

LP n° 28 **Titre :** Ondes électromagnétiques dans les milieux diélectriques.

Présentée par : Julien Froustey

Rapport écrit par : Hugo Roussille

Correcteurs : Richard Monier et Erwan Allys

Date : 6 novembre 2018

Bibliographie de la leçon :

Titre	Auteurs	Éditeur	Année
Electromagnétisme 4	BFR	Dunod	1984
Tout-en-un PC/PC* (ancien programme)	M-N Sanz	Dunod	2010 ?
(Cours de Jean-Michel Raimond, parties IV et V) http://www.phys.ens.fr/cours/notes-de-cours/jmr/electromagnetisme.htm	JMR		

Plan détaillé

Niveau choisi pour la leçon : L3

Pré-requis :

- Ondes EM dans le vide
- Oscillations forcées
- Optique géométrique
- Etude macro des diélectriques (polarisation, Maxwell)

Introduction (2 min)

Diélectriques : milieux isolants. Pas de charge et de courants libres, mais charges et courants **liés**. Une onde peut-elle se propager dans un tel milieu ? Oui, dans le verre par exemple.

Expérience : faisceau envoyé dans un prisme, déviation et dispersion.

Transition : retrouver ces phénomènes dans le cadre de l'emag.

Propagation d'ondes dans les DLHI (12 min 30)

Réponse d'un milieu à un champ électrique sinusoïdal (4 min)

Polarisation dans le milieu.

On prend E en $\exp(i \omega t)$.

Hypothèses :

- Linéaire : $P = \epsilon_0 [\chi_e(M, \omega)] E$
 - Homogène : $= \epsilon_0 [\chi_e(\omega)] E$
 - Isotrope : $= \epsilon_0 \chi_e(\omega) E$
- DLHI

Vecteur déplacement électrique $D = \epsilon_0 E + P = \epsilon(\omega) E = \epsilon_0 \epsilon_r E$ où ϵ_r est la permittivité relative. On a $\epsilon_r = 1 + \chi_e$

Transition : réponse en milieu sinusoïdal forcé. Pour les ondes il ne manque plus que les équations de Maxwell.

Pseudo OPPH (5 min 30)

$E = E_0 \exp(i(\omega t - k \cdot r))$

$\rho_{\text{li}} = -\text{div } P$ et $j_p = dP/dt$

Ecran : équations de Maxwell dans un DLHI (avec D)

Ainsi :

- $k \cdot E = 0$

- $k \cdot B = 0$
- $k \cdot E = w \cdot B$
- $k \cdot B = -w \cdot \mu_0 \cdot e_r \cdot E$

Relation de dispersion : $k \cdot (k \cdot E) = \dots \Rightarrow k^2 = w^2/c^2 \cdot e_r$

On définit $k = k' - i k''$. k' : propagation, k'' : absorption.

Structure : $B = (k \cdot E) / w$

On prend k selon u_z .

Indice complexe (3 min)

$n^2 = e_r$. $n = n' - i n''$ où n' est l'indice de réfraction et n'' celui d'extinction.

Aspects énergétiques dans les milieux sont compliqués.

Vitesse de phase : $v_p = w/k' = c/n'$, cela ressemble

Transition : maintenant on a besoin d'un modèle microscopique du milieu.

Modèle microscopique (18 min)

Polarisabilité électronique (10 min 30)

Déplacement des électrons suite au champ E . Modèle de l'électron élastiquement lié.

Forces :

- Lorentz $-e E$ (on néglige le terme en B pour des électrons non relativistes). On prend $\lambda > 10 \text{ nm}$ et déplacement de l'électron $R \sim 10^{-10} \text{ m}$ donc E est en $E_0 \exp(i w t)$.
- Dissipation $-\gamma m dr/dt$
- Rappel élastique $m w_0^2 r$

D'où vient le rappel ? Historiquement on voulait trouver des résonances pour les atomes.

Ecran : modèle de Thomson, soupe de charges positives, E proportionnel à r et force en r .

Désormais on sait que ça ne représente pas la réalité, mais ça marche quand même : barycentre des charges positives se décale (déplacement en bloc), et donc dipôle induit. On aura donc aussi une force élastique.

PFD : $d^2r/dt^2 + \gamma dr/dt + w_0^2 r = -eE/m$

En complexes : $r = r_0 \exp(i w t)$ et $r = -eE/m / (w_0^2 - w^2 + i \gamma w) \rightarrow$ oscillateur forcé.

Dipôle induit $p = -e r = e_0 \alpha(w) E$, d'où $\alpha(w) = e^2/m / (w_0^2 - w^2 + i \gamma w)$.

