

# Mise en perspective didactique d'un dossier de recherche

Rémi Metzdorff

24 novembre 2019

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Parcours universitaire et scientifique</b>	<b>1</b>
1.1	Formation et doctorat . . . . .	1
1.2	Enseignements, diffusion et vulgarisation . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Vers l'état quantique fondamental d'oscillateurs mécaniques macroscopiques</b>	<b>2</b>
2.1	Contexte : mesures de déplacements et optomécanique . . . . .	2
2.2	L'oscillateur mécanique, caractérisation et thermométrie . . . . .	3
2.3	Cavité optique : sensibilité et couplage optomécanique . . . . .	6
2.4	Le refroidissement par pression de radiation . . . . .	7
2.4.1	Self-cooling . . . . .	7
2.4.2	Feedback-cooling (refroidissement par rétroaction) . . . . .	7
2.5	Contrôle de l'expérience . . . . .	7
2.6	Principaux résultats obtenus . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Enseignement, diffusion et vulgarisation</b>	<b>8</b>
3.1	Vulgarisation autour des ondes gravitationnelles . . . . .	8

## 1 Parcours universitaire et scientifique

### 1.1 Formation et doctorat

**2015–2019 Doctorat :** Thèse en optomécanique réalisée au sein de l'équipe Optomécanique et Mesures Quantiques du laboratoire Kastler Brossel (LKB, Paris) sous la direction de Pierre-François Cohadon intitulée **Refroidissement de résonateurs macroscopiques proche de leur état quantique fondamental**, soutenue le 23 Juillet 2019.

**2014–2015 Master 2 :** Parcours LuMI (Lumière, Matière, Interactions) du master OMP (Optique, Matière, Plasma) de l'UPMC (Paris). Stage de recherche au LKB (6 mois) sur l'étude de l'évolution des pertes dans des cavités Fabry Perot de grande finesse en fonction de leur longueur.

**2013–2014 Master 1 :** Parcours Physique Générale du master Physique et Applications de l'UPMC (Paris). Stage au LKB (4 mois) sur le développement de collimateurs compacts pour les faisceaux d'un piège magnéto-optique à trois dimensions (3D-MOT) sur une expérience de métrologie.

**2012–2013 Licence 3 :** Parcours Physique-Chimie de l'UPMC (Paris).

**2010–2012 CPGE :** PCSI et PC\* au Lycée Louis-le-Grand (Paris).

## 1.2 Enseignements, diffusion et vulgarisation

**2015–2018 Monitorats :**

- travaux pratiques d'électromagnétisme (L1) ;
- travaux dirigés et travaux pratiques de physique expérimentale (L2-L3) : programmation, électronique, Arduino ;
- travaux pratiques d'optique (M1) : laser, diode laser.

**2015–2019 Conférences :** COLOQ, CLEO, ...

**Vulgarisation :**

- **Un chercheur, Une manip (2019) :** Présentations au Palais de la Découverte autour de la découverte des ondes gravitationnelles ;
- **Fêtes de la science :** Présentation du LKB au grand public, conférence sur la détection d'ondes gravitationnelles, animations grand public ;
- **E=M6 :** Casser un verre avec la voix ;
- **Olympiades de physique :** Conférence sur la découverte des ondes gravitationnelles.

