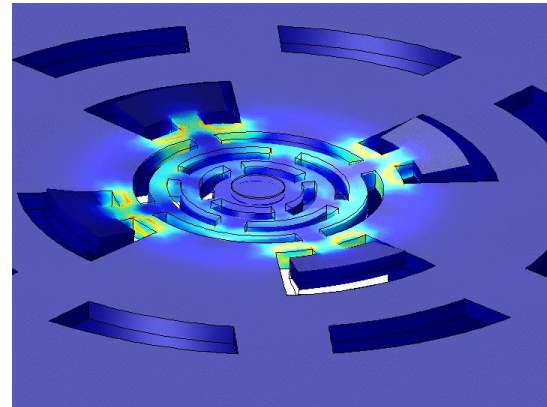
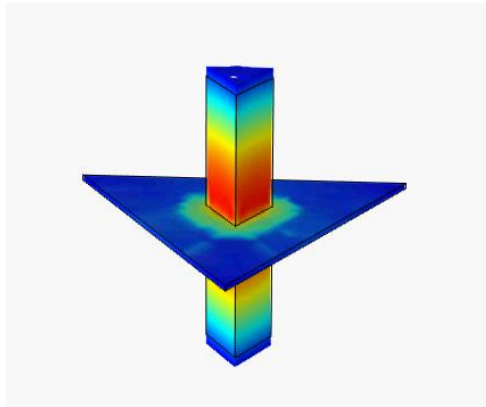


Mise en perspective didactique d'un dossier de recherche

Concours externe de l'agrégation de physique-chimie, option physique, session 2020

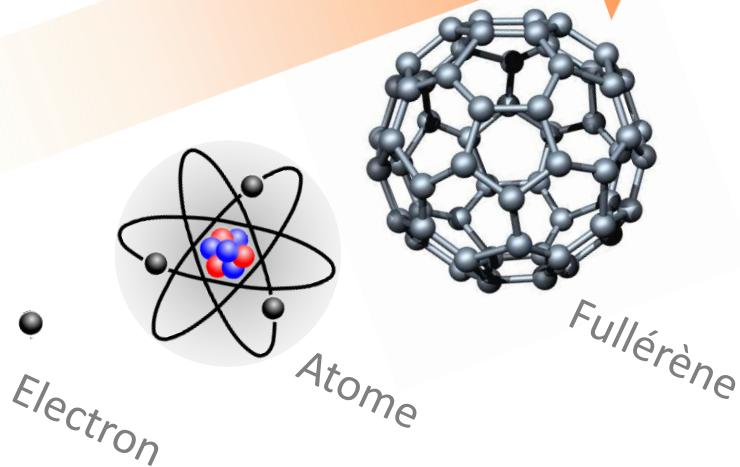


Rémi METZDORFF

- 2010-2012** CPGE, filière **PCSI** puis **PC*** au lycée Louis-le-Grand, Paris
- 2012-2013** Licence 3, parcours **physique-chimie** à l'université Pierre et Marie Curie (UPMC), Paris
- 2013-2014** Master 1, parcours **physique générale** du master Physique et applications de l'UPMC, Paris
- 2014-2015** Master 2, parcours **Lumière, matière et interactions** du master Optique, matière, plasma de l'UPMC
- 2015-2019** Doctorat réalisé au laboratoire Kastler-Brossel (LKB, Paris) sous la direction de Pierre-François Cohadon :
Refroidissement de résonateurs macroscopiques proche de leur état quantique fondamental
- 2019-2020** Préparation à l'agrégation à l'Ecole Normale Supérieure, Paris

La **mécanique quantique** décrit bien le comportement, parfois surprenant des **entités microscopiques**

« Bottom-up »



« Top-down »



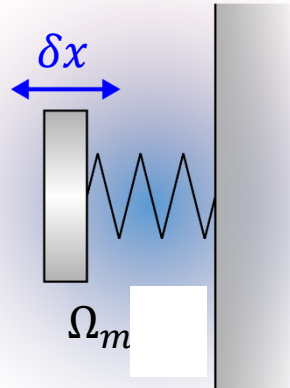
La **mécanique classique** s'applique aux **objets macroscopiques** : on cherche à observer des comportements qui s'écartent des prévisions classiques

La **masse de Planck** $m_P = 22 \mu\text{g}$ marque la « **limite** » entre classique et quantique

