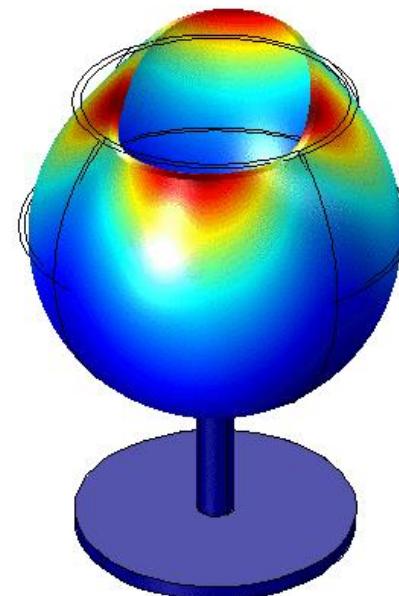
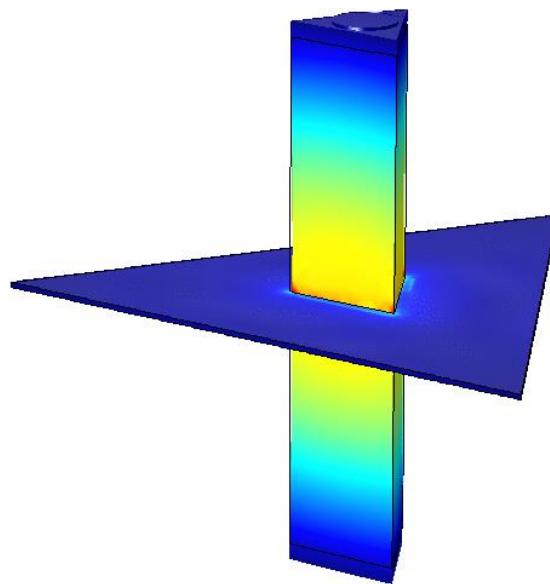


# Mise en perspective didactique d'un dossier de recherche

Concours externe spécial de l'agrégation de physique-chimie,  
option physique, session 2020



Rémi METZDORFF

# Parcours universitaire

---

- 2010-2012** CPGE, filière **PCSI** puis **PC\*** au lycée Louis-le-Grand, Paris
- 2012-2013** Licence 3, parcours **physique-chimie** à l'université Pierre et Marie Curie (UPMC), Paris
- 2013-2014** Master 1, parcours **physique générale** du master Physique et applications de l'UPMC, Paris
- 2014-2015** Master 2, parcours **Lumière, matière et interactions** du master Optique, matière, plasma de l'UPMC
- 2015-2019** Doctorat réalisé au laboratoire Kastler Brossel (LKB, Paris) sous la direction de Pierre-François Cohadon :  
**Refroidissement de résonateurs macroscopiques proche de leur état quantique fondamental**
- 2019-2020** Préparation à l'agrégation au centre de Montrouge

## Parcours universitaire

---

- 2010-2012** CPGE, filière **PCSI** puis **PC\*** au lycée Louis-le-Grand, Paris
- 2012-2013** Licence 3, parcours **physique-chimie** à l'université Pierre et Marie Curie (UPMC), Paris
- 2013-2014** Master 1, parcours **physique générale** du master Physique et applications de l'UPMC, Paris
- 2014-2015** Master 2, parcours **Lumière, matière et interactions** du master Optique, matière, plasma de l'UPMC
- 2015-2019** Doctorat réalisé au laboratoire Kastler Brossel (LKB, Paris) sous la direction de Pierre-François Cohadon :  
**Refroidissement de résonateurs macroscopiques proche de leur état quantique fondamental**
- 2019-2020** Préparation à l'agrégation au centre de Montrouge

## Parcours universitaire

---

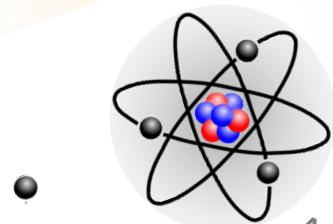
- 2010-2012** CPGE, filière PCSI puis PC\* au lycée Louis-le-Grand, Paris
- 2012-2013** Licence 3, parcours **physique-chimie** à l'université Pierre et Marie Curie (UPMC), Paris
- 2013-2014** Master 1, parcours **physique générale** du master Physique et applications de l'UPMC, Paris
- 2014-2015** Master 2, parcours **Lumière, matière et interactions** du master Optique, matière, plasma de l'UPMC
- 2015-2019** Doctorat réalisé au laboratoire Kastler Brossel (LKB, Paris) sous la direction de Pierre-François Cohadon :  
**Refroidissement de résonateurs macroscopiques proche de leur état quantique fondamental**
- 2019-2020** Préparation à l'agrégation au centre de Montrouge

- 2010-2012** CPGE, filière PCSI puis PC\* au lycée Louis-le-Grand, Paris
- 2012-2013** Licence 3, parcours **physique-chimie** à l'université Pierre et Marie Curie (UPMC), Paris
- 2013-2014** Master 1, parcours **physique générale** du master Physique et applications de l'UPMC, Paris
- 2014-2015** Master 2, parcours **Lumière, matière et interactions** du master Optique, matière, plasma de l'UPMC
- 2015-2019** Doctorat réalisé au laboratoire Kastler Brossel (LKB, Paris) sous la direction de Pierre-François Cohadon :  
**Refroidissement de résonateurs macroscopiques proche de leur état quantique fondamental**
- 2019-2020** Préparation à l'agrégation au centre de Montrouge

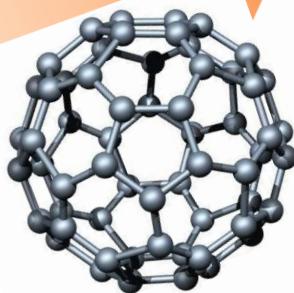
- 2010-2012** CPGE, filière PCSI puis PC\* au lycée Louis-le-Grand, Paris
- 2012-2013** Licence 3, parcours **physique-chimie** à l'université Pierre et Marie Curie (UPMC), Paris
- 2013-2014** Master 1, parcours **physique générale** du master Physique et applications de l'UPMC, Paris
- 2014-2015** Master 2, parcours **Lumière, matière et interactions** du master Optique, matière, plasma de l'UPMC
- 2015-2019** Doctorat réalisé au laboratoire Kastler Brossel (LKB, Paris) sous la direction de Pierre-François Cohadon :  
**Refroidissement de résonateurs macroscopiques proche de leur état quantique fondamental**
- 2019-2020** Préparation à l'agrégation au centre de Montrouge

La mécanique quantique décrit le comportement des entités **microscopiques**. Elle repose sur un formalisme **probabiliste**.

« Bottom-up »



Électron

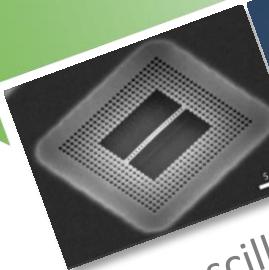


Atome

Fullérène



« Top-down »

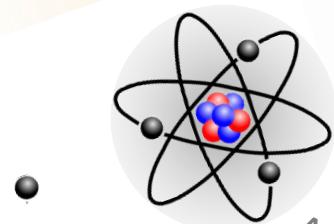


Des oscillateurs de plus en plus petits

La mécanique classique s'applique aux objets macroscopiques. Elle repose sur un formalisme **déterministe**.

La **mécanique quantique** décrit le comportement des entités **microscopiques**. Elle repose sur un formalisme **probabiliste**.

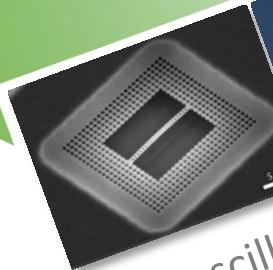
« **Bottom-up** »



Électron



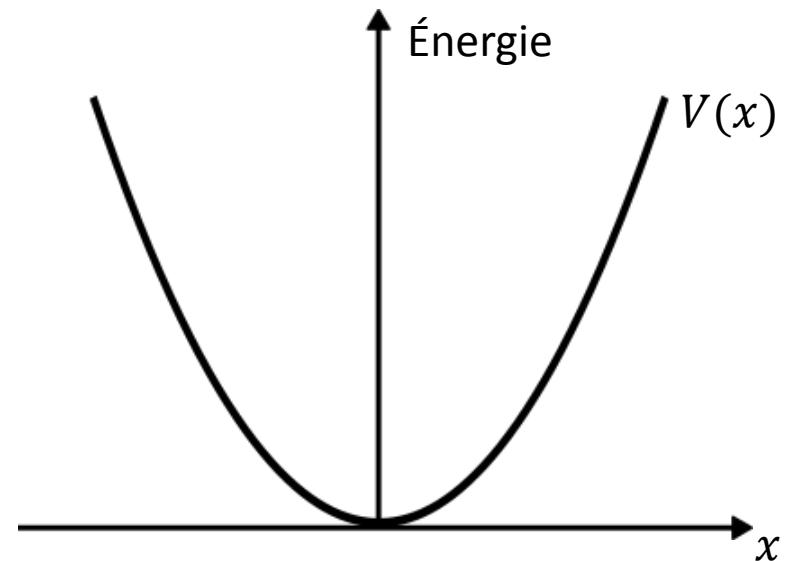
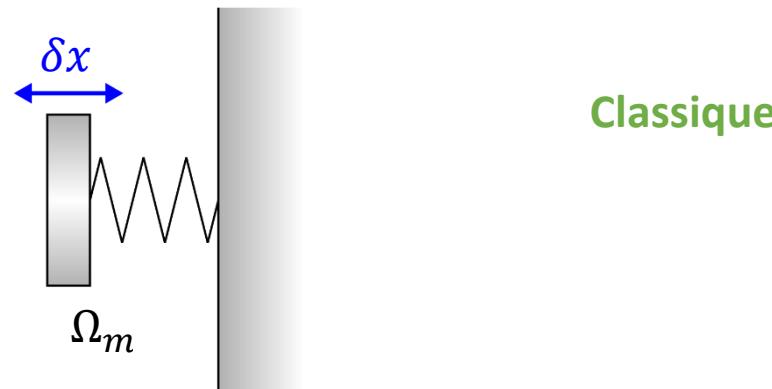
« **Top-down** »

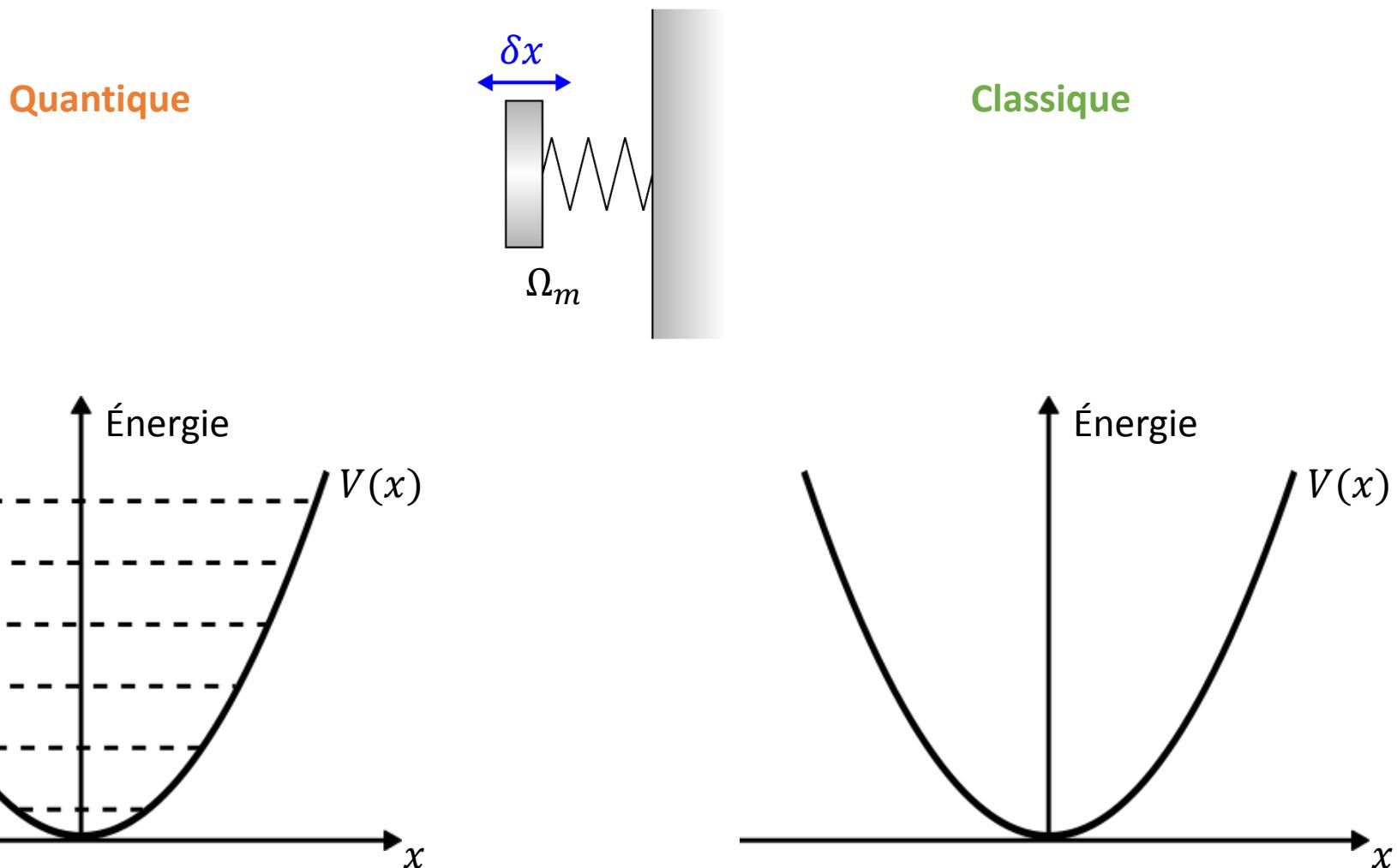


Des oscillateurs de plus en plus petits

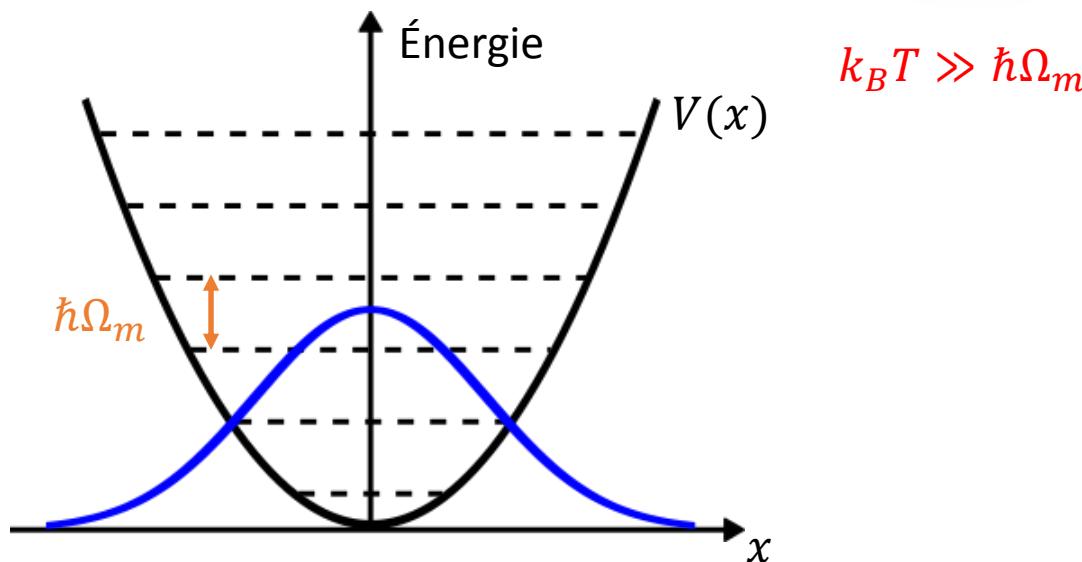
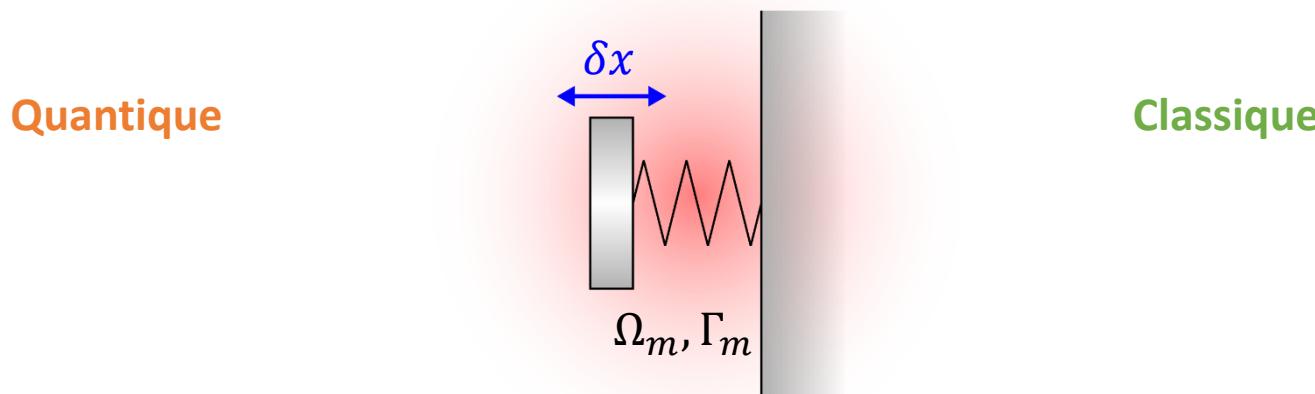
La **mécanique classique** s'applique aux **objets macroscopiques**. Elle repose sur un formalisme **déterministe**.