## 2 Vers l'état quantique fondamental d'oscillateurs mécaniques macroscopiques

### 2.1 Contexte : mesures de déplacements et optomécanique

Les propriétés de la lumière en font un outil de choix pour de nombreuses mesures de déplacements, à commencer par la définition actuelle du mètre qui se base directement sur la célérité de la lumière. La mesure de la **distance absolue** Terre-Lune repose par exemple sur la détermination du temps de vol d'impulsions lumineuses permettant des incertitudes relative de l'ordre de  $10^{-9}$ . Le développement de techniques interférométriques autorise par ailleurs les **mesures relatives** les plus sensibles réalisées actuellement (ces techniques ne se cantonnent pas à l'utilisation de lumière mais exploitent également le comportement ondulatoire d'ensembles d'atomes pour fabriquer par exemple les horloges les plus stables jamais créées, avec des incertitudes relatives de l'ordre de  $10^{-15}$  pour les horloges au césium et jusqu'à  $10^{-18}$  pour celles à l'ytterbium). Une des applications majeures de l'interférométrie optique est la détection des ondes gravitationnelles au moyen d'interféromètres géants comme celui du projet Virgo (situé à Cascina, près de Pise) ou LIGO (Hanford et Livingston, États-Unis). Les développements considérables des dernières décennies ont permis pour la première fois, 100 ans après leur prédiction par A. Einstein, l'observation directe d'ondes gravitationnelles issues de la coalescence de deux trous noirs de quelques dizaines de masses solaires et situés à plus de  $10^6$  années lumières. L'amplitude maximale du signal mesuré sur Terre était alors proche de  $10^{-21} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$  (soit un déplacement de  $10^{-18} \text{ m}$ ) ce qui en faisait le signal le plus faible jamais détecté associé à l'évènement le plus violent jamais observé.

Ces détecteurs sont des interféromètres de Michelson géants dont les bras sont remplacés par des cavités Fabry Perot pour augmenter l'effet d'un petit déphasage (la longueur des bras de Virgo est de 3 km, avec des cavités de finesse 50). Le passage d'une onde gravitationnelle introduit un déphasage qui peut être mesuré à la sortie de l'appareil comme des variations de l'intensité lumineuse transmise par le Michelson. Toute perturbation du détecteur se traduit donc comme un bruit qui, inévitablement, dégrade la sensibilité de la mesure : par exemple, le

bruit sismique agite directement les miroirs qui doivent donc être isolés grâce à un système complexe d'atténuateurs permettant une réduction du bruit d'un facteur  $10^{14}$ , pour se rapprocher du cas idéal de masses libres. Le bruit thermique au niveau des miroirs se traduit directement sous la forme d'un mouvement Brownien qui conduit à utiliser des matériaux (silice) et des géométries permettant de concentrer les fluctuations de position autour des fréquences propres du système. La réduction de ces sources de bruit classique est maintenant telle que des bruits quantiques liés au laser lui même deviennent limitant. Le **bruit quantique de phase** se traduit directement sur la mesure puisque ses fluctuations sont décorrélées entre les deux bras de l'interféromètre. Il peut être réduit en augmentant l'intensité du laser ce qui explique l'utilisation de puissances optiques importantes ( $\sim 100$  kW dans les cavités). D'autre part, le **bruit quantique d'intensité** a deux conséquences sur la sensibilité de la mesure : un bruit direct sur l'intensité mesurée à la sortie du détecteur et des fluctuations de la force de **pression de radiation** qui s'exerce sur les miroirs de l'interféromètre et qui se traduit en bruit de position, dont l'intensité augmente avec la puissance lumineuse incidente. C'est l'action en retour de la mesure, prédite depuis les années 80, qui a contribué à lancer les recherches autour de l'optomécanique. Le bruit de pression de radiation étant modulé par la réponse mécanique du système, il en résulte un compromis à l'origine de la limite quantique standard : à chaque fréquence correspond une puissance laser optimale qui égalise le bruit de pression de radiation et le bruit de phase.

Si l'effet de la pression de radiation peut s'avérer néfaste pour la sensibilité des mesures de grande précision, on peut également l'exploiter pour contrôler les degrés de liberté mécanique d'un miroir mobile. C'est ainsi qu'au cours des vingt dernières années, de nombreux systèmes optomécaniques ont été développés avec des applications très variées (capteurs de force, de masse, de température, transducteurs optique-microonde, ponderomotive squeezing, etc.). Une des applications fondamentales de ces systèmes est l'observation d'effets quantiques sur des objets de plus en plus massifs, avec notamment l'observation du premier refroidissement vers l'état quantique fondamental d'un oscillateur mécanique (de masse effective  $m_{\text{eff}} = 50$  pg) couplé à une cavité microonde en 2011. A travers l'utilisation d'oscillateurs mécaniques de masses effectives intermédiaires ( $m_{\text{eff}} \approx 100$   $\mu$ g), l'objectif de ma thèse était donc double :

1. **Refroidir un oscillateur mécanique macroscopique dans son état quantique fondamental**, avec trois ordres de grandeur de plus que les précédentes expériences, et en particulier proche de la masse de Planck ( $m_P = 22$   $\mu$ g) où des effets de décohérence liés à la gravité sont attendus ;
2. Préparer un système modèle qui permette d'**étudier les limites de sensibilité de la mesure de petits déplacements liés au bruit de pression de radiation**, tout en restant beaucoup plus compact que les interféromètres gravitationnels et leur miroirs ( $m_{\text{eff}} \approx 50$  kg).