Le **mouvement brownien** de l'oscillateur est causé par l'agitation thermique

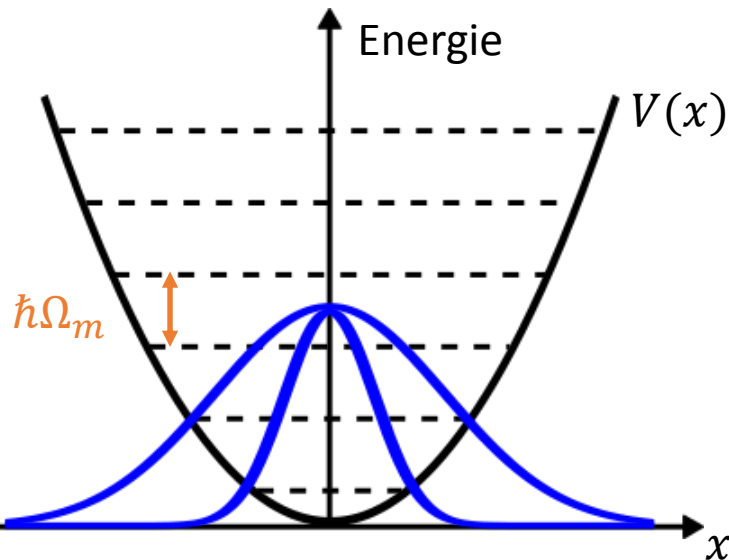
Quantique

Fluctuations de point zéro
à basse température

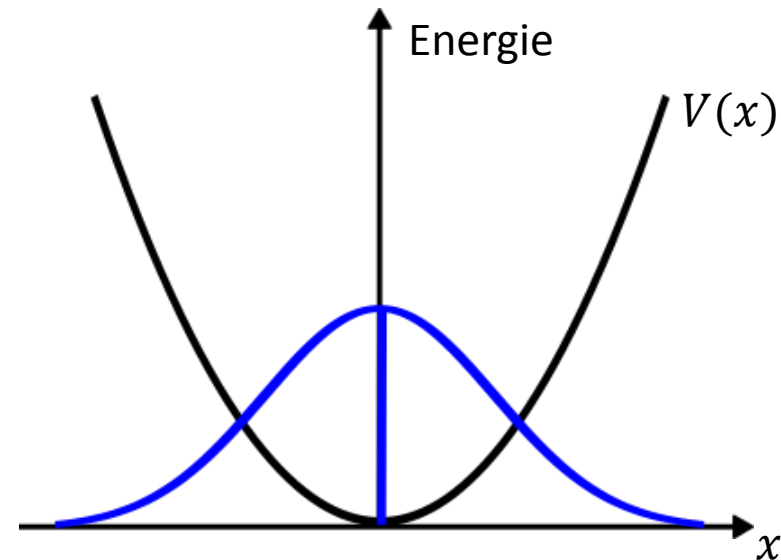


Classique

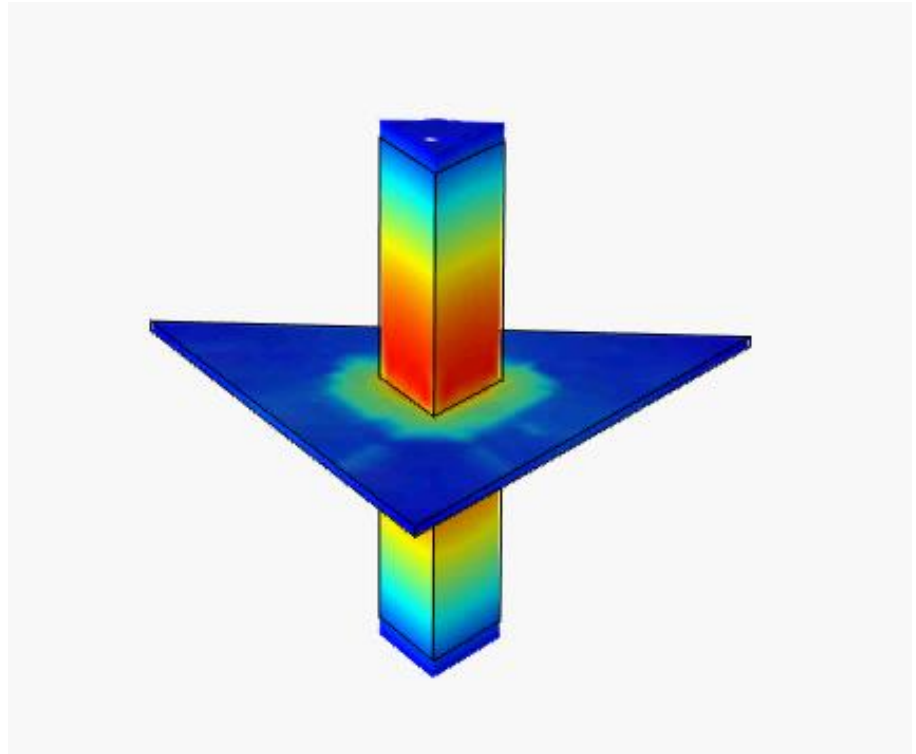
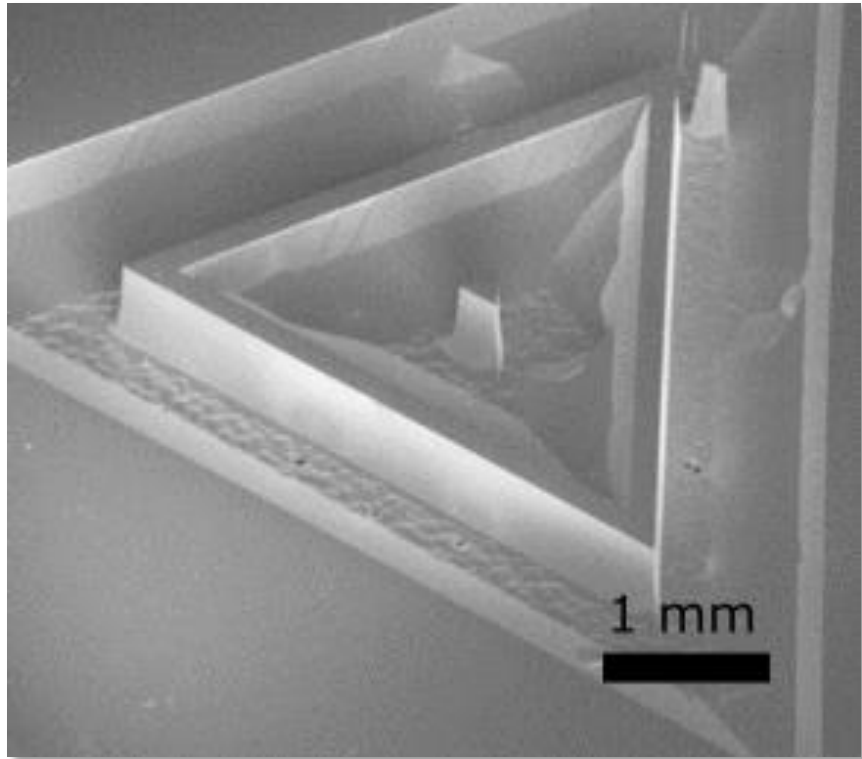
Immobile
à basse température



$$T_Q = \frac{\hbar\Omega_m}{k_B}$$



Refroidir un oscillateur mécanique macroscopique dans son état quantique fondamental



Masse effective

$$: m_{\text{eff}} = 33,5 \mu\text{g}$$

Fréquence mécanique

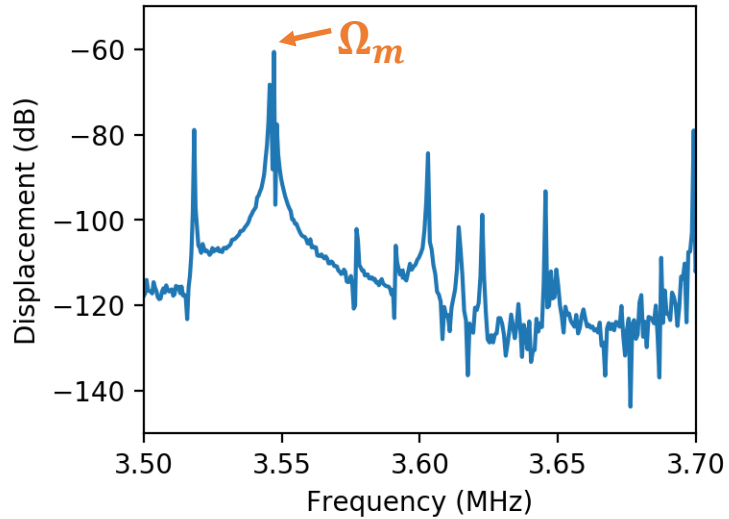
$$: \Omega_m = 2\pi \times 3,6 \text{ MHz}$$

Facteur de qualité mécanique

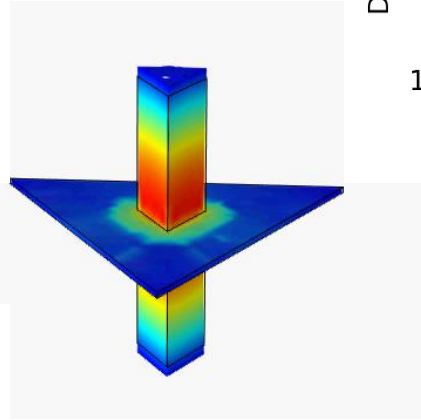
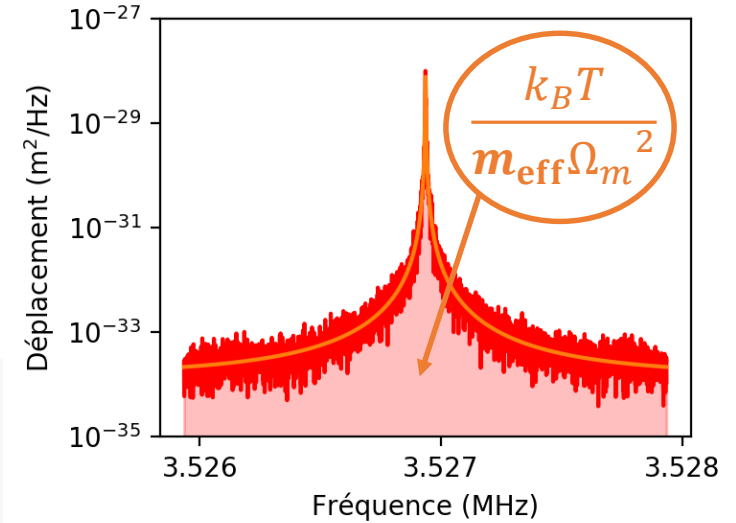
$$: Q = 10^7$$