La **masse de Planck**  $m_P = 22 \mu\text{g}$  marque la « **limite** » entre classique et quantique.

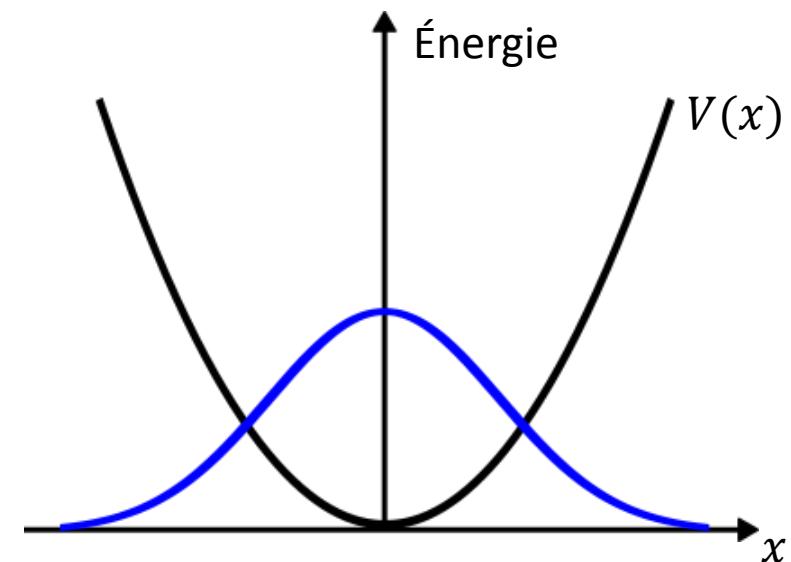




Le mouvement brownien de l'oscillateur est causé par l'agitation thermique.



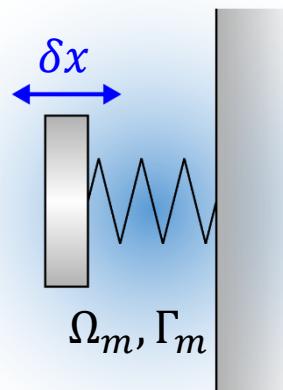
$$k_B T \gg \hbar\Omega_m$$



Le mouvement brownien de l'oscillateur est causé par l'agitation thermique.

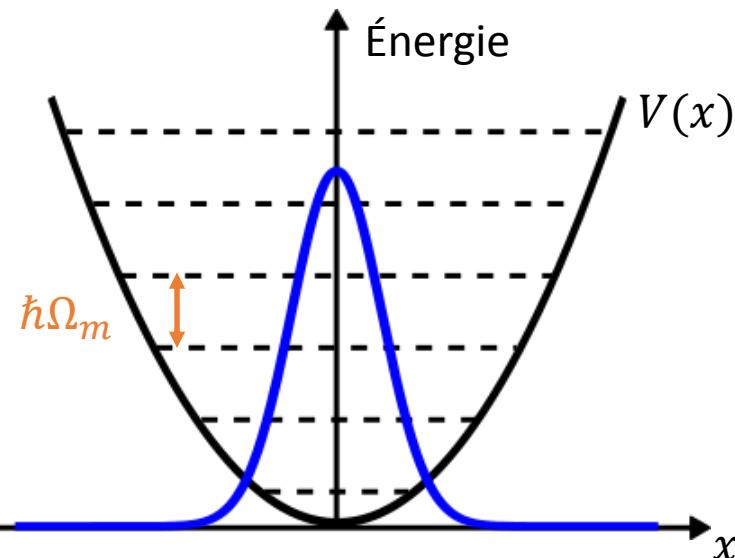
Quantique

Fluctuations de point zéro  
à basse température



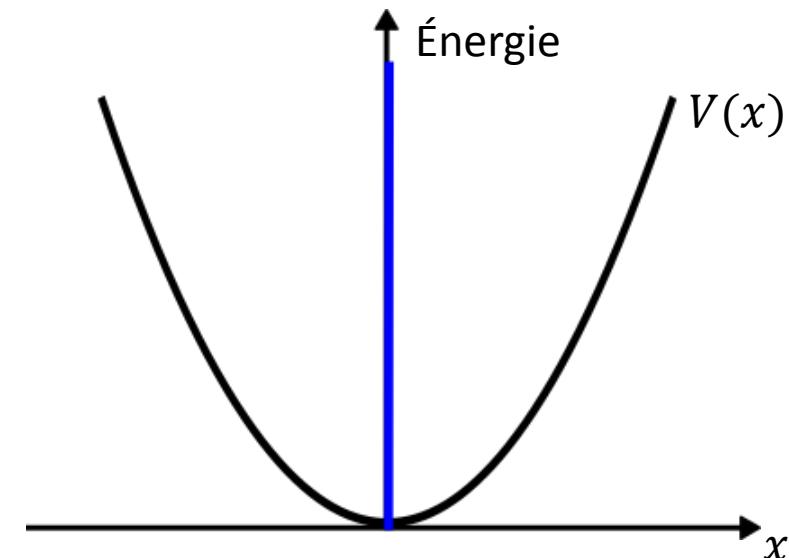
Classique

Immobile  
à basse température



$$k_B T \gg \hbar\Omega_m$$

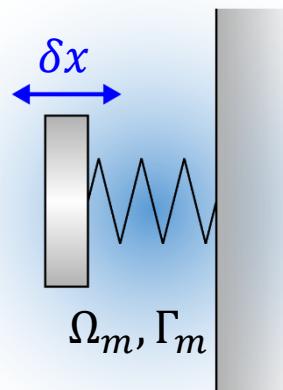
$$k_B T \leq \hbar\Omega_m$$



Le mouvement brownien de l'oscillateur est causé par l'agitation thermique.

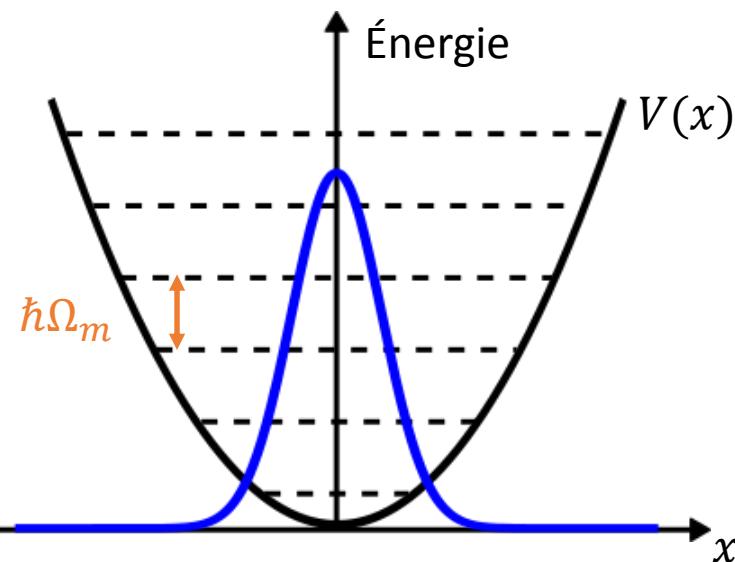
Quantique

Fluctuations de point zéro  
à basse température



Classique

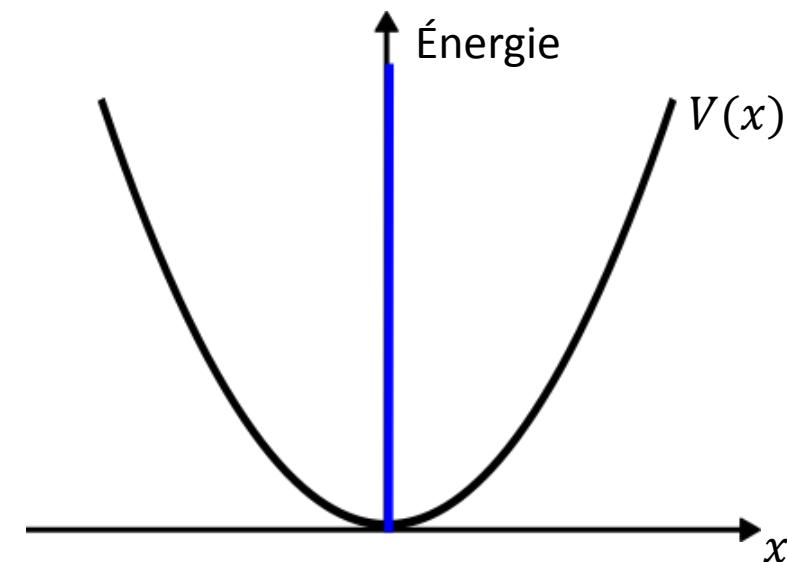
Immobile  
à basse température



$$k_B T \gg \hbar \Omega_m$$

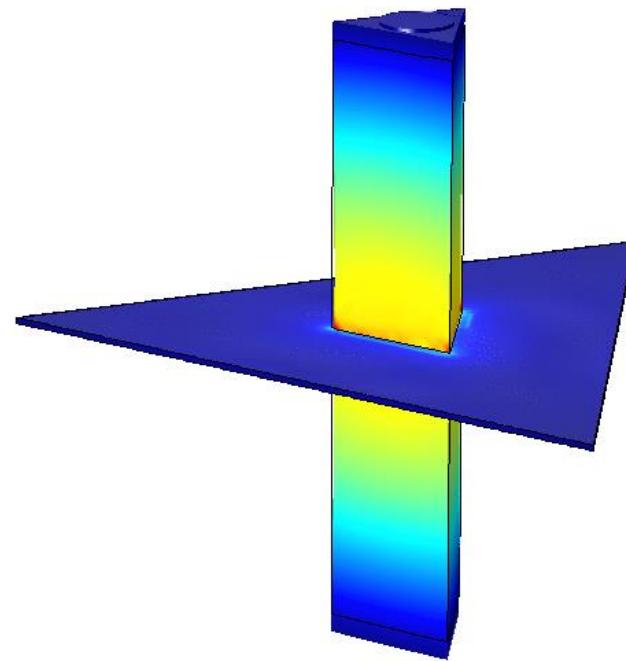
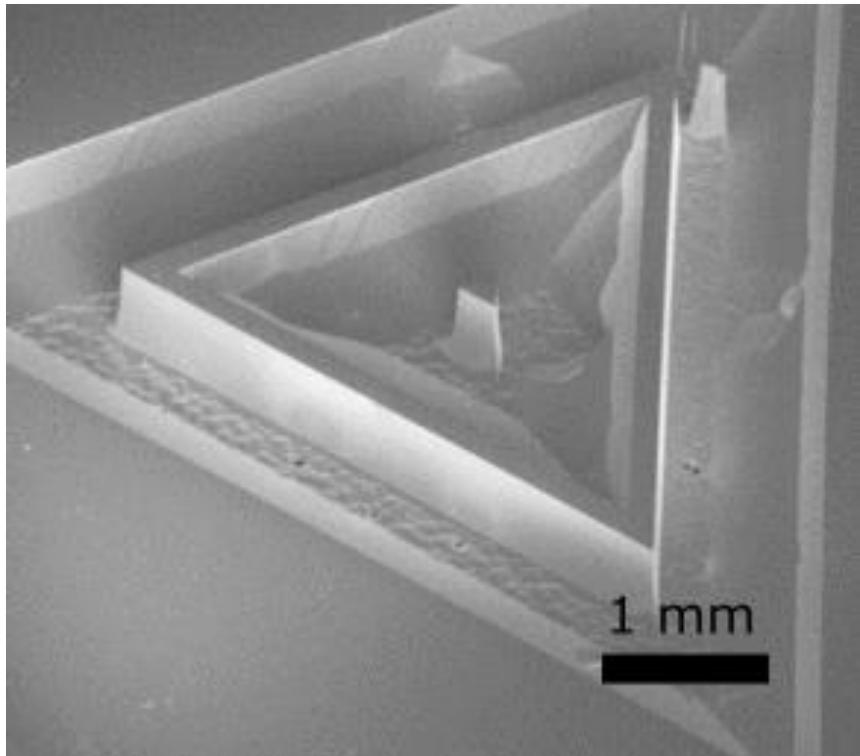
$$k_B T \leq \hbar \Omega_m$$

$$T_Q = \frac{\hbar \Omega_m}{k_B}$$

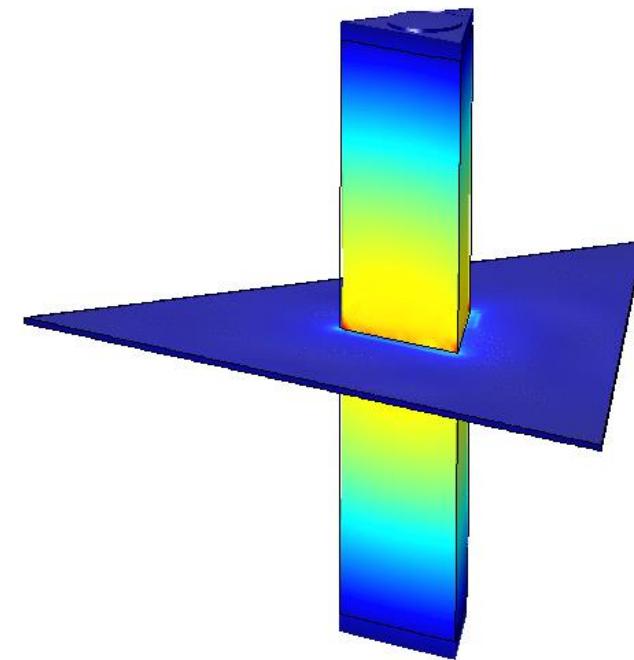
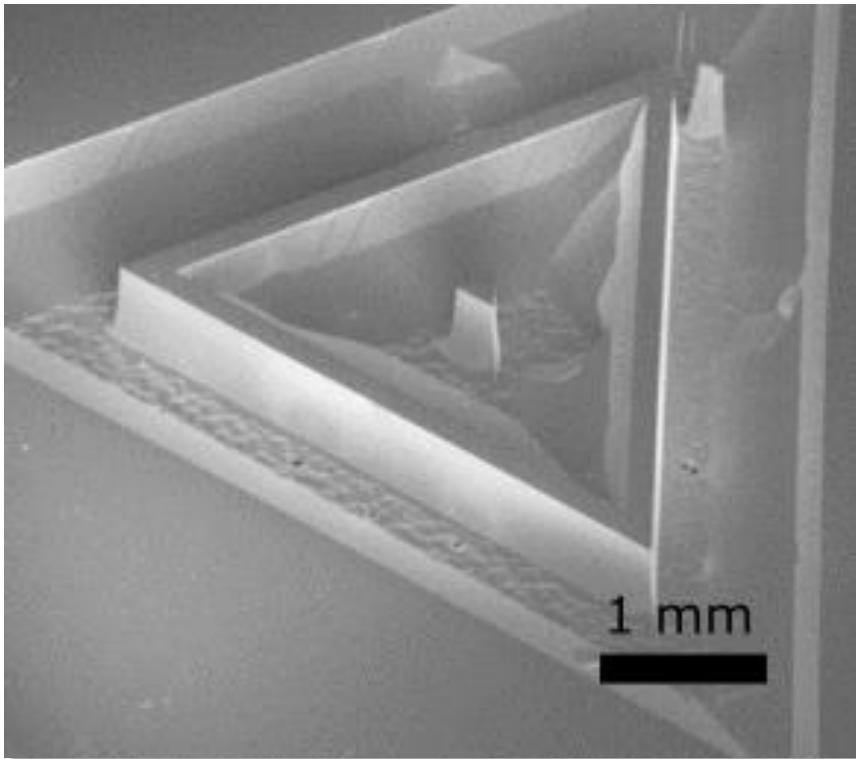


Refroidir un oscillateur mécanique dans son état quantique fondamental.