Le premier point est un pré-requis du deuxième puisque le système étudié est limité par le bruit thermique : afin d'observer le bruit de pression de radiation, il est nécessaire de réduire le mouvement Brownien de près de 6 ordres de grandeurs, ce qui revient à refroidir l'oscillateur mécanique proche de son état quantique fondamental.

## 2.2 L'oscillateur mécanique, caractérisation et thermométrie

Bien que les géométries des oscillateurs mécaniques soient très variées, son comportement est très bien décrit par un système {masse, ressort} amorti ( $m_{\text{eff}}$ ,  $\Omega_m$ ,  $\Gamma_m$ ) soumis à des forces extérieures de résultante  $F_{\text{ext}}$

$$m_{\text{eff}} \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + m_{\text{eff}} \Gamma_m \frac{dx(t)}{dt} + m_{\text{eff}} \Omega_m^2 x(t) = F_{\text{ext}}(t). \quad (1)$$

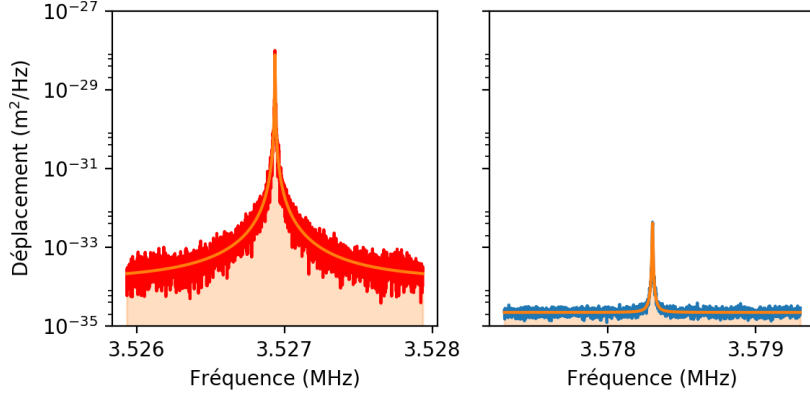


FIGURE 1 – Spectres du bruit de position d’un micro-pilier en cavité dû au mouvement Brownien de l’oscillateur. La figure de gauche est obtenue à température ambiante alors que celle de droite est obtenue en cryogénie à 30 mK. Le refroidissement de l’échantillon s’accompagne d’un déplacement de sa fréquence de résonance, d’une augmentation de son facteur de qualité et d’une diminution de l’aire sous le pic, proportionnelle à la température.

Son comportement fréquentiel se déduit dans l’espace de Fourier de la susceptibilité mécanique  $\chi[\Omega]$  de l’oscillateur

$$\chi[\Omega] = \frac{1}{m_{\text{eff}}[(\Omega_m^2 - \Omega^2) - i\Gamma_m\Omega]}, \quad (2)$$

