temps et en prenant la divergence de l'équation d'Euler 1.31, on obtient l'équation de d'Alembert pour la surpression p_1

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} - \frac{1}{c^2} \Delta p_1 = 0, \quad (1.32)$$

où $c = 1/\sqrt{\chi_S \mu_0}$ est la vitesse de l'onde acoustique. De même, en dérivant Euler par rapport au temps et en prenant le gradient de la conservation de la masse, on obtient l'équation de d'Alembert pour la vitesse \vec{v}_1

$$\frac{\partial^2 \vec{v}_1}{\partial t^2} - \frac{1}{c^2} \Delta \vec{v}_1 = 0. \quad (1.33)$$

Pour l'équation de d'Alembert sur la vitesse, il faut de plus supposer l'écoulement irrotationnel, ce qui est raisonnable dans l'hypothèse d'un écoulement parfait et en appliquant le théorème de Kelvin.

Pour établir ces équations de propagation, on a fait plusieurs hypothèses qu'il faut vérifier.

1.14.1.3 Retour sur les hypothèses

Quelques ordres de grandeur. L'intensité sera définie proprement ensuite. Même pour des sons très intenses, les hypothèses de perturbations faibles sont vérifiées, donc l'approximation acoustique est valide.

La deuxième hypothèse réalisée est celle d'une transformation adiabatique réversible. Pour une évolution isentropique du fluide, on utilise la loi de Laplace $PV^\gamma = \text{cte}$, où $\gamma = c_p/c_v$ est le rapport des capacités calorifiques à pression et volume constant. On trouve ainsi $\chi_S = 1/\gamma P_0$ et donc

$$c = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\mu_0}}.$$

Si le fluide peut-être considéré comme un gaz parfait, on obtient finalement en utilisant l'équation d'état des gaz parfaits

$$c = \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{M}}. \quad (1.34)$$

Le plus simple pour redémontrer cette relation est de différencier $\ln(PV^\gamma)$ pour exprimer la compressibilité isentropique.

On peut vérifier expérimentalement cette relation en mesurant la vitesse du son dans l'air.

Mesure de la vitesse du son dans l'air avec une onde ultra-sonore. On pourrait remonter à cette vitesse en mesurant le temps de vol d'une impulsion brève entre un émetteur et un récepteur ultra-sonore mais cette mesure est sujette à une incertitude importante car on ne connaît pas exactement leur géométrie. Je préfère ici mesurer la longueur d'onde en déplaçant de plusieurs longueurs d'onde le récepteur devant l'émetteur sur un banc optique.

L'air n'est pas un milieu dispersif pour les ondes acoustiques.

Pour une transformation isotherme, on utilise le coefficient de compressibilité isotherme χ_T et on trouve

$$c = \sqrt{\frac{RT_0}{M}},$$

ce qui n'est pas en accord avec les observations expérimentales.

Les résultats que l'on a obtenu jusqu'à maintenant semblent expliquer convenablement les observations expérimentales. Montrer la [vidéo du verre vibrant](#). Cette vidéo met en évidence que les ondes sonores transportent de l'énergie.

1.14.2 Aspects énergétiques

Dans cette partie, on fait directement le parallèle avec les résultats obtenus pour les ondes électromagnétiques.

1.14.2.1 Conservation de l'énergie

La puissance $d\mathcal{P}$ transférée par l'onde acoustique à travers une surface orientée $d\vec{S}$ correspond à la puissance des forces de pression soit

$$d\mathcal{P} = (P_0 + p_1)d\vec{S} \cdot \vec{v}_1.$$

Comme P_0 est constante, elle donnera avec \vec{v}_1 un terme de moyenne temporelle nulle qu'il n'est pas nécessaire de considérer. On peut ainsi définir le vecteur de Poynting sonore $\vec{\Pi}$

$$\vec{\Pi} = p_1 \vec{v}_1, \quad (1.35)$$

qui correspond aux transferts d'énergie dû à la surpression donc aux ondes acoustiques.

Par ailleurs on souhaite exprimer la densité d'énergie du milieu liée au passage de l'onde acoustique. Comme il s'agit d'une onde de vitesse et de pression, on retrouve deux contributions :

— cinétique e_c liée à la vitesse \vec{v}_1

$$e_c = \frac{1}{2}\mu_0 v_1^2;$$

— potentielle e_p lié à la compression du fluide et analogue à l'énergie potentielle d'un ressort comprimé

$$e_p = \frac{1}{2}\chi_s p_1^2.$$

La densité volumique d'énergie associée à l'onde acoustique e est donc

$$e = \frac{1}{2}\mu_0 v_1^2 + \frac{1}{2}\chi_s p_1^2. \quad (1.36)$$

Le cadre de la description des ondes acoustiques nous a conduit à négliger les phénomènes dissipatifs. Au niveau local, une variation d'énergie ne peut être due qu'à son transport par l'intermédiaire des forces de pression, si bien qu'on peut retrouver l'équation locale de conservation de l'énergie

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \text{div} \vec{\Pi} = 0. \quad (1.37)$$

Dans ce modèle, une onde plane n'est pas atténuée et l'atténuation d'une onde sphérique n'est due qu'à un facteur géométrique de dilution dans l'espace.

Pour une onde plane progressive harmonique, $e_c = e_p$.

Les flux de puissance dus aux ondes acoustiques sont généralement très faibles, si bien qu'il est souvent utile d'utiliser l'intensité acoustique.

1.14.2.2 Intensité d'une onde acoustique

L'intensité sonore I est définie comme la moyenne temporelle de la puissance reçue par unité de surface, soit en utilisant le vecteur de Poynting

$$I = \left\langle \vec{\Pi} \cdot \vec{n} \right\rangle.$$

Pour plus de commodité, il est d'usage de l'exprimer en décibel (dB)

$$I_{\text{dB}} = 10 \log \frac{I}{I_0}, \quad (1.38)$$

avec $I_0 = 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ qui correspond au seuil d'audibilité.

Audition humaine. On entend bien les sons entre 20 Hz et 20 kHz. L'oreille est très sensible à une grande diversité d'intensité sonores ce qui justifie l'utilisation d'une échelle logarithmique.

Ici c'est propre à l'Homme mais certains animaux sont capables de produire et percevoir des infra-sons (éléphant, girafe) et ultra-sons (cétacés).

Terminons le parallèle avec l'électromagnétisme en s'intéressant à la notion d'impédance acoustique, qui exprime un lien simple entre la vitesse du fluide et la surpression.

1.14.2.3 Impédance acoustique

Ici on s'intéresse à un type de solutions particulières de l'équation de d'Alembert : les ondes planes progressives harmoniques de la forme

$$p_1 = P_0 \cos \left(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi \right),$$

analogues aux OPPH électromagnétiques, où $\vec{k} = 2\pi/\lambda$ est dans la direction de propagation de l'onde. Comme les équations qui décrivent le phénomène sont linéaires, on peut utiliser la notation complexe

$$\underline{p}_1 = \underline{P}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}. \quad (1.39)$$

En utilisant l'équation d'Euler 1.31, on trouve

$$\mu_0 i \omega \underline{\vec{v}}_1 = i \vec{k} \underline{p}_1,$$

d'où

$$\underline{\vec{v}}_1 = \frac{1}{\mu_0 c} \underline{p}_1 \vec{n}. \quad (1.40)$$

Ce lien entre la vitesse et la surpression peut être exprimé comme en électromagnétisme à l'aide de l'impédance acoustique du milieu Z définie comme

$$Z = \frac{p_1}{v_1}, \quad (1.41)$$

exprimé en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}$. Dans le cas d'une onde plane progressive harmonique, ce rapport vaut

$$Z = \mu_0 c = \sqrt{\frac{\mu_0}{\chi_s}}. \quad (1.42)$$

Plus la masse volumique du fluide est grande et plus la compressibilité du fluide est faible, plus l'impédance est grande, d'où

$$Z_{\text{solide}} > Z_{\text{liquide}} \gg Z_{\text{gaz}}.$$

L'impédance électromagnétique est définie comme

$$Z = \frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}.$$

De la même façon qu'en électromagnétisme, la propagation d'une onde acoustique à travers un dioptré donne naissance à une onde réfléchie et une onde transmise.

Réflexion et transmission sur un dioptré. On voit qu'un changement brutal et important d'impédance ($Z \rightarrow 0$ ou $Z \rightarrow \infty$) conduit à une réflexion totale de l'onde acoustique incidente. On peut parler du gel pour l'échographie, de l'écho contre un mur, etc.

Des réflexions multiples peuvent conduire à l'établissement d'ondes stationnaires. Leur maîtrise permet de fabriquer des cavités résonantes en vue de réaliser des instruments de musique par exemple.

1.14.3 Quelques exemples

1.14.3.1 Tuyau sonore

Schéma du tuyau. On s'intéresse à une onde acoustique se propageant dans le tuyau. Les extrémités du tuyau imposent des conditions aux limites :

- une extrémité ouverte impose que la pression doit être P_0 , mais ne donne pas de restriction sur la vitesse ;
- à l'inverse, une extrémité fermée impose une vitesse nulle (impénétrabilité) mais rien sur la pression.

Les extrémités du tuyau correspondent donc à des sauts d'impédance

$$Z_{\text{ferme}} = \infty, \quad Z_{\text{ouvert}} = 0, \quad (1.43)$$

qui vont donner lieu à des réflexions totales. Dans le tuyaux, on a donc une superposition d'ondes contra-propageantes qui donne naissance à une onde stationnaire de la forme

$$p_1 = P_0 \cos(\omega t) [A \cos(kx) + B \sin(kx)]. \quad (1.44)$$

Pour un tuyau ouvert aux deux extrémités, on trouve par exemple $A = 0$ et

$$k_n = n \frac{\pi}{L}. \quad (1.45)$$

Mode d'un tuyau sonore. Comparaison avec un tuyau fermé à une extrémité

Orgue de la cathédrale Saint Étienne.

Micro-pilier. Le micro-pilier est un analogue solide du tuyau sonore. On retrouve les mêmes conditions aux limites, mais il faut utiliser le module d'Young. Bien détailler ce qu'on voit à l'écran : la membrane permet de tenir le pilier etc.

1.14.3.2 Plaque vibrante

Plaque de Chladni. Présentation rapide du système, mêmes équations qui interviennent, modes obtenus en tenant compte des conditions aux limites, etc. Cette fois-ci il s'agit d'ondes transverses et pas longitudinales.

Conclusion

Récapitulatif et ouverture avec l'exemple du train :

- onde dans la caténaire (il a fallu retendre les caténaire lors des records de vitesse du TGV) ;
- ambiance sonore dans les cabines ;
- propagation des vibrations dans les structures.

1.15 LP15 Propagation guidée des ondes

Niveau :
CPGE

Prérequis :

- Ondes électromagnétiques dans le vide
- Ondes acoustiques
- Interférences lumineuses

Objectif de la leçon : Faire apparaître la dispersion introduite par les conditions aux limites et la discrétisation des modes propagateurs.

Bibliographie

- [Thi14]
- [OGS00], p771.
- [PCF09]
- [CEG+17]
- [Mor92]

Introduction

Dans le cas d'une onde sphérique valable aussi pour une antenne, l'amplitude décroît en $1/r$ et l'énergie en $1/r^2$. Le guidage permet d'éviter cette dilution de l'onde dans le milieu et de transporter de l'information sur de plus grandes distances. Le guidage peut intervenir dans plusieurs types d'ondes et de fréquences. Le guidage introduit cependant de la dispersion qu'il faudra prendre en compte dans les applications.

1.15.1 Modèle du guide électromagnétique

1.15.1.1 Position du problème

Globalement, on suivra [Thi14] à partir de la p51.

Faire un schéma et donner les hypothèses. Établir l'équation de d'Alembert. Poser les conditions aux limites. Mettre en évidence l'existence de deux groupes de solutions TE et TM formant une base des solutions, notion de mode hybride.

On va s'intéresser aux solutions TE.

1.15.1.2 Solutions TE

Justifier la forme des solutions cherchées par l'idée d'une solution propagative qui satisfasse l'équation de d'Alembert et les conditions aux limites. Commenter sur la solution : stationnaire dans une direction et propagative dans l'autre. Introduire la constante de propagation, faire le lien avec k en marquant bien qu'il n'ont pas la même signification.

Aboutir sur la forme du champ E en mentionnant que tout le reste s'exprime en fonction de lui. Quantification des modes, caractérisé par un entier donné.

Allure des solutions TE.

On peut mentionner la décomposition en OPPH pour l'analyse géométrique du problème.

Si les conditions aux limites ne modifient pas l'équation de propagation, elles imposent des conditions fortes sur les modes pouvant se propager dans le guide.

1.15.1.3 Relation de dispersion

Établir la relation de dispersion.

Relation de dispersion pour le guide plan-plan.

Mettre en évidence les notions de fréquence de coupure (le guide est un passe haut), avec l'interprétation si l'on envoie une OPPH sur le guide ([[Thi14](#)], p56), de guidage monomode ou non.

Faire apparaître la vitesse de phase et la vitesse de groupe et discuter de leur signification.

Ce modèle du guide a permis de mettre en évidence les particularités liées à la propagation guidée d'une onde (dispersion, mode et fréquence de coupure) mais il ne représente pas un outils pratique de la vie courante.

1.15.2 Guide d'onde réels

1.15.2.1 Guide microonde

[[OGS00](#)] p771. [[Thi14](#)] p57.

Il s'agit d'un guide rectangulaire. Les conditions aux limites sont similaires aux précédentes mais présentes dans deux directions. Donner la relation de dispersion et reparler de la condition monomode, et de comment rendre un guide monomode à une fréquence fixée : en réduisant sa dimension transverse. Faire l'AN pour les microonde d'un four. Justifier qu'un guide "plat" fonctionne.

Le guidage ne s'applique pas seulement au domaine des ondes électromagnétiques. Voyons un exemple avec les ondes acoustiques.

1.15.2.2 Tuyau sonore

Présenter les conditions aux limites dans le cadre de l'écoulement parfait : vitesse tangentielle sur les parois. Insister sur la particularité des ondes longitudinales : le mode fondamental n'est pas affecté, les autres modes ont une vitesse plus faible que dans l'air. Donner la relation de dispersion. La symétrie cylindrique complique la résolution analytique et fait intervenir les fonctions de Bessel dans les bases de solution.