## Le micro-pilier en quartz en quelques chiffres



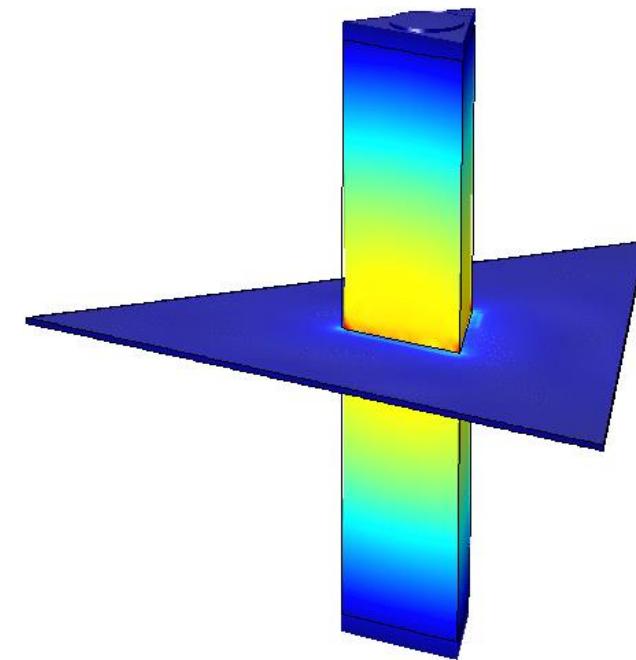
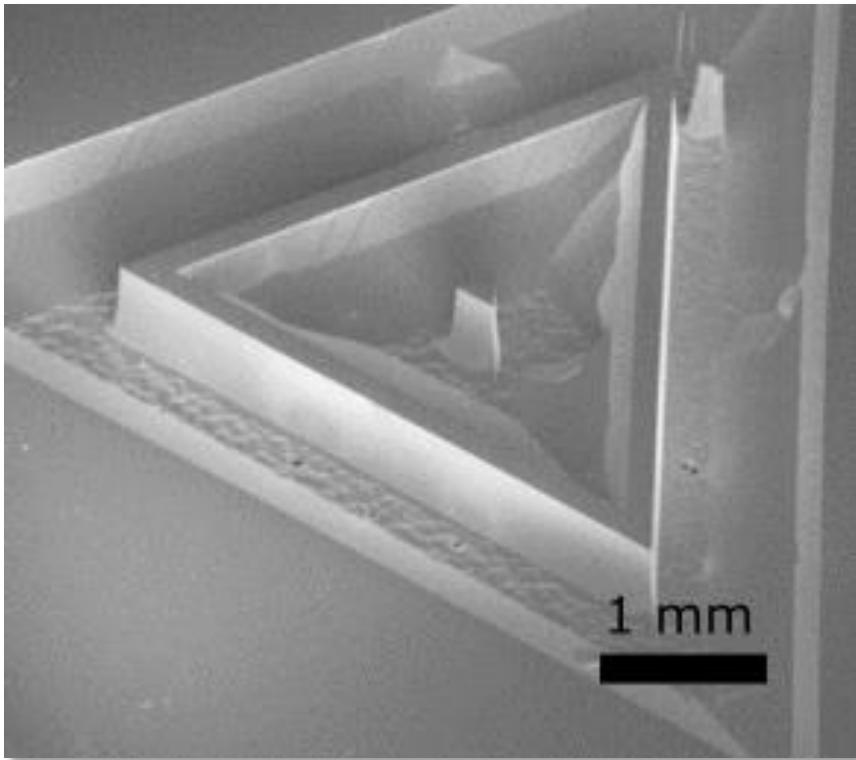
## Le micro-pilier en quartz en quelques chiffres



Masse effective	Fréquence mécanique	Facteur de qualité
$m_{\text{eff}} = 33,5 \mu\text{g}$	$\Omega_m = 2\pi \times 3,6 \text{ MHz}$	$Q = 10^7$

$$m_{\text{eff}} \approx m_p$$

# Le micro-pilier en quartz en quelques chiffres

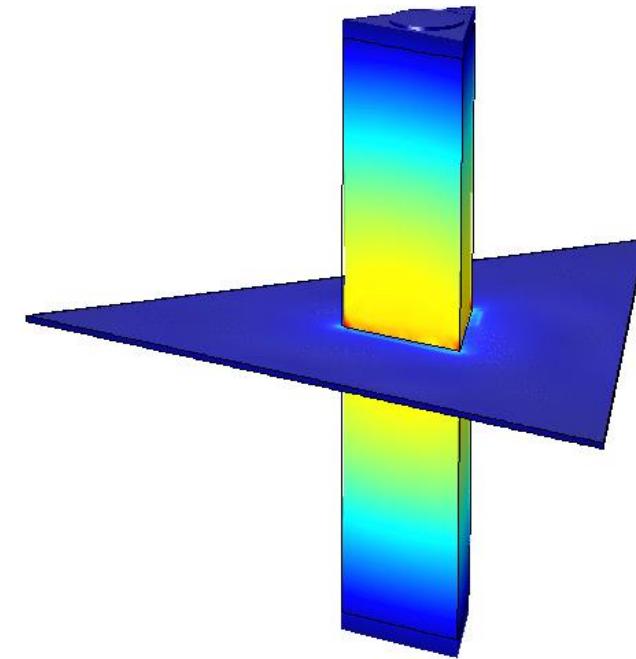
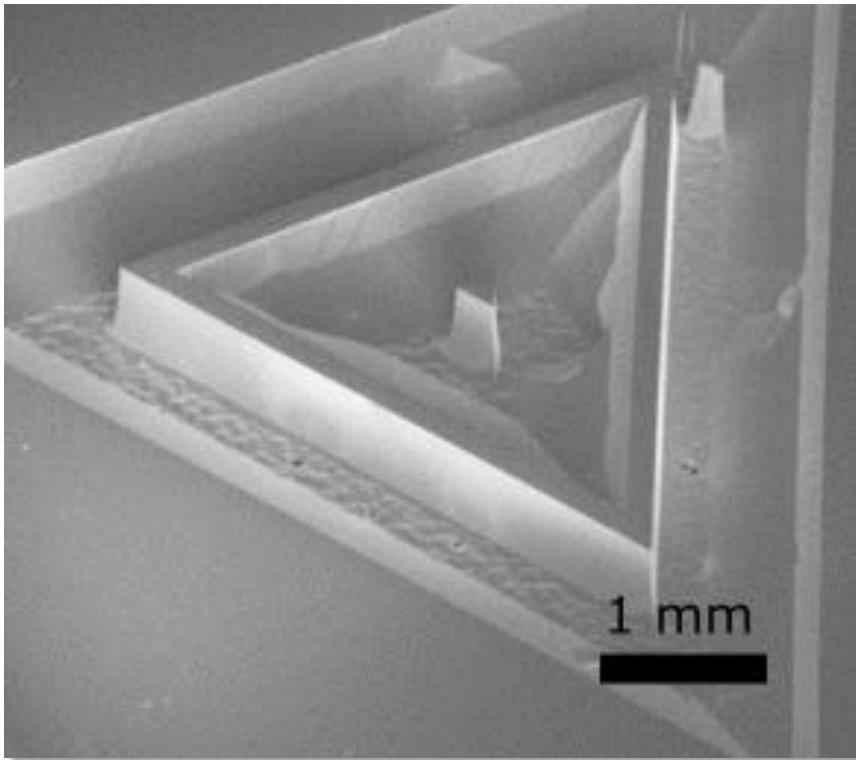


Masse effective	Fréquence mécanique	Facteur de qualité
$m_{\text{eff}} = 33,5 \mu\text{g}$	$\Omega_m = 2\pi \times 3,6 \text{ MHz}$	$Q = 10^7$

$$m_{\text{eff}} \approx m_p$$

$$T_Q = 200 \mu\text{K}$$

# Le micro-pilier en quartz en quelques chiffres

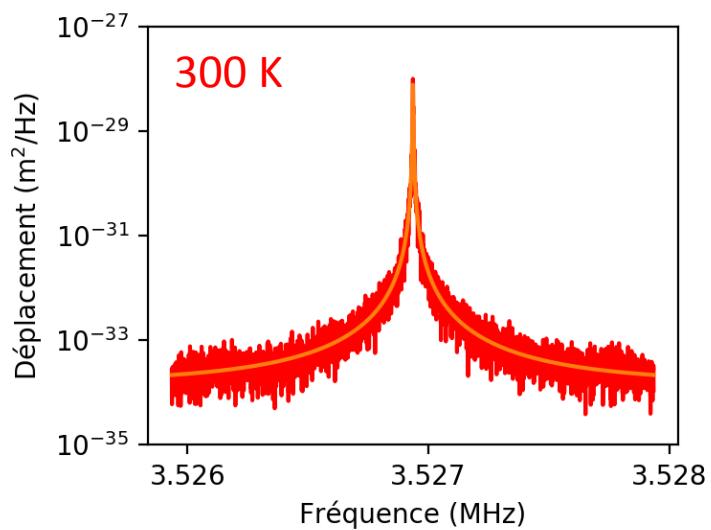


Masse effective	Fréquence mécanique	Facteur de qualité
$m_{\text{eff}} = 33,5 \mu\text{g}$	$\Omega_m = 2\pi \times 3,6 \text{ MHz}$	$Q = 10^7$

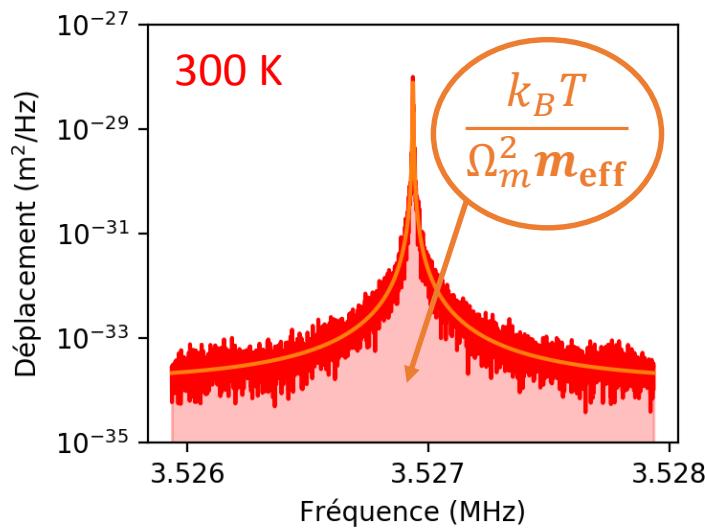
$$m_{\text{eff}} \approx m_p$$

$$T_Q = 200 \mu\text{K}$$

# Mouvement brownien et thermométrie

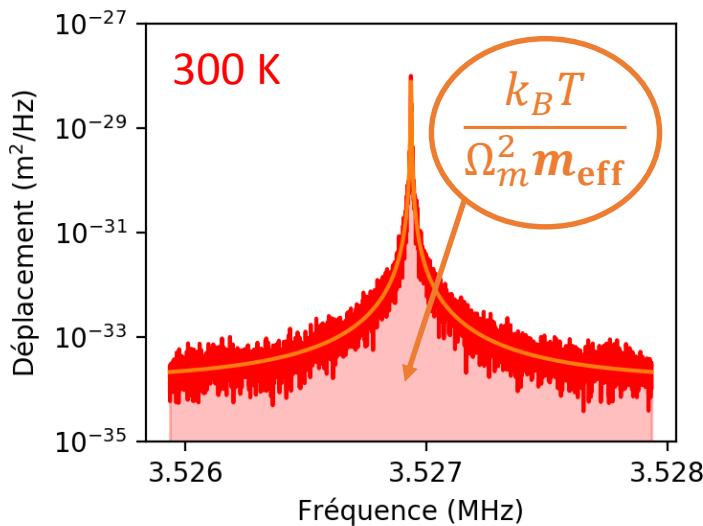


# Mouvement brownien et thermométrie



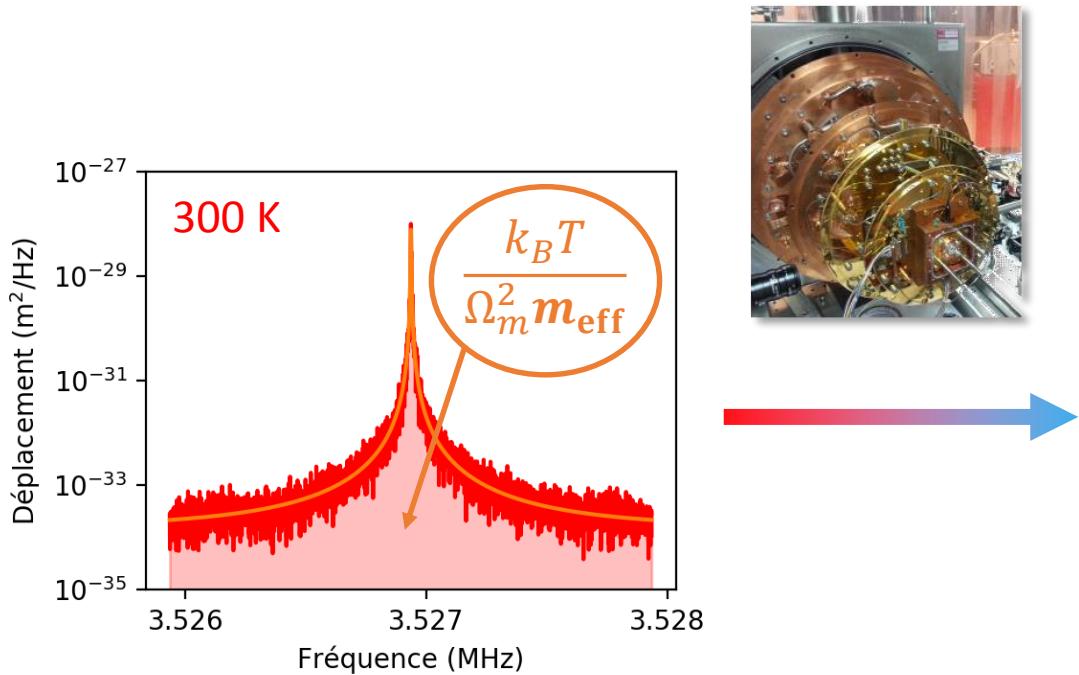
## Mouvement brownien et thermométrie

La mesure de l'aire du **spectre des fluctuations de position** dues au **mouvement brownien** donne accès au rapport  $T/m_{\text{eff}}$ .



