

LP n° 12 **Titre :** Modèle de l'écoulement parfait d'un fluide

Présentée par : Guillaume Boucher (Leçon docteur)

Rapport écrit par : Bruno Naylor

Correcteur : Marc Rabaud

Date : 03/12

Bibliographie de la leçon :

Titre	Auteurs	Éditeur	Année
Physique Expérimentale	Fruchart, Lidon, thibierge, Champion, Le Diffon	Deboeck supérieur	2016
Dunod PSI, physique tout en un	Cardini, Ehrard, Guerillot	Dunod	2014
Dunod PC, physique tout en un	Sanz, Vandenbrouck, Salamito, Chardon	Dunod	2014
Tex et Doc			
Hydrodynamique physique	Guyon, Hulin, Petit	CNRS edition	2012

Plan détaillé

Niveau= CPGE

Pre requis= Equation de Navier-Stokes ; Notion de viscosité

Introduction

I Ecoulement Parfait

1) Définitions

2) Conditions et couches limites (8min)

II Equation d'Euler (13 min)

1) Equation d'Euler

2) Effet Coanda (16 min)

III Equation de Bernoulli (20 min)

1) Equation de Bernoulli

2) Application : vase de Mariotte (27 min)

Niveau choisi pour la leçon : CPGE

Prérequis : Equation de Navier-Stokes ; Notion de viscosité

Introduction

« Meca flu = comprendre écoulement d'un fluide. Evolution de la discipline lente, depuis longtps ».

A quoi sert le modèle de l'écoulement parfait alors qu'aujourd'hui on a des ordinateurs super puissant qui peuvent calculer numériquement ?

I Ecoulement Parfait

1) Définition

« Décrire l'état du fluide et prévoir son évolution »

-pression P

-vitesse \mathbf{v}

-Température T

-masse volumique ρ

« → besoin de 6 équations pour résoudre tout. Nous aujourd'hui on va regarder l'équation de Navier-Stokes »

Ecriture de N-S en expliquant origine des termes

« Difficulté : terme non linéaire et terme diffusif. »

Ecoulement parfait = on néglige le transport diffusif

« Est ce qu'on connaît des fluides sans viscosité ? Oui, les superfluides par exemple. Mais étudier juste eux revient à restreindre l'étude. Du coup, on préfère se mettre dans un cas de figure où on peut négliger son effet ».

Ecris la définition du Reynolds (convection/diffusion).

« Modèle de l'écoulement parfait revient à » $Re \gg 1$

« Navier stokes est une équation locale. Re est un nombre global. »

2) Conditions et couches limites (8min)

« « Feynman : eau sèche ; Incohérence entre modèle et réalité. → introduction d'une couche limite. En dehors de la couche limite on a un écoulement parfait. Dedans la couche limite, on prend en compte la viscosité. »

Fais le calcul de la taille de la couche limite et trouve que c'est en $1/Re^{(0.5)}$.

Ex = Airbus A 380 : $L=10\text{m}$, $v= 900 \text{ km/h}= 250 \text{ m/s}$, $\nu = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{m}^2/\text{s}$, fais l'application numérique. $\delta \approx 1 \text{ mm}$.

II Equation d'Euler (13 min)

1) Equation d'Euler

« NS avec viscosité négligé ».

Ecris Eq. D'Euler.

« Nous avons tjs le terme non linéaire. Donc on ne peut pas tjs résoudre. On remarque en prenant $v=0$ on retrouve les équations de l'hydrostatique. »

Adiabacité + réversibilité = écoulement isentropique

2) Effet Coanda (16 min)

Fais l'expérience avec une balle et de l'air comprimé.

Fais ensuite schéma de l'expérience. Ecris l'expression du terme convectif selon la direction radiale, et applique le PFD.

On trouve que la pression grandit avec le rayon. « Cette différence de pression donne une force de portance »

« Il y a aussi une force de traîne dû a la viscosité nécessaire pour avoir l'équilibre, mais ce n'est pas le centre de la leçon »

III Equation de Bernoulli

1)Equation de Bernoulli (20 min)

« On part d'Euler et on ajoute des hypothèse supplémentaires »

- écoulement parfait
- permanent dérivé partielle par rapport à $t = 0$
- homogène : $\mathbf{g} = -\mathbf{grad}(gz)$
- incompressible : $\rho = \text{cste}$

Ecris le terme $\mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} \mathbf{v}$ sous la forme adéquate pour Bernoulli et trouve :

$$\mathbf{grad}(P + \rho g z + \rho v^2 / 2) = \mathbf{v} \times \mathbf{rot} \mathbf{v}$$

1 er cas : $\mathbf{rot} \mathbf{v} = 0$

$P + \rho g z + \rho v^2 / 2 = \text{cste}$ dans tout l'écoulement

2eme cas : $\mathbf{rot} \mathbf{v} \neq 0$

multiplie par $d\mathbf{l}$ (= élément infinitésimal de ligne de courant)

$P + \rho g z + \rho v^2 / 2 = \text{cste}$ le long d'une ligne de courant

2) Application : vase de Mariotte (27 min)

« On a le problème suivant, On veut consommer notre carburant de manière constant. Que le débit ne change pas »

Schéma de Torricelli , h = hauteur de la surface à l'air libre

$s \ll S$, par conservation du débit $v_A \ll v_B$.