Mesure des vitesses de groupe des ondes acoustiques dans un tuyau sonore.
Montrer le fondamental en déplaçant latéralement l'émetteur. Incliner l'émetteur. Faire avec plusieurs tuyaux.

Cette expérience est assez abstraite mais on utilisait avant des cornets acoustiques comme amplificateurs.

On voit qu'envoyant un pulse dans un milieu dispersif, on limite le débit... ce qui est un problème dans les télécommunications actuelles qui se font par fibre optiques.

1.15.2.3 Fibre optique

Faire le raisonnement géométrique à partir de considérations d'interférences constructives. qui impose la quantification des modes. Approche très simpliste mais met en évidence la dispersion : une impulsion est élargie. On utilise des fibres à gradient d'indice pour limiter la dispersion.

Fibre optique.

On pourrait utiliser des fibres monomode. Les différents modes permettent de faire voyager plus d'information

Conclusion

Modes, dispersion, télécommunications.

1.16 LP16 Microscopies optiques

Niveau :
Licence

Prérequis :

- Optique géométrique
- Optique ondulatoire
- Diffraction
- Interférences
- Polarisation

Objectif de la leçon : Comprendre le fonctionnement et les caractéristiques du microscope à deux lentilles, ses limitations et présenter une technique moderne.

Bibliographie

- [Sujet de l'agrégation externe de 2015](#) : Microscopies
- [TD d'optique de Clément Sayrin](#) : Optique géométrique et Diffraction(2) : Applications
- [\[Hec02\]](#)
- [\[Pér17\]](#)
- [\[SCJS16\]](#)
- [\[SVSC16\]](#)
- [\[Was94\]](#)
- [Nikon Small World](#)
- [MicroscopyU](#)
- [\[Kas48\]](#) BUP
- [\[FF62\]](#) BUP
- [\[ZS15\]](#) : des manips de malade sur le filtrage dans l'espace de Fourier.

La leçon est placée niveau licence à cause de la dernière partie qui n'est pas explicitement au programme de CPGE. Il me semble toutefois que le programme de CPGE fournit tous les prérequis nécessaires à la compréhension de la microscopie à contraste de phase et de la microscopie confocale.

Une technique moderne est explicitement attendue par le jury. Il faut garder du temps pour la présenter correctement.

Deux façons possibles de faire cette leçon :

1. présenter le microscope à deux lentilles pour illustrer les caractéristiques d'un microscope et présenter plus qualitativement une technique moderne ;
2. supposer en pré-requis que le microscope à deux lentilles est connu et présenter directement des méthodes modernes. Probablement trop ambitieux... Et pour le coup, difficile de caser la manip quantitative dans la leçon.

Introduction

Petite histoire du microscope moderne. Voir la [page Wikipedia](#) sur la microscopie optique pour l'historique.

1.16.1 Microscope à deux lentilles

Dans cette partie on dégage les propriétés du microscope à deux lentilles tout en le construisant en live. Faire des schéma propres ! Les calculs sont fait dans le TD de Clément Sayrin.

Modélisation de l'oeil. Faire l'image d'un objet par une lentille de focale 33 cm sur un écran. Introduire le punctum proximum (pp) qui limite la taille de l'objet que l'on peut voir et donner sa valeur.

L'idée du microscope est d'obtenir une image agrandie que l'on observe ensuite à la loupe. C'est un dispositif optique centré.

Voyons une première partie du microscope : l'oculaire.

1.16.1.1 L'oculaire

Dire que l'oculaire agit comme une loupe, donner son grossissement commercial. L'image à l'infini permet une observation sans fatigue car l'œil n'accommode pas.

Grossissement par une loupe. Utiliser une lentille de focale 20 cm avec le faux œil.

Montrer l'oculaire du microscope de la collection et donner ses caractéristiques. à comparer à une lentille simple : les grossissements commerciaux accessibles sont limités à 2 ou 3. Des focales plus courtes présentes des aberrations importantes.

Lire [Hec02] p222 pour les raisons qui limitent le grossissement d'une simple loupe.

On peut augmenter l'efficacité du dispositif en formant au préalable une image agrandie de l'objet, c'est le rôle de l'objectif.

1.16.1.2 L'objectif

Modifier le montage pour y insérer l'objectif de focale 10 cm. Expliquer en même temps le principe.

Exprimer le grandissement de l'objectif. En plaçant le foyer objet de l'objectif proche de l'objet, on obtient un fort grandissement. La focale de l'objectif doit être courte pour obtenir des dispositifs compacts. L'obtention de courtes focales propres est délicate : l'objectif est un système complexe.

On a tout pour faire un microscope.

1.16.1.3 Caractéristiques du microscope

Établir l'expression du grandissement commercial du microscope et l'exprimer en fonction des caractéristiques de l'objectif et de l'oculaire. Introduire la longueur de tube (typiquement 160 mm). Donner des valeurs classiques : oculaire $\times 10$ et objectif $\times 10$ jusqu'à $\times 100$.

Mesure du grossissement commercial du microscope de la collection. Montrer le cercle oculaire.

Microscope à deux lentilles. Parler des diaphragmes de champ et d'ouverture en réalité, le diaphragme d'ouverture est tellement proche de l'objectif qu'il s'agit de la lentille elle-même. La puissance intrinsèque est le rapport de l'angle sous lequel on voit l'objet à travers le microscope et la taille de l'objet : voir question 10 du sujet. La profondeur de champ définie ici est propre à l'observation à l'œil, mais être conscient que souvent ce n'est pas l'œil qui est utilisé comme capteur. La profondeur de champ est alors définie de manière classique. Donner l'ordre de grandeur : quelques microns.

Transition vers les microscopes actuels : lentille de tube qui permet d'avoir des rayons parallèles dans le tube pour utiliser des composants optiques variés facilement : on n'est plus sensible à la position longitudinale. Grâce à ça on peut notamment faire un zoom : adapter le grossissement sans changer d'objectif.

La conception de microscopes performants est soumise à de nombreuses contraintes. Il faut tenir compte des phénomènes qui peuvent limiter la qualité de l'image obtenue pour les atténuer.

1.16.2 Limitations

1.16.2.1 Résolution latérale

Pas passer trop de temps sur cette partie qui n'est pas propre au microscope.

Critère de Rayleigh.

Justifier que le diaphragme d'ouverture est l'objet diffractant : question 34 du sujet. Établir l'expression de résolution latérale minimale : question 35 et 36. Donner la résolution maximale accessible : de l'ordre de la longueur d'onde.

D'après cette relation, la solution la plus efficace pour améliorer la résolution est de diminuer la longueur d'onde. Le gain est toutefois limité si l'on souhaite rester dans l'optique : la microscopie électronique a été développée justement parce qu'en jouant sur l'énergie des électrons, on peut descendre à des longueurs de de Broglie très faibles :

$$\lambda_{\text{deBroglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{\gamma m v} \quad (1.46)$$

où γ est le facteur de Lorentz. Avec une énergie de 100 keV, on trouve $\lambda_{\text{deBroglie}} = 3,7 \text{ pm}$.

Objectif à immersion.

La quantité $nAB \sin \theta$ est appelé invariant de Lagrange-Helmholtz et est conservée au cours du trajet dans le microscope. Voir condition du sinus d'Abbe qui traduit mathématiquement l'aplanétisme du système.

Les techniques permettant d'aller au delà de la limite de diffraction sont dite super-résolues. Elles sont basées sur l'utilisation de molécules fluorescentes et utilisent des méthodes d'éclairage très particulières. On peut citer la méthode [PALM](#) par exemple, qui a été récompensée par le prix Nobel de chimie 2014. Voir aussi la [page Wikipedia](#) ou mieux [MicroscopyU](#).

Il existe aussi une limite de diffraction longitudinale : voir [MicroscopyU](#).

Augmenter l'ouverture numérique n'est pas sans conséquence sur le choix des optiques du microscope.

1.16.2.2 Aberrations

Aberrations. Si le temps le permet, relire [Hec02] p266.

Il existe des doublets achromatiques qui corrigent les aberrations chromatiques pour deux longueurs d'ondes et géométriques pour une, mais il existe aussi des triplets apochromatiques qui corrigent les aberrations chromatiques pour trois longueurs d'onde et géométriques pour deux.

L'éclairage est un élément important pour la qualité des observations.

1.16.2.3 Éclairage

Sauter cette section si manque de temps.

Un bon éclairage est fondamental pour obtenir des images de qualité : il faut un éclairage intense pour obtenir une image lumineuse mais aussi uniforme. Si l'on focalise les rayons issus de la source, on fait l'image du filament sur la préparation : le filament sera aussi visible à travers le microscope. On peut utiliser des diffuseurs mais le mieux est de réaliser un [éclairage de Köhler](#).

Dans l'éclairage de Köhler, le diaphragme d'ouverture permet non seulement d'ajuster la luminosité de l'image mais aussi le degré de cohérence spatiale de l'image. Si le diaphragme est quasiment fermé, on se rapproche d'une source ponctuelle et l'éclairage est cohérent. La cohérence de l'éclairage modifie la résolution, le contraste et la profondeur de champ. Voir dans le Taillet ou Houard s'il y a plus d'infos.

Le principe du microscope présenté jusqu'ici repose sur l'utilisation d'objets faisant varier l'intensité du faisceau d'illumination. De nombreux objets sont transparent et leur observation par des méthodes classiques donne lieu à des images faiblement contrastées.

1.16.3 Microscopie à contraste de phase

Relire le raisonnement de [Kas48] et [Introduction to phase contrast microscopy](#).

Commencer par faire un schéma de principe de la diffraction de Fraunhofer en ajoutant la lentille de l'oculaire [FF62] : éclairage par une source ponctuelle au foyer objet d'une lentille et observation de l'image de la préparation sur un écran. Mettre en évidence le plan de Fourier et expliquer qualitativement le principe en raisonnant en transformée et transformée inverse de Fourier (fait dans le Taillet).

Faire le calcul du Bruhat. On éclaire la préparation, considérée comme un objet de phase, en $A \sin(\omega t)$. Après la préparation, l'amplitude de l'onde est

$$A \sin(\omega t + \varphi) = A \varphi \sin(\omega t) + A \cos(\omega t), \quad (1.47)$$

si les variations de phase introduites par l'objet sont suffisamment faibles. Le premier terme porte l'information sur la phase et correspond au faisceau diffracté, le deuxième étant seulement responsable de l'éclairage. Deux options dans le plan de Fourier :

- cacher le centre du plan de Fourier pour éliminer la composante d'éclairement. L'image de la préparation est donc en φ^2 ce qui n'est pas idéal car pas d'information sur le signe de la phase et image très peu lumineuse.
- déphaser l'un des deux faisceaux de $\pi/2$ avec une lame quart d'onde. On obtient alors une image en $1 + 2\varphi$ au premier ordre en φ .

Dans les deux cas, on a bien transformé des variations de phase en variation d'intensité.

Méthode mise au point par Zernike dans la première moitié du XX^e siècle qui lui a valu le prix Nobel de physique en 1953. Donner les avantages : pas besoin de marquer la préparation et donc souvent de la tuer, observations en temps réel...

Dans le cas où l'on ne fait que bloquer le faisceau non diffracté, cette méthode se rapproche de la microscopie en fond noir. Dans ce cas le contraste est très grand mais l'image est très peu lumineuse.

Contraste de phase. Pas sûr de comprendre pourquoi on utilise en pratique des ouvertures sous forme d'anneau : il semble que ce soit pour augmenter le contraste. Les objets masquants sont partiellement opaques et déphasants : c'est la microscopie de Zernike.

Conclusion

On récapitule la leçon et on ouvre sur d'autres techniques modernes avec des jolies photos !

Éclairage.

Microscopie à contraste de phase.

Et bien d'autres...

Prix Nobel associés à la microscopie optique :

- 1953 (physique) : Frits (Frederik) Zernike pour la microscopie à contraste de phase ;
- 1984 (physiologie ou médecine) : Georges J.F. Köhler pour ses travaux en rapport avec le système immunitaire ;
- 2014 (chimie) : Eric Betzig pour la microscopie à fluorescence super-résolue.

Il y en a encore bien d'autres pour les microscopies autres qu'optique.

Questions (JH)

1. Vous nous avez parlé de la longueur du tube. Est ce que la courte focale de l'objectif vient de la longueur du tube ? Est ce que ça relaxe la condition d'avoir un objet proche du foyer ?
2. Pour déplacer la mise au point, il faut déplacer la platine d'après vous. Dans la réalité, c'est le microscope qu'on déplace. Commentez.
3. De quoi dépend la mise au point ? Et si on n'y est pas ? Ça donne une image floue ?
4. Sur la photo du microscope, l'axe de l'oculaire n'est pas celui de l'axe optique. Commentez.

5. Qu'est ce qui fait qu'on reste proche de la mise au point quand on change d'objectif?
Quelles conditions sur la géométrie de l'ensemble ?
6. Que se passe-t-il si l'objet est au foyer objet de l'objectif ?
7. Dans certains microscope on a un faisceau parallèle dans le tube. Comment ça marche ?
8. Est ce qu'on peut relier les diaphragmes aux pupille et lucarne de l'appareil ?
9. Qu'est ce qu'on peut dire des bords du diaphragme d'ouverture ?
10. Est ce vous pouvez me parler de comment ça marche un objectif à immersion ?
11. Comment voit-on apparaître $n \sin(u)$?
12. En quoi le microscope à contraste de phase augmente la résolution ?
13. Pouvez-vous commenter l'illumination du microscope en général ?
14. Si vous aviez présenté le microscope en champ sombre, auriez-vous dit la même chose ?
15. Où placer la lame quart d'onde ?

1.17 LP17 Interférences à deux ondes en optique

Niveau :

CPGE

Prérequis :

- Ondes électromagnétiques dans le vide

Objectif de la leçon : Comprendre pourquoi il est difficile d'observer des interférences en optique et en voir quelques applications.

Bibliographie

- [FR99]
- [Pér17]
- [BFR86]

Introduction

Le phénomène d'interférence est fondamentalement associé aux ondes. Elles sont facilement observées dans d'autres domaines de la physique (ex : acoustique pour différencier deux notes proches, accordage d'une guitare).

Battement entre deux diapasons légèrement désaccordés.

Pourtant, on observe rarement des interférences en optique. Il suffit de regarder la façon dont est éclairée la salle pour s'en convaincre (plusieurs panneaux lumineux sans battement).