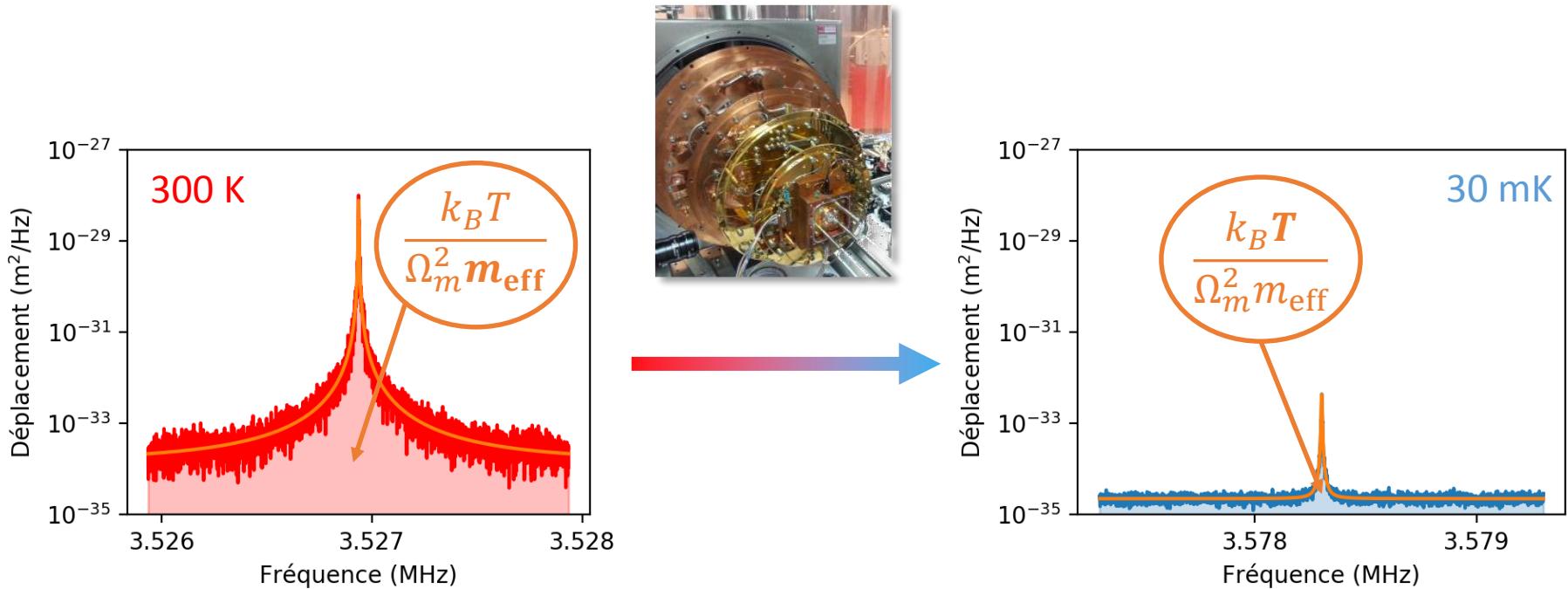
# Mouvement brownien et thermométrie

La mesure de l'aire du **spectre des fluctuations de position** dues au **mouvement brownien** donne accès au rapport  **$T/m_{\text{eff}}$** .



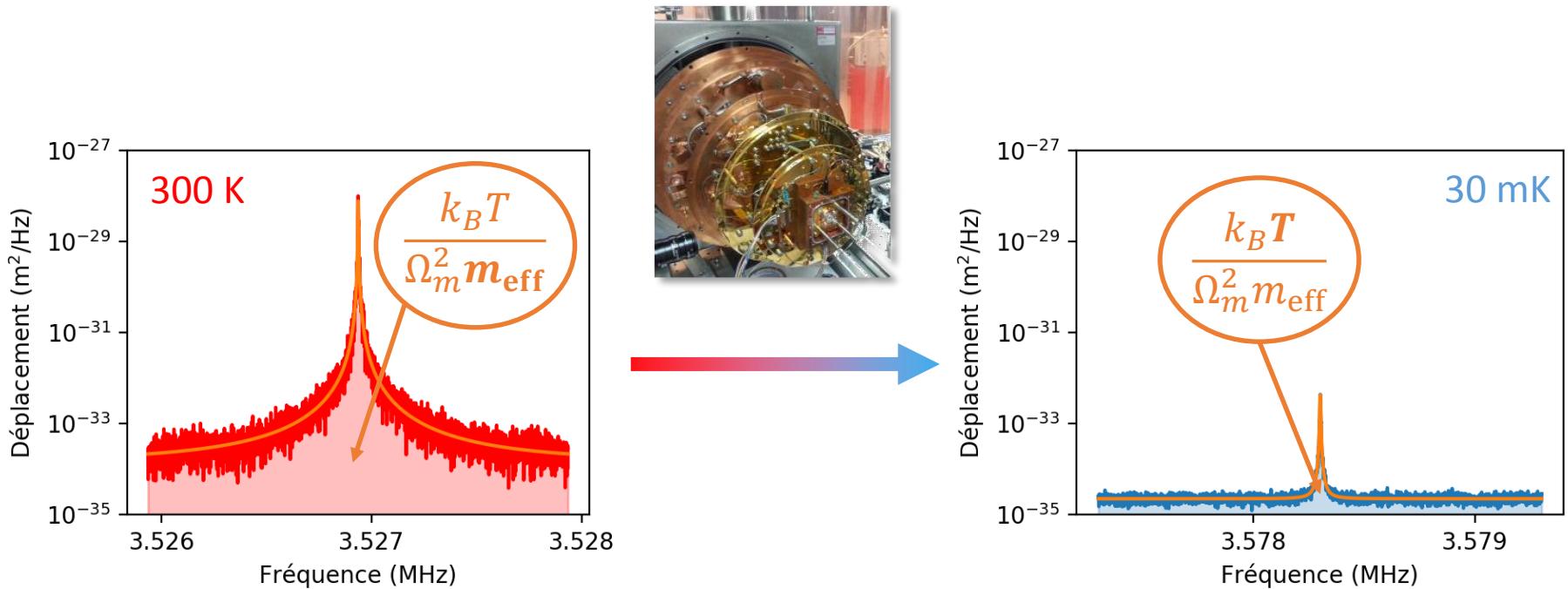
# Mouvement brownien et thermométrie

La mesure de l'aire du **spectre des fluctuations de position** dues au **mouvement brownien** donne accès au rapport  $T/m_{\text{eff}}$ .



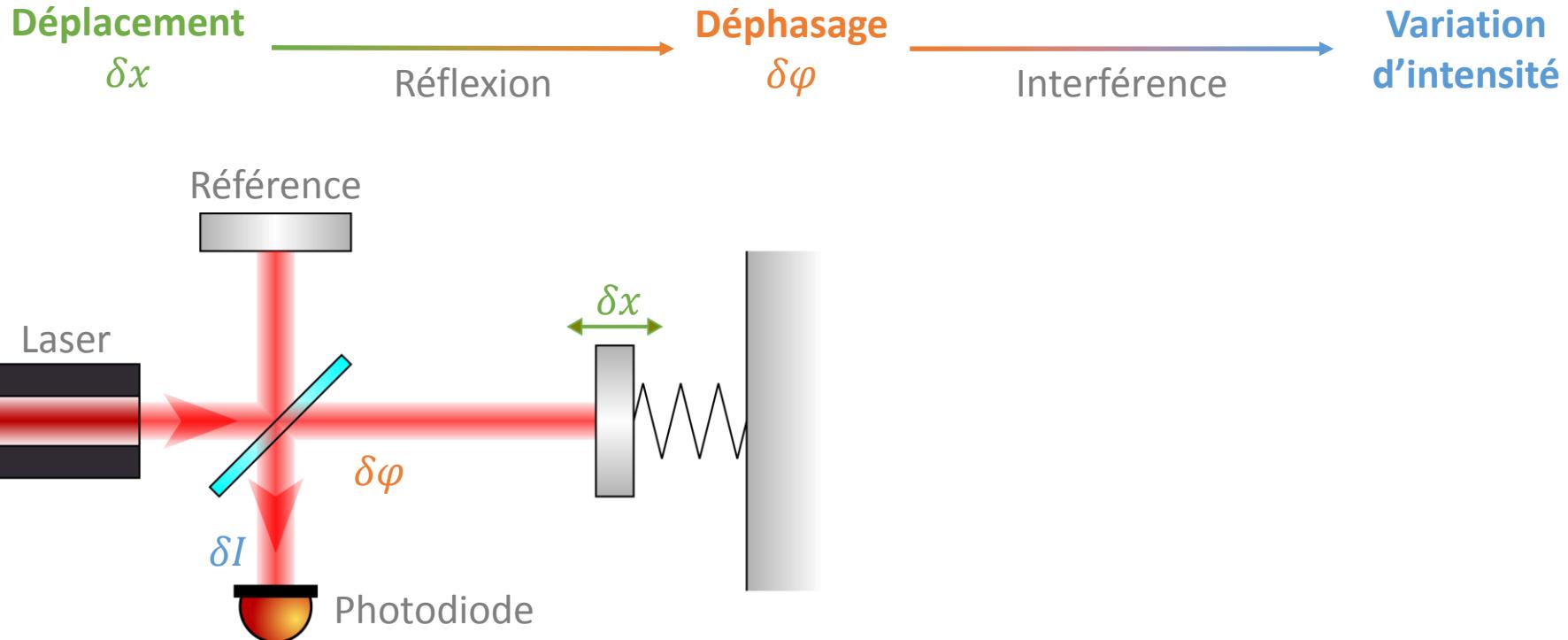
# Mouvement brownien et thermométrie

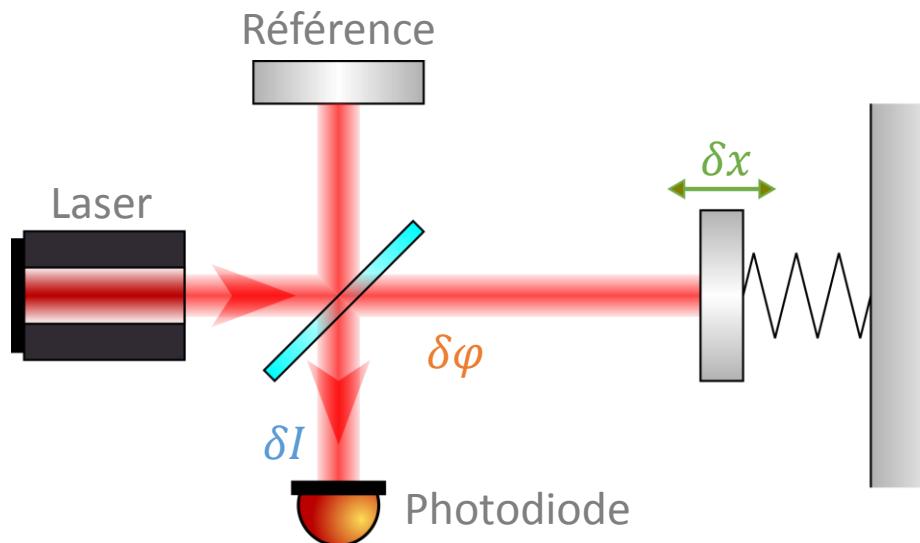
La mesure de l'aire du **spectre des fluctuations de position** dues au **mouvement brownien** donne accès au rapport  $T/m_{\text{eff}}$ .



Dans l'état quantique fondamental, les **fluctuations de point zéro** sont de l'ordre de

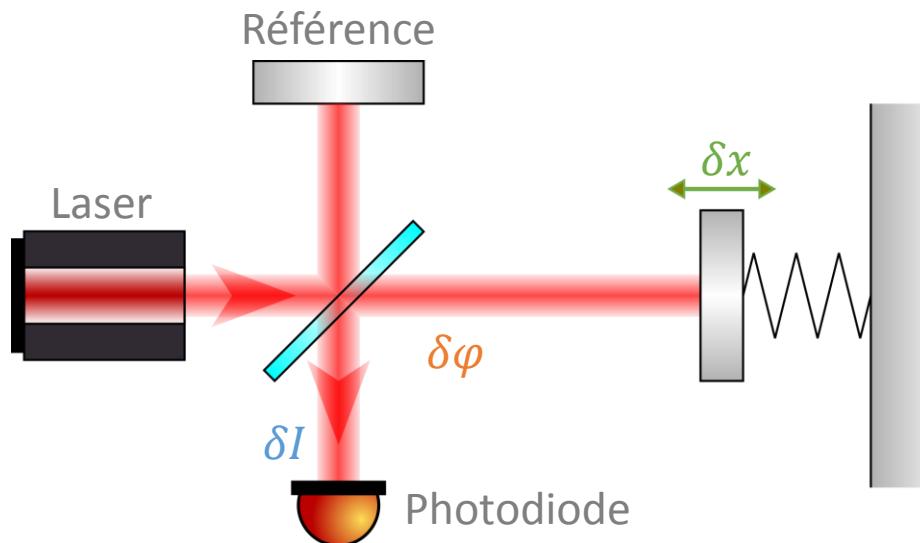
$$x_{\text{ZPF}} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m_{\text{eff}}\Omega_m}} = 8 \times 10^{-18} \text{ m}$$





Déphasage proportionnel au déplacement :

$$\delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} \delta x$$

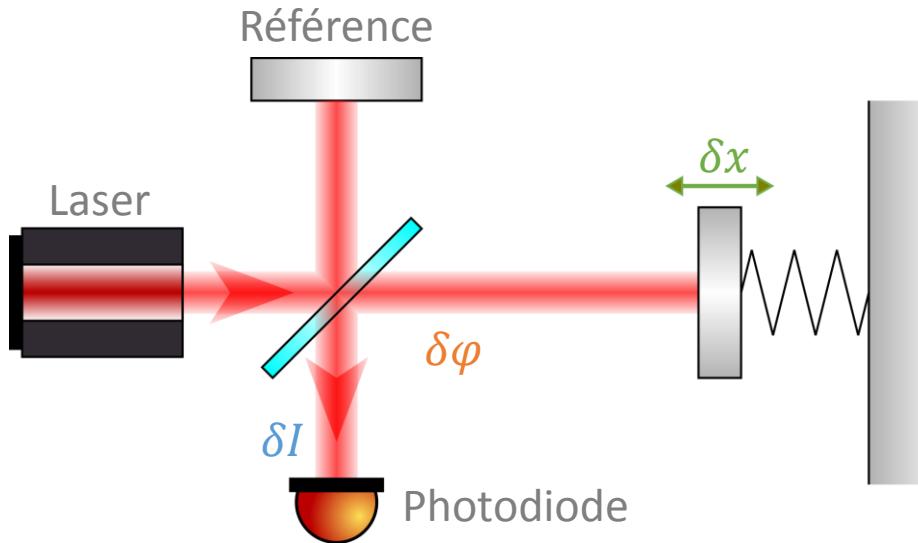


Déphasage proportionnel au déplacement :

$$\delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} \delta x$$

Variation d'intensité proportionnelle au déphasage :

