

LP n° 16 Titre : Facteur de Boltzmann

Présentée par : Gloria Bertrand

Rapport écrit par : Jules et Alexandra

Correcteur : Mathieu Pierce

Date : 10/01/2019

Bibliographie de la leçon :

Titre	Auteurs	Éditeur	Année
Physique statistique	Diu	Hermann	2001
Dunod MP nouveau programme		Dunod	2014

Plan détaillé

Niveau choisi pour la leçon : CPGE

Pré-requis : Notions de mécanique statistique - Cours de thermodynamique - Hydrostatique - Loi d'Arrhénius.

Intro :

cours de thermo permet d'obtenir des grandeurs avec les données macros

Comprendre les propriétés macro des systèmes à partir des données micro sur les constituants.

1 min

I. Première approche

1. Pression dans l'atmosphère isotherme

Slide : position du problème. Hypothèses : g uniforme, température homogène, composition de l'air (80% N₂, 20% O₂) considéré comme un GP.

Loi des gaz parfaits (P en fonction de rho) + Équation hydrostatique => $P(z) = P_0 \exp(-Mgz/RT)$.

Obtention d'une longueur caractéristique : H = 8km : échelle de longueur de variation de la pression.

Interprétation du facteur exponentiel (dans rho ou P) = facteur de Boltzmann.

Etude de l'influence de g et T : facteurs d'ordre et de désordre.

Retrouver autrement le FdeB ?

7min30

2. Interprétation statistique

Notion microscopique, utilité de la probabilité. Hypothèse : les particules sont identiques.

$dN(z) = N_a dn(z) = N_a \rho(z) S dz / M$, remplacer par l'expression de Rho obtenue plus haut

Avec un raisonnement statistique on a aussi que $dN(z) = N.p(z)dz$ ce qui permet de trouver l'expression de la probabilité, proportionnelle audit facteur de Boltzmann.

Réécriture du facteur avec k_B . Interprétation énergétique : plus l'énergie de l'état est élevée, moins on a de probabilité d'être dans cet état.

$k_B T$ = énergie d'agitation thermique = 25 meV à T_{amb}

Notion de probabilité à généraliser dans le cadre de la physique statistique

14min

3. Objets de la physique statistique

Définitions:

- Micro-état : décrit la configuration d'un système microscopique
- Macro-état : Information probabiliste sur l'occupation des micro-états.

Slide : Interprétation des micro et macro état sur deux dés.

Pour un macro état donné, il existe bcp de micro état possible : impossible de connaître leurs informations (Position, vitesse..) -> on utilise les probabilités.

-> chercher l'ensemble des états accessibles

-> probabilité des différents états

18min30

II. Loi de Boltzmann

1. Énoncé pour un ensemble discret d'états.

Hypothèses : Équilibre thermique, enceinte fermée, particules indépendants. Alors la probabilité p_i de se trouver dans un état i d'énergie e_i est : $p_i = 1/Z \cdot \exp(-e_i/kT)$

Z = fonction de normalisation = fonction de partition = $\sum_i \exp(-e_i/kT)$

21min45

2. Étude d'un système à deux niveaux

Exemple : transition lampe spectrale, cristal paramagnétique; étude de l'atome d'hydrogène en MQ

Modélisation sur une échelle d'énergie. Deux niveaux d'énergie $\pm e$, gap énergétique = $2e$.

a) Population

Expression de Z dans le système à deux niveaux ($2\cosh(\beta e)$). On en déduit la probabilité d'être dans le niveau 1.

Pour un système de N particules, le nombre moyen de particules dans ce niveau est $N \cdot p(1)$.

26 min

Température adimensionnée. Étude des limites de la population lorsque T tend vers 0 ou $+\infty$. exemple avec l'hélium : $\Delta = 1\text{eV}$ or $kT_{amb} = 25\text{meV}$ donc excitation du niveau 2 gelée.

Slide : Graphe.

31min

b) Aspect énergétique

Calcul de la valeur moyenne de la particule. $\langle E \rangle = -e \cdot \tanh(\beta e)$. Énergie du système en multipliant par N .

Étude de la limite à haute et basse température adimensionnée (T^*).

Slide : $E^* = \langle E \rangle / N e$ en fonction de T^*

35 min

3. Fluctuations de l'énergie

Expression de la variance : $\sigma^2 = e^2 / \cosh^2(\beta e)$, l'écart type est au minimum de e .

Variance de l'énergie du système (Particules indépendantes $\Rightarrow N \cdot \text{variance d'une particule}$).

les fluctuations sont faibles : l'énergie du système est donc sa moyenne

39min40

Conclusion : Facteur de Boltzmann nous a permis de calculer la proba. Possible de passer au cas continu.

Fin à 40min20.

Questions posées par l'enseignant

- Boltzmann : Quelle époque ? Deuxième moitié du 19ème.
- Discuter l'hypothèse d'atmosphère isotherme. Réponse : pas entre 0 et 11 km, mais dans la troposphère oui.
- Rebondit : c'est quoi la troposphère ? C'est l'inverse (troposphère = 0-11 km...)
- Comment varie la température dans la troposphère ? Décroissance linéaire
- Et dans la stratosphère ? Plutôt tendance à augmenter. Pourquoi ?
- Comment est modifié le modèle si on prend en compte la variation de température ? est ce qu'on aurait le même genre de loi pour le facteur de Boltzmann ?
- Vérifier l'adimensionnement de Mgz/RT .
- Dépendance de P dans l'espace. Pas de dépendance en x et y . On a omis l'aspect vectoriel dans l'équation d'hydrostatique (projection sans le dire).
- Revenir sur les facteurs d'ordre et de désordre.
- Comment vérifier la loi de Boltzmann autre qu'avec l'atmosphère isotherme ? Expérience de Jean Perrin qui a permis de remonter au nombre d'Avogadro.
- Valeur de k_B : $1,38 \cdot 10^{-23}$: approchée ou exacte ? Mesurée ou fixée ?
- Quelle est l'échelle de la tranche : micro, macro ? Méso
- Considéré l'air comme un gaz parfait ? Même si c'est un mélange ? Mélange idéal de gaz parfaits.
- Quelle est la loi de Boltzmann, bon terme ?
- Exemple de système à deux niveaux : tous les systèmes paramagnétiques sont constitués de spins $\frac{1}{2}$? Quel modèle lorsqu'on prend en compte la multiplicité des états ? Paramagnétisme de Brillouin.
- Quand est-ce qu'on peut réduire un système à plusieurs niveaux à un système à deux niveaux ? (il faut geler l'accès aux niveaux supérieurs)
- Est ce que c'est toujours vrai qu'on peut avoir plusieurs particules dans un même niveau d'énergie ? Non, Fermions... Bof ils peuvent ne pas avoir le même état, mais la même énergie...
- Discuter de la statistique de Fermi-Dirac
- Température adimensionnée, pertinence de la notation.
- Écart énergétique de l'hélium, on parle de quels niveaux ? Combien d'électrons ? deux. Tous les deux dans l'état fondamental ?
- Quand T tend vers zéro est ce que c'est toujours vrai d'avoir aucune particule dans les niveaux excités ? Non, cf. fermions.
- Revenir sur les fluctuations du système, quand on fait tendre N vers l'infini, quel est le nom de la limite ? Y a-t-il des précautions à prendre lorsqu'on fait tendre N vers l'infini ?
- Que se passe-t-il dans le cas continu ? Quelle condition pour passer au continu (ou pour considérer le cas discret, au choix) ?
- Autres application du facteur de Boltzmann (loi d'Arrhenius, MQ : laser et effet tunnel)

Attention il y a analogie avec l'effet tunnel mais ce n'est pas une application du facteur de Boltzmann

Commentaires donnés par l'enseignant

CPGE Ok (ça se place très bien dans le nouveau programme)
ouverture : capacité thermique ?
ajouter des exemples dans le système à deux niveaux : cristal paramagnétique ? compliqué car pas programme MP.
être plus rigoureux sur le vocabulaire
plus d'infos sur la constante de boltzmann : changement novembre 2018
connaître les couches de l'atmosphère et évolution de T : décroît dans troposphere (Évolution linéaire de la température, assez fidèle avec la réalité), augmente de la stratosphère car contient une majeure partie de la couche d'ozone.
peut être mettre des capacités thermique, grandeurs thermodynamiques

Partie réservée au correcteur

Avis sur le plan présenté

Convenable, le temps relativement court implique de faire des choix pour cette leçon

Concepts clés de la leçon

Introduction du facteur de Boltzmann avec un exemple simple (typiquement atmosphère isotherme)

Discussion et utilisation du facteur de Boltzmann dans des cas simples, notion de probabilités

Applications et calculs énergétiques, lien entre micro et macro, physique statistique et thermodynamique

Concepts secondaires mais intéressants

Calculs de capacités thermiques, théorème d'équipartition de l'énergie, fluctuations statistiques

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)

Machine de Boltzmann ????

Points délicats dans la leçon

Passer du micro au macro, ponts entre physique statistique et thermodynamique

Interprétations physiques des phénomènes

Bibliographie conseillée

En plus de celle déjà donnée : Leçons de Thermodynamique de Latour (ellipses) à prendre avec des pincettes mais le recul sur les leçons est intéressant

Pour le Diu de phy stat, je conseille de consulter les appendices des chapitres 2 et surtout 3 qui peuvent donner des exemples ou une culture plus solide sur certains sujets