On veut comprendre pourquoi il est difficile d'observer des interférences en optique et pourquoi il en existe de nombreuses applications ?

1.17.1 Superposition de deux ondes

1.17.1.1 Éclairement

Depuis Maxwell et les [expériences de Wiener](#), on sait que la vibration lumineuse est associée à la composante \vec{E} du champ électromagnétique :

$$\vec{E}(M, t) = \vec{E}_0 e^{j(\omega t + \varphi(M, t))} \quad (1.48)$$

On s'intéresse à l'éclairement $I(M, t)$ défini par

$$I(M, t) = \left\langle \vec{\Pi}(M, t) \right\rangle_t = \frac{\epsilon_0 c}{2} E_0^2. \quad (1.49)$$

Pour la suite on oublie le terme $\epsilon_0 c$ et on définit l'éclairement

$$I(M, t) = \left\langle \vec{E}(M, t) \cdot \vec{E}^*(M, t) \right\rangle_t \quad (1.50)$$

Les équations de Maxwell sont linéaires, on peut sommer les champs $\vec{E}_1(M, t)$ et $\vec{E}_2(M, t)$ et calculer l'éclairement total

$$I(M, t) = \left\langle (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)(\vec{E}_1^* + \vec{E}_2^*) \right\rangle_t = I_1 + I_2 + 2\Re \left\langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2^* \right\rangle_t \quad (1.51)$$

L'éclairement total peut être différent de la simple somme des éclairements dus à chacune des sources.

1.17.1.2 Conditions d'interférence

On développe le terme d'interférence :

$$2\Re \left\langle \vec{E}_1 \vec{E}_2^* \right\rangle_t = \left\langle \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos [\Delta\omega t + \Delta\varphi_0(t) + \Delta\varphi_k(M)] \right\rangle_t. \quad (1.52)$$

Ce terme est non nul si :

- les polarisations des deux ondes ne sont pas orthogonales. Pour la suite, on suppose que les deux ondes ont la même polarisation.
- $\Delta\omega = 0$. Si $\Delta\omega \neq 0$, on s'attend à observer un battement temporel : à comparer aux détecteurs usuels ($\omega_{\text{oeil}} < 2\pi \times 50 \text{ Hz}$, $\omega_{\text{phd}} < 2\pi \times 10 \text{ GHz}$). Le doublet jaune du sodium donne $\Delta\omega_{\text{Na}} < 2\pi \times 2 \text{ THz}$. On observe pas d'interférences sauf dans des cas très particuliers (ex : battement entre deux lasers pour les asservir, détection hétérodyne, spectroscopie).
- $\Delta\varphi_0(t)$ stationnaire (indépendant du temps. Le déphasage ne doit dépendre que du chemin parcouru par chacune des deux ondes. Ceci impose une cohérence entre les deux ondes, notion sur laquelle on reviendra.

Une solution simple pour obtenir deux sources cohérentes est de créer des sources secondaires à partir d'une même source ponctuelle pour les faire interférer. Il existe des dispositifs à division du front d'onde (trous d'Young, bimiroir de Fresnel) et dispositifs à division d'amplitude (Michelson, Mach-Zender).

1.17.2 Une dispositif à division du front d'onde : les fentes d'Young

1.17.2.1 Dispositif expérimental

Schéma des fentes d'Young

Fentes d'Young éclairées par un laser He-Ne vert (fente simple pour la diffraction puis fente double pour les interférences).

Les fentes d'Young sont l'outil de la cohérence spatiale : utiliser un laser amène alors des questions car le laser est cohérent spatialement et temporellement. L'utilisation du laser, vert qui plus est, est justifiée par la volonté d'obtenir une figure d'interférence visible.

L'observation de cette figure d'interférence (1801) a permis de confirmer le caractère ondulatoire de la lumière.

Interférences constructives et destructives.

1.17.2.2 Calcul de la différence de marche

La différence de phase à l'origine est nulle car les ondes sont issues de la même source. Le calcul du déphasage se ramène à un calcul de différence de marche

$$\delta = (SS_2M) - (SS_1M). \quad (1.53)$$

La source est sur l'axe optique, on a donc $(SS_1) = (SS_2)$. Après les fentes on a

$$(S_1M) = \sqrt{D^2 + \left(\frac{a}{2} - x\right)^2}. \quad (1.54)$$

Comme $D \gg x, a$, on obtient

$$(S_1 M) \approx \frac{D}{2} \left[1 + \left(\frac{a - 2x}{2D} \right)^2 \right] \quad (1.55)$$

et de la même façon

$$(S_2 M) \approx \frac{D}{2} \left[1 + \left(\frac{a + 2x}{2D} \right)^2 \right]. \quad (1.56)$$

Ainsi,

$$\delta = (S_2 M) - (S_1 M) \approx \frac{ax}{D}. \quad (1.57)$$

1.17.2.3 Figure d'interférence

On obtient donc sur l'écran un éclairement modulé spatialement de la forme

$$I(x) = 2I_0 \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{ax}{\lambda D} \right) \right]. \quad (1.58)$$

L'éclairement varie rapidement avec la différence de marche, ce qui permet d'utiliser des dispositifs interférentiels pour des mesures très précises de petits déplacements (mesures de forces faibles par déviations de nano-miroirs, optomécanique, interférométrie gravitationnelle) ou encore de variation d'indices optiques (mesure de l'indice de l'air).

On appelle interfrange i la période spatiale de la figure :

$$i = \frac{\lambda D}{a}. \quad (1.59)$$

Mesure de l'interfrange pour remonter à l'écartement entre les fentes. À comparer à la valeur du fabricant.

Autres mesures réalisées en préparation pour différents écartements des fentes.

Le contraste \mathcal{C} est défini tel que

$$\mathcal{C} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (1.60)$$

Ici le contraste vaut 1.

On a étudié le cas d'une source ponctuelle monochromatique, qu'il est plutôt rare de rencontrer. Que se passe-t-il pour une source réelle ?

1.17.3 Cohérence de la source

1.17.3.1 Évolution du contraste

Modification du schéma précédent avec une deuxième source de largeur.

Les sources sont incohérentes, on somme les éclairements. On observe un brouillage si les figures sont décalées d'un demi interfrange.

Évolution du contraste dans le cas de deux sources ponctuelles.

Applications : mesure de l'écart angulaire entre deux étoiles lointaines.

Passage en source étendue avec une lampe Quartz-Iode et une fente réglable.
On observe une variation du contraste suivant la largeur de la fente source.

1.17.3.2 Source étendue

On suppose que chaque point de la fente source émet la même intensité lumineuse I_l avec

$$I_0 = \int_{-b/2}^{b/2} I_l dX. \quad (1.61)$$

Schéma. L'éclairement dû à un élément de longueur dX de la source est donné par

$$dI = 2I_l \left[1 + \cos \left(k \frac{ax}{D} + k \frac{aX}{d} \right) \right] dX. \quad (1.62)$$

Les sources étant incohérentes, on peut sommer les éclairements et on obtient après calcul en utilisant la relation $\sin p - \sin q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$

$$I(x) = 2I_0 \left[1 + \cos \left(k \frac{ax}{D} \right) \sin \left(k \frac{ab}{2d} \right) \right]. \quad (1.63)$$

Mesures réalisée en préparation avec l'évolution du contraste en fonction de la largeur de la fente source.

Plus généralement, le théorème de van Cittert-Zernike fait le lien entre l'allure spatiale de la source et le contraste de la figure d'interférence en faisant intervenir la transformée de Fourier spatiale de la source.

Application : mesure du diamètre angulaire d'une étoile.

1.17.3.3 Cohérence temporelle

On passe à une source non monochromatique avec une étendue spectrale $\Delta\nu$ finie. De la même façon qu'avec la cohérence spatiale, il existe une relation entre la transformée de Fourier du profil spectral de la source et l'évolution du contraste en fonction de la différence de marche (théorème de Wiener-Kintchine).

Schéma : modèle des trains d'onde avec petite et grande différence de marche.

Pour quantifier la cohérence temporelle de la source, on parle de temps de cohérence τ_c

$$\tau_c \approx \frac{1}{\Delta\nu} \quad (1.64)$$

et de longueur de cohérence l_c

$$l_c = c\tau_c. \quad (1.65)$$

Conclusion

On a vu les conditions pour observer des interférences en optique, avec des limites importantes, liées à la cohérence limitée des sources communes. Ces limites se traduisent par une évolution du contraste de la figure d'interférence avec les propriétés de la source, ce qui peut être utilisé pour étudier les propriétés de la ou des source(s). Le laser permet de palier à ces limitations avec des cohérences spatiale et temporelle importantes, ce qui en fait un outils de choix pour des mesures extrêmement précises.

Liste du matériel

Interférence avec un laser :

- laser He-Ne vert ;
- banc optique (pour le confort d'utilisation) ;
- deux montures ;
- fente simple réglable ;
- fentes doubles (200, 300 et 500 μm) ;
- écran ;
- mètre règle ou autre ;
- barrette CCD.

Variation du contraste avec une source étendue :

- lampe quartz-iode (ou led) ;
- condenseur 8 cm ;
- calles en bois ;
- filtre anti-thermique ;
- banc optique ;
- six montures ;
- diaphragme ;
- deux fentes réglables ;
- fentes doubles ;
- écran.

1.18 LP18 Interférométrie à division d'amplitude

Niveau :
CPGE

Prérequis :

- Interférences à deux ondes
- Notions de cohérence spatiale
- Phénomène de résonance

Objectif de la leçon : Mettre en évidence l'intérêt des dispositifs à division d'amplitude par rapport aux dispositifs à division du front d'onde et dégager les contraintes d'observation d'interférences liées à l'incohérence de la source. Il faut parler d'applications.

Bibliographie

- [OGS00]
- [SVSC16]
- [FLT⁺16]
- [GKMS11]
- [AM14]
- [Mau01]
- [Pér17]
- [Hec02]
- TD d'optique de Clément Sayrin : Interférences – Notions de cohérence
- Interféromètre de Michelson (1/5) : les trois configurations qu'il faut retenir : vidéo de E-Learning Physique pour se remettre au clair sur l'utilisation de l'interféromètre de Michelson en division d'amplitude ou non.

L'interféromètre de Michelson est l'outil de la cohérence temporelle !

Introduction

Fentes d'Young éclairées par une source étendue. Mettre en évidence la diminution du contraste avec l'augmentation de la largeur de la fente source.

On voit dans cette expérience le problème des interféromètres à division du front d'onde lorsqu'ils sont éclairés par une source étendue incohérente spatialement. En dehors de l'aspect historique de cette expérience pour la mise en évidence du caractère ondulatoire de la lumière, la dépendance du contraste avec la largeur de la source est utilisé par exemple pour mesurer la diamètre apparent d'une étoile.

Ces méthodes interférométriques ne permettent cependant pas d'introduire de différences de marche très importantes et se limitent à des figures peu lumineuses. L'utilisation d'interféromètres à division d'amplitude permet de palier à ces deux problèmes mais nécessite des conditions d'éclairement et d'observation particulières. Nous présenterons en particulier l'interféromètre de Michelson, outil indispensable de la physique expérimentale moderne comme on le verra à travers quelques applications.

1.18.1 Division d'amplitude

1.18.1.1 Division d'amplitude ou division du front d'onde ?

Division du front d'onde ou division d'amplitude? Bien mentionner le fait que la présence d'une séparatrice n'est pas suffisante pour obtenir de la division d'amplitude.

La présence d'une séparatrice est nécessaire pour la division d'amplitude : cela peut être un simple dioptre air-verre, une lame recouverte d'un dépôt métallique ou diélectrique. Donner le théorème de localisation [Mau01] p159. Si la source est ponctuelle, les interférences ne sont localisées dans aucun des deux cas. Si la source est étendue, la localisation des interférences apparaît.

Au cours de la leçon, on va se poser deux questions :

- comment le dispositif interférentiel est-il éclairé ?
- où regarder pour observer des interférences.

Voyons un premier cas très simple d'interféromètre à division d'amplitude : une simple lame de verre.

1.18.1.2 Lame à faces parallèles

Faire le calcul de la différence de marche du TD de Clément Sayrin p8-9 en supposant une source monochromatique et en ne considérant que deux réflexions. Retrouver le résultat par un raisonnement géométrique : on suppose deux dioptres fictifs qui n'introduisent pas de déviation et on trouve la position des sources fictives d'où viennent les rayons qui interfèrent. Souligner que, pour une lame donnée, le seul paramètre influençant la différence de marche est l'inclinaison du rayon incident.

On peut peut-être faire directement le raisonnement géométrique pour gagner du temps. Dans un premier temps, on ne considère que deux faisceaux dans le cas d'une lame de verre : en intensité la première réflexion représente 4 % de la lumière incidente, la deuxième 3,7 % et la troisième seulement 59 ppm ce qui peut être négligé [OGS00] p809. On peut aussi le justifier a posteriori par l'idée des miroirs fictifs du Michelson replié.

Figure d'interférence dans le cas de deux sources ponctuelles. Pour introduire les anneaux d'égale inclinaison.

Traiter qualitativement le cas d'une source incohérente étendue spatialement : les figures d'interférence de chaque point de la source sont décalées et les intensités s'ajoutent ce qui diminue le contraste, sauf si l'on regarde à l'infini c'est à dire dans le plan focal d'une lentille.

Les anneaux d'égale inclinaison sont aussi appelés anneaux de Haidinger.

Une simple lame de verre n'est pas pratique à utiliser. Voyons un dispositif interférométrique à division d'amplitude réel : l'interféromètre de Michelson.

1.18.2 L'interféromètre de Michelson

Le développement de l'interféromètre de Michelson remonte à la fin du XIX^e siècle avec l'expérience de Michelson et Morley visant à démontrer l'existence de l'éther : [Wikipedia](#), [Apprendre en ligne](#), [Culture sciences physique](#).

1.18.2.1 Configuration lame d'air

Présenter les différents éléments de l'interféromètre sur le modèle de TP :

- miroirs avec leurs montures dont le dispositif de chariotage ;
- séparatrice et compensatrice ;
- filtre antithermique.

Faire un schéma et se ramener à la lame d'air [OGS00] p61. Donner les conditions d'observation des interférences : éclairage avec des incidences multiples pour observer beaucoup d'anneaux et observation à l'infini.