Applique Bernoulli entre A (point de la surface à l'air libre) et B (point au l'eau sort du récipient)

On arrive à $v_B = \sqrt{2gh}$.

« Lorsque le récipient se vide, la hauteur diminue, et le débit aussi »

« On peut au système précédent, introduire un tube de mise à l'air, qui maintient la pression atmosphérique au bas de la tube »

Tant que $h > h_0$, $v_B = \sqrt{2gh_0}$.

$h < h_0$ $v_B = \sqrt{2gh}$ (comme pour Torricelli)

Fais l'expérience devant nous du vase de Mariotte. Mesure la quantité d'eau qui sort du vase en fonction du tps. Montre volume en fonction du tps. On voit 2 régimes (régime de Mariotte puis régime de Torricelli). On fit par une loi linéaire. Ça fait bien. Du coefficient directeur on pourrait déterminer g .

$V(t) = v_B s t$

On trouve $g_{Exp} = 2,30 \pm 0,01 \text{ m/s}^2$

« Grosse différence à cause du tube de sortie. Il faut introduire un coefficient correcteur. »

« Récapitule tout. On aurait pu voir d'autres applications, tel les trompes à eau utilisées pour l'aspiration dans les filtres Buchner, ou les tubes de Pitot utilisé pour déterminer la vitesse en aéronautique »

Questions posées par l'enseignant

Manip de Coanda :

- Quand le jet était vertical. Est-ce explicable dans le cadre de Euler ?

→ force de trainée plutôt, du coup non pas écoulement parfait

-Pouvez-vous faire un dessin des lignes de courant pour visualiser la trainée

Montre le sillage, la couche limite se détache de la balle.

- la balle tourne. On ne peut pas expliquer le tout par effet Magnus ?

Équation de Bernoulli : revient sur la faute , il avait écrit fluide parfait et non écoulement parfait.

-Comment expliquez la portance d'une aile d'avion ? Coanda ? Autre chose ? Faites un dessin et montrez l'écoulement autour d'une aile.

→ circulation non nulle de la vitesse autour de l'aile pour avoir une portance

-Quel est le signe de circulation sur votre dessin ?

Est ce qu'il peut y avoir des forces qui s'applique à la particule fluide dans le cadre d'Euler ? (Fin en fait pas compris cette question...)

force trainée fait qu'on doit apporter de l'énergie au système pour le maintenir ou il est. Force de portance (explique par Euler) perpendiculaire aux lignes de courant donc ne travaille pas, donc pas besoin d'apporter de l'énergie pour le maintenir

Dessinez les lignes de courant dans tube de Venturi.

Comment expliquer que le 3eme tube mesure moins de pression ?

→ perte de charge (=perte d'énergie) après étranglement

-Si on a un écoulement parfait, il ne devrait pas y avoir de trainée. Quelles conséquences pour la

bulle d'air qui remonte un fluide ?
PFD avec Archimède, donne une très grosse accélération

Euler peut expliquer le bon ordre de grandeur grâce au fait que quand la bulle accélère, elle donne de plus en plus d'énergie cinétique au fluide. Il existe donc une force dite de « masse ajoutée ».

-Redonnez les arguments pour le calcul de la couche limite (surtout celui pour les échelles de longueurs horizontales et verticales)

Commentaires donnés par l'enseignant

Intro te consomme bcp de temps, NS était un prérequis. Tu pourrais aller tout de suite aux simplifications.

« Liquide qui mouille les parois ». Evoque plutôt des problèmes de capillarité.

Effet Coanda : les lignes de courant courbes, le rayon de courbure des lignes de champ n'a pas pour centre celui de la balle.

Justifier le fait qu'on ne regarde pas accélération selon $u \sin \theta$

Bernoulli : permanent pas bon, mieux stationnaire
homogène → dérivé d'un potentiel. Rien à voir.

Vase de Mariotte : Explique ce que tu vas faire. Et essaye de dire des choses simples pendant la phase de manip.

Partie réservée au correcteur

Avis sur le plan présenté

Ok pour le plan présenté

Concepts clés de la leçon

- Bernoulli incontournable. Parler de conservation de l'énergie sur la ligne de courant.
- Dire que dans beaucoup de cas les couches limites sont minces, donc négligeables pour les forces de portance, mais pas pour la trainée (CL décollées).

Concepts secondaires mais intéressants

- Coanda
- Magnus

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)

- Mesurer ΔP sur un venturi en fonction de la vitesse de l'air (mesuré avec anémomètre à film chaud ou rotatif – pas basé sur Bernoulli !-)
- Vase de Mariotte est en effet une jolie manip

Points délicats dans la leçon

En théorie pas de force de trainée ou de perte de charge, alors que toutes les manip vont en montrer.

Savoir dessiner des lignes de courant correctes autour d'une aile (un côté resserrés, un côté écartés) avec un bilan de quantité de mvt cohérent avec la direction de la portance.

Paradoxe de d'Alembert : savoir expliquer pourquoi on ne peut prédire de trainée avec ce modèle d'écoulement parfait alors qu'en pratique il y en a toujours ...

Bibliographie conseillée