$$T_Q = 200 \mu\text{K}$$

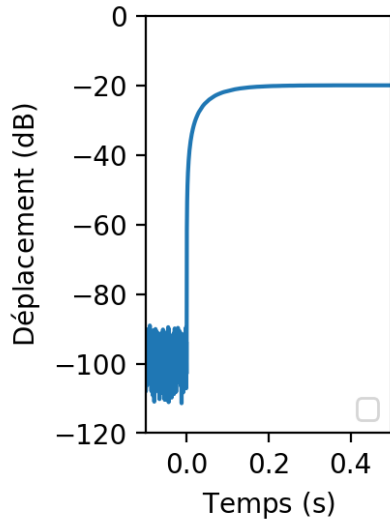
Fonction de transfert



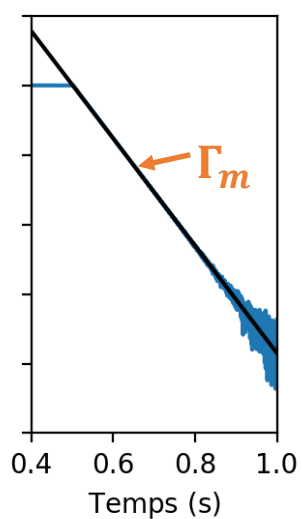
Mouvement brownien



Excitation

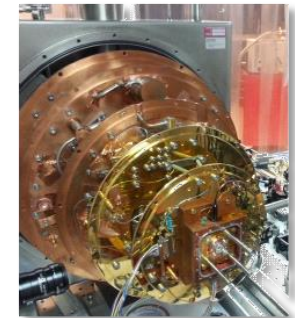


Ringdown



300 K

30 mK

200 μK


Refroidissement
optomécanique

Déplacement

δx

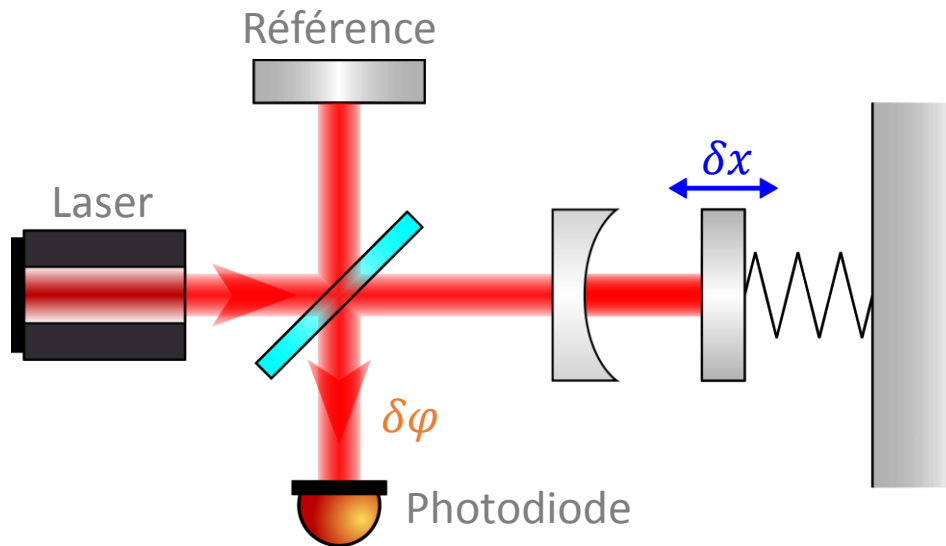
Réflexion

Déphasage

$\delta \varphi$

Interférence

Variation d'intensité



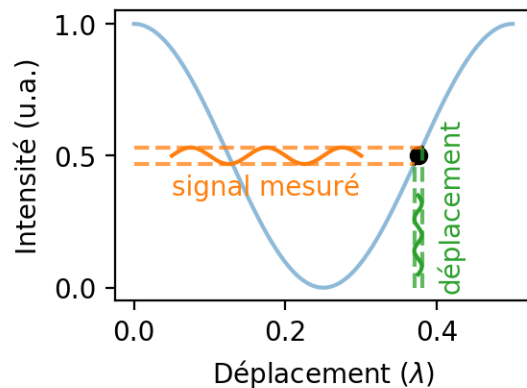
Déphasage proportionnel au déplacement

$$\delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta x$$

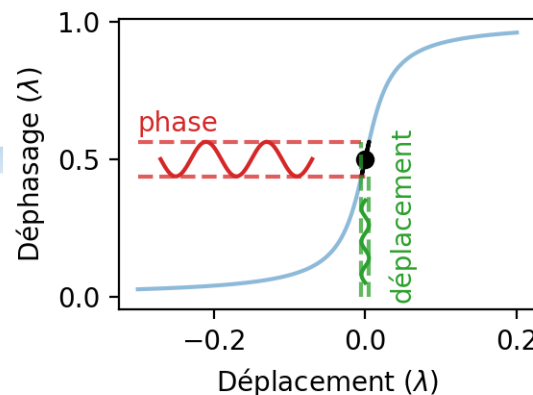
Variation d'intensité proportionnelle au déphasage

$$\delta I \approx I_0 \delta \varphi$$

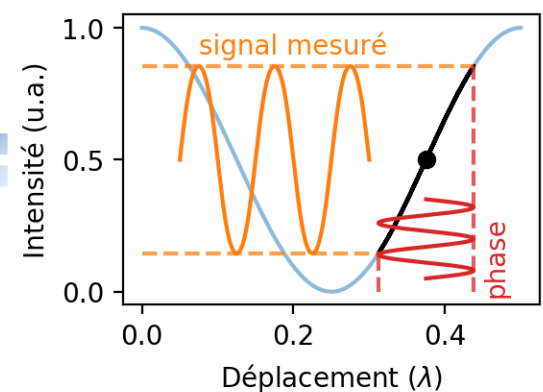
Interféromètre



Cavité



Interféromètre + cavité

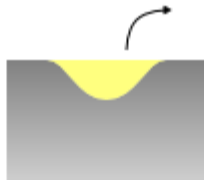


La faible taille des oscillateurs nécessite un miroir de faible rayon de courbure