Anneaux d'égale inclinaison avec la lampe à vapeur de sodium. Illustrer les points de la leçon au fur et à mesure sur l'interféromètre de Michelson.

Calculer l'éclairement à l'infini en utilisant directement la formule de Fresnel [OGS00] p58 et la formule de la différence de marche trouvée précédemment. Faire le calcul du rayon des anneaux comme dans le TD de Clément Sayrin p9.

Mesures interférométriques de précision. Parler de la teinte plate et du contact optique pour les mesures de surfaces.

Mettre en évidence expérimentalement la diminution du contraste causée par la présence du doublet jaune du sodium.

1.18.2.2 Analyse du doublet jaune du sodium

Suivre le TD de Clément Sayrin p10 ou [OGS00] p73 et mettre en évidence le terme de contraste.

Le théorème de Wiener-Kintchine relie le terme de contraste à la transformée de Fourier du profil spectral de la source [Pér17].

Étude interférométrique du doublet jaune du sodium. Voir [FLT+16] p218 et le TP Interférences.

Passage en lumière blanche. Parler de cohérence temporelle.

La spectroscopie n'est pas la seule application de l'interféromètre de Michelson.

1.18.2.3 Les interféromètres gravitationnels

Les interféromètres gravitationnels.

Des interféromètres hors norme. Sur le schéma, on voit aussi devant le laser le miroir de recyclage de puissance nécessaire car l'interféromètre fonctionne très proche d'une frange sombre et en sortie, le miroir de recyclage du signal.

Donner les ordres de grandeur et justifier la taille de l'interféromètre. Reparler de la cohérence temporelle : il faut que la longueur de cohérence soit immense !

Dans le cas des ondes gravitationnelles, le signal à détecter est tellement faible que la sensibilité d'un interféromètre de Michelson n'est pas suffisant. Il faut utiliser des cavités optiques.

1.18.2.4 Configuration coin d'air

La présentation de l'interféromètre de Michelson est incomplète dans le cadre de CPGE sans cette section. Elle permet de discuter une autre illumination de l'interféromètre et une nouvelle localisation des interférences. En revanche, les applications me semblent plus anecdotiques et sauter cette partie pourrait permettre de dégager du temps pour parler du Fabry-Perot. Ne pourrait-on pas faire le passage en coin d'air expérimentalement ? Il faudrait alors insister à nouveau sur l'éclairage et la localisation.

1.18.3 Interféromètre de Fabry-Perot

Présenter le principe du Fabry-Perot sur l'interféromètre historique de la collection. Rappeler les conditions d'éclairement et d'observation des interférences par analogie avec le Michelson en lame d'air. Reprendre la lame à faces parallèles en supposant cette fois une infinité de réflexions et faire le calcul de l'intensité transmise comme dans le TD de Clément Sayrin p12-13.

Une cavité optique : l'interféromètre de Fabry-Perot.

Dégager les caractéristiques de la cavité : ISL, largeur des pics et finesse. Donner l'interprétation de la finesse comme le nombre d'aller-retours dans la cavité.

Donner plusieurs causes possibles de variation de la phase φ : variation de la fréquence du laser (filtrage), variation de la longueur de la cavité (interférométrie gravitationnelle), variation d'indice (biréfringence magnétique du vide). Expliquer l'utilisation du Fabry-Perot comme cavité de filtrage par analogie avec les systèmes résonants.

Interféromètre de Fabry-Perot.

Tous les calculs (transmission et réflexion) concernant la lame à face parallèle sont fait dans [Hec02] p435. Attention à la convention choisie pour le coefficient de réflexion en amplitude sur les dioptries ! Il faut être cohérent et rigoureux : on pose r pour le coefficient de réflexion en amplitude pour le dioptrite air-verre et $r' = -r$ pour le dioptrite verre-air. On suppose en général t et t' tels que $t = t'$ et $tt' = T$ qui permet de vérifier la conservation de l'énergie même si, en toute rigueur $t \neq t'$ [OGS00] p809.

Revoir l'interprétation de l'interférence à N ondes dans la représentation de Fresnel : [SVSC16] p748 et [Hec02] p435.

Conclusion

Des cavités pour améliorer la sensibilité des interféromètres.

Donner l'interprétation qualitative de l'amélioration de sensibilité d'après la finesse : c'est comme si les bras de l'interféromètre faisaient 50×3 km. Interpréter d'après la phase du faisceau réfléchi.

eLISA : toujours plus grand ! Quelques chiffres pour l'evolved laser interferometer space antenna :

- longueur des côtés de l'interféromètre : 2,5 millions de kilomètres ;
- demi grand-axe de l'orbite : 150×10^6 km ;
- bande de fréquence : 0,1 à 100 mHz ;
- sensibilité : $\sim 10^{-21}$.

Un exercice sur la mesure des pertes de cavités de très grande finesse : [GKMS11] p193. Exercices sur la détection interférométrique d'ondes gravitationnelles : [GKMS11] p200 et [AM14] p338.

1.19 LP19 Diffraction de Fraunhofer

Niveau :
Licence

Prérequis :

- Modèle scalaire des ondes lumineuses
- Interférence
- Transformée de Fourier

Objectif de la leçon : Dégager les principales propriétés du phénomène de diffraction dans l'approximation de Fraunhofer et mettre en évidence son rôle dans la formation des images.

Bibliographie

- [SVSC16]
- [OGS00]
- [FLT⁺16]
- [Hec02]
- [Say19] : TD d'optique de Clément Sayrin, Diffraction (1) et Diffraction (2) : Applications

Dans le cadre des nouveaux programmes de CPGE, la diffraction est vue essentiellement à travers l'étude des fréquences spatiales de l'objet diffractant et seulement dans l'approximation de Fraunhofer. On ne peut donc placer cette leçon qu'en licence.

Introduction

Fente simple éclairée par un laser. L'objectif de cette expérience est simplement de mettre en évidence le phénomène de diffraction : on ne cherche pas à être strictement dans les conditions de Fraunhofer même si on les approche largement. Relire [FLT⁺16] p284 et 319 pour de arguments basés sur le nombre de Fresnel. Pour l'interprétation qualitative : si l'on voit

La diffraction apparait dès lors qu'une onde est limitée transversalement quelque soit la nature de l'onde.

Limite de résolution des instruments optiques liée à la diffraction. L'image de droite est pixelisée mais avoir des capteurs plus précis est ici inutile car la diffraction donne des taches plus grandes que la taille d'un pixel.

Dire que l'on va aussi voir des cas où la diffraction peut être utilisée pour du filtrage dans l'espace de Fourier.

1.19.1 Description de la diffraction

1.19.1.1 Principe de Huygens-Fresnel

On sait que la lumière peut être transmise, réfléchiée, réfractée mais aussi diffractée : travaux de Grimaldi du milieu du XVII^e siècle [SVSC16] p833. Donner les principaux noms associés à la diffraction : Huygens, Fresnel, Kirchhoff [SVSC16] p833-834.

Faire un schéma et énoncer le principe d'Huygens-Fresnel et donner son expression mathématique en oubliant le facteur $A(\theta)$: [Say19] p1.

La diffraction de Fraunhofer a été nommée en hommage à ce dernier même s'il n'a pas pris part directement au développement de la théorie.

Savoir parler du théorème de Fresnel-Kirchhoff, expression plus tardive démontrée à partir de solutions aux équations de Maxwell [FLT⁺16] p296 pour la version courte ou [Hec02] p527.

Ajoutons un objet diffractant.

1.19.1.2 Diffraction par un objet quelconque

Suivre [Say19] p2. Il faut faire attention à bien justifier l'ordre auquel on fait le DL :

- pour l'amplitude : ordre 0 car des petites variations vont très légèrement modifier l'intensité sur l'écran.
- pour la phase : ordre 2 car il faut tenir compte des termes qui modifient le chemin optique à l'échelle de la longueur d'onde.

Attention aussi à justifier correctement l'omission des termes constants sur la pupille dans l'expression de la phase.

On peut encore simplifier cette relation en se plaçant dans le cadre de l'approximation de Fraunhofer.

1.19.1.3 Approximation de Fraunhofer

Sous certaines conditions, on peut négliger les termes quadratiques restants. Arriver à l'expression finale [Say19] p2 et reconnaître la transformée de Fourier de la transmission de l'objet diffractant [Say19] (2) p5. Introduire la notion de fréquence spatiale.

Donner les cas pratiques de l'observation de la diffraction de Fraunhofer [Say19] p3 en les illustrant par l'expérience. Faire apparaître le critère $D \gg r^2/2\lambda$ et l'ordre de grandeur.

Montage à une lentille pour la diffraction de Fraunhofer. Faire d'abord le montage à deux lentilles et le ramener à une seule. Il faut être très clair sur cette partie et en conclure que la diffraction intervient dans la formation des images.

Pour simplifier, on peut être mener tout ces calculs en supposant $\alpha_0 = \beta_0 = 0$, c'est-à-dire que le vecteur d'onde incident est normal à la surface de l'objet diffractant et donner à l'oral l'effet qu'aura une incidence quelconque : déplacement de l'image géométrique donc déplacement de la figure de diffraction.

Le nombre de Fresnel [FLT⁺16] p284 permet de savoir si l'on est dans le cadre de la diffraction de champ proche (Fresnel) ou bien dans celui de la diffraction de champ lointain (Fraunhofer).

Voir le Sextant p139 pour une autre interprétation du montage à une lentille.

Voyons quelques figures classiques de diffraction.

1.19.2 Figures de diffractions

1.19.2.1 Fente rectangulaire

Donner l'expression de l'éclairement sur l'écran obtenu dans le cas d'une fente rectangulaire [Say19] p4 en faisant directement intervenir une transformée de Fourier d'une fonction rectangle. Expliquer l'image obtenue sur l'écran : pas de diffraction dans la direction de la petite fréquence spatiale.

Largeur de la tache de diffraction associée à une fente fine. Mesurer la largeur de la tache centrale en fonction de la largeur de la fente source. Mettre aussi en évidence que la position de la fente n'influe pas sur la position de la figure d'interférence.

La plupart des instruments optiques ont plutôt une ouverture circulaire.

1.19.2.2 Ouverture circulaire

Encadrer le diamètre de la tache de diffraction avec deux carrés : [Say19] p4. Dire qu'en réalité, il faut faire intervenir une fonction de Bessel de première espèce et donner l'expression du diamètre angulaire en fonction du rayon de l'ouverture.

Tache d'Airy. On peut éventuellement montrer l'expérience avec les spores de lycopode pour parler du théorème de Babinet : dans ce cas il faudrait sans doute aller jusqu'au bout de l'expérience et mesurer la taille de la tache d'Airy pour en déduire la taille des spores.

Revenons sur les limites de résolutions.

1.19.2.3 Limites de résolutions

Critère de Rayleigh.

On peut parler de beaucoup de choses ici : astronomie, microscopie, etc. À adapter donc en fonction du temps. Relire le principe de l'apodisation [Say19] (2) et se rappeler que c'est le même principe que le fenêtrage effectué lors des mesures de spectres. C'est normal, on procède également à une transformée de Fourier du signal tronqué.

La diffraction n'est pas toujours un problème

1.19.3 Filtrage

Croix d'Abbe. Montrer la figure de diffraction, dire que c'est la TF de l'objet diffractant et montrer l'image de la grille, TF inverse de la figure de diffraction. Raisonner en terme de fréquence spatiale : les faibles fréquences spatiales donnent des faisceaux proches de l'image géométrique et inversement. Que se passe-t-il si on élimine les composantes haute fréquence du spectre dans l'espace de Fourier ? On agit directement sur le spectre et on peut supprimer des composantes de l'image.

Applications : microscopie de champ sombre, microscopie à contraste de phase, strioscopie, filtrage d'image, etc.

Strioscopie. Voir [Hec02] p638 sur la méthode de Schlieren.

Conclusion

Faire ressortir que malgré la lourdeur apparente du formalisme mathématique associé au phénomène de diffraction, on peut déduire simplement l'allure de la tache de diffraction dans associé à un objet diffractant en étudiant les fréquences spatiales de l'objet. Redonner les limitations dues à la diffraction mais aussi rappeler qu'on peut en tirer profit avec l'optique de Fourier : il s'agit d'un filtrage analogique. Ce n'est pas le seul cas où le filtrage spectral est utilisé.

1.20 LP20 Diffraction par des structures périodiques

Niveau :
Template

Prérequis :
• Template
• Template

Objectif de la leçon : Template

Bibliographie

Introduction

1.20.1 Template

1.20.1.1 Template

Template

Template

Template

Template

1.21 LP21 Absorption et émission de la lumière

Niveau :
Template

Prérequis :
• Template
• Template

Objectif de la leçon : Template

Bibliographie

Introduction

1.21.1 Template

1.21.1.1 Template

Template

Template

Template

Template

1.22 LP22 Propriétés macroscopiques des corps ferromagnétiques

Niveau :

Template

Prérequis :

- Template

- Template

Objectif de la leçon : Template

Bibliographie

Introduction

1.22.1 Template

1.22.1.1 Template

Template

Template

Template

Template

1.23 LP23 Mécanismes de la conduction électrique dans les solides

Niveau :
Template

Prérequis :
• Template
• Template

Objectif de la leçon : Template

Bibliographie

— je sais pas

Questions

1. Comment savoir si un conducteur est un métal ou non ? Définition chimique ou matériau dont les atomes sont unis par des liaisons métalliques. Notion de bande.
2. Hypothèse derrière la loi d'Ohm locale ? Pas de gradient de température et matériau isotrope, réponse linéaire.
3. Dans le modèle de Drude, l'approche macroscopique amène le terme de frottement et donne une vitesse limite des électrons. C'est équivalent de modélisation des chocs vient de la vitesse

1.24 LP24 Phénomène de résonance dans différents domaines de la physique

Niveau :
CPGE

Prérequis :

- Oscillateur harmonique, amorti
- Impédance complexe
- Modèle du câble coaxial
- Équation de d'Alembert
- Interférence à N ondes, transmission du FP

Objectif de la leçon : Définir le phénomène de résonance, en dégager les caractéristiques et mettre en évidence son caractère universel.

On pourrait gagner du temps en supposant connu les fonctions de transfert pour des systèmes du deuxième ordre. On exploite alors seulement les résultats et on peut passer plus de temps sur le couplage entre deux oscillateurs.