$$\delta I \approx I_0 \delta\varphi$$

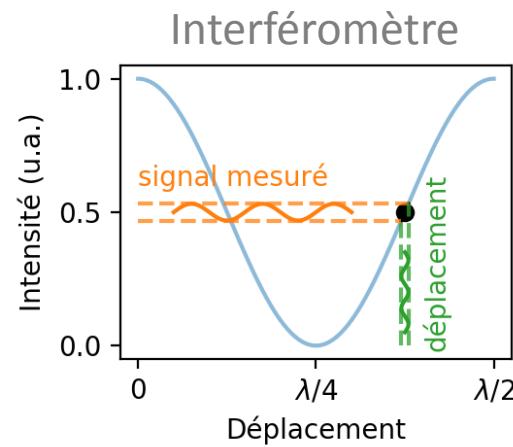


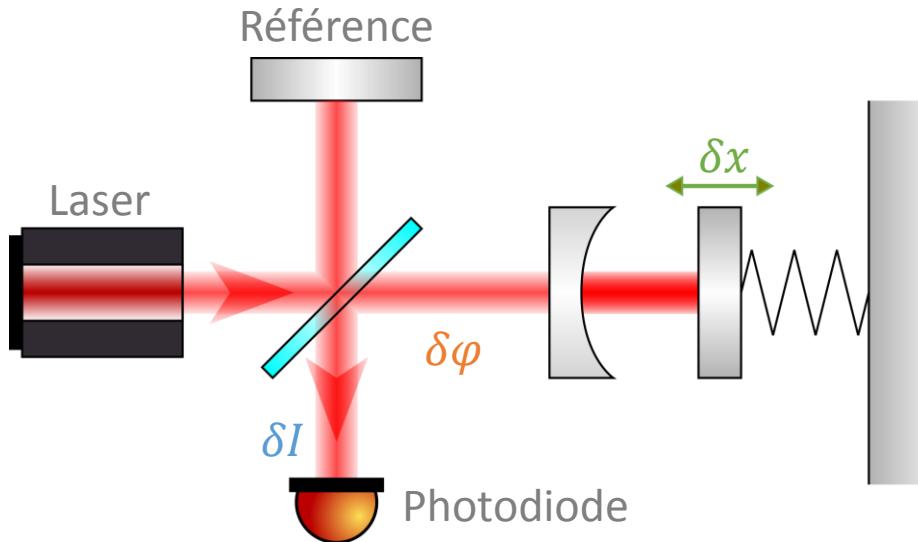
Déphasage proportionnel au déplacement :

$$\delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} \delta x$$

Variation d'intensité proportionnelle au déphasage :

$$\delta I \approx I_0 \delta\varphi$$



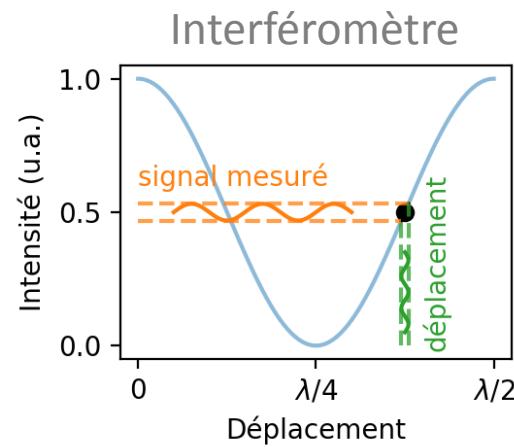


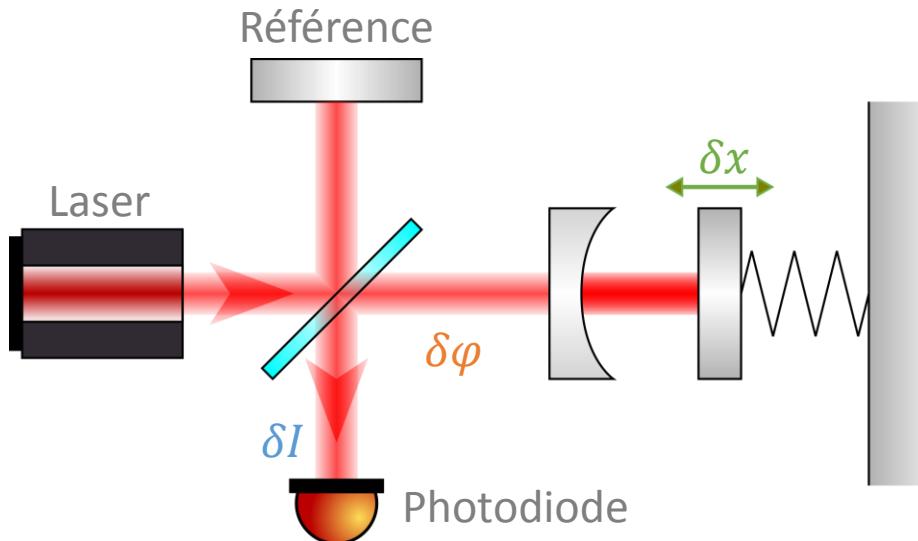
Déphasage proportionnel au déplacement :

$$\delta\varphi = \frac{8F}{\lambda} \delta x$$

Variation d'intensité proportionnelle au déphasage :

$$\delta I \approx I_0 \delta\varphi$$



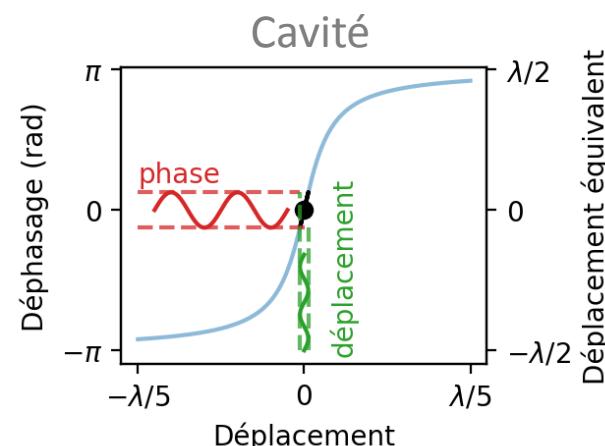
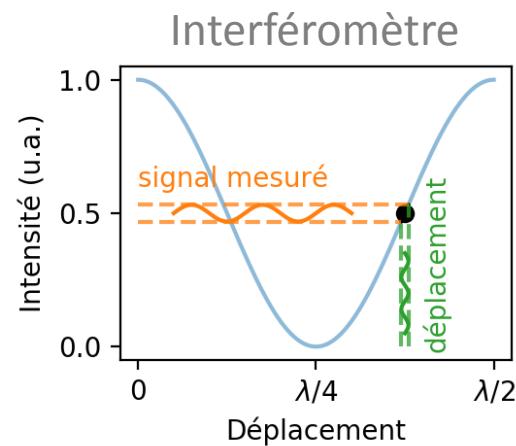


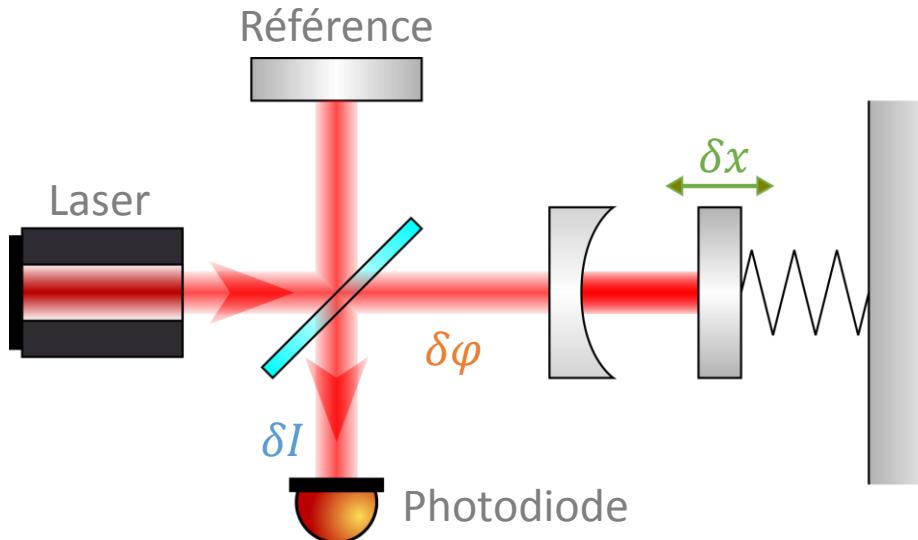
Déphasage proportionnel au déplacement :

$$\delta\varphi = \frac{8F}{\lambda} \delta x$$

Variation d'intensité proportionnelle au déphasage :

$$\delta I \approx I_0 \delta\varphi$$



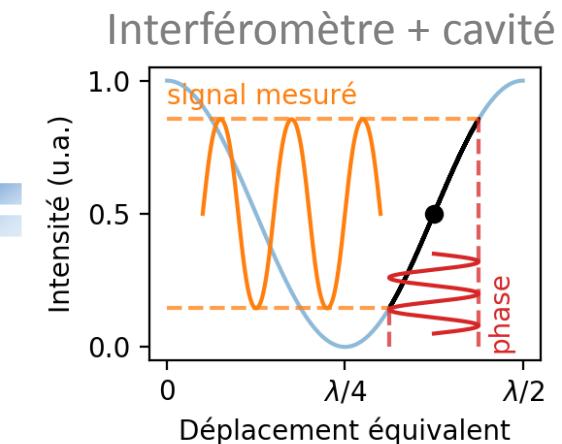
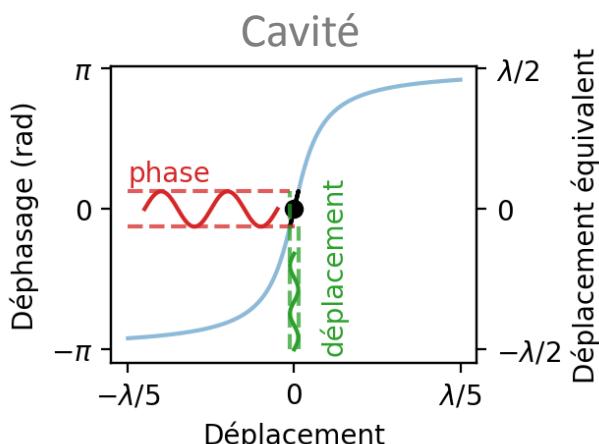
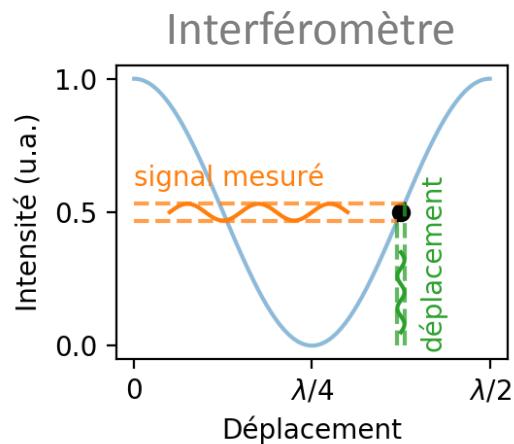


Déphasage proportionnel au déplacement :

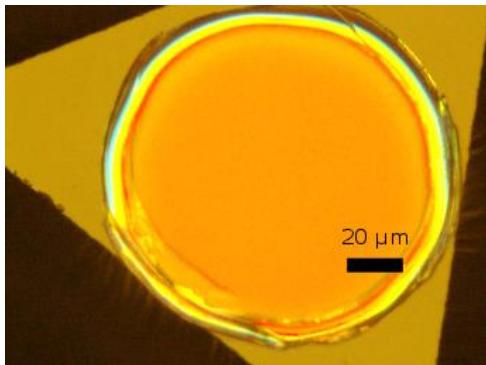
$$\delta\varphi = \frac{8F}{\lambda} \delta x$$

Variation d'intensité proportionnelle au déphasage :

$$\delta I \approx I_0 \delta\varphi$$



## La cavité optomécanique

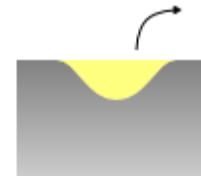


La faible taille des oscillateurs nécessite un miroir de **faible rayon de courbure**.

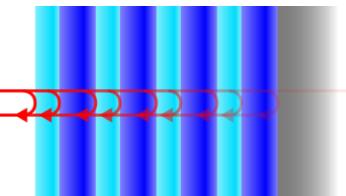
Laser CO<sub>2</sub>  
pulsé



Tirs

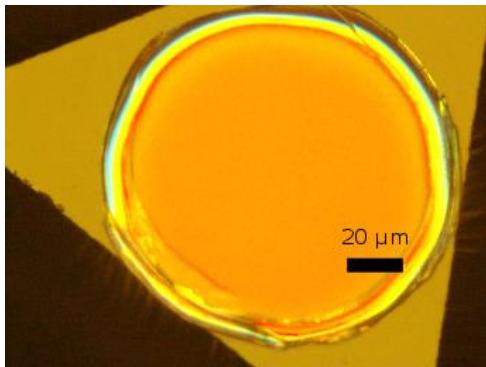


Sublimation & Fusion



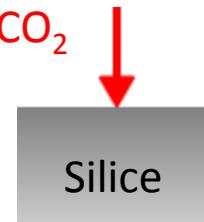
Miroir de Bragg

## La cavité optomécanique

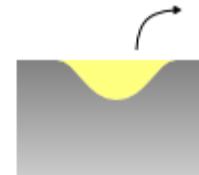


La faible taille des oscillateurs nécessite un miroir de **faible rayon de courbure**.

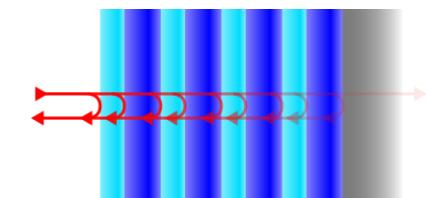
Laser CO<sub>2</sub>  
pulsé



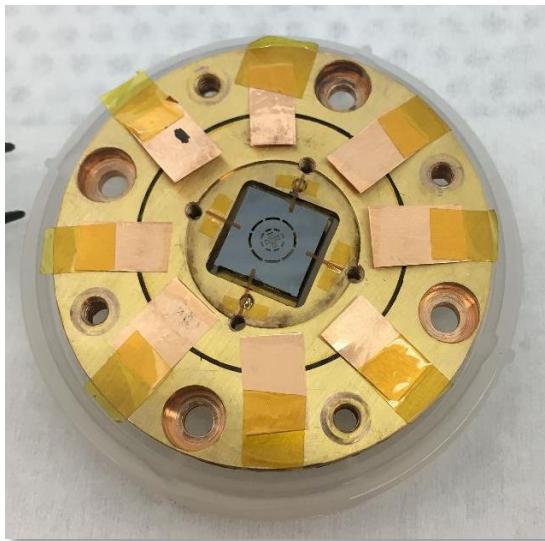
Tirs



Sublimation & Fusion

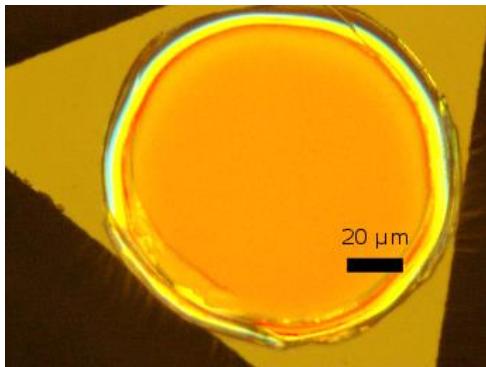


Miroir de Bragg



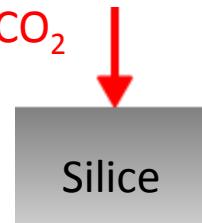
Un oscillateur...

## La cavité optomécanique



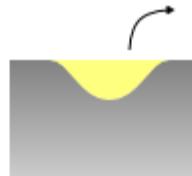
La faible taille des oscillateurs nécessite un miroir de **faible rayon de courbure**.