où  $i^2 = -1$ . Dans la théorie de Langevin, le terme de dissipation  $\Gamma_m$  se traduit par un couplage de l’oscillateur à son environnement assimilé à un bain thermique à la température  $T$ . Il en résulte une force  $F_T$ , dont le spectre est lié à la partie imaginaire de la susceptibilité mécanique par le théorème de fluctuations-dissipations, à l’origine du mouvement Brownien de l’oscillateur. On peut ainsi montrer que le spectre de déplacement du résonateur à l’équilibre thermodynamique avec un tel bain thermique est directement lié au rapport  $T/m_{\text{eff}}$  : la connaissance de l’un permet donc de déterminer l’autre à travers la mesure du spectre du mouvement Brownien du résonateur. Le spectre est aussi d’autant plus piqué autour de la fréquence propre  $\Omega_m$  que la dissipation est faible, ce qui conduit à utiliser des oscillateur avec des facteurs de qualité mécaniques  $Q = \Omega/\Gamma_m$  très élevés. *En accord avec le programme de première année de CPGE, cette approche classique peut illustrer un exercice de mécanique, avec l’étude de l’oscillateur harmonique amorti, en régime libre ou forcé. La mesure des différents paramètres de l’oscillateur permet également d’en faire un capteur de grande précision. L’évolution de l’amortissement peut être reliée à la viscosité d’un fluide dans lequel est plongé l’oscillateur, celle de la fréquence reliée à la masse effective pour obtenir une balance, etc. ce qui offre autant d’exemples qui pourraient illustrer un problème. La description fréquentielle de la réponse mécanique pourrait aussi être rapprochée de l’étude de filtres électroniques pour comprendre par exemple le fonctionnement des systèmes ressort/pendules des suspensions de Virgo.*

Cette description classique ne permet cependant pas d’expliquer le comportement de l’oscillateur aux très basses températures. Il est alors nécessaire d’utiliser un modèle quantique, où l’Hamiltonien du système est simplement celui d’une masse  $m_{\text{eff}}$  dans un puits de potentiel à une dimension de pulsation  $\Omega_m$ . La résolution de l’équation de Schrödinger conduit à une quantification des niveaux d’énergie du système sous forme de demi-entiers de  $\hbar\Omega_m$ . L’état du système peut alors être décrit en terme de niveau d’occupation exprimé en nombre de phonons  $n_T$

$$n_T = \left[ e^{\frac{T_Q}{T}} - 1 \right]^{-1} \underset{T \gg T_Q}{\approx} \frac{T}{T_Q}, \quad (3)$$

où la température quantique  $T_Q$  est définie comme  $T_Q = \hbar\Omega_m/k_B$ . En particulier, l’énergie

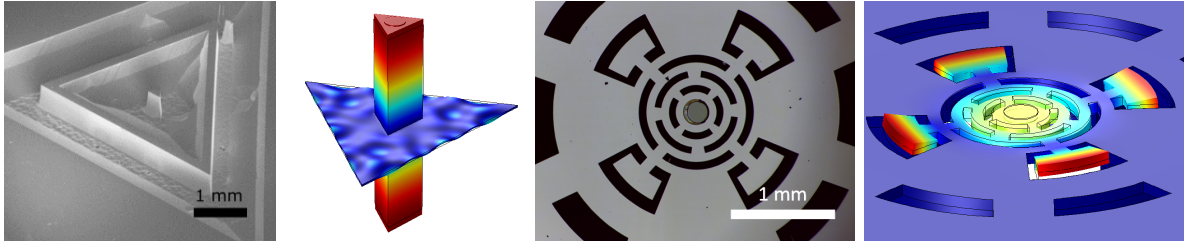


FIGURE 2 – A gauche : image obtenue par microscopie électronique d’un micro-pilier en quartz et simulation du mode propre fondamental de compression utilisé. A droite : image obtenue par microscopie optique d’un micro-disque en silicium et simulation du mode propre utilisé. Les simulations sont réalisées avec COMSOL (simulation par élément fini) et le code couleur correspond au déplacement de la structure.

minimale du système dans son état fondamental n’est pas nulle et conduit à un bruit de position appelé fluctuations de point zéro d’amplitude  $x_{\text{ZPF}}$  donnée par

$$x_{\text{ZPF}} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m_{\text{eff}}\Omega_m}}. \quad (4)$$

L’objectif de ma thèse peut alors être précisé puisqu’il s’agit de refroidir un résonateur mécanique à une température inférieure à  $T_Q$  pour laquelle le niveau d’occupation est inférieur à un phonon. *Cette description quantique rentre complètement dans le cadre du programme de la deuxième année de CPGE.*

Au cours de ma thèse, j’ai utilisé deux types d’échantillons visibles sur la figure 2 :