Degré de liberté : paramètre du système qui permet de décrire la dynamique du système. Le nombre de degrés de liberté est le nombre de ces paramètres indépendants.

Bibliographie

- [TVL18]
- [MRTV17]
- TD Interférences de Clément Sayrin
- [ADMK98] pour l'expérience du diapason
- [GKMS11] p244 : exercice sur l'exploitation de la RMN à l'IRM.

Relire l'article [Wikipedia](#) pour quelques généralités et les utilisations et avantages de la résonance. Ne pas dire de bêtise sur le pont de Tacoma.

Selon les rapport de jury, il ne faut pas négliger :

- les aspects énergétiques ;
- le rapprochement des caractéristiques entre le régime libre et forcé ;
- la différence entre résonance en amplitude et en vitesse ;
- la généralisation du phénomène à différents domaines ;
- la cavité optique et les aspects microscopiques.

Il y a probablement trop de manip dans ce plan...

Introduction

Dans l'idée de [MRTV17] p233. Faire apparaître les aspects négatifs et utiles de l'existence de résonances.

1.24.1 Système à un degré de liberté

Donner la définition du phénomène de résonance : voir celle de [TVL18] et [MRTV17] p240 ou « phénomène marqué par l'existence d'un maximum de réponse d'un système à une excitation ». Insister sur la nécessité d'une excitation. On s'intéresse seulement à des systèmes linéaires : encadré p234 de [MRTV17].

Oscillateurs forcés.

1.24.1.1 Oscillateur amorti en régime sinusoïdal forcé

Faire un schéma d'un système masse/ressort et poser clairement le problème : système, référentiel, forces, hypothèses sur l'excitation. Établir l'équation canonique en position de l'oscillateur amorti avec une excitation sinusoïdale :

$$\ddot{x} + \Gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = a\omega_0^2 \cos(\omega t). \quad (1.66)$$

Interpréter l'oscillation en terme d'échange d'énergie cinétique potentielle et parler de la dissipation et du travail de l'opérateur sans aller trop loin.

Dresser le parallèle avec un circuit RLC alimenté par un GBF : quantité analogues (position = charge, vitesse = courant), échange entre énergie magnétique et électrique et dissipation par effet Joule compensée par le générateur.

Γ est le taux de dissipation en énergie. Le taux de dissipation en amplitude est $\Gamma/2$.

On peut aller plus loin dans l'analogie : en écrivant l'énergie stockée dans un condensateur $\frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$ et celle stockée dans un ressort on trouve que la constante de raideur est analogue à $1/C$. On peut faire la même chose pour l'inductance.

Montrer très qualitativement la dépendance de la réponse d'un système masse/ressort et d'un circuit RLC avec la fréquence.

On veut quantifier ces observations

1.24.1.2 Résonance en amplitude

Justifier le passage en complexe par la linéarité du système et la possible décomposition de tout signal périodique en série de Fourier. Arriver à l'expression de l'amplitude complexe [MRTV17] p237 et introduire Q .

Pour faire le lien avec les observations expérimentales, on préfère regarder le module et la phase de l'amplitude complexe en fonction de la fréquence.

Résonance en charge du RLC. Montrer la réponse d'un circuit RLC en faisant varier la valeur de R . Montrer la présence ou non d'une résonance.

Réponse à une excitation forcée : résonance en amplitude/charge.

Déterminer la pulsation de résonance [MRTV17] p240 et insister sur le fait qu'elle est toujours plus petite que ω_0 . Faire le lien qualitatif entre le facteur de qualité et l'allure de la courbe.

La résonance en position n'est pas systématique. Elle dépend du facteur de qualité et est caractérisée par une pulsation inférieure à la pulsation propre de l'oscillateur. Qu'en est-il pour la vitesse ?

1.24.1.3 Résonance en vitesse

Multiplier (1.66) par $j\omega$ pour obtenir l'équation sur la vitesse, analogie avec le RLC puis suivre [MRTV17] p242. Calculer la bande passante et mentionner le cas de la bande passante pour la résonance en amplitude à haut facteur de qualité.

Résonance en intensité du RLC.

Réponse à une excitation forcée : résonance en vitesse/intensité.

Insister sur le fait que la résonance se fait à la pulsation propre. Un grand facteur de qualité caractérise une résonance aiguë, de grande finesse spectrale. Donner quelques ordres de grandeur :

- amortisseur de voiture, sismographe : $Q \sim 1/\sqrt{2}$;
- diapason : $Q \sim 1000$;
- quartz, mode pendules de Virgo : $Q \sim 10^6$.

Régimes transitoires d'un diapason.

Le temps nécessaire à l'établissement du régime permanent en présence d'une excitation, puis la persistance des oscillations après arrêt de l'excitation montre que l'oscillateur emmagasine de l'énergie. Intéressons nous aux transferts d'énergie.

1.24.2 Aspects énergétiques

1.24.2.1 Transferts d'énergie

La résonance à ce stade peut être vue le fait qu'on stocke de l'énergie dans l'oscillateur.

En multipliant (1.66) par v on fait apparaître l'énergie potentielle stockée par le ressort, l'énergie cinétique de la masse en mouvement, le terme de dissipation et le terme source :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \right) = -m\Gamma v^2 + kav. \quad (1.67)$$

Loin de la résonance et en régime permanent, la moyenne sur une période du terme de gauche est nulle (position en quadrature avec la vitesse) et la puissance fournie par l'opérateur, compensée par les pertes, est faible car la vitesse reste faible. À résonance, le terme de gauche est nul à tout instant, la puissance fournie par l'opérateur est toujours entièrement compensée par les pertes mais est cette fois maximale car la vitesse est maximale. À résonance, un système extrait un maximum d'énergie de l'excitation.

Une montre qui ne retarde jamais.

Relier cette absorption à la physique atomique et à la résonance microonde du césium pour la détermination de la seconde. Justifier le traitement du césium dans le cadre de l'oscillateur amorti par le modèle de l'électron élastiquement lié, l'excitation étant une onde microonde. L'idée est de transférer la stabilité d'une transition atomique sur un oscillateur à quartz pour définir la seconde.

Les [horloges optiques](#) sont plus performantes car les transitions atomiques utilisées sont plus fines encore : les horloges à ytterbium ont les [meilleures performances](#) en terme de stabilité avec des dérives de l'ordre de 1 s sur plusieurs centaines de milliards d'années (moins d'un dixième de seconde depuis le Big Bang!). Quelques remarques utiles sur la détermination de la fréquence absolue d'un laser sur [RP Photonics](#).

Montrer la [vidéo du verre vibrant](#) : la présence d'une résonance peut être problématique.

Les caractéristiques de la résonance sont liées aux paramètres de l'oscillateur amorti que l'on observe en régime libre.

1.24.2.2 Lien avec le régime libre

Caractérisation de la résonance en intensité du RLC. Faire la mesure avec un créneau et avec la mesure de la fonction de transfert. Pour le régime libre, voir [\[MRTV17\]](#) p227. Γ est le taux de dissipation en énergie ! Pour l'amplitude, c'est $\Gamma/2$

Ou avec le diapason. L'exemple me semble moins pertinent car comme le facteur de qualité est grand, on ne voit pas de nuance entre résonance en amplitude et en intensité ce qui va à l'encontre d'une des messages de la leçon je crois. La manip est aussi faiblement reproductible : il faut s'assurer que l'aimant et le diapason ne bougent pas entre la préparation et la leçon. En plus, comme on mesure le son et pas directement l'oscillateur, la quantité que l'on détecte n'est pas clairement identifiable à la vitesse ou à la position. En tous cas il faut être prêt à défendre cette manip et relire le BUP pour avoir les idées claires.

Relier le facteur de qualité à la dissipation de l'énergie [\[FR96\]](#) p237-238.

On a vu le cas d'un oscillateur isolé ou éventuellement de plusieurs mais sans interaction. Que se passe-t-il si on couple plusieurs oscillateurs ?

1.24.3 Système à N degrés de liberté

1.24.3.1 Deux oscillateurs couplés

Résonances de deux circuit LC en série. Observer expérimentalement la présence des deux résonances. Ici les deux circuits sont couplés en tension. Un couplage en intensité passerait par une inductance mutuelle.

Pour le calcul, on néglige R pour la simplicité du calcul mais en pratique il y a toujours des résistance résiduelles : fils et résistance de fuite. Soit faire le calcul, soit écrire directement la formule

$$s = \frac{e}{\frac{\omega^4}{\omega_0^4} - 3\frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 1}, \quad (1.68)$$

où $\omega_0^2 = 1/LC$ et en déduire l'existence de deux pulsations de résonance :

$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}}. \quad (1.69)$$

Il faut soigner ce passage... Le passage à la limite correspond à un cas à N degrés de libertés où l'on retrouve l'équation des télégraphistes qui même à l'équation de d'Alembert pour les ondes dans le câble coaxial. Expliquer que les conditions aux limites discrétisent les solutions au problème et provoque l'apparition de mode sous forme d'onde stationnaires qui peuvent exister dans le câble. Voir [TVL18] pour la définition d'un mode.

Les modes propres peuvent être très compliqués mais se caractérisent par le fait que tous les degrés de liberté du système oscillent à la même fréquence.

Simulations des modes du verre. Analogie avec la corde de Melde, la matière (N atomes : $3N$ oscillateurs couplés), etc.

Et les cavités optiques dans tout ça ?

1.24.3.2 Cavité optique

Pour l'analogie :

- l'équation de d'Alembert qui régit la propagation des ondes EM et les miroirs qui impose des conditions aux limites ;
- les réflexions multiples (infinies) qui couplent les ondes car elles interfèrent.

Faire le cas d'une cavité plan-plan en incidence normale en suivant le TD de Clément Sayrin.

Donner les résultats si manque de temps et interpréter la courbe :

- existence d'une infinité de modes longitudinaux ;
- hors résonance : la lumière est simplement réfléchi par le miroir d'entrée ;
- intensité intracavité maximale à résonance : la lumière incidente est perdue car transmise par la cavité ;
- parler du filtrage introduit par une cavité de grande finesse, ou grand facteur de qualité pour rester dans la terminologie de la leçon.

Degrés de liberté pour la corde de Melde : la position y de la chaque point de la corde que l'on peut décomposer en ondes progressives ou modes propres. Pareil pour le Fabry-Perot pour le champ électromagnétique.

Résonance optique d'une cavité Fabry-Perot

Conclusion

On a vu l'universalité des phénomènes de résonance dans de nombreux domaines de la physique.

Pour en revenir à la détection des ondes gravitationnelles, les barres de Weber constituent la première piste pour leur observation avec des cylindres d'aluminium dont la résonance permet d'amplifier l'effet d'une OG. Problème : compromis entre amplification et sélectivité spectrale.

Les détecteur LIGO et Virgo et leurs résonances.

Les cavités optiques sont indispensables au fonctionnement de l'appareil : output mode cleaner, etc. Parler du problème des modes violon et des modes mécaniques des miroirs dans Virgo : on veut des grands facteurs de qualité pour ces modes afin de poluer la plus petite région spectrale possible.

Sur la résonance paramétrique dans un RLC en faisant varier la distance entre les armatures du condensateur : il y a résonance si on rapproche les armatures quand le condensateur est chargé, ce qui revient à lui fournir de l'énergie potentielle au moment où il en a déjà stocké un maximum. Rapprocher les armatures quand le condensateur n'est pas chargé ne sert à rien car cela ne change pas l'énergie du système. On ne lui fournit de l'énergie que si l'excitation a la bonne phase.

1.25 LP25 Oscillateurs ; portraits de phase et non-linéarités

Niveau :
Licence

Prérequis :

- Oscillateur harmonique, amorti
- Mécanique, frottements
- Électrocinétique

Objectif de la leçon : Savoir construire et dégager les propriétés du portrait de phase. Illustrer son importance pour décrire l'évolution de systèmes dynamiques complexes sans solution analytique.

Bibliographie

- [MRTV17]
- [SCJS16]
- [LL69]
- [BFR02]
- [FLT⁺16]
- [TVL18]
- [Nev19a]
- [GS92]
- [Sar98]
- [Vig90a]
- [Vig90b]
- [Differential equations, studying the unsolvable](#) | DE1 par 3Blue1Brown
- [The Science Behind the Butterfly Effect](#) : LA vidéo de Veritasium !

Introduction

On a toujours traité le pendule simple dans le cadre des petites oscillations. Dans cette leçon on se propose de développer un outil pour étudier le comportement non linéaire de cet oscillateur : le portrait de phase. L'utilisation de cet outil pourra être généralisée à l'étude de systèmes complexes. Le portrait de phase est un outils qui permet de visualiser une équation différentielle sans la résoudre !

Définir un oscillateur [TVL18] et en donner des exemples en illustrant les effets antagonistes (inertie, potentiel) : pendule, planètes, RLC et autres... Il est décrit par un système d'équations différentielles qu'il faut a priori résoudre pour déterminer l'évolution du système : ce n'est pas toujours possible !

On se limite à des oscillateurs à un seul degré de liberté. Annoncer le plan de la leçon : on va introduire un outil puissant pour étudier le comportement d'un oscillateur et étudier des systèmes complexes, dont l'évolution est régie par des équations non linéaires.

La définition du Taillet est peut-être déjà trop restrictive : on se limite à une évolution autour d'une position d'équilibre ce qui exclue le régime libre du pendule. On peut dire simplement qu'un oscillateur est un système dont une grandeur augmente et diminue sous l'effet des deux effets antagonistes. Pour un système mécanique, on peut utiliser l'images des vases d'énergie communiquant.

1.25.1 Oscillateur et portrait de phase

1.25.1.1 Portrait de phase

Poser proprement le problème : on s'intéresse au pendule simple sans frottements dans le cas des faibles oscillations. Faire un schéma, référentiel, forces, conservation de l'énergie. Etablir l'équation canonique de l'oscillateur harmonique, la résoudre [GS92] p720. On a un système qui oscille périodiquement : la représentation temporelle présente une grande redondance. On va plutôt représenter l'évolution de l'oscillateur dans le plan de phase. Définir [GS92] p719 : plan de phase, trajectoire de phase et portrait de phase. Le tracer.