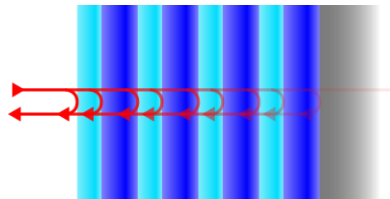
Laser CO₂
pulsé



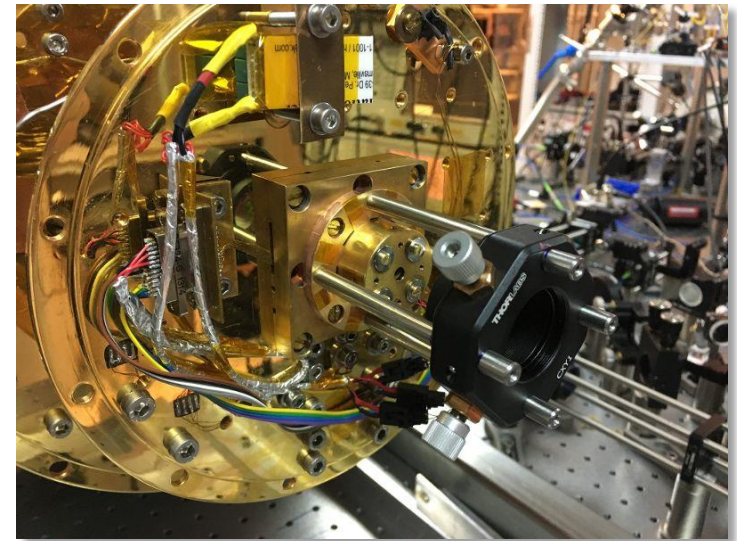
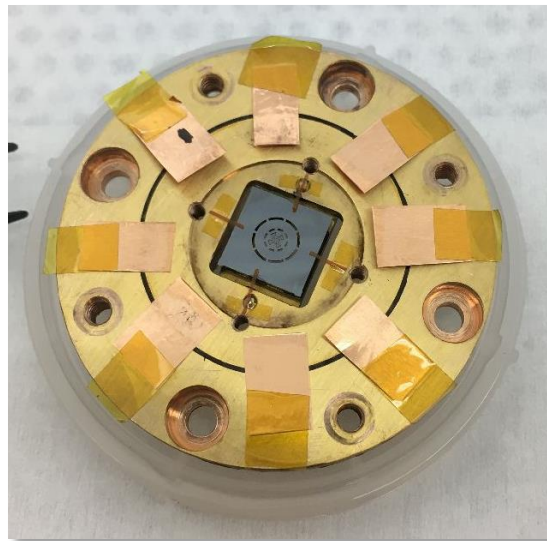
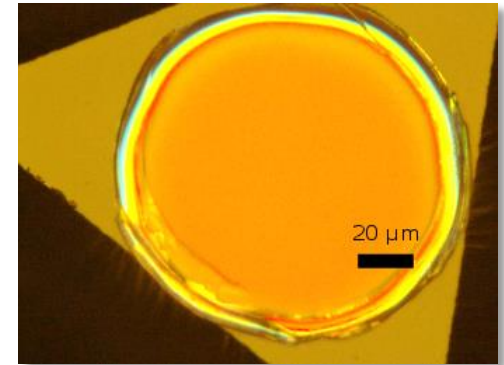
Tirs



Sublimation & Fusion

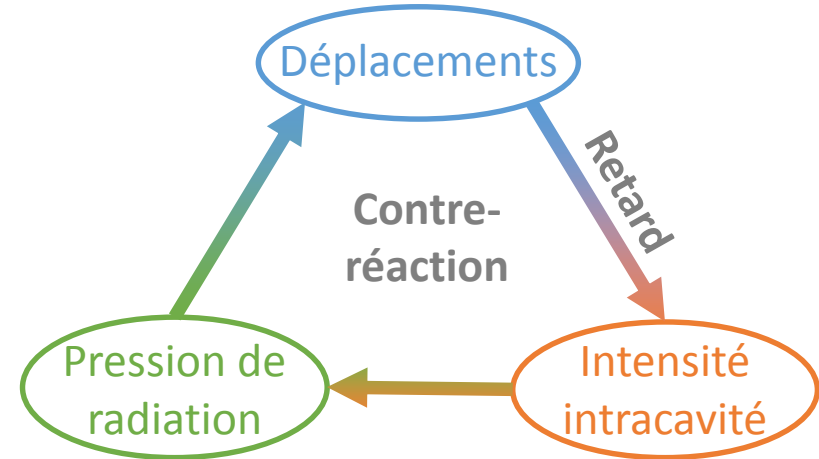
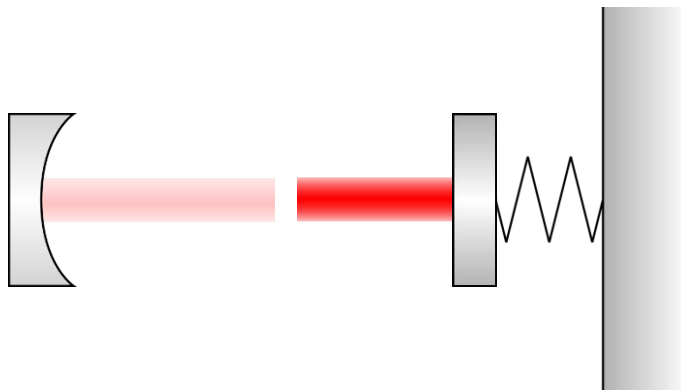
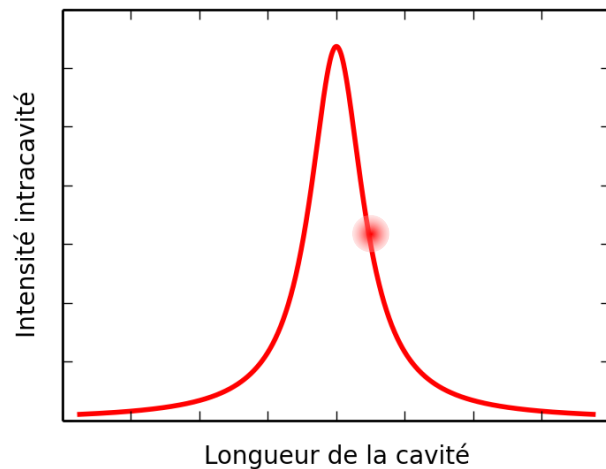