Ecran : graphe de α' et α'' en fonction de w ; Commentaire du comportement en $w=0$, $w=w_0$ et $w \rightarrow \infty$.

ODG : $w_0 = 10^{14} - 10^{16} \text{ rad/s}$, $\gamma = 10^7 - 10^9$ et $Q \gg 1$.

En mécanique quantique : $\alpha = \text{Somme } f_i / (w_i^2 - w^2)$. Différents niveaux d'énergie. Les f_i sont les « forces d'oscillateurs ». Cela justifie l'usage du modèle simpliste de l'électron élastiquement lié.

Polarisations atomiques et d'orientation (4 min 30)

- Atomique : même principe pour les atomes, $w_0 = 10^{13} \text{ rad/s}$
- Orientation : H_2O possède un moment dipolaire p qui a tendance à s'aligner avec le champ (avec un certain retard). Modèle de Debye, temps caractéristique exponentiel $\tau \sim 10^{-10} \text{ s}$. On trouve $\chi_{or}' = \chi_0 / (1 + w^2 \tau^2)$ et $\chi_{or}'' = \chi_0 w^2 \tau^2 / (1 + w^2 \tau^2)$

Milieu dilué : susceptibilité $\chi = N a$

Ecran : $\chi(w)$ avec orientation, atomique et électronique. Pic absorption d'orientation : principe des micro-ondes. Dans le visible, on a que de l'électronique, et pas d'absorption.

Dispersion dans le domaine optique (3 min)

L'indice n est réel. $n^2 - 1 = \chi_e = \text{somme}_i D_i / (\lambda^2 - \lambda_i^2)$. Or $w = 2\pi/\lambda$. Résonance dans l'UV lointain : $\lambda_i \ll \lambda$. On obtient $n^2 = 1 + \text{somme}_i D_i + \text{somme}_i D_i \lambda_i^2 / \lambda^2$. On a obtenu $n^2 = A + B/\lambda^2$.

→ Cela permet d'expliquer la dispersion observée avec le prisme.

Interface entre deux diélectriques (6 min 30)

Relations de passage (6 min 30)

Ecran : schéma des vecteurs k_1 , k_1' et k_2 , avec les angles. Relations de continuité ; calcul qui amène $w_1 = w_2 = w$. Multiplication par $\exp(-k_1 \cdot OM)$.

A l'oral : justifie que l'on a donc :

$$(k_1 - k_1') \cdot OM = 0$$

$$(k_2 - k_1) \cdot OM = 0$$

On a donc $k_1' - k_1 = a N$ (N le vecteur normal), et $k_2 - k_1 = b N$.

Ainsi k_1' et k_2 sont dans le plan d'incidence : première loi de Snell-Descartes.

On a donc $\sin i_1' = -\sin i_1$ donc $i_1 = i_1'$, et $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$: seconde loi.
On retrouve la déviation du rayon de lumière par le prisme de l'expérience, différente selon les longueurs d'onde.
Amplitude des ondes : $r = E_1'/E_1 = (n_1 - n_2)/(n_1 + n_2)$. Déphasage de π à la réflexion sur un milieu plus réfringent.

Conclusion (1 min)

Résumé. Non homogènes : $\text{div}(\epsilon E) = 0 \rightarrow$ explique les mirages. Non isotropes : indices différents selon la polarisation de l'onde incidente \rightarrow biréfringence.