Laser CO<sub>2</sub>  
pulsé

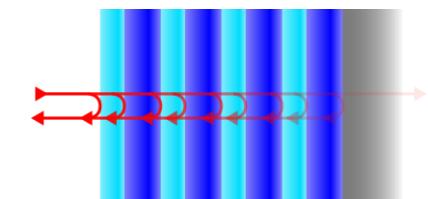


Silice

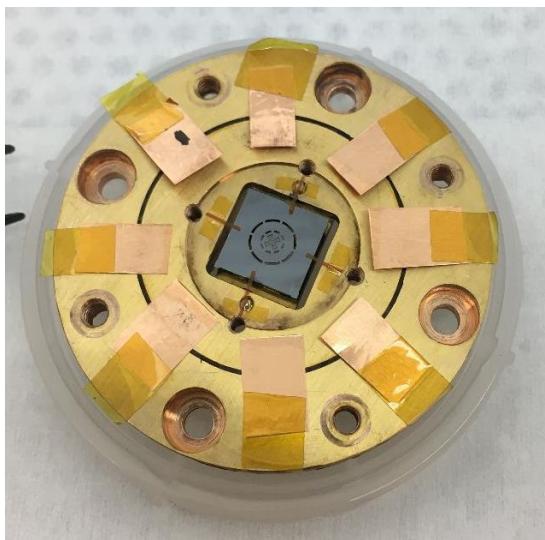
Tirs



Sublimation & Fusion



Miroir de Bragg

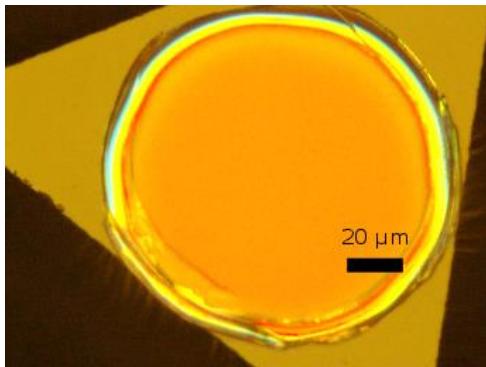


Un oscillateur...



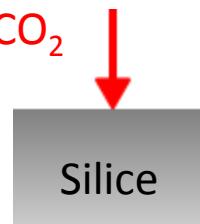
Un miroir d'entrée...

# La cavité optomécanique

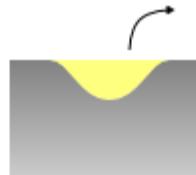


La faible taille des oscillateurs nécessite un miroir de **faible rayon de courbure**.

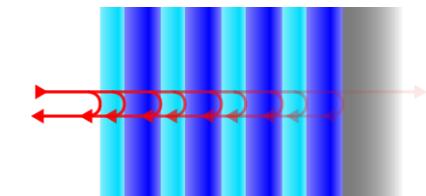
Laser CO<sub>2</sub>  
pulsé



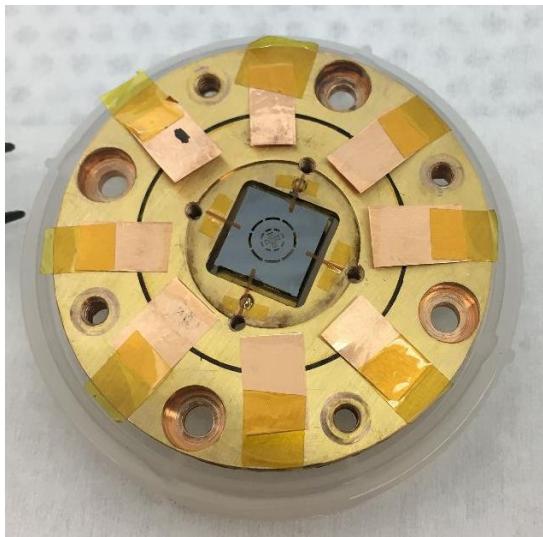
Tirs



Sublimation & Fusion



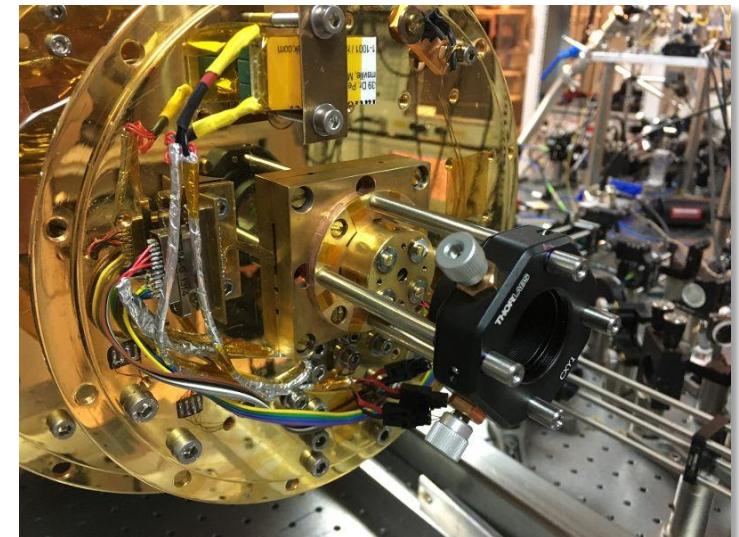
Miroir de Bragg



Un oscillateur...



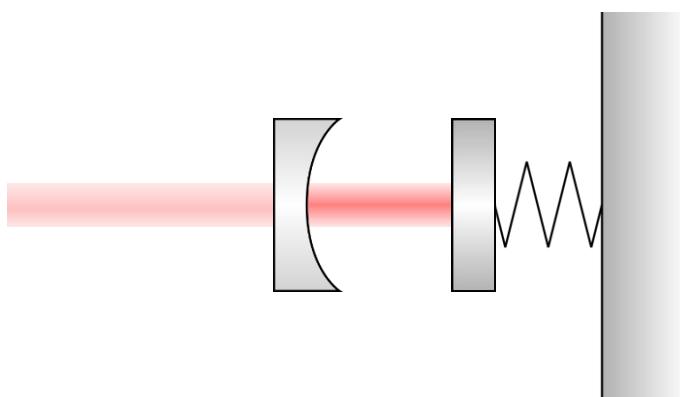
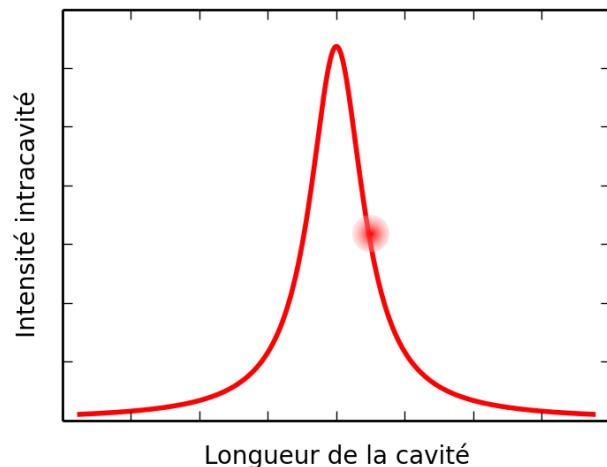
Un miroir d'entrée...



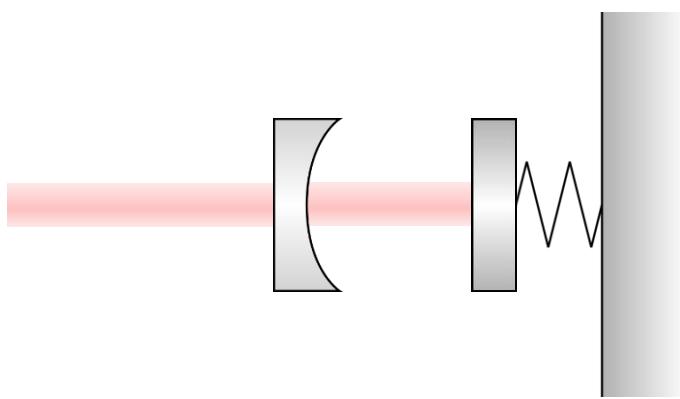
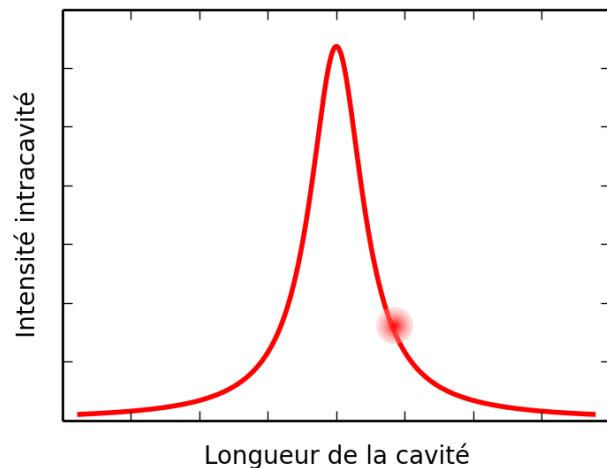
Pour une cavité optomécanique  
en cryogénie :

$$30 \text{ mK} \gg T_Q \approx 200 \mu\text{K}$$

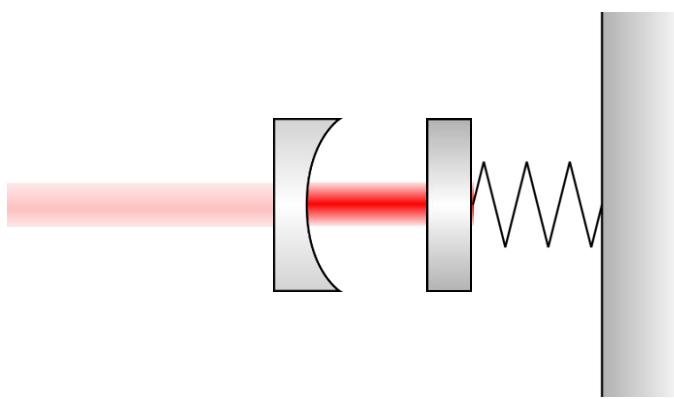
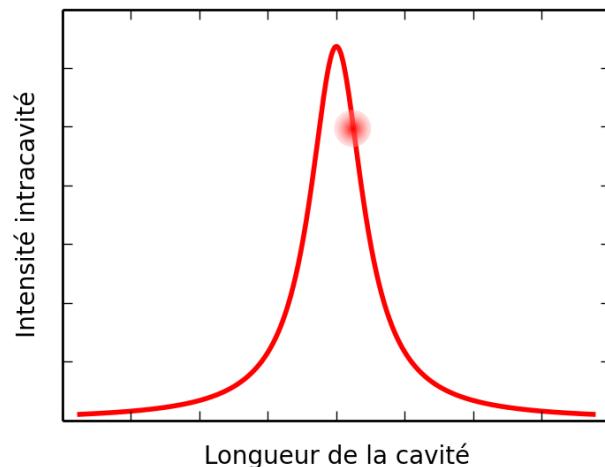
L'intensité intracavité dépend de la distance entre les deux miroirs.



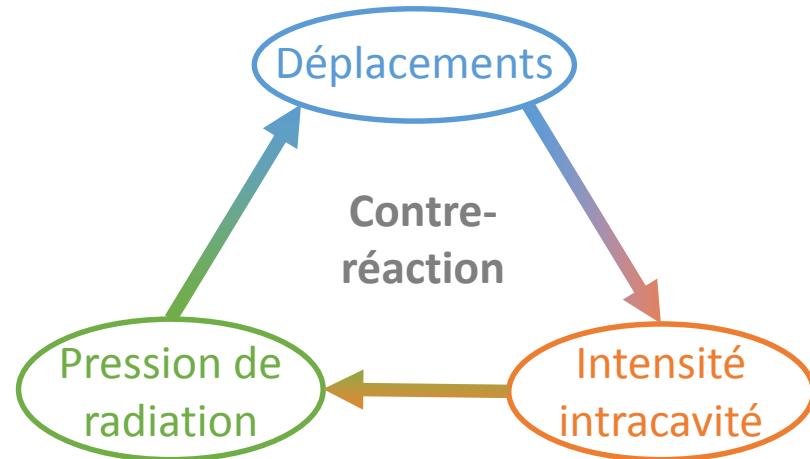
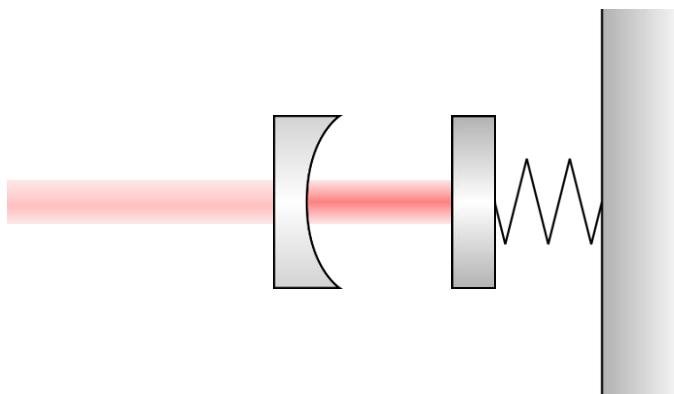
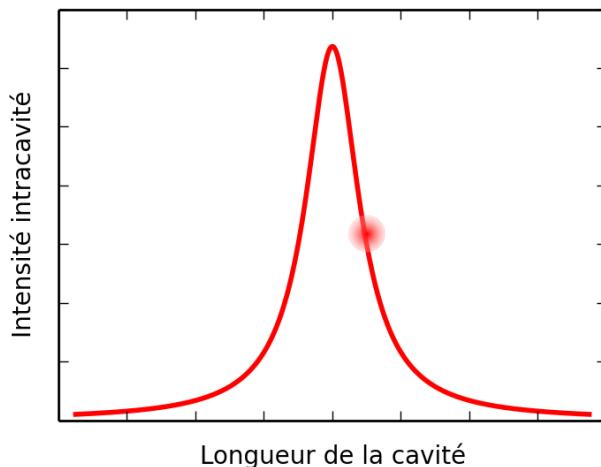
L'intensité intracavité dépend de la distance entre les deux miroirs.



L'intensité intracavité dépend de la distance entre les deux miroirs.

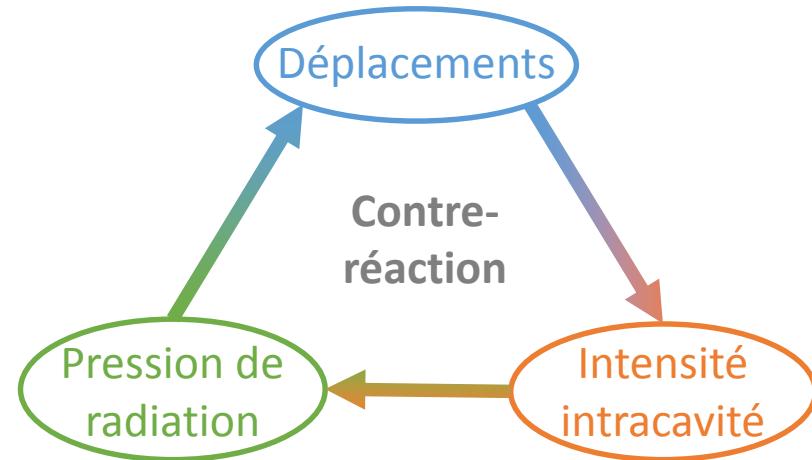
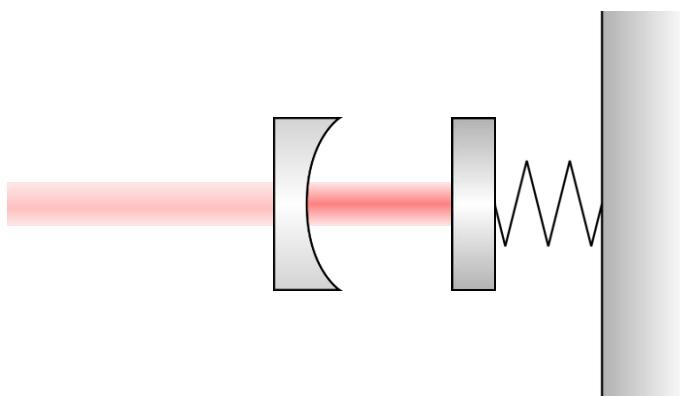
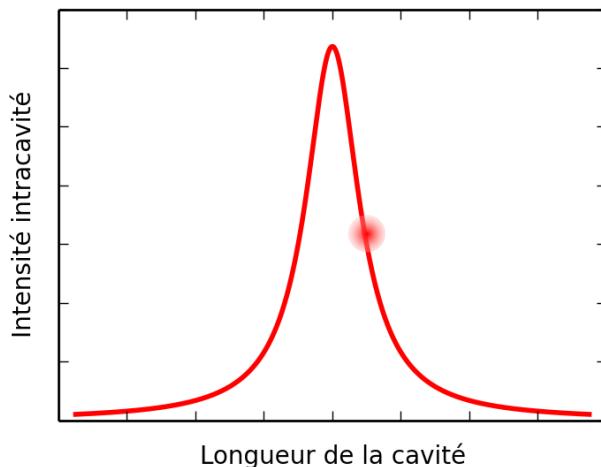


L'intensité intracavité dépend de la distance entre les deux miroirs.