On pourrait remarquer que le portrait de phase permet d'associer à chaque point M de l'espace des phases un vecteur qui n'est rien d'autre que la dérivée du vecteur \overrightarrow{OM} (voir la [vidéo de 3Blue1Brown](#)). On obtient un champ vectoriel qui représente l'équation différentielle. Pour montrer à quel point c'est puissant dans le cas du pendule avec frottements : [il n'y a qu'à suivre les flèches](#) !. Peut-être à garder pour la conclusion, en plus il part en 3D juste après.

Construction du portrait de phase. A voir... Il introduit directement les frottements ce qui va sans doute gêner le discours.

On a traité le cas du pendule simple, mais l'équation est la même dans le cas du pendule pesant [BFR02] p380. Il faut simplement prendre en compte le moment d'inertie du pendule et le fait que le point d'application du poids est au barycentre du mobile, ce qui modifie la pulsation propre de l'oscillateur.

Portrait de phase du circuit LC. Faire le circuit à résistance négative [GS92] p730 et se placer à la limite des oscillations pour avoir un régime aussi sinusoïdal que possible et montrer le portrait de phase en XY. Cet exemple illustre le fait que le tracé d'un portrait de phase est facile.

Quelles sont les propriétés générales du portrait de phase d'un oscillateur ?

1.25.1.2 Propriétés

Suivre [SCJS16] p634 et [BFR02] p419 en justifiant qualitativement les affirmations.

Propriétés générales du portrait de phase.

Pour le deuxième point, dire que des trajectoires elliptiques correspondent à une évolution sinusoïdale [GS92] p720. Faire la démonstration du quatrième point [BFR02] p419.

Le portrait de phase permet donc de déterminer rapidement :

- la périodicité d'un mouvement, et même son caractère sinusoïdal ;
- la présence de points d'équilibres stables et instables ;
- l'évolution d'un système à partir de conditions initiales données.

Il faut utiliser ces points pour analyser les portraits de phase présentés au cours de la leçon.

Le non croisement des trajectoires de phase est une conséquence du [théorème de Cauchy-Lipschitz](#) qui assure le déterminisme de systèmes d'équations différentielles vérifiant certaines conditions. En particulier, le PFD conduit à un tel système.

Le croisement des trajectoires de phase au niveau des points d'équilibre instable n'est pas un problème : ces points ne sont atteints lors d'une évolution libre que pour des temps infiniment longs.

La dimension de l'espace de phase dépend du nombre de degrés de liberté du système. En mécanique hamiltonienne, on utilise les variables conjuguées x et p qui possèdent chacune trois composantes. Un système de N particules est donc décrit dans un espace des phases à $6N$ dimensions.

Quelle est l'influence de la dissipation ?

1.25.1.3 Dissipation

Ajouter le terme d'amortissement dans l'équation de l'oscillateur, tracer qualitativement la trajectoire obtenue et introduire la notion de point attracteur : quelles que soient les conditions initiales, on fini par tomber sur ce point.

Dissipation et irréversibilité. Donner les arguments de symétrie de [\[GS92\]](#) p752.

Construire graphiquement le cas des frottements solides pour montrer la puissance du portrait de phase. Insister sur le fait que même si le système d'équation est difficile à résoudre, avec ici deux phases du mouvement décrites par des équations différentes, le comportement est vite interprété sur un portrait de phase. On voit au passage un autre type d'attracteur non ponctuel.

Le système soumis à des frottements solides est non linéaire. Même sans tenir compte de la dissipation, de nombreux systèmes présentent un comportement non linéaire. L'OH est un modèle important puisque de nombreux systèmes lui sont assimilés dans la limite des faibles oscillations mais il s'agit d'une approximation qui rend impossible la description d'effets plus subtils.

1.25.2 Vers des oscillateurs plus réalistes

1.25.2.1 Lien avec l'énergie potentielle

Reprendre l'équation de la conservation de l'énergie du pendule [\[GS92\]](#) p721 et en déduire que l'on peut construire facilement le portrait de phase. Il faut insister sur le fait qu'on a pas besoin de résoudre le système : on déduit le comportement de l'oscillateur dans l'espace des phases d'après les conditions initiales. Insister sur le déterminisme et que la donnée des conditions initiales suffit.

Portrait de phase du pendule simple.

Détailler les différents régimes [\[GS92\]](#) p721 :

- énergie mécanique positive ;
- mouvement révolutif ;

- séparatrice ;
- mouvement oscillatoire ;
- amplitude faible.

Faire la remarque de [GS92] p722 sur la périodicité.

Simulation du pendule amorti. Mise en évidence de l'infinité de points attracteurs

La complexité du mouvement semble provenir de la non linéarité des équations qui régissent l'évolution de l'oscillateur. Quels sont ses conséquences ?

1.25.2.2 Influence des non linéarités

Reprendre l'équation du pendule. Définir la linéarité : si a et b sont solutions de l'équation différentielle alors $a + \lambda b$ est aussi solution. Les trajectoires de phase d'un système linéaire sont simplement obtenues par homotétie. Ce n'est plus le cas en présence de non linéarité : cf pendule.

Enrichissement spectral. Le mettre en évidence grâce à la simulation.

Isochronisme du pendule ? Galilée l'a remarqué en 1583 pour les faibles amplitudes mais ce n'est plus vrai aux grandes amplitudes.

Dans le cas du pendule, l'apparition d'harmoniques impaires est tout à fait normale compte tenu de la forme du potentiel [FLT⁺16] p481.
Les non linéarités influent aussi sur l'allure des résonances [LL69] p124.

Comment expliquer la stabilité de systèmes oscillant malgré la présence de dissipation.

1.25.3 Oscillateurs auto-entretenu

Expliquer ce que l'on cherche à obtenir dans l'espace des phases, indépendance aux conditions initiales, et qu'il ne peut s'agir que d'un oscillateur non linéaire [GS92] p727. Introduire la notion de cycle limite comme nouvel attracteur [GS92] p729. Revenir sur le cas de l'oscillateur à résistance négative. Suivant le temps on détaille le calcul pour arriver aux deux équations différentielles pour le cas linéaire et le cas saturé, sinon on les donne directement et on analyse en fonction du signe de $R_g - R$. Bien faire apparaître que c'est la saturation de l'ALI qui entraîne le changement de régime et la stabilisation des oscillations sur le cycle limite. Parler du démarrage des oscillations.

Oscillateur à résistance négative non linéaire.

Ouvrir sur le Van der Pol et montrer les simulations.

Dans le cas d'un système linéaire dont la saturation empêche la divergence et pour observer des oscillations, il faut que les régimes linéaire et non linéaire soient instables. Il faut que le régime linéaire d'amplification diverge mais aussi que le régime saturé soit instable, sinon le système resterait bloqué en régime saturé. Voir [Nev19a] p98.

A propos de l'oscillateur de Van der Pol : il est utilisé pour modéliser les [oscillations des plis vocaux](#) afin d'améliorer la fidélité des synthétiseurs vocaux, les potentiels d'actions neuronales ou encore en sismologie pour étudier le comportement de deux plaques au niveau d'une faille. Elle a été introduite pour expliquer l'existence de cycles limites stables dans certains circuits électroniques. En régime forcé et pour certaines fréquences, ce système présente un comportement chaotique déterministe.

Un oscillateur forcé est décrit dans un espace des phases à trois dimensions : cela explique les apparents croisements des trajectoires dans la représentation à deux dimensions.

Conclusion

Revenir rapidement sur les aspects clés : périodicité, réversibilité, linéarité, équilibre. Remettre en évidence l'importance du portrait de phase dans l'étude des systèmes dynamiques, en particulier dans l'étude des systèmes qui ne sont pas solubles analytiquement : en un seul graphique, on représente toutes les évolutions possibles du système ! L'étude de systèmes non linéaires est pourtant nécessaire à la compréhension de nombreux phénomènes depuis le pendule simple jusqu'à l'équation de Navier-Stokes comme dans l'étude des [instabilités de Rayleigh-Bénard](#).

Ne pas ouvrir sur les systèmes chaotiques, mais garder en tête que ça peut arriver sur le tapis. On peut l'illustrer modestement avec le pendule 2D à double puits. Mots clés : déterminisme, temps de Liapounov, attracteur étrange de Lorenz, etc...

Chapitre 2

Leçons de chimie

2.1 LC01 Séparations, purifications, contrôles de pureté

Niveau :
Lycée

Prérequis :

- Template
- Template

Objectif de la leçon : Template

Bibliographie

Introduction

2.1.1 Template

2.1.1.1 Template

Template

Template

Template

Template

2.2 LC02 Chimie durable

Niveau :
Lycée

Prérequis :
• Template
• Template

Objectif de la leçon : Template

Bibliographie

Introduction

2.2.1 Template

2.2.1.1 Template

Template

Template

Template

Template

2.3 LC03 Synthèse inorganique

Niveau :

Lycée (STL - SPCL)

Prérequis :

- Constante d'équilibre
- Dosages par titrage, étalonnage
- Structure de Lewis
- Électrolyse

Objectif de la leçon : Décrire les interactions matière rayonnement avec les résultats de la mécanique quantique.

Bibliographie

- [Buc17]
- [CH11]
- [FBL16]
- [FBL14]
- Bulletin officiel
- Livre numérique de Terminal STL
- Production industrielle de l'eau de Javel
- How are chlorine and caustic soda made?

Expériences :

- Synthèse de l'eau de Javel par électrolyse de NaCl [CH11] p.337 ;
- Révélation de quelques cations métalliques de transition [Buc17] p.263 ;
- Synthèse du complexe $K_3[Fe(C_2O_4)_3] \cdot 3H_2O$ [Buc17] p.291.

Introduction

Par synthèse, on sous-entend le procédé permettant d'obtenir une nouvelle espèce chimique par transformation d'un ou plusieurs réactifs. Dans cette leçon on s'intéresse aux synthèses inorganiques, i.e. qui n'impliquent pas de modification d'un squelette carboné (qui relève du domaine de la chimie organique). Historiquement, c'est ce qu'on appelle la chimie minérale, même si ses frontières sont parfois ténues, notamment comme on le verra quand on s'intéresse à des complexes faisant intervenir des ligands organiques.

On s'intéressera tout d'abord à la synthèse de composés simples à travers l'exemple de la synthèse du dichlore, puis on introduira de nouveaux assemblages atomiques avec les complexes dont on verra un exemple de synthèse.

2.3.1 Synthèse du dichlore

2.3.1.1 Synthèse de l'eau de Javel en laboratoire

Un peu d'histoire :

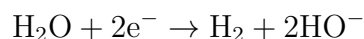
- ~ 1785 : blanchiment au dichlore ;
- Cl_2 obtenu par oxydation de l'acide chlorhydrique le dioxyde de manganèse



;

Schéma de la manip.

On peut synthétiser le dichlore par électrolyse de la saumure. Sur la cathode on observe la réduction de l'eau :



et sur l'anode l'oxydation des ions chlorure :



L'équation bilan de l'électrolyse est donc :



Sous agitation, on peut ainsi dissoudre le dichlore dans une solution basique qui conduit par dismutation à :



Synthèse du dichlore par électrolyse de la saumure.

- lancer l'électrolyse dès le début de la leçon ;
 - mettre en évidence la formation de ClO^- avec l'iodure de potassium + empois d'amidon ;
- $$\text{ClO}^- + \text{H}_2\text{O} + 2\text{I}^- \rightarrow \text{I}_2 + \text{Cl}^- + 2\text{HO}^-$$
- comparer à un prélèvement avant l'électrolyse et un prélèvement de la préparation.

Ce processus ne permet pas la production de dichlore à grande échelle. Qu'en est-il des méthodes de production industrielles ?

2.3.1.2 Synthèse industrielle

Le dichlore est un composé essentiel dans notre monde actuel.

- actuellement utilisé pour la synthèse de l'acide chlorydrique, du PVC, de fluides frigorigènes, pour le blanchiment de toiles, de papier, comme désinfectant, etc. ;
- production actuelle : 70 million de tonnes en 2017.

Synthèse industrielle de l'eau de Javel. La synthèse se fait en séparant les deux cellules : il faut assurer le transport des ions sodium pour la neutralité. Comparaison des différentes méthodes et un mot sur le réacteur ouvert.

Insister sur :

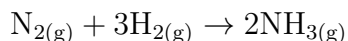
- matières premières ;
- sous produits ;
- énergie ;
- catalyseur ;
- sécurité.

On a vu que les méthodes de production s'efforcent d'être plus en accord avec les enjeux environnementaux de notre époque. Un autre exemple qui illustre cette préoccupation envers les problématiques environnementales est celui de la synthèse de l'ammoniac.

2.3.1.3 Vers des synthèses plus vertes

Production actuelle : plus de 100 millions de tonnes par an, utilisé dans les engrais, les explosifs, les carburants, polymères, etc. consomme entre 1 et 2 % de la consommation énergétique mondiale.

Sa synthèse repose sur le procédé Haber-Bosch développé au début du XX^e siècle, par réaction directe de diazote et dihydrogène en présence d'un catalyseur (Fer α), à haute température (450 °C) et haute pression (250 bar) :



L'idéal serait de parvenir à s'inspirer de la nature où l'on trouve de nombreuses plantes capables de réaliser cette transformation sans avoir besoin d'une telle énergie, par catalyse enzymatique.

La difficulté est de rompre la triple liaison du diazote. Pour cela, certains progrès récents proposent l'utilisation de complexes organométalliques.

Que sont les complexes et comment les synthétiser.

2.3.2 Les complexes

2.3.2.1 Mise en évidence

Un complexe est un édifice polyatomique formé d'un centre métallique (souvent un cation d'un métal de transition) autour duquel sont liés (coordonnées ou coordinés) des molécules ou anions appelés ligands.

Exemple de complexe.

L'ion central est un accepteur d'électrons :

- fer(II), fer(III) ;
- cuivre(I), cuivre(II) ;
- cobalt(II)...

alors que les ligands sont donneurs d'électrons, ce qui permet de former une ou plusieurs liaison(s) par partage de doublets non liants :

- eau H_2O
- ion cyanure CN^- ;
- ion oxalate $\text{C}_2\text{O}_4^{2-}$;
- ion thiocyanate SCN^- ...

Les complexes sont très souvent colorés.

Révélation de quelques cations métalliques de transition. ([Buc17] p.263)

Révélation de quelques cations métalliques de transition

L'indice de coordination est le nombre de liaison(s) entre l'atome central et les ligands.

Exemple de ligands.