Questions posées par l'enseignant

- Limites du modèle de l'électron élastiquement lié ?
-> on a qu'une seule fréquence de résonance.
- Quel est le partenaire de l'électron ?
-> force de Coulomb avec le noyau, faisable en quantique.
- Force d'oscillateur, développez ?
-> Poids relatif de chacun dans la somme . En méca Q, théorie des perturbations au premier ordre.
- Courbes avec les différents pics d'absorption -> que se passerait-il si on passe dans un solide ou un liquide ?
-> non polaire : plus de polarisation d'orientation.
-> Plus dense : $\chi_e = N a$ n'est plus vrai, faut faire mieux : $\chi_e = N a / (1 - Na/3)$ ou un truc du genre. $E_I = E + P/3\epsilon_0$.
- Nom de la formule ?
-> clausius mossotti ou Lorentz-Lorentz.
- Diélectrique a pas de charge libres, est-ce vrai ?
-> Seulement pour un matériau parfait. Conducteur : principalement charges libres, diélectrique parfait : principalement charges liées.
- Charge libre dans un diélectrique, perçoit-elle un champ plus fort ou pas que dans le vide ?
-> moins fort, contrecarre le champ
- Ça s'appelle écrantage, expliquez avec un dessin ?
-> charge + qui polarise la matériau avec tous les - liés autour, qui s'orientent vers elle.
- Valeur du champ ?
-> $E = q/(4 \pi \epsilon_0 \epsilon_r r^2)$, c'est pour ça que le champ est plus faible.
- Repréciser comment fonctionne la manip.
-> autocollimaiton pour être sûr qu'on est au plan objet.
- Pourquoi ondes sinusoïdales ?
-> Maxwell est linéaire, le milieu aussi.
- Polarisation juste en temporel ?
-> $P(t) = \int_0^\infty E(t-T) F(T) dT$ (convolution).
- Du coup la polarisation est linéaire en quoi ?
-> fonction linéaire de E, ça dépend juste du temps en plus.
- On choisit k' positif, mais équations sur k^2 , ça changerait quoi $k' < 0$?
-> k' k'' fixe.
- Question sur μ_r et champ H (que je n'ai pas suivie...)
- On pourrait pas faire un bilan énergétique simple quand même ?
-> interaction avec le milieu est pas trop dans u mais plutôt dans le terme de source dans l'equation de Poynting
- Terme en dr/dt pour l'amortissement ?
-> non c'est d^3r/dt^3 , mais c'est équivalent à l'ordre 1 (il faut faire le calcul)
- Polarisation induite en fait d'abord elle est pas dans le même sens que E puis elle s'aligne.
- C'est quoi l'« ensemble des forces de dissipation » ?
-> Collisions avec le reste du milieu
- Mais ça c'est pas valable pour seulement un électron et un noyau.

- Date de l'expérience de Rutherford ?
-> 1911
- Lampe spectrale -> raies bien plus larges que ce qu'on théorise... dû à quoi ?
-> effet Doppler, interactions ?
- Autres effets peut-être ?
- Résonance de la polarisation électronique, lié à quelles énergies ?
-> Transitions.
- Quand l'électron résonne, il a quelle trajectoire ?
-> Modèle de Bohr -> oscille entre différentes orbites.
- Force de l'oscillateur a quelle unité ? ça serait mieux de le mettre adimensionné...
- Lien entre χ' et χ'' ? ça ressemble à une dérivée... pourquoi la dissipation est due à χ'' et pas χ' ?
- Exemples de milieux anisotropes dans le cadre de l'agrèg ?
-> Quartz est biréfringent.
- Pourquoi avoir mis en prérequis la polarisation ? Et l'interface ?
-> Niveau L3, on aurait eu un vrai cours sur ce sujet. Interface : permet de revenir à l'optique.
- On aurait pu faire plus d'absorption
- Qu'aurait-on pu donner comme exemples dans les parties 1 et 2 ?
- Pourquoi pas parler de milieux denses ?
- Qu'est-ce que ça apporte de faire les interfaces ?
-> Boucle bouclée, on a tout expliqué.
- Mais en quoi le verre est un milieu dilué ? En fait c'est plus compliqué.
- Comment expliquerait-on que le champ local ne joue aucun rôle ?

- C'est bien d'encadrer les formules et de hiérarchiser le plan.
- Il faut compléter les graphes avec le nom de la grandeur (w) et unité.
- Ne pas rentrer dans tous les détails quand on répond à une question.
- Ça serait sympa de montrer des exemples avec des lampes spectrales, etc.
- Faire du coup un graphe avec plein de résonances électroniques et pas une seule -> c'est l'occasion de faire une plus grande discussion physique sur les domaines plus compliqués.
- Sympa aussi de parler pourquoi le verre, dense, fonctionne comme les milieux dilués.
- Une fois qu'on a Cauchy, plus besoin de faire Descartes.
- Ça aurait été bien de parler d'applications un peu. Ex polarisabilité de molécules compliquées, etc. Notions de milieu denses.
- Dire en fait que « la physique c'est compliqué ». S'attarder sur toutes les complications dans les matériaux réels : effets diamagnétiques, etc. Ecrantage. Lien entre e_r statique et dynamique.
- χ'' : déphasage donc retard quand on tourne et travail.
- Elargissement spectral : modèle de Bohr, oscillations entre deux rayons d'orbites. Nombre d'oscillations : facteur de qualité et donc finesse des raies. Ainsi, si on a des chocs, on va forcer l'électron à retomber dans un rayon plus faible tôt, et donc ça va diminuer la durée du régime transitoire et diminuer $Q \Rightarrow$ raies plus larges.
- Bien regarder le Landau-Lifschitz (théorie des champs), le sommaire contient tout ce qu'on fait à l'agrèg (mais attention au système d'unités utilisées).
- Modèle micro : fait partie du sujet mais ce n'est pas le cœur.