Le **couplage optomécanique** lie les **déplacements** du miroir et l'**intensité intracavité** par l'intermédiaire de la **pression de radiation**.

L'intensité intracavité dépend de la distance entre les deux miroirs.

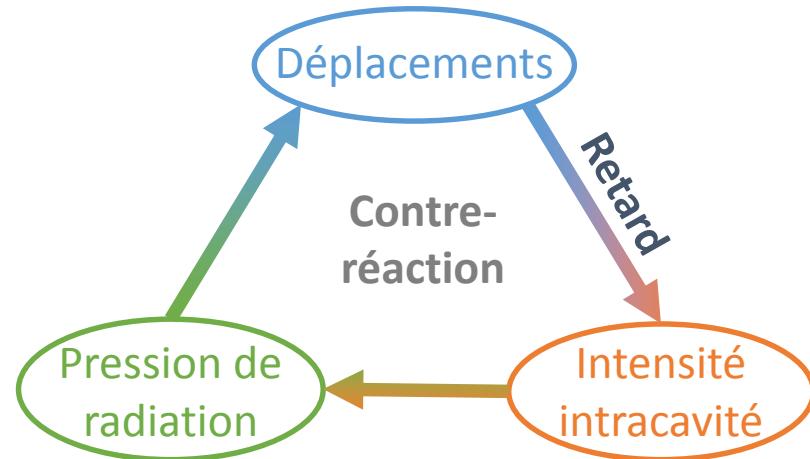
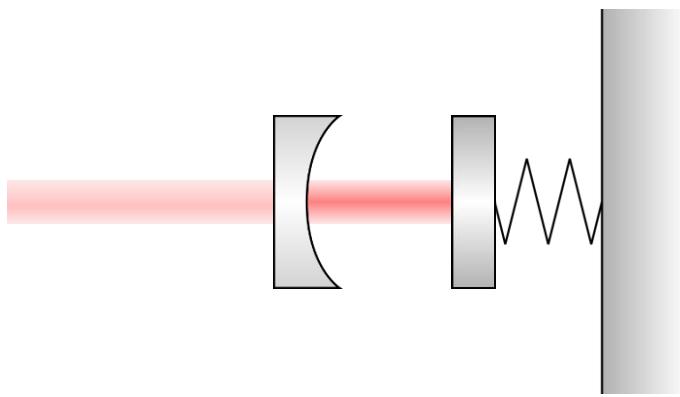
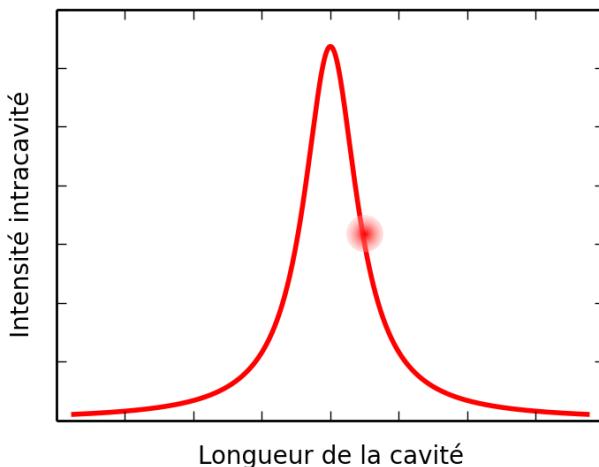


Le **couplage optomécanique** lie les **déplacements** du miroir et l'**intensité intracavité** par l'intermédiaire de la **pression de radiation**.

Ressort optique

$$F_x \propto \delta x$$
$$\Omega_{\text{eff}}$$

L'intensité intracavité dépend de la distance entre les deux miroirs.

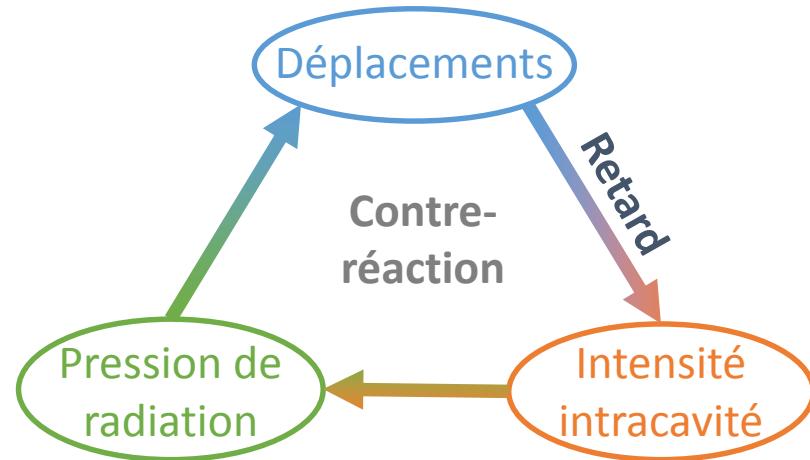
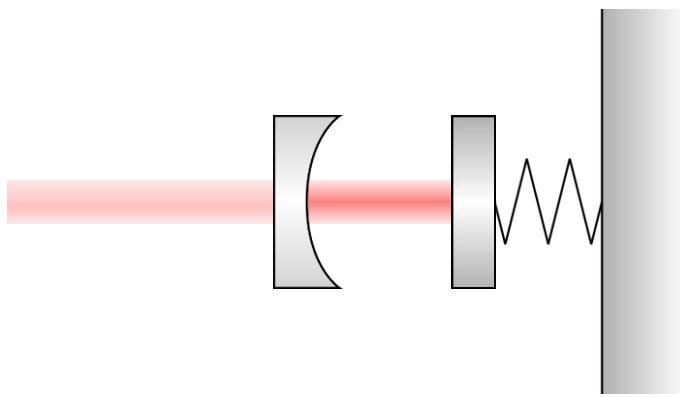
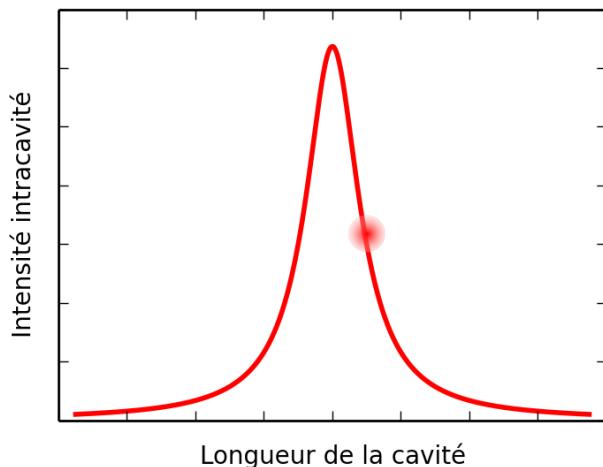


Le couplage optomécanique lie les déplacements du miroir et l'intensité intracavité par l'intermédiaire de la pression de radiation.

Ressort optique

$$F_x \propto \delta x \\ \Omega_{\text{eff}}$$

L'intensité intracavité dépend de la distance entre les deux miroirs.



Le couplage optomécanique lie les déplacements du miroir et l'intensité intracavité par l'intermédiaire de la pression de radiation.

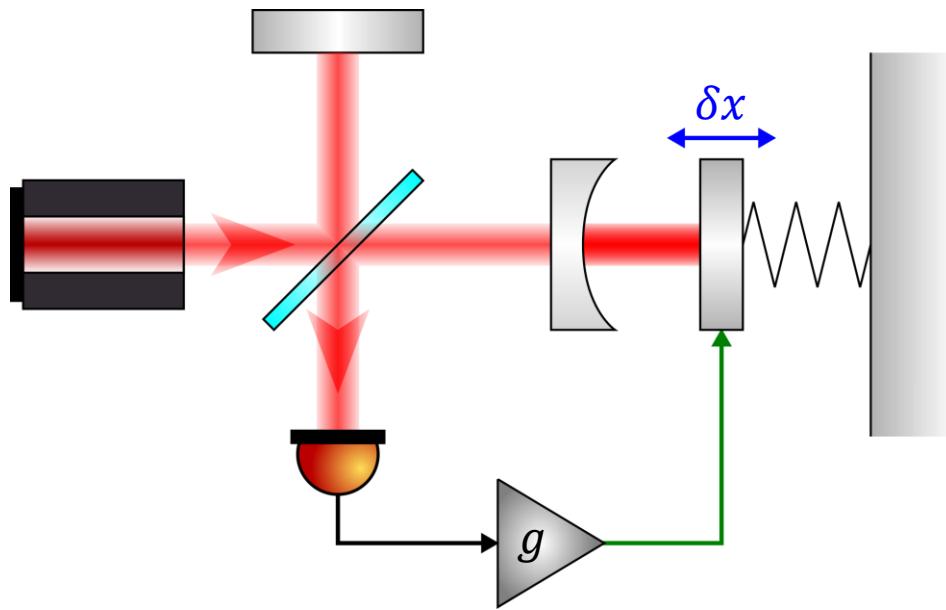
Ressort optique

$$F_x \propto \delta x \\ \Omega_{\text{eff}}$$

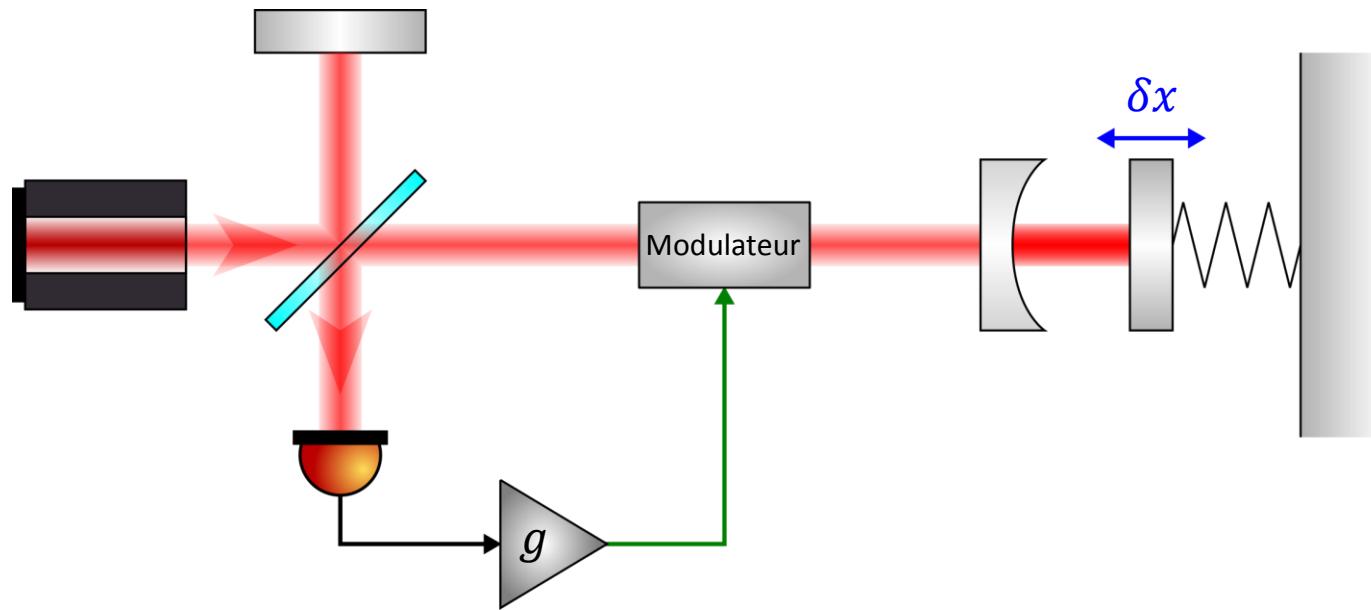
Friction froide

$$\text{Retard} \longrightarrow F_v \propto -\delta \dot{x} \\ \Gamma_{\text{eff}}$$

La mesure des déplacements permet d'appliquer une **force de frottement visqueux** qui refroidit de l'oscillateur.

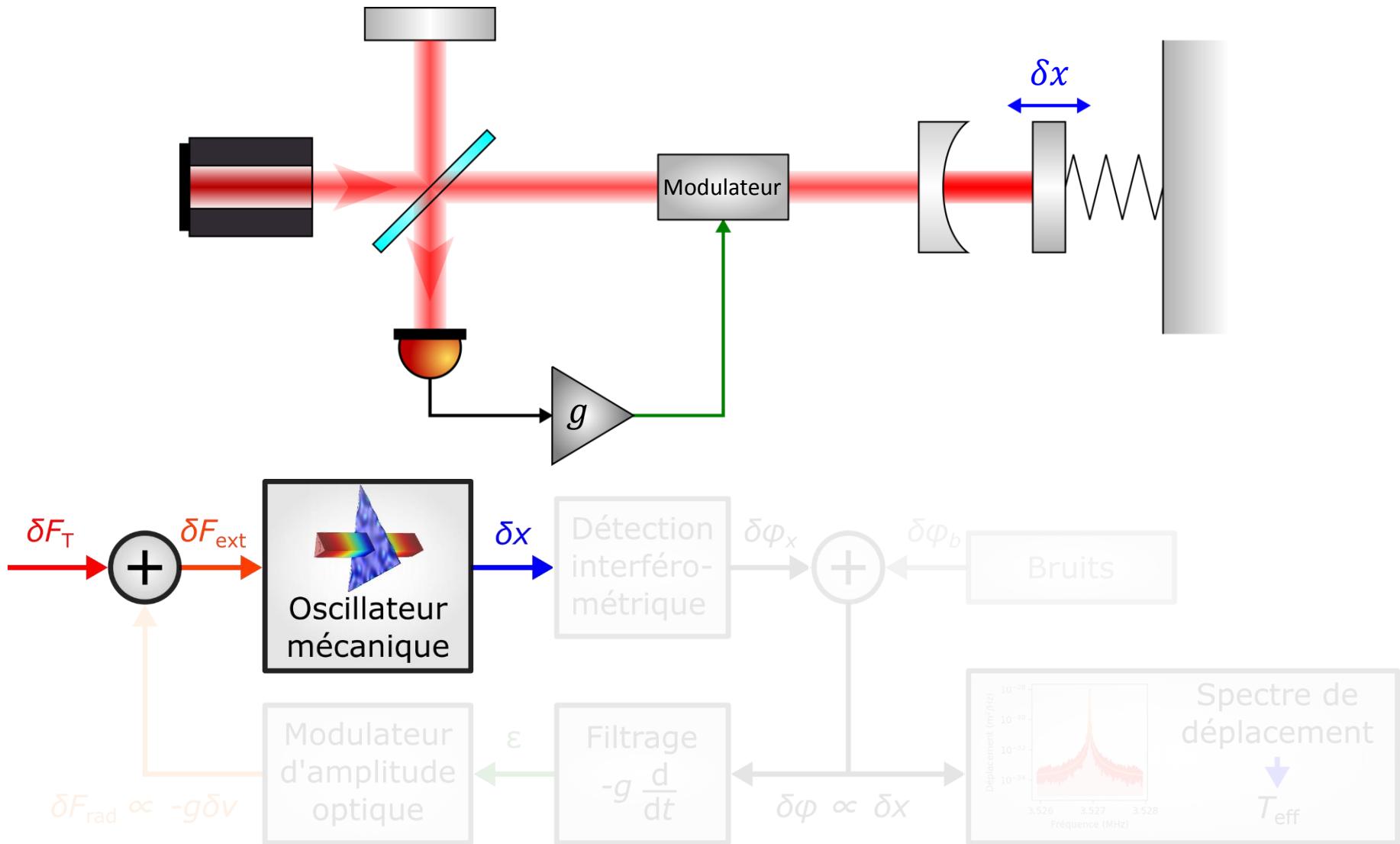


La mesure des déplacements permet d'appliquer une **force de frottement visqueux** qui refroidit de l'oscillateur.