Miroir de Bragg

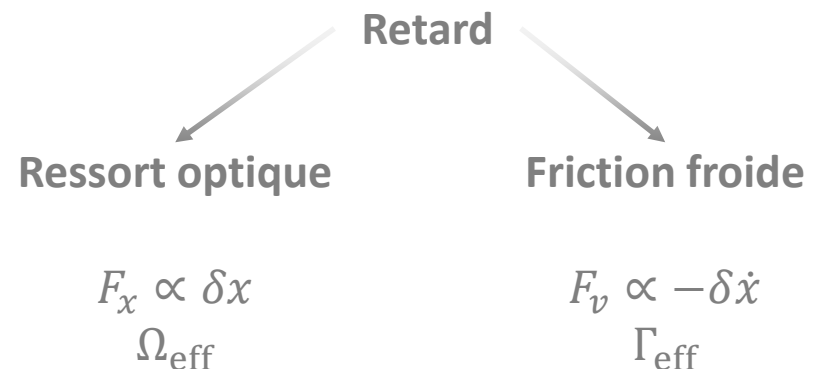


$$30 \text{ mK} \gg T_Q \approx 200 \text{ } \mu\text{K}$$

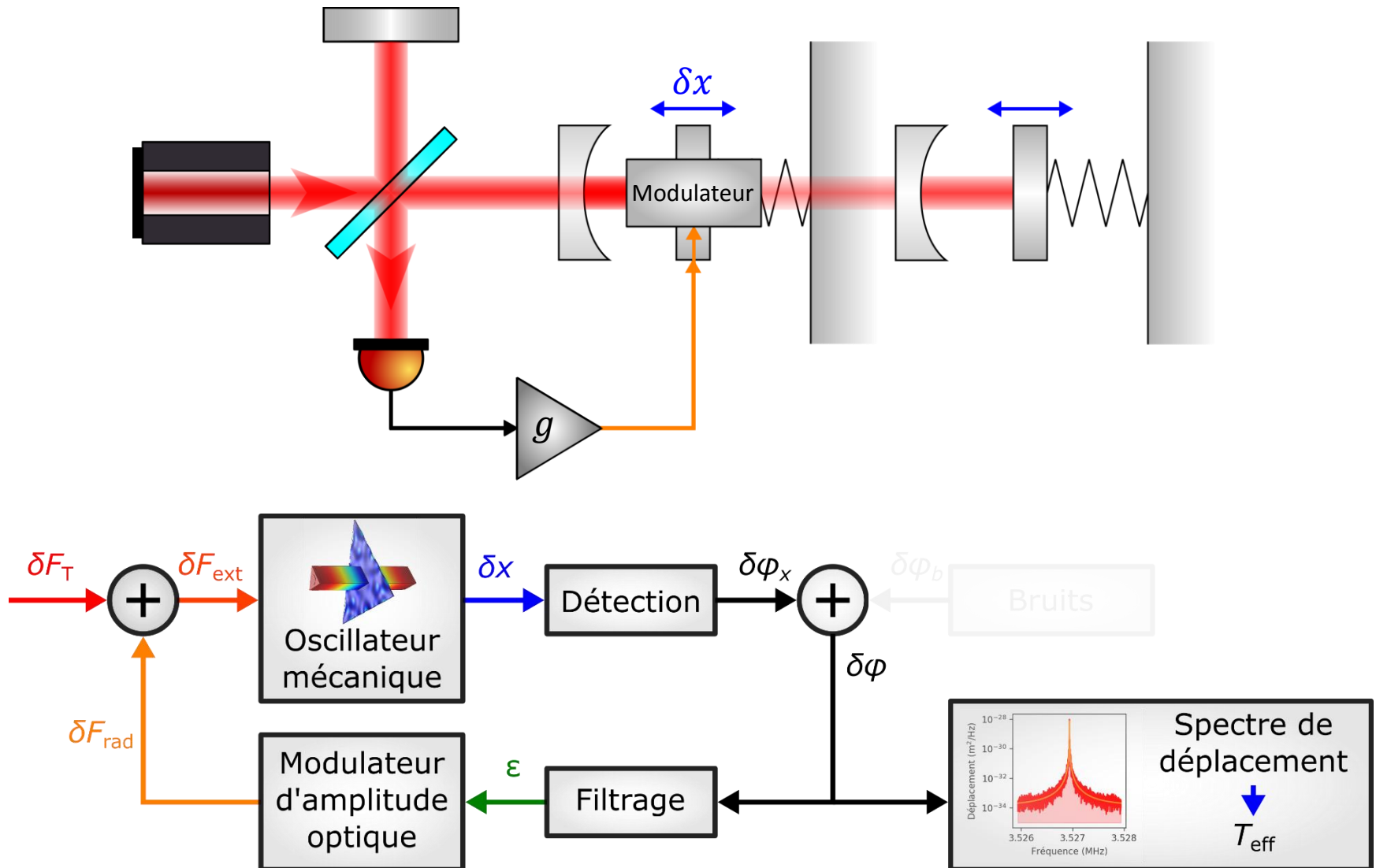
Dans une cavité désaccordée, l'intensité intracavité dépend de distance entre les deux miroirs



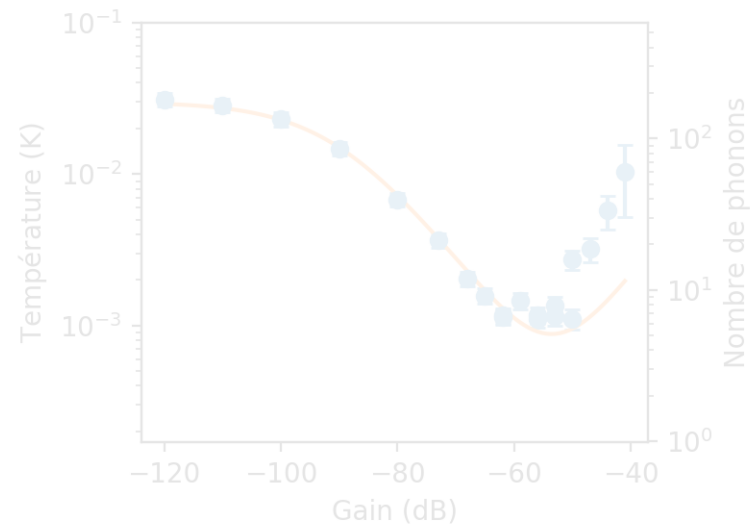
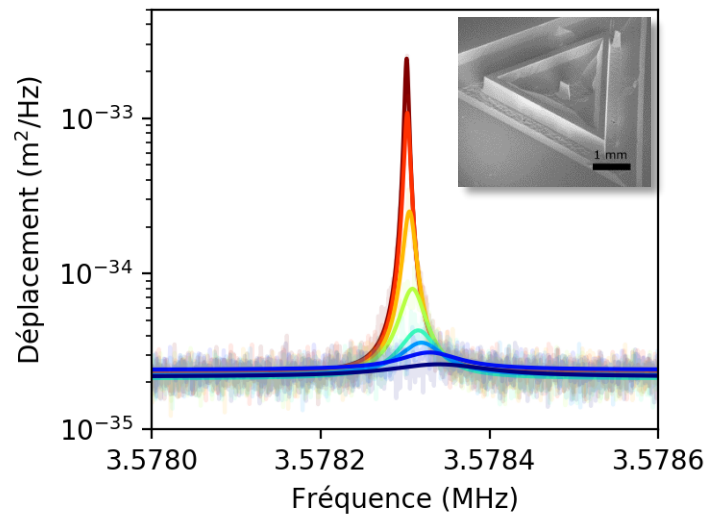
Le **couplage optomécanique** lie les **déplacements** du miroir et l'**intensité intracavité** par l'intermédiaire de la **pression de radiation**



La mesure des déplacements permet de d'appliquer une force de frottement visqueux qui diminue la température effective de l'oscillateur