- **micro-pilier** : un oscillateur en quartz (micro-fabriquée en collaboration avec l’ONERA, Paris) sous la forme d’un pilier de section triangulaire ( $240\ \mu\text{m}$  de côté,  $1\ \text{mm}$  de long), suspendu en son centre par une membrane d’environ  $10\ \mu\text{m}$  d’épaisseur, au sommet duquel est déposé un micro-miroir de très haute réflectivité (en collaboration avec le LMA, Lyon),  $m_{\text{eff}} = 33,5\ \mu\text{g}$ ,  $\Omega_m = 2\pi \times 3,6\ \text{MHz}$  et  $Q = 10^7$  :  $T_{Q,\text{pilier}} = 200\ \mu\text{K}$  ;
- **micro-disque** : un disque en silicium (en collaboration avec l’UniFI, Italie) d’environ  $200\ \mu\text{m}$  de diamètre sur lequel est déposé un miroir de très haute réflectivité,  $m_{\text{eff}} = 112\ \mu\text{g}$ ,  $\Omega_m = 2\pi \times 280\ \text{kHz}$  et  $Q = 10^6$  :  $T_{Q,\text{disque}} = 10\ \mu\text{K}$ .

Avant d’être utilisés pour les expériences de refroidissement, les échantillons doivent être caractérisés soigneusement, notamment pour la thermométrie à basse température. Il est donc nécessaire de calibrer proprement leur réponse fréquentielle à une excitation mécanique réalisée à l’aide d’une cale piézoélectrique par exemple (observation des différents modes mécaniques, mesure de  $\Omega_m$ ,  $Q$ ) et leur masse effective  $m_{\text{eff}}$  en mesurant le mouvement Brownien de l’oscillateur à température ambiante où la température est facilement mesurable. On peut pour cela utiliser l’échantillon comme l’un des miroirs d’un interféromètre de Michelson, ou d’une cavité Fabry Perot pour mesurer ses déplacements. Les paramètres  $\Omega_m$  et  $Q$  dépendent fortement du régime de température et de pression : l’échantillon est donc placé dans un cryostat à circulation d’hélium permettant d’atteindre rapidement des températures de l’ordre du kelvin et des pressions inférieures à  $10^{-5}$  mbar. *Tout en fournissant une illustration pratique à l’approche théorique précédente, les principes des techniques employées pour la caractérisation de nos échantillons peuvent sans difficulté être utilisés pour, par exemple, la caractérisation mécanique d’un diapason en TP. On peut ainsi s’intéresser à la méthode du ringdown (évolution libre de l’oscillateur après arrêt soudain d’une excitation) pour la mesure du facteur de qualité, où encore à des mesure de fonction de transfert mécanique, en s’appuyant éventuellement sur l’utilisation de RedPitaya comme analyseur de réseau à bas coût comme on le verra plus tard. L’évolution des grandeurs caractéristiques du système peut alors être discutée en fonction de paramètres comme la température, la masse, effective, l’amortissement, etc.*

## 2.3 Cavité optique : sensibilité et couplage optomécanique

Comme on l'a vu, la mesure des déplacements de l'oscillateur est réalisée par interférométrie optique. L'utilisation d'une cavité de grande finesse  $\mathcal{F}$  permet d'amplifier de déphasage  $\delta\varphi$  associé à un déplacement  $\delta x$  d'un facteur  $2\mathcal{F}$  par rapport à un simple interféromètre de Michelson :

$$\delta\varphi = 8\pi\mathcal{F}\frac{\delta x}{\lambda}. \quad (5)$$

Ces modulations de phase se font principalement à la pulsation propre  $\Omega_m$  de l'oscillateur mécanique et sont ainsi responsable de la création de bandes latérales de part et d'autre de la pulsation  $\omega_L$  du laser, aux fréquences  $\omega_L \pm \Omega_m$ . Plusieurs méthodes permettent ensuite de traduire ce déphasage en un signal mesurable à l'aide d'un analyseur de spectre par exemple :

