1 LP19 Diffraction de Fraunhofer (Raphaël)

Bibliographie :

—

Niveau : L3

Pré-requis :
— Otique géométrique
— Interférences à deux ondes
— Transformée de Fourier
— Produit de convolution

1.1 Introduction

Exp : diffraction d'un laser par une fente ? D'abord avec une fente large (tache du faisceau) et en diminuant on observe l'élargissement. Pas explicable avec l'optique géométrique... optique ondulatoire

1.2 Phénomène de diffraction

1.2.1 Principe d'Huygens Fresnel 1815

Diapo : vagues à l'entrée d'un port

Rappel : modèle scalaire, vibration lumineuse en un point M $s(M)$.

Principe :
— chaque élément $d\Sigma$ atteint par la lumière se comporte comme une source secondaire qui va émettre une onde sphérique ;
— cette ondelette est proportionnelle à la vibration lumineuse incidente et à l'élément de surface $d\Sigma$
— toutes les sources secondaires sont cohérentes entre elles et vont interférer pour donner naissance à la figure de diffraction.

Ce principe est démontrable avec les équations de Maxwell

Schéma classique avec objet diffractant et système d'axes (xOy) pour le plan d'observation et (XOY) pour l'objet.

Facteur de transmission

$$t(X,Y) = \frac{s(X,Y,z=0^-)}{s(X,Y,z=0^+)} \tag{1}$$

Le pricipe de HF s'écrit :

$$\mathrm{d}s(M) = t(X,Y)As(P)e^{ikPM}\frac{1}{PM}dXdY \tag{2}$$

déroulement du calcul en intégrant... Hypothèse champs lointain donc $d, D \gg x, y, X, Y$. Après calcul, DL, on trouve

$$PM \approx \left(1 + \frac{x^2+y^2}{2D^2} - \frac{xY}{D^2} - \frac{yY}{D^2}\right) \tag{3}$$

$$SP \approx \left(1 + \frac{x_0^2+y_0^2}{2d^2} - \frac{x_0Y}{d^2} - \frac{y_0Y}{d^2}\right) \tag{4}$$

$$s(M) = \frac{A' s_0}{dD} \iint t(X,Y) e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(-(\alpha-\alpha_0)X-(\beta-\beta_0)Y)} \mathrm{d}X\mathrm{d}Y \tag{5}$$

On fait donc apparaitre la transformée de Fourier du facteur de transmission :

$$s(M) = K \times \mathrm{TF}[t(X,Y)] \left(\frac{\alpha-\alpha_0}{\lambda}, \frac{\beta-\beta_0}{\lambda}\right) \tag{6}$$

1.2.2 Validité de l'approximation

Une onde plane incidente est équivalente à une diffraction à l'infini
Schéma : Montage à deux lentilles puis justification du montage à une lentille.

1.3 Quelques figures de diffraction

1.3.1 Fente rectangulaire

Largeur a selon X et b selon Y d'où

$$t(X,Y) = \mathrm{rect}_a(X)\mathrm{rect}_b(Y) \tag{7}$$

$$s(M) \propto \mathrm{sinc}\left(\frac{\pi a x}{\lambda f'}\right) \mathrm{sinc}\left(\frac{\pi b y}{\lambda f'}\right) \tag{8}$$

$$I(M) \propto \mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi a x}{\lambda f'}\right) \mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi b y}{\lambda f'}\right) \tag{9}$$

Schéma du sinc^2
Diapo : fentes d'Young

1.4 Limitations/applications

1.4.1 Limite de résolution angulaire

Observation de deux étoiles proches grâce à une lunette astronomique. On modélise l'ouverture de la lentille par ue fente de largeur a

Schéma : deux étoiles proches avec deux incidence différentes de faisceaux parallèles.

Les figures de diffraction de chaque étoile sont centrées sur les images géométriques. Si les étoiles sont trop proches, on ne peut résoudre les deux étoiles. On choisit un critère : le critère de Rayleigh. On calcul l'angle limite θ_l tel que le maximum d'intensité d'une figure est au même endroit que la première annulation de l'autre figure.

$$\theta_l = \frac{\lambda}{a} \tag{10}$$

1.4.2 Expérience d'Abbe

Schéma de l'expérience.
Expérience d'Abbe.

1.5 Conclusion

Filtrage spatial, diffraction par des réseaux périodiques.

1.6 Questions