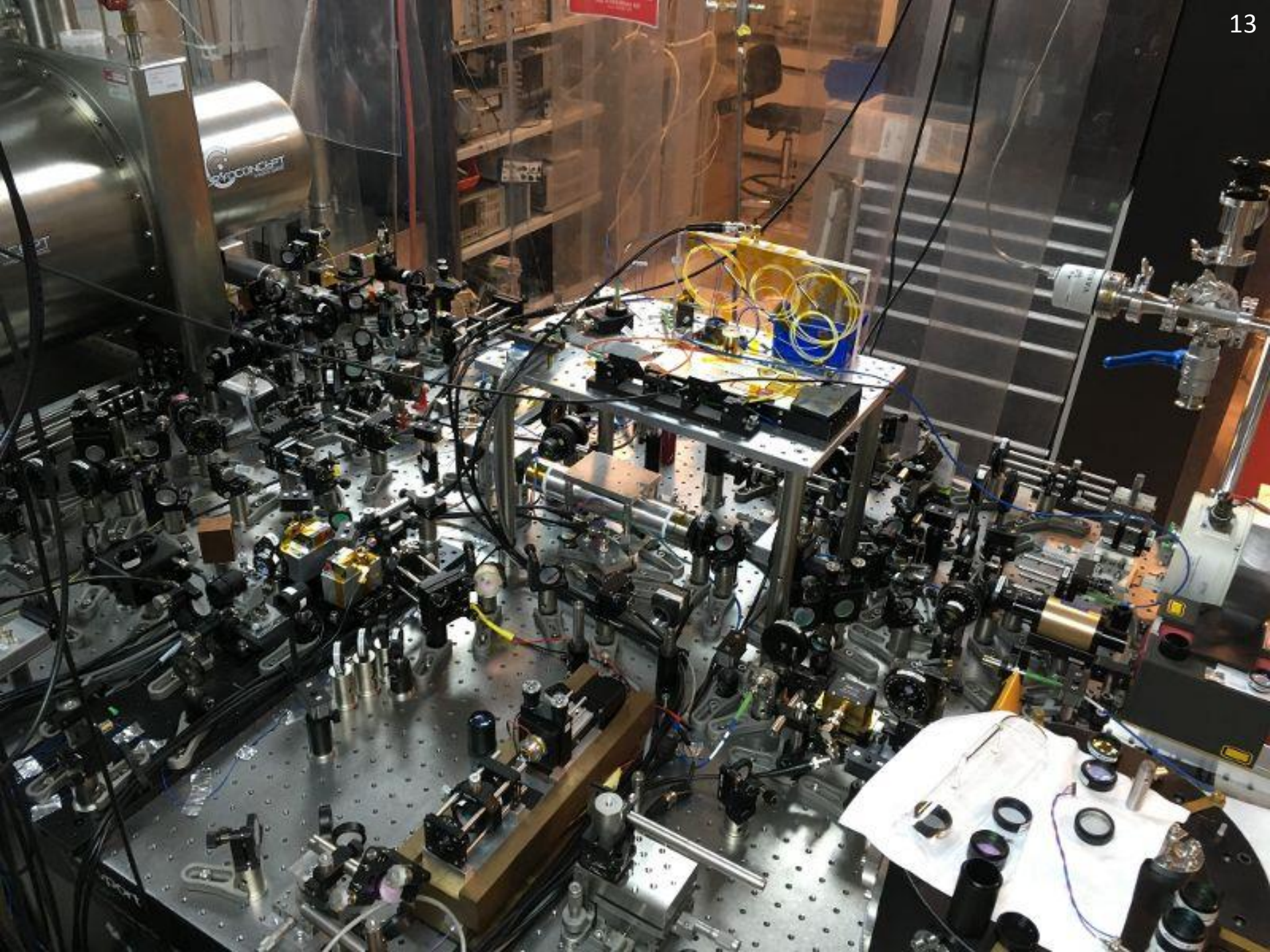


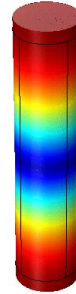
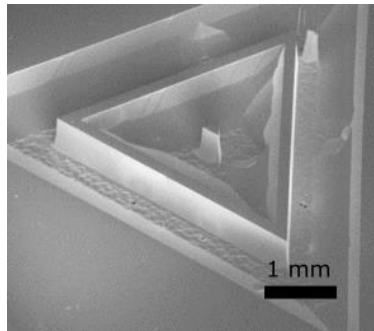
Le micro-pilier est refroidit en augmentant le gain de la rétroaction et la température est déduite du spectre du mouvement brownien



Pour une **masse effective de 33 μ g** et une **fréquence de 3,6 MHz** :

$$T_{\text{eff}} = 1,0 \pm 0,1 \text{ mK soit } n_T = 5,5 \pm 0,5$$

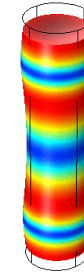




3,2 MHz



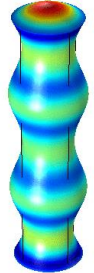
6,4 MHz



9,6 MHz



13 MHz



16 MHz

Dans le cadre des ondes mécaniques unidimensionnelles, on retrouve l'équation de d'Alembert à une dimension :

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0$$

où

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{2,6 \times 10^3}{103 \times 10^9}} \approx 6,3 \text{ km/s}$$

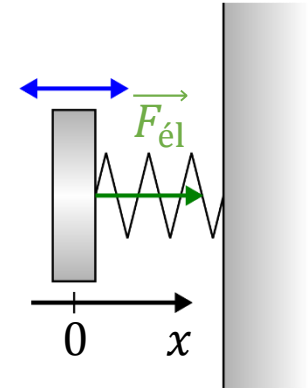
On cherche les solutions sous formes d'ondes stationnaires avec des extrémités libres pour retrouver la fréquence des modes propres de compression du pilier et on trouve pour le fondamental :

$$\Omega_m = 2\pi \times \frac{c}{2h} = 2\pi \frac{6,3 \times 10^3}{2 \times 10^{-3}} = 2\pi \times 3,2 \text{ MHz}$$

Cette valeur peut être comparée aux données expérimentales et l'écart justifié par la simplicité du modèle

{masse + ressort} dans le référentiel du laboratoire considéré galiléen soumis à :