- **détection directe** : si la cavité est désaccordée par rapport au laser, une variation de sa longueur est directement responsable de variations de l'intensité intracavité. Le déplacement de l'oscillateur est ainsi relié à l'intensité réfléchie par la cavité ;
- **détection homodyne** : si la cavité est résonante avec le laser, aucune variation d'intensité n'est mesurable directement mais la variation  $\delta\varphi$  est alors maximale. En faisant interférer le faisceau réfléchi par la cavité avec un faisceau de référence dans un interféromètre de Michelson, on observe alors les variations de l'intensité transmise par l'interféromètre ;
- **Pound-Drever-Hall (PDH)** : une modulation de phase de fréquence supérieure à la bande passante de la cavité est appliquée au faisceau laser incident à l'aide d'un modulateur électro-optique, créant ainsi des bandes latérales de part et d'autre de la fréquence du laser, la cavité étant maintenue résonante avec la porteuse. Les bandes latérales sont réfléchies par le miroir d'entrée de la cavité et servent ainsi de référence de phase. Après démodulation du signal réfléchi par la cavité on obtient une fois de plus un signal lié aux fluctuations de longueur de la cavité ;
- **détection hétérodyne** : les précédents schémas de détection présentent l'inconvénient de replier le spectre sur les fréquences positives. En utilisant un faisceau de référence à une fréquence  $\omega'_L$  différente de celle du faisceau interagissant avec la cavité, on obtient un battement autour duquel les bandes latérales mécaniques  $\pm\Omega_m$  sont individuellement détectables.

*Les détections PDH et hétérodynes peuvent êtres rapprochées des méthodes de traitement du signal employées dans les télécommunications et faire l'objet d'une approche documentaire. Les spectres obtenus peuvent faire l'objet d'une analyse qualitative afin d'illustrer les protocoles de modulation et démodulation de l'information.*

Compte tenu de la faible dimension des miroirs plans déposés sur les oscillateurs mécaniques, il est nécessaire d'utiliser comme miroir d'entrée de la cavité un miroir avec un rayon de courbure de l'ordre du millimètre ( $\mu\text{RoC}$ ). J'ai ainsi fabriqué par photoablation multiple à l'aide d'un laser  $\text{CO}_2$  des structures concaves, d'environ 200  $\mu\text{m}$  de diamètre, avec des rayons de courbures et des ellipticités variés. Un dépôt di electrique de couches de silice  $\text{SiO}_2$  et oxyde de tantale  $\text{Ta}_2\text{O}_5$  réalisé au Laboratoire des Matériaux Avancés (Lyon) permet ensuite d'obtenir des miroirs ayant une transmission bien contrôlée entre 0 et 120 ppm typiquement. J'ai ensuite développé un ensemble de pièces mécaniques en cuivre de haute pureté permettant un assemblage et un alignement rapide d'une cavité de 100  $\mu\text{m}$  de longueur, constituée d'un échantillon (micro-pilier ou micro-disque) et d'un  $\mu\text{RoC}$  comme miroir d'entrée, qui permet un asservissement de la longueur de cavité sur le laser et compatible avec une utilisation dans un cryostat à dilution. *Avant de faire réaliser les pièces à notre atelier de fabrication mécanique, des prototypes imprimés en 3D ont été réalisés pour s'assurer de la cohérence du dessin. L'impression 3D nous a aussi permis de fabriquer rapidement des pièces plus ou moins permanentes. L'utilisation de ces ressources (DAO et impression 3D) permettent de mettre en place des activités à bas coût*

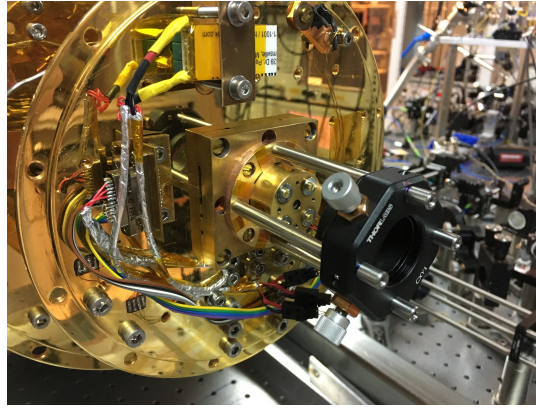


FIGURE 3 – Photographie de la cavité de mesure montée sur le dernier étage du cryostat à dilution. Une lentille de courte focale permet de coupler le faisceau incident au mode fondamental  $TEM_{00}$  de la cavité.

avec un matériel restreint.