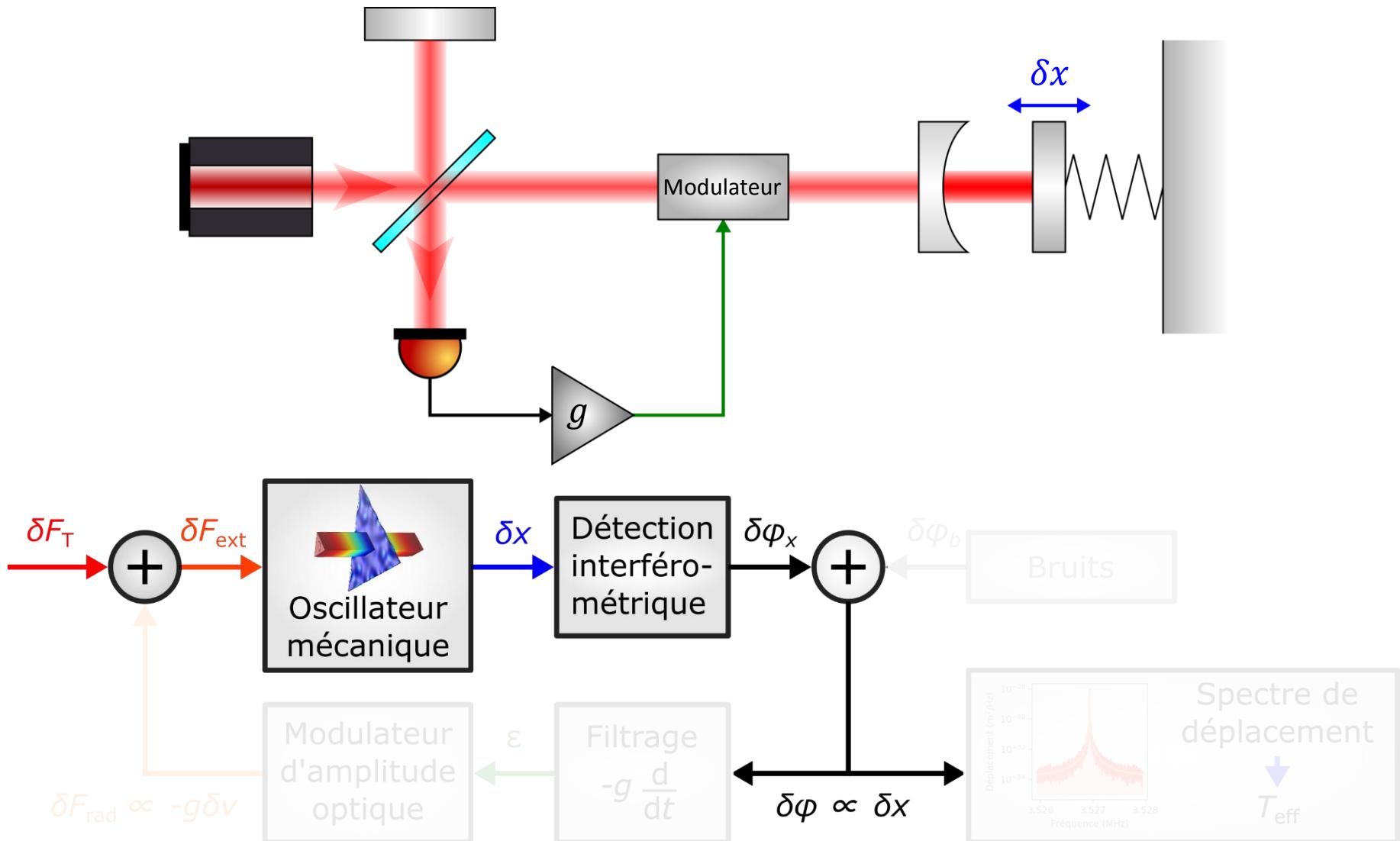


## Refroidissement par rétroaction

La mesure des déplacements permet d'appliquer une **force de frottement visqueux** qui refroidit de l'oscillateur.

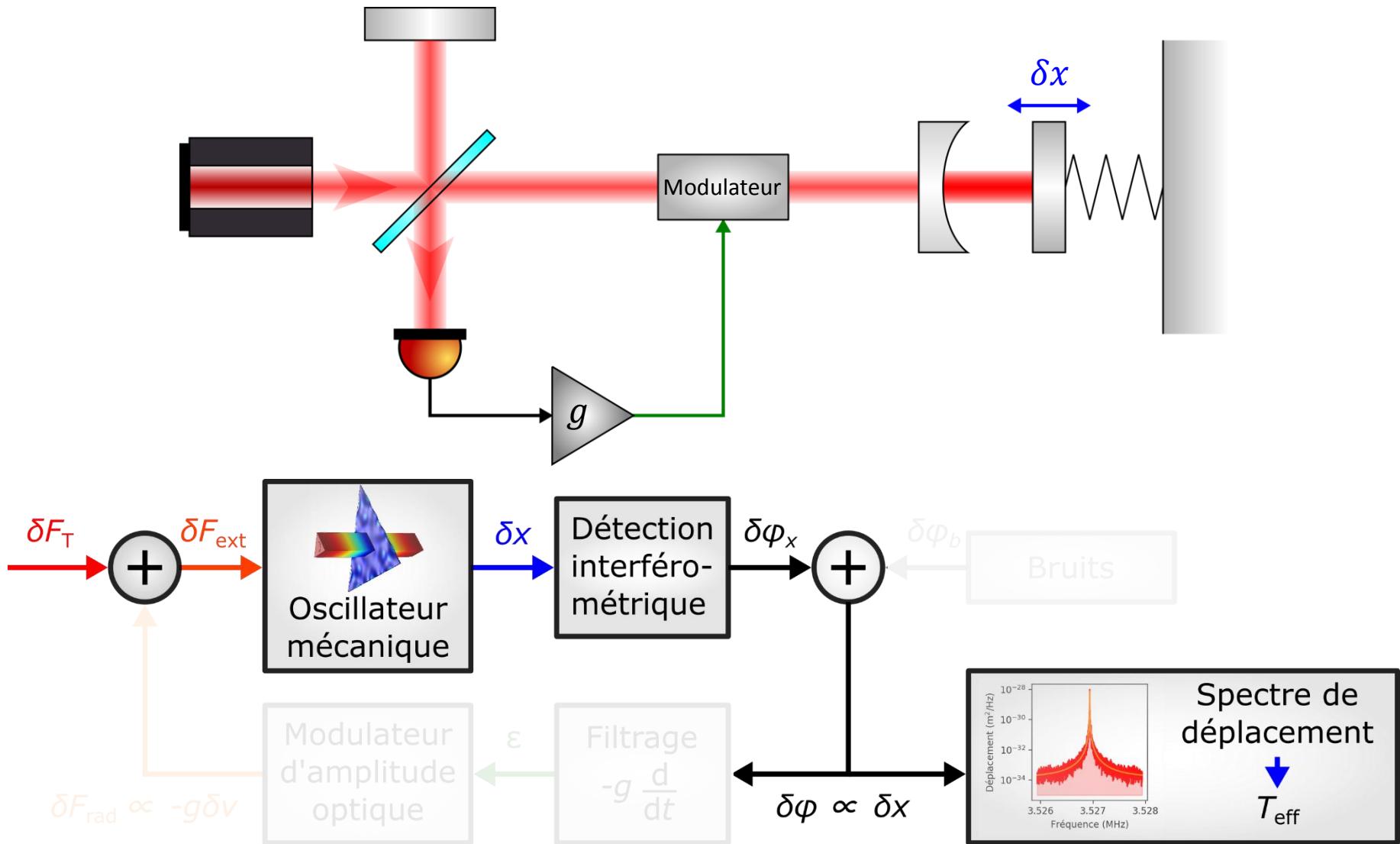


La mesure des déplacements permet d'appliquer une **force de frottement visqueux** qui refroidit de l'oscillateur.



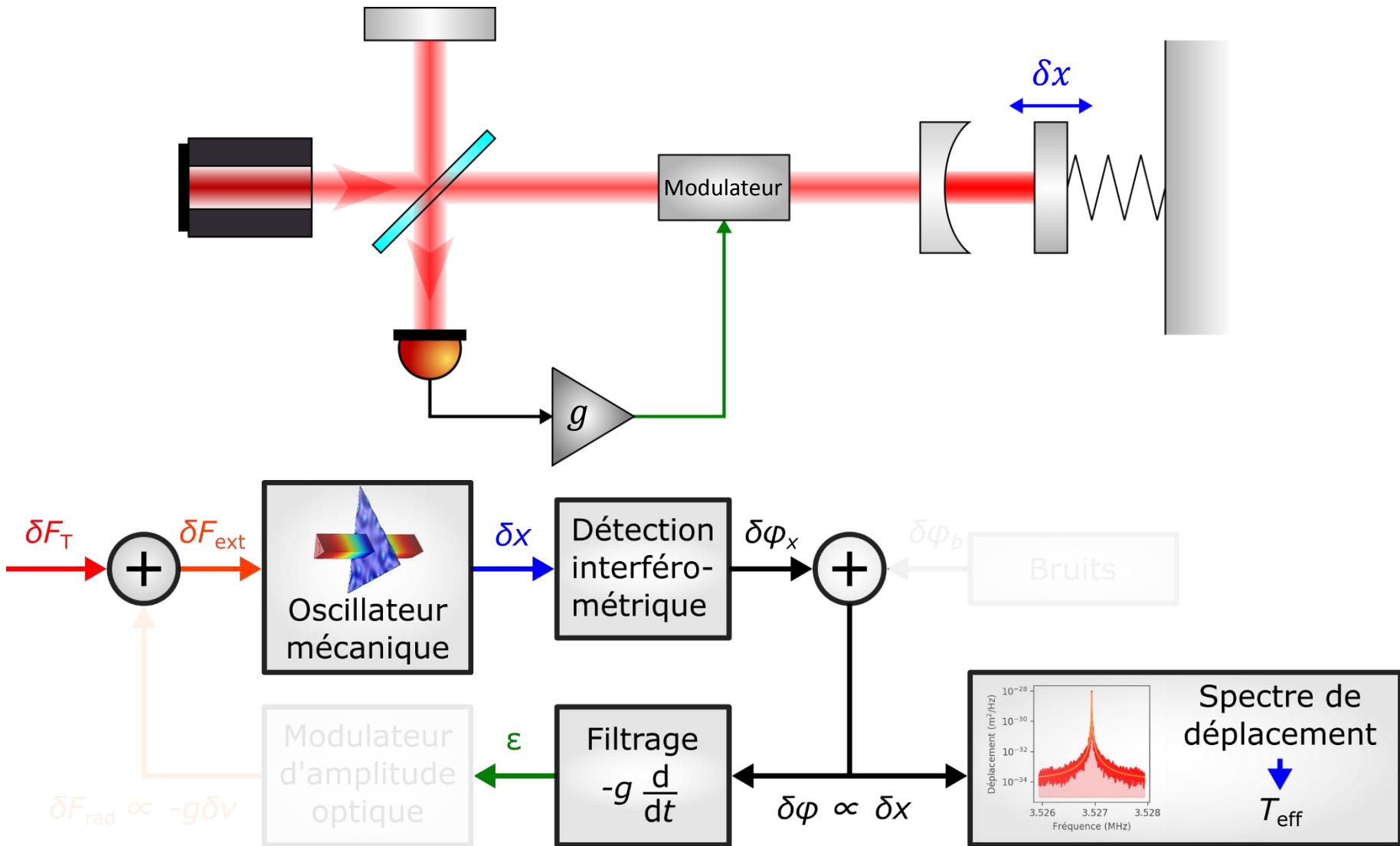
## Refroidissement par rétroaction

La mesure des déplacements permet d'appliquer une **force de frottement visqueux** qui refroidit de l'oscillateur.



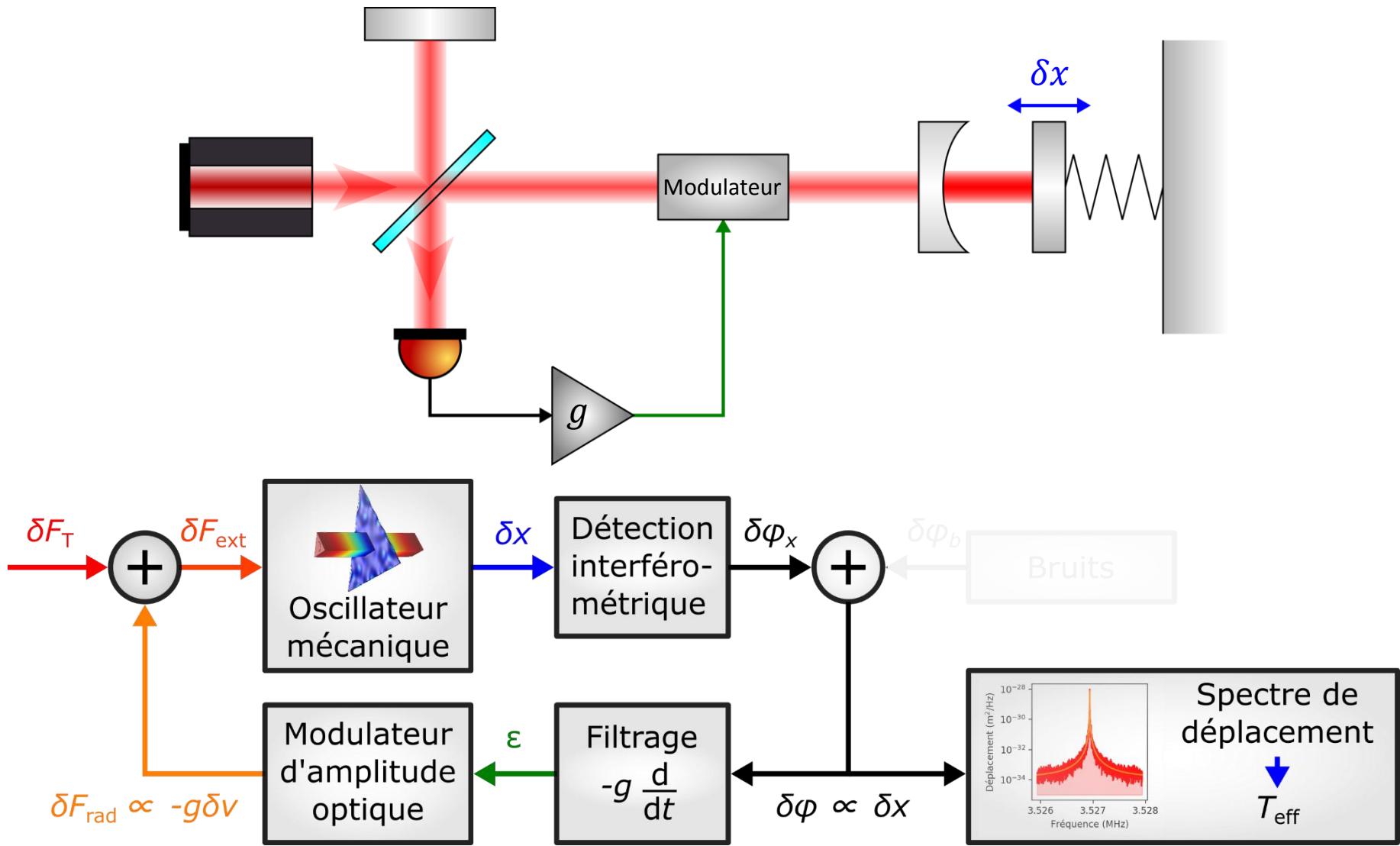
## Refroidissement par rétroaction

La mesure des déplacements permet d'appliquer une **force de frottement visqueux** qui refroidit de l'oscillateur.