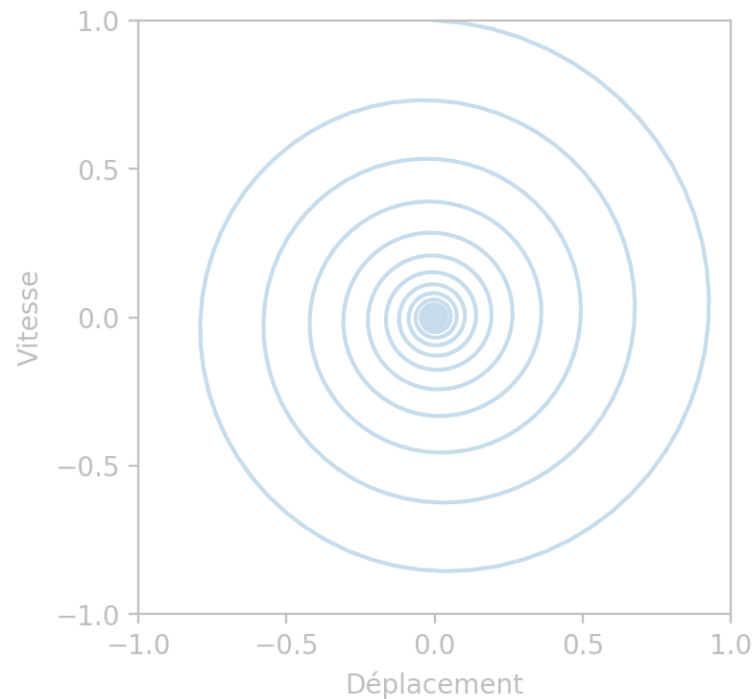
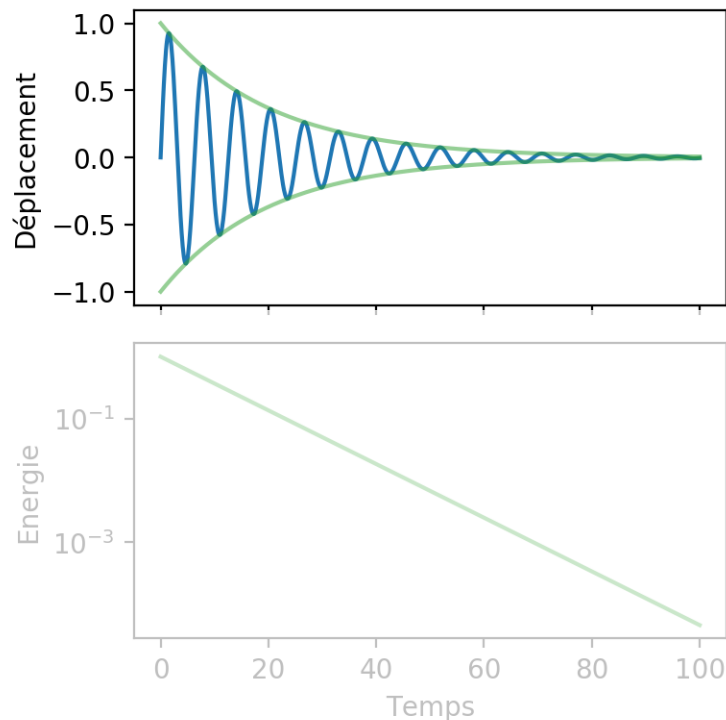
- son poids : non pris en compte (symétrie/orientation)
- force de rappel élastique du ressort : $\|\vec{F}_{\text{él}}\| = -kx$
- force de frottement : $\|\vec{f}\| = -\alpha\dot{x}$



Le théorème du centre d'inertie donne :

$$m\ddot{x} = -\alpha\dot{x} - kx$$

$$\ddot{x} + \Gamma_m\dot{x} + \Omega_m^2x = 0$$



$$\{\Omega_m; \Gamma_m\}$$

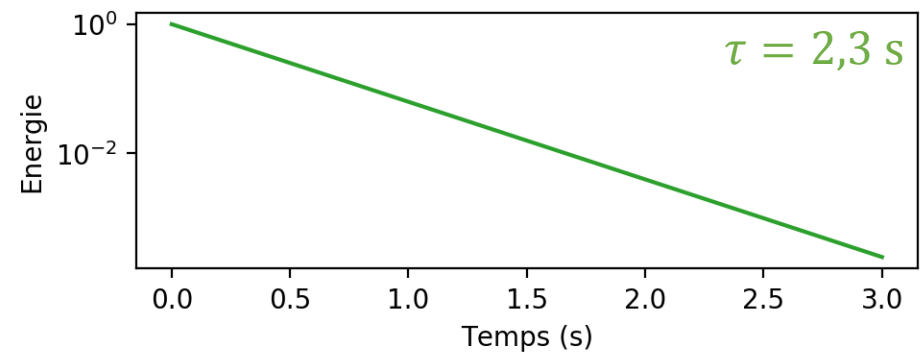
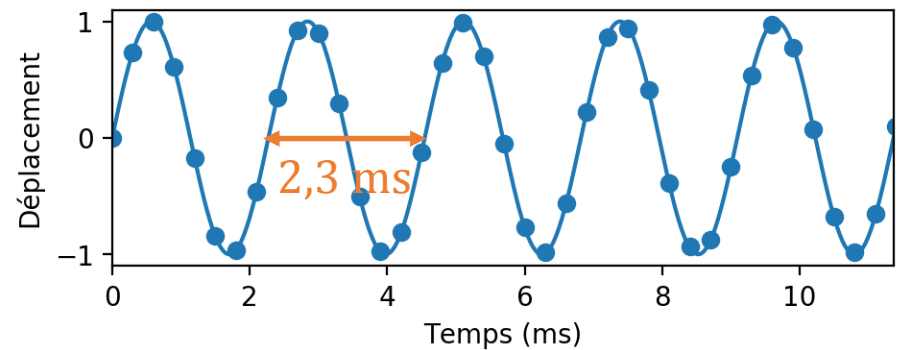
$$\{\Omega_m; Q\}$$

$$Q = \Omega_m / \Gamma_m$$



La mesure du son émis par un diapason donne accès à sa fréquence de résonance et son facteur de qualité

$$Q_{\text{diapason}} = 1000$$



On souhaite décrire la réponse de l'oscillateur à une force extérieure :