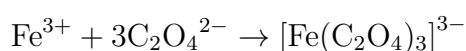
Pour quantifier le nombre de liaison que peut former un ligand avec le centre métallique, on parle de denticité du ligand :

- un ligand est monodentate s'il ne se lie au centre métallique que par un seul de ses atomes ;
- au contraire s'il se lie par plusieurs sites de fixation, on dit que le ligand est polydentate.

Comment peut-on synthétiser les complexes ?

2.3.2.2 Synthèse d'un complexe

On s'intéresse ici à la synthèse du complexe oxalatofer (III) :



La constante d'équilibre de cette réaction est appelée constante de formation globale du complexe β telle que

$$\beta = \frac{[\text{Fe}(\text{C}_2\text{O}_4)_3]^{3-}(c^0)^3}{[\text{Fe}^{3+}][\text{C}_2\text{O}_4^{2-}]^3},$$

où $c^0 = 1 \text{ mol/L}$.

Synthèse du complexe $\text{K}_3[\text{Fe}(\text{C}_2\text{O}_4)_3] \cdot 3\text{H}_2\text{O}$.

On a évoqué le rôle des complexes comme catalyseur, mais ils sont très souvent rencontrés en biochimie.

2.3.3 Complexes bioinorganiques

2.3.3.1 Transport de l'oxygène

Transport du dioxygène.

- Comment s'effectue le transport du dioxygène dans les hématies?

2.3.3.2 Un complexe en chimiothérapie

Le cisplatine en chimiothérapie.

- Chapitre 1, l'activité anticancéreuse du cisplatine (extrait de thèse)

Conclusion

2.4 LC04 Stratégies et sélectivité en synthèse organique

Niveau :
Lycée

Prérequis :
• Template
• Template

Objectif de la leçon : Template

Bibliographie

Introduction

2.4.1 Template

2.4.1.1 Template

Template

Template

Template

Template

2.5 LC05 Dosages

Niveau :
Template

Prérequis :
• Template
• Template

Objectif de la leçon : Template

Bibliographie

Introduction

2.5.1 Template

2.5.1.1 Template

Template

Template

Template

Template

2.6 LC06 Cinétique et catalyse

Niveau :
Template

Prérequis :
• Template
• Template

Objectif de la leçon : Template

Bibliographie

Introduction

2.6.1 Template

2.6.1.1 Template

Template

Template

Template

Template

2.7 LC07 Capteurs électrochimiques

Niveau :
Template

Prérequis :
• Template
• Template

Objectif de la leçon : Template

Bibliographie

Introduction

2.7.1 Template

2.7.1.1 Template

Template

Template

Template

Template

2.8 LC08 Molécules de la santé

Niveau :
Lycée

Prérequis :

- Synthèse organique
- Méthodes de caractérisation
- Réaction d'oxydoréduction
- Dosages
- Spectroscopie RMN

Objectif de la leçon : Le but de cette leçon est de voir quelles sont les molécules de la santé, de comprendre comment elles agissent et enfin de découvrir quelques méthodes d'obtention de principes actifs.

Bibliographie

- [Bat10]
- [Pré17]
- [Aza11]
- [DD12]
- [MS02]
- Levothyrox
- Les chiffres-clés du marché du médicament

Expériences :

- Synthèse du paracétamol [MS02], p145 ;
- Dosage du diiode de la bétadine [DD12], p468 ;
- Solubilité de différentes formulation de l'aspirine [Bat10], p117 ;
- Catalyse de la dismutation de H_2O_2 .
- Extraction de l'eugénol.

Introduction

Les progrès de la médecine ont permis de rallonger considérablement notre espérance de vie. Jusqu'au XVIII^{ème} siècle, on se contentait essentiellement de ce que la nature pouvait apporter, mais à partir du XIX^{ème} siècle, les connaissances en chimie ont permis d'améliorer les substances utilisées. La chimie est ainsi réellement au cœur de ces développements comme nous allons le voir dans cette leçon. Actuellement l'industrie pharmaceutique est le sixième marché économique mondial derrière le pétrole, la nourriture, et les trafics de stupéfiant, d'arme et d'être humain.

L'objectif sera de voir quelles sont les molécules de la santé et quels sont les procédés d'obtention de ces composés. Nous verrons aussi le mode d'actions de certains de ces composés pour comprendre quels peuvent être leurs effets.

Les chiffres-clés du marché du médicament en France :

- la France est au cinquième rang des marchés pharmaceutiques ;
- 8500 embauches par an ;
- 54,1 milliards d'euros de chiffre d'affaire ;
- 510 € pour la consommation moyenne par habitant.

2.8.1 La chimie au service de la santé

2.8.1.1 Action thérapeutique : les médicaments

Le paracétamol. Introduire les différentes définitions avec l'extrait de la notice.

Toutes ces définitions sont tirées de [Pré17], p35.

La définition du mot médicament est fixée par une loi du 26/02/07 : « On entend par médicament toute substance ou composition présentée comme possédant des propriétés curatives ou préventives à l'égard des maladies humaines ou animales [...] »

Un médicament contient au moins une substance active, appelée principe actif, connue pour prévenir ou guérir une maladie.

Les autres constituants d'un médicament sont appelés excipients. Ils servent à donner sa forme, son aspect, son goût mais aussi souvent à faciliter l'assimilation du principe actif.

Développement d'un médicament. Le brevet donne à celui qui le dépose une exclusivité de 20 ans sur l'exploitation du principe actif. Il faut entre 10 et 15 ans pour que le médicament arrive sur le marché ce qui donne entre 5 et 10 ans d'exclusivité au dépositaire du brevet pour la commercialisation du princeps avant que les génériques ne soit accessibles. On compte en général entre 8 et 10 ans de recherches et entre 1 et 3 ans pour l'autorisation de mise sur le marché (AMM).

Pour un même principe actif, il existe souvent différentes formes d'assimilation appelées formes galéniques. La formulation du médicament est choisie en vue d'une meilleure assimilation du principe actif. Elle dépend principalement des excipients.

pH du système digestif.

Solubilité de différentes formulations d'aspirine à différents pH. [Bat10], p117.

L'exemple de l'aspirine est assez banal mais il existe des cas où des changements de formulation ont eu des conséquences importantes. C'est le cas du **Levothyrox** dont un changement de la composition des excipients a entraîné une augmentation de la fréquence d'effets secondaires insupportables selon les patients. Ce médicament contient une hormone thyroïdienne et est prescrit dans le cas d'une déficience en thyroxine naturelle.

Le principe d'action du paracétamol n'est pas parfaitement connu mais, comme l'aspirine, il agirait en inhibant au niveau du système nerveux central la production de prostaglandines. Ce sont des métabolites impliqués dans les processus de la douleur et de la fièvre. L'aspirine agit sur l'hypothalamus, thermostat de la température corporelle.

L'apport de la chimie à la santé ne se limite pas seulement au développement de médicaments. On utilise souvent des substances destinées à l'assainissement.

2.8.1.2 Hygiène : antiseptiques et désinfectants

Définitions tirées de [Aza11], p128.

Il s'agit de composés chimiques qui éliminent certains micro-organismes (virus, bactéries, champignons, spores), ou du moins qui ralentissent leur prolifération. Ils agissent par oxydation.

On distingue les antiseptiques, qui empêchent la prolifération de ces germes dans les tissus vivants ou à leur surface, des désinfectants qui eux, tuent les germes présents en dehors de l'organisme :

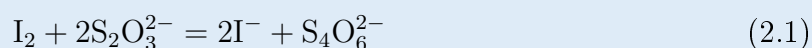
- antiseptique : liquide de Dakin (ClO^- , MnO_4^-), Bétadine (I_2), eau oxygénée (H_2O_2) ;
- désinfectant : eau de Javel (ClO^-).

Le diiode est obtenu par réduction par le dioxyde de soufre des ions iodate IO_3^- contenus dans le minéral de caliche, sous forme d'iodate de calcium. Il peut être obtenu par oxydation de ions iodure issus des saumures extraites lors de l'exploitation de puits de pétrole.

Les ions hypochlorite sont obtenus à partir de la dismutation du dichlore dans la soude, lui même issu du procédé chlore soude (cf LC04).

Le peroxyde d'hydrogène est obtenu avec le procédé Riedl-Pfeiderer (1936) par barbotage d'air comprimé dans un dérivé d'anthraquinone.

Propriétés oxydantes du diiode. [DD12], p468. Montrer la décoloration d'une solution de diiode (Bétadine) par une solution de thiosulfate de sodium ($\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$).



Comme la leçon ne contient pas beaucoup de réaction, c'est peut-être le bon moment pour écrire proprement l'équation d'oxydoréduction. Les produits de la réaction sont les ions iodure et les ions tétrathionate.

Catalyse de la dismutation du peroxyde d'hydrogène par les ions Fe(II). H_2O_2 appartient à deux couples redox :

- $\text{H}_2\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$ ($E^0 = 1,78 \text{ V}$) : $\text{H}_2\text{O}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e}^- = 2\text{H}_2\text{O}$;
- $\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}_2$ ($E^0 = 0,697 \text{ V}$) : $\text{O}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e}^- = \text{H}_2\text{O}_2$.

La réaction de dismutation est thermodynamiquement favorable mais cinétiquement lente. Elle est catalysée par les ions Fe^{2+} . En plus de son action oxydante, le dégagement gazeux rapide en présence d'un catalyseur (Fe(II) contenu dans l'hémoglobine, enzymes), l'eau oxygénée a une action mécanique pour le nettoyage des plaies.

Les désinfectants agissent souvent par dénaturation des protéines. L'éthanol dénature les protéines cytoplasmiques et membranaires, et inhibe la synthèse des acides nucléiques et des protéines. Les oxydants produisent des radicaux libres qui interagissent avec les lipides, les protéines et l'ADN.

Il existe de nombreuses façons d'obtenir le principe actif d'un médicament.

2.8.2 Obtention du principe actif

2.8.2.1 Extraction de principes actifs

C'est la façon la plus simple d'obtenir un principe actif, parce qu'elle exploite directement les composés présents dans la nature. C'est donc la première méthode employée par l'homme : l'acide salicylique est ainsi employé depuis l'antiquité en l'extrayant de l'écorce de saule blanc. La seule difficulté est d'isoler le produit.

De multiples méthodes d'extraction. On peut citer :

- expression, macération, infusion, décoction ;
- l'hydrodistillation pour l'obtention d'huile essentielles, avec l'exemple de la lavande ;
- extraction par solvant [Pré17] : elle est réalisée en solubilisant l'espèce chimique à extraire dans un solvant.

Extraction de l'eugénol. [Pré17].

Extraction de l'eugénol dans l'éther. En préparation, on aura réalisé une décoction ou une hydrostillation de clous de girofle. Pendant la leçon on présente la phase d'extraction liquide-liquide de l'eugénol dans l'éther.

L'extraction de principes actifs disponibles dans la nature présente plusieurs limitations :

- on est limité aux composés produits par la nature ;
- il peut être difficile de s'approvisionner en matière première.

Pour améliorer l'efficacité des principes actifs il est souvent nécessaire de transformer des molécules pour en synthétiser de nouvelles.

2.8.2.2 Synthèse du paracétamol

Le paracétamol est obtenu par addition nucléophile à partir du 4-aminophénol (ou paraaminophénol ou 4-hydroxyaniline) et de l'anhydride acétique. La réaction produit aussi de l'acide acétique, utilisé comme solvant dans cette synthèse.

Synthèse du paracétamol – Équation de réaction.

Le paraaminophénol est obtenu par nitration du phénol. Le phénol est obtenu grâce au procédé au cumène (Hock 1944), à partir de benzène, de propylène et du dioxygène de l'air. Les réactifs alors dérivés de la pétrochimie (le cumène peut être lui même obtenu de la pétrochimie) et le procédé forme aussi de l'acétone.

Synthèse du paracétamol. [MS02], p145. Lancer le goutte à goutte d'anhydride acétique au début de la leçon et mettre dans la glace au début de la deuxième partie. On présente la phase d'essorage sur buchner. Les contrôles seront effectués plus tard.

Synthèse du paracétamol – Montage.

On souhaite vérifier que le produit synthétisé est le bon et qu'il est pur. Dans cette synthèse par exemple le paraaminophénol est toxique et cancérigène. Pour éviter des problèmes sanitaires, il est importants d'effectuer des contrôles qualité.

2.8.3 Contrôle qualité

2.8.3.1 Identification, vérification de la pureté

En préparation, on a mesuré la température de fusion du produit obtenu après synthèse et séchage. La température obtenue est plus faible que la température tabulée ce qui indique la présence d'impuretés. Une recristallisation a été réalisée pour purifier le produit.

Contrôle du paracétamol synthétisé. Montrer une plaque CCM réalisée en préparation avec produit synthétisé, paracétamol commercial, paraaminophénol et codépôt. Mesure de la température de fusion du produit recristallisé (impossible d'utiliser le produit récupéré à la phase précédente car il nécessite un séchage). On peut aussi acquérir le spectre IR du produit et le comparer aux spectres tabulés ou du produit commercial.

La pureté n'est pas le seul critère qui importe. Le dosage est aussi fondamental pour éviter des erreurs de posologie.

2.8.3.2 Dosage

On souhaite vérifier l'information donnée par le fabricant sur la concentration en diiode dans une solution commerciale de diiode.

Dosage du diiode contenu dans la Bétadine par les ions thiosulfate. [DD12], p468. Faire le dosage complet à partir des solutions réalisées en préparation. Le suivi de l'avancement se fait par colorimétrie.

Dosage du diiode de la Bétadine.

Conclusion

La chimie au service de la santé.

On peut ouvrir sur l'importance de la configuration spatiale des molécules avec l'exemple de la thalidomide commercialisée dans les années 1950 :

- la forme (R) protège contre les nausées, les tumeurs et les syndromes inflammatoires ;
- la forme (S) est tératogène (source de malformation fœtales).

2.9 LC09 Acides et bases

Niveau :
Template

Prérequis :
• Template
• Template

Objectif de la leçon : Template

Bibliographie

Introduction

2.9.1 Template

2.9.1.1 Template

Template

Template

Template

Template

2.10 LC10 Solvants

Niveau :
Template

Objectif de la leçon : Template

Prérequis :

- Template
- Template

Bibliographie

Introduction

2.10.1 Template

2.10.1.1 Template

Template

Template

Template

Template

2.11 LC11 Corps purs et mélanges binaires

Niveau :
Template

Prérequis :
• Template
• Template

Objectif de la leçon : Template

Bibliographie

Pour les équations des courbes de solidus et liquidus : [équation de Schröder van Laar et le Chatelier](#).

Point de fusion congruent / non congruent

Introduction

2.11.1 Template

2.11.1.1 Template

Template

Template

Template

Template

2.12 LC12 Application du premier principe de la thermodynamique à la réaction chimique

Niveau :
Template

Prérequis :
• Template
• Template

Objectif de la leçon : Template

Bibliographie

Introduction

2.12.1 Template

2.12.1.1 Template

Template

Template

Template

Template

2.13 LC13 Déterminations de constantes d'équilibre

Niveau :
Template

Prérequis :
• Template
• Template

Objectif de la leçon : Template

Bibliographie

Introduction

2.13.1 Template

2.13.1.1 Template

Template

Template

Template

Template

2.14 LC14 Cinétique homogène

Niveau : Template	Prérequis : <ul style="list-style-type: none">• Template• Template
Objectif de la leçon : Template	

Bibliographie

Introduction

2.14.1 Template

2.14.1.1 Template

Template
Template
Template
Template

2.15 LC15 Evolution et équilibre chimique

Niveau :
Template

Prérequis :
• Template
• Template

Objectif de la leçon : Template

Bibliographie

Introduction

2.15.1 Template

2.15.1.1 Template

Template

Template

Template

Template

2.16 LC16 Diagrammes potentiel-pH (construction exclue

Niveau :
Template

Prérequis :
• Template
• Template

Objectif de la leçon : Template

Bibliographie

Introduction

2.16.1 Template

2.16.1.1 Template

Template

Template

Template

Template

2.17 LC17 Corrosion humide des métaux

Niveau :
Template

Prérequis :
• Template
• Template

Objectif de la leçon : Template

Bibliographie

Introduction

2.17.1 Template

2.17.1.1 Template

Template

Template

Template

Template

2.18 LC18 Conversion réciproque d'énergie électrique en énergie chimique

Niveau :

Template

Prérequis :

- Template

- Template

Objectif de la leçon : Template

Bibliographie

Introduction

2.18.1 Template

2.18.1.1 Template

Template

Template

Template

Template

2.19 LC19 Solubilité

Niveau :
Template

Objectif de la leçon : Template

Prérequis :
• Template
• Template

Bibliographie

Introduction

2.19.1 Template

2.19.1.1 Template

Template

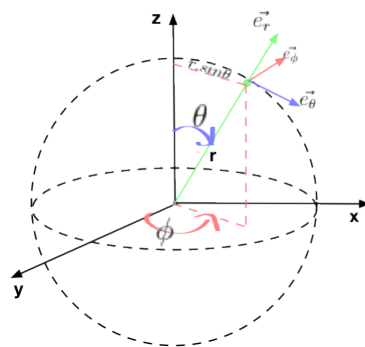
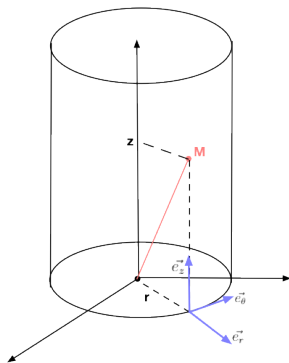
Template

Template

Template

Opérateurs vectoriels

Systèmes de coordonnées



- cartésiennes : $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$
- cylindriques : $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$
- sphériques : $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\phi)$

Champ scalaire

- $U(x, y, z)$
- $U(r, \theta, z)$
- $U(r, \theta, \phi)$

Champ vectoriel

$$\vec{A}(x, y, z) = A_x(x, y, z)\vec{e}_x + A_y(x, y, z)\vec{e}_y + A_z(x, y, z)\vec{e}_z$$

$$\vec{A}(r, \theta, z) = A_r(r, \theta, z)\vec{e}_r + A_\theta(r, \theta, z)\vec{e}_\theta + A_z(r, \theta, z)\vec{e}_z$$

$$\vec{A}(r, \theta, \phi) = A_r(r, \theta, \phi)\vec{e}_r + A_\theta(r, \theta, \phi)\vec{e}_\theta + A_\phi(r, \theta, \phi)\vec{e}_\phi$$

Gradient $\vec{\text{grad}}$

Il s'applique à un champ scalaire et est défini par

$$dU = \vec{\text{grad}}U \cdot d\vec{l}.$$

En coordonnées cartésiennes :

$$\overrightarrow{\text{grad}}U = \vec{\nabla}U = \frac{\partial U}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{e}_z$$

En coordonnées cylindriques :

$$\overrightarrow{\text{grad}}U = \frac{\partial U}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial \theta}\vec{e}_\theta + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{e}_z$$

En coordonnées sphériques :

$$\overrightarrow{\text{grad}}U = \frac{\partial U}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial \theta}\vec{e}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial U}{\partial \phi}\vec{e}_\phi$$

Si $\vec{A} = -\overrightarrow{\text{grad}}U$, le vecteur \vec{A} dérive du potentiel U et est à circulation conservative.

Divergence div

L'opérateur divergence opère sur des champs scalaires.

En coordonnées cartésiennes :

$$\text{div}\vec{A} = \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

En coordonnées cylindriques :

$$\text{div}\vec{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial(rA_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

En coordonnées sphériques :

$$\text{div}\vec{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\sin\theta A_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

Si $\text{div}\vec{A} = 0$, le champ \vec{A} est à flux conservatif et peut s'écrire comme un rotationnel $\vec{A} = \overrightarrow{\text{rot}}\vec{F}$ car $\text{div}(\overrightarrow{\text{rot}}) = 0$.

Rotationnel $\overrightarrow{\text{rot}}$

Liens

Sites utiles

- [Site du centre de Montrouge](#) ;
- [Drive personnel](#) ;
- [Drive collectif](#) ;
- [BUPdoc](#) ;
- [Anciens cours de classe préparatoire](#) ;
- [L'agrégation fantastique](#) : les plans de leçon d'Erwan ;
- [les plans de leçon de Martin](#) ;
- [Physique et simulations numériques](#) ;
- [Lush projects](#) : un site pour des simulation électroniques ;

Polycopiés de cours

- [\[Nav\]](#) : Conversion électro-magnéto-mécanique ;
- [\[Nev19a\]](#) : Électronique ;
- [\[Nev19b\]](#) : Moteurs ;
- [\[Rab19\]](#) : Notes de cours ;
- [TD d'optique par Clément Sayrin](#) ;
- [\[Thi14\]](#) : Propagation des ondes ;

Bibliographie

- [ADMK98] Adloff, J., *et al.* “Résonance aigue et auto-oscillation d’un diapason.” *BUP*, **801** (1998).
- [AM14] Augier, D. and More, C. *Le tout-en-1 Physique MP/MP**. Lavoisier edition (2014).
- [Aza11] Azan, J.-L. *Physique Chimie 1re STI2D, 1re STL*. Nathan edition (2011).
- [Bat10] Bataille, X. *physique chimie 2e*. Belin edition (2010).
- [BDF⁺04] Brébec, J.-M., *et al.* *HPrépa, Ondes 2e année*. Hachette edition (2004).
- [BFR84] Bertin, M., Faroux, J.-P., and Renault, J. *Electromagnétisme 1*. Dunod edition (1984).
- [BFR86] Bertin, M., Faroux, J.-P., and Renault, J. *Optique et physique ondulatoire*. Dunod edition (1986).
- [BFR02] Bocquet, L., Faroux, J.-P., and Renault, J. *Toute la Mécanique*. Dunod edition (2002).
- [Buc17] Buchère, P.-D. *Epreuve orale de chimie*. Dunod edition (2017).
- [CEG⁺17] Cardini, S., *et al.* *Tout en Un Physique PSI/PSI**. Dunod edition (2017).
- [CH11] Cachau-Hereillat, D. *Des expériences de la famille Réd-Ox*. De boeck edition (2011).
- [Cha07] Charru, F. *Instabilités hydrodynamiques*. Edp scienc edition (2007).
- [CK08] Chaigne, A. and Kergomard, J. *Acoustique des instruments de musique*. Belin edition (2008).
- [DD12] Dulaurans, T. and Durupthy, A. *Physique Chimie Ts Enseignement spécifique*. Hachette edition (2012).
- [DGLR08] Diu, B., *et al.* *Thermodynamique*. Hermann edition (2008).
- [FBL14] Fosset, B., Baudin, J.-B., and Lahitète, F. *Tout en Un Chimie PC-PC**. Dunod edition (2014).
- [FBL16] Fosset, B., Baudin, J.-B., and Lahitète, F. *Tout en Un Chimie PCSI*. Dunod edition (2016).
- [FF62] Faget, J. and Fagot. “Experience de cours sur le contraste de phase.” *BUP*, **56** (1962). URL http://bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/article-bup.php?ID_fiche=15314.
- [FLT⁺16] Fruchart, M., *et al.* *Physique expérimentale*. Deboeck edition (2016).
- [FR96] Faroux, J.-P. and Renault, J. *Electromagnétisme 1*. Dunod edition (1996).
- [FR98] Faroux, J.-P. and Renault, J. *Electromagnétisme 2*. Dunod edition (1998).
- [FR99] Faroux, J.-P. and Renault, J. *Optique et physique ondulatoire*. Dunod edition (1999).
- [GHP01] Guyon, E., Hulin, J.-P., and Petit, L. *Hydrodynamique physique*. Edp scienc edition (2001).

- [GKMS11] Graner, F., *et al.* *Petits problèmes de physique*. Dunod edition (2011).
- [GS92] Gié, H. and Sarmant, J.-P. “Le portrait de phase des oscillateurs.” *BUP*, **86** (1992). URL bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/article-bup.php?ID_fiche=3036.
- [Hec02] Hecht, E. *Optique*. Pearson edition (2002).
- [Kas48] Kastler, A. “La technique de contraste de phase.” *BUP*, **367** (1948).
- [LL69] Landau, L. and Lifschitz, E. *Mécanique*. Mir edition (1969). URL http://bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/article-bup.php?ID_fiche=3494.
- [LL71] Landau, L. and Lifschitz, E. *Course of theoretical physics, Fluid mechanics* (1971).
- [Mas07] Mashhoon, B. “Gravitoelectromagnetism : A brief review.” *The Measurement of Gravitomagnetism : A Challenging Enterprise*, pp. 29–39 (2007).
- [Mau01] Mauras, D. *Optique physique et électronique*. puf edition (2001).
- [MI86] Morse, P. and Ingard, U. *Theoretical acoustics* (1986).
- [Mor92] Moreau, R. “Propagation guidée des ondes acoustiques dans l’air.” *BUP*, **742** (1992).
- [MRTV17] Michel, G., *et al.* *Tout-en-un Physique, PCSI*. de boeck edition (2017).
- [MS02] Mesplède, J. and Saluzzo, C. *100 manipulations de chimie*. Bréal edition (2002).
- [MWSA11] Marchand, A., *et al.* “Why is surface tension a force parallel to the interface?” *American Journal of Physics*, **79** (10), 999 (2011). URL <http://dx.doi.org/10.1119/1.3619866>.
- [Nav] Naval. *Conversion électro-magnéto-mécanique*. URL lnspe2.fr/Cours_Phys/CP02.pdf.
- [Nev19a] Neveu, J. *Electronique* (2019). URL <https://gitlab.in2p3.fr/Jeremy/Electronique>.
- [Nev19b] Neveu, J. *Moteurs et transformateurs électriques* (2019). URL <https://gitlab.in2p3.fr/Jeremy/Moteurs>.
- [OG98] Olivier, S. and Gié, H. *Thermodynamique, 1re et 2e année*. Tec&doc edition (1998).
- [OGS00] Olivier, S., Gié, H., and Sarmant, J.-P. *Physique Spé. PC*, PC*. Tec&doc edition (2000).
- [PCF09] Pérez, J.-P., Carles, R., and Fleckinger, R. *Electromagnétisme, Fondements et applications*. Dunod edition (2009).
- [Pér14] Pérez, J.-P. *Mécanique, Fondements et applications*. Dunod edition (2014).
- [Pér17] Pérez, J.-P. *Optique, Fondements et applications*. Dunod edition (2017).
- [Pré17] Prévost, V. *Physique Chimie 2de*. Nathan edition (2017).
- [Rab19] Rabaud, M. *Notes de cours sur les fluides*, volume 5 (2019). URL [http://www.fast.u-psud.fr/\\$\sim\\$rabaud/](http://www.fast.u-psud.fr/\simrabaud/).
- [Sar98] Sartre, L. “De l’oscillateur harmonique à Van der Pol.” *BUP*, **92** (1998). URL bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/article-bup.php?ID_fiche=7549.
- [Say19] Sayrin, C. *TD d’optique* (2019). URL <http://www.lkb.upmc.fr/cqed/teaching/teachingsayrin/>.
- [SCJS16] Salamito, B., *et al.* *Tout en Un Physique PCSI*. Dunod edition (2016).
- [Sei14] Seigne, J.-R. *La physique dans le Supérieur*. Ellipses edition (2014).
- [SSVT17] Salamito, B., *et al.* *Tout en Un Physique MP/MP**. Dunod edition (2017).
- [SVSC16] Sanz, M.-N., *et al.* *Tout en Un Physique PC-PC**. Dunod edition (2016).

- [Thi14] Thibierge, E. *Propagation des ondes* (2014). URL www.etienne-thibierge.fr/agreg/ondes_poly_2015.pdf.
- [TVL18] Taillet, R., Villain, L., and Lefebvre, P. *Dictionnaire de physique*. deboeck edition (2018).
- [Vig90a] Vigoureux, J.-M. “Introduction à l’étude des système non linéaires.” *BUP*, **722** (1990). URL bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/article-bup.php?ID_fiche=7976.
- [Vig90b] Vigoureux, J.-M. “Introduction à l’étude des systèmes non linéaires. Le chaos et l’approche du chaos.” *BUP*, **724** (1990). URL bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/article-bup.php?ID_fiche=7975.
- [Was94] Wastiaux, G. *La microscopie optique moderne*. Tec&doc edition (1994).
- [ZS15] Zanier, S. and Spagnoli, S. “Une application de la transformée de Fourier : le traitement d’images, optique et numérique.” *BUP*, **975** (2015). URL bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/article-bup.php?ID_fiche=22032.