*Dans notre expérience, d'autres cavités optiques sont utilisées : cavité du laser Nd:YAG source de tous les faisceaux utilisés, cavité de filtrage permettant de diminuer les bruits classiques du laser et cavité de mesure. Toutes ces applications permettraient de mettre en évidence différents aspects du comportement d'une cavité Fabry Perot.*

L'intensité intracavité dépend fortement du désaccord entre le laser et la cavité. De cette manière une petite variation de la longueur de la cavité se traduit non seulement par une variation de phase du faisceau réfléchi mais aussi par une modification de la puissance incidente sur les miroirs. Il en résulte une modulation de la pression de radiation exercée sur les miroirs qui peut en retour modifier la longueur de la cavité : c'est le couplage optomécanique qui peut être exploité pour le refroidissement d'un mode mécanique de l'oscillateur mécanique.

## 2.4 Le refroidissement par pression de radiation

Pour préparer les oscillateurs mécaniques dans leur état quantique fondamental, il est nécessaire d'atteindre des températures inférieures au mK. L'utilisation d'un cryostat à circulation d'hélium permet de refroidir les échantillons à une température de quelques Kelvin suffisante pour une caractérisation préliminaire de leurs caractéristiques mécaniques, mais trop élevée pour espérer atteindre le régime quantique. C'est donc à l'aide d'un cryostat à dilution fonctionnant avec un mélange  $^4\text{He}/^3\text{He}$  que la cavité de mesure est tout d'abord refroidie jusqu'à 30 mK. *Le fonctionnement de ces machines thermiques peut être abordé dans le cadre d'une approche thermodynamique simplifiée. Les problématiques liées à la conception du cryostat dans les phases préliminaires de l'expérience (enceinte sous vide, utilisation de matériaux de conductivités thermiques adaptées, accès optiques limitant le chauffage par rayonnement du corps noir) peuvent servir à illustrer les différents transferts thermiques qu'il est nécessaire de maîtriser pour obtenir ces températures cryogéniques.*

Pour refroidir d'avantage l'oscillateur mécanique, il est possible d'exploiter la pression de radiation.

### 2.4.1 Self-cooling

### 2.4.2 Feedback-cooling (refroidissement par rétroaction)

## 2.5 Contrôle de l'expérience

Arduino, RedPitaya, PyRPL (Python RedPitaya Lockbox)

## 2.6 Principaux résultats obtenus

# 3 Enseignement, diffusion et vulgarisation

approche expérimentale

## 3.1 Vulgarisation autour des ondes gravitationnelles

*Ce sujet, complètement d'actualité, pourrait faire l'objet d'une séquence pédagogique :*

- *sur le binaire d'Hulse et Taylor, rapprochement entre l'électrostatique et la gravitation, modèle de l'électron élastiquement lié pour modéliser le rayonnement gravitationnel et obtenir quelques ordres de grandeur ;*
- *étude des barres résonantes de Weber, avec un modèle masse ressort (oscillateur harmonique faiblement amorti), pour en dégager les limitations (bande passante, sensibilité, etc.)*
- *étude des interféromètres actuels (Michelson, Fabry Perot), des systèmes d'isolation (pendules, vide), boucle d'asservissement, traitement du signal.*

## Références

- [1] R. C. Hilborn. Gravitational waves from orbiting binaries without general relativity. *American Journal of Physics*, 86(3) :186–197, 2018.
- [2] R. Leatherman, J. C. Dunlap, and R. Widenhorn. The Fourier spectrum of a singing wine glass. *American Journal of Physics*, 87(10) :829–835, 2019.
- [3] H. Mathur, K. Brown, and A. Lowenstein. An analysis of the LIGO discovery based on introductory physics. *American Journal of Physics*, 85(9) :676–682, 2017.
- [4] D. Ugolini, H. Rafferty, M. Winter, C. Rockstuhl, and A. Bergmann. LIGO analogy lab—A set of undergraduate lab experiments to demonstrate some principles of gravitational wave detection. *American Journal of Physics*, 87(1) :44–56, 2019.