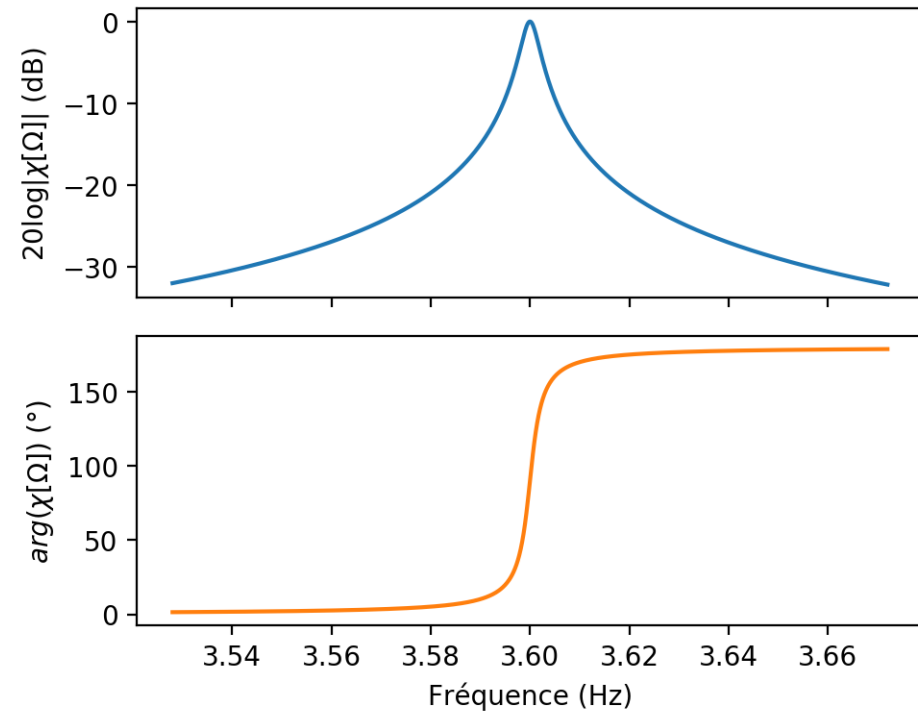
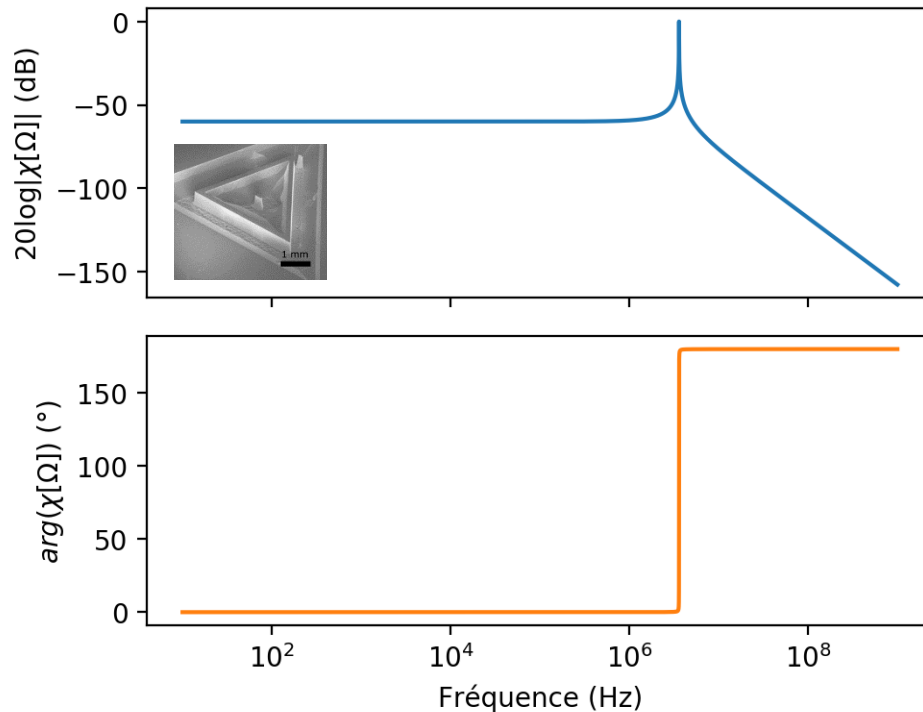
$$m[\ddot{x} + \Gamma_m \dot{x} + \Omega_m^2 x] = F_{\text{ext}}$$

Si l'excitation est sinusoïdale on peut supposer x de la forme :

$$x(t) = \text{Re}\{x_0 e^{-i[\Omega t - \varphi(\Omega)]}\}$$

On introduit la susceptibilité mécanique complexe telle que :

$$\underline{x}[\Omega] = \underline{\chi}[\Omega] \underline{F}_{\text{ext}}$$





On soumet le diapason à une excitation forcée proche de sa fréquence propre pour déterminer :

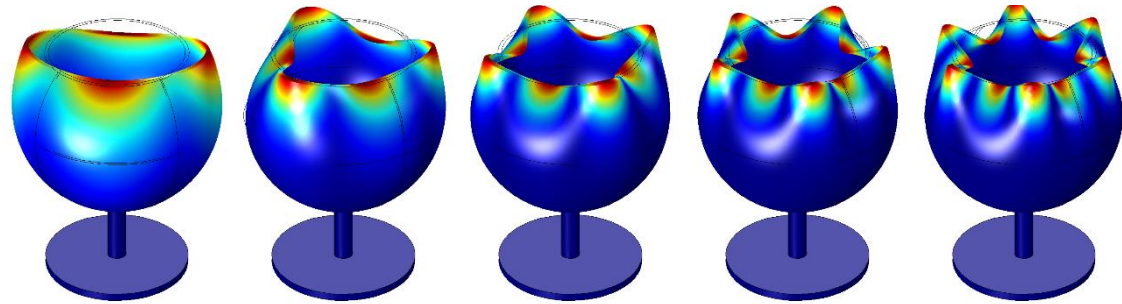
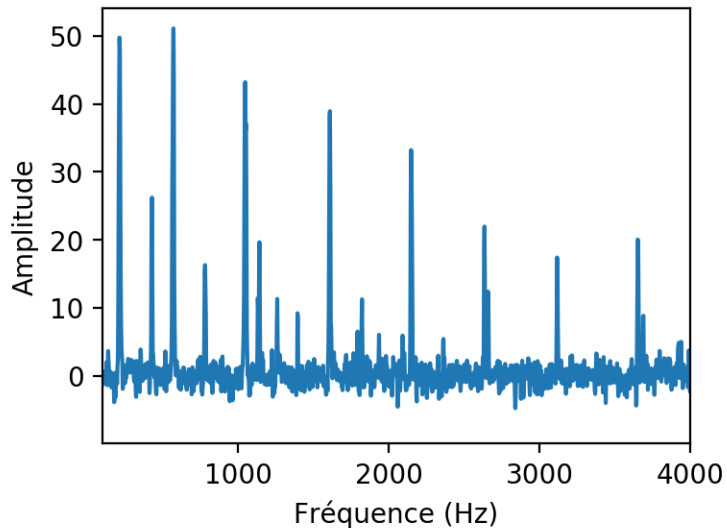
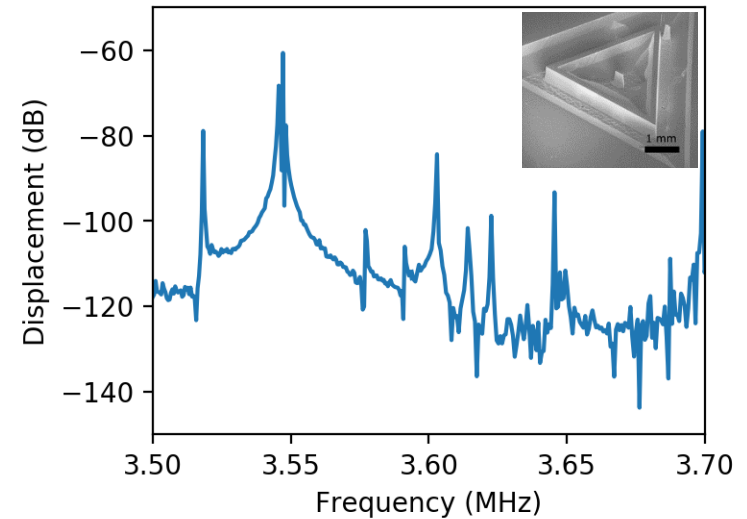
- Ω_m
- Q

Cette analyse fréquentielle peut être menée directement d'après l'étude du spectre du son émis par le diapason.



Un oscillateur à quartz peut finalement être utilisé comme capteur de pression

Les structures réelles présentent de nombreuses fréquences de résonance associées à des modes propres variés.



Un verre à vin peut servir pour l'analyse spectrale des modes mécaniques d'un objet complexe

En première, pour l'enseignement scientifique, on peut imprimer un interféromètre de Michelson en 3D, avec quelques composants peu chers et le contrôler grâce à un Arduino.

On peut l'exploiter en terminale lors des cours sur les interférences lumineuses.