

LP n° 43 **Titre :** Evolution temporelle d'un système quantique à deux niveaux

Présentée par : Emmanuelle Poncet

Rapport écrit par : Guillaume Pages

Correcteur : Jean Hare

Date : 18/02/2019

Bibliographie de la leçon :

Titre	Auteurs	Éditeur	Année
Mécanique quantique	Basdevant		
Mécanique quantique vol1	Cohen T		
PC-PC*		Dunod	

Plan détaillé

Niveau choisi pour la leçon : L3

Pré-requis :

- Equation de Schrodinger
- Fonction d'onde
- Effet tunnel

Introduction :

Systèmes complexes peuvent être décrits à deux niveaux (chimie,...)

Fil rouge : la molécule d'ammoniac

(1min)

I/ Système quantique à deux niveaux : la molécule d'ammoniac

1) Modélisation

a) Double puit de potentiel

diapo du modèle

→ puit double constant par morceaux

diapos rappels et notations sur les solutions associées aux trois morceaux

→ $\tan(ka) = -k/K \coth(K(b-a/2))$; $\tan(ka) = -k/K \tanh(K(b-a/2))$

$\Delta = b-a/2$

hypothèse $E \ll V_0$ solutions simplifiées → le couplage entre les deux puits lève dégénérescence entre état symétriques et antisymétrique

diapo des premiers niveaux

Deux niveaux considérés raisonnable ?

10min

b) Validation de l'hypothèse d'un « système à deux niveaux ».

OG très différents des écarts entre divers niveau d'énergie

Comparaison à l'aide de la formule de Boltzmann de l'occupation des deux premiers niveaux →

seuls les niveaux de plus basse énergie sont peuplés (niveaux sym et antisym fondamentaux)

14 min

3) Evolution temporelle

diapo représentant ψ_g et $\psi_d = f(x)$

Écriture de ψ_g et ψ_d à partir de ψ_s et ψ_a d'abord à $t=0$ puis à t

$E_a - E_s = 2A = \hbar \omega$

→ oscillation périodique entre les deux puits par effet tunnel à la pulsation $\omega = 2A/\hbar$

ODG : $2A$ environ 10^{-4} eV soit une fréquence d'environ 24 GHz ($\lambda = 1,25$ cm)

application : radioastronomie

but : utiliser molécule d'ammoniac pour créer un MASER

22min

II/ De la molécule d'ammoniac au principe du MASER

Ancêtre du laser créé en 1954

Nécessité d'inverser population puis émission stimulée

1) NH_3 dans champ électrique statique

a) Champ homogène.

Espace de Hilbert à 2D

Écriture hamiltonien H_0 sans champ dans base états symétriques et antisymétriques

diapo avec dipôles électriques de la molécule d'ammoniac

Écriture de hamiltonien H_1 avec champ E : $H_1 = H_0 + W$

Valeurs propres et vecteurs propres

diapo avec énergie E_s et E_a quand champ E

29min

b) Champ inhomogène

diapo principe fonctionnement du tri des états dans maser

→ molécules dans état ψ_s éjectées et molécules dans état ψ_a sont sélectionnées

→ inversion de population

32min

2) NH_3 dans champ électrique oscillant

$E = E(t)$

$H_2 = H_0 + W$ → équation de Schrödinger des états non stationnaires nécessaire

Résolution avec l'équation de Schrödinger des états non stationnaires

diapo de calculs intermédiaires

diapo sur probabilités d'absorption max pour ω environ égale à ω_0

→ le champ induit l'émission de la molécule

→ amplification par émission stimulée du rayonnement

38min

3) Le maser

schéma de principe

Conclusion : autres applications RMN, liaison chimique

Questions posées par l'enseignant

1. Pourquoi état symétrique plus bas en énergie état antisymétrique ? Quelle conséquence qu'il y a un nœud pour état antisymétrique ? Toujours le cas ? Pour deux pendules classiques couplés ? (signe du couplage !)
2. Pourquoi $1/\sqrt{2}$ dans écriture de ψ_a ? (normalisation approchée)
3. Nom de l'oscillation évoquée ? (oscillation de rabbi) ; qu'est-ce qui a été négligé ? Particulier à l'ammoniac ?
4. Pourquoi un état est expulsé dans maser ? Qu'est ce qui fait qu'on garde un état et pas l'autre ? Dans quel sens est le dipôle ? Direction du champ E ?
5. Pourquoi l'émission décrite correspond à l'émission stimulée ?
6. Quel phénomène permet à la molécule d'ammoniac d'émettre photons ? (dipôle oscillant)
7. Comment généraliser système à deux niveaux pour autres cas qu'ammoniac ? (spin fictif)
8. La RMN ça marche comment ? En quoi c'est une parenté avec ammoniac ?
9. Maser, états sélectionnés ne sont pas ψ_a et ψ_s mais ψ_+ et ψ_- . Comment savoir qu'au final c'est ψ_s ? (approximation adiabatique).

Commentaires donnés par l'enseignant

- Approximation système à deux niveaux : on néglige les niveaux sauf deux (le initial et un autre qui est à résonance)
 - État symétrique en dessous car état antisymétrique passe par 0. Pas de règle générale sur qui de l'état symétrique ou antisymétrique est le plus bas en énergie, dépend du système.
- Calcul sur oscillation de rabbi passé trop vite sur transparent
- Possibilité de traiter la RMN
- première partie : pas indispensable à voir
- Oscillation de Rabi pas exactement émission stimulée : il faut introduire de la dissipation (ici fuite à travers les miroirs)

Partie réservée au correcteur

Avis sur le plan présenté

Ce plan adopté revient assez souvent, mais il est délicat à mettre en œuvre :

- L'étude du couplage tunnel conduisant à une oscillation (de Rabi) entre les états « impropres » gauche et droit est indispensable et bien menée.
- L'étude en champ électrique (statique) pourrait monter en abstraction pour plts de généralité (matrices de Pauli, spin fictif)
- Dans ce cadre le changement de variable « magique » être interprété en termes de référentiel en rotation

L'obtention de la formule de Rabi peut être la fin de l'histoire, le tri moléculaire en champ statique n'est pas essentiel.

Pour parler de maser, il faut de la dissipation (transmission des miroirs) qui extrait des photons et met fin à l'oscillation, et donne lieu à un terme d'amortissement dans le pré facteur de Rabi.

Concepts clés de la leçon

Le couplage de deux niveaux dégénérés lève la dégénérescence

Lorsque deux niveaux (dégénérés ou non) sont couplés par un terme d'intensité variable, la fréquence d'oscillation dépend de l'intensité du couplage.

Cette étude reste valable en champ oscillant, mais on fait alors apparaître une résonance, et la fréquence d'oscillation ainsi que leur amplitude dépendent du désaccord.

Concepts secondaires mais intéressants

Application a la RMN

Application plus ou moins avancées les croisements de niveaux, les polaritons de cavité, etc

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)

Pas de systèmes mécaniques ou électriques pour ne pas ré ouvrir la boîte de Pandore de l'ancienne formulation du titre.

LP43 pas au programme de l'agrégation docteurs.

Points délicats dans la leçon

Cf plan ci-dessus

Bibliographie conseillée

OK pour la viblio suggérée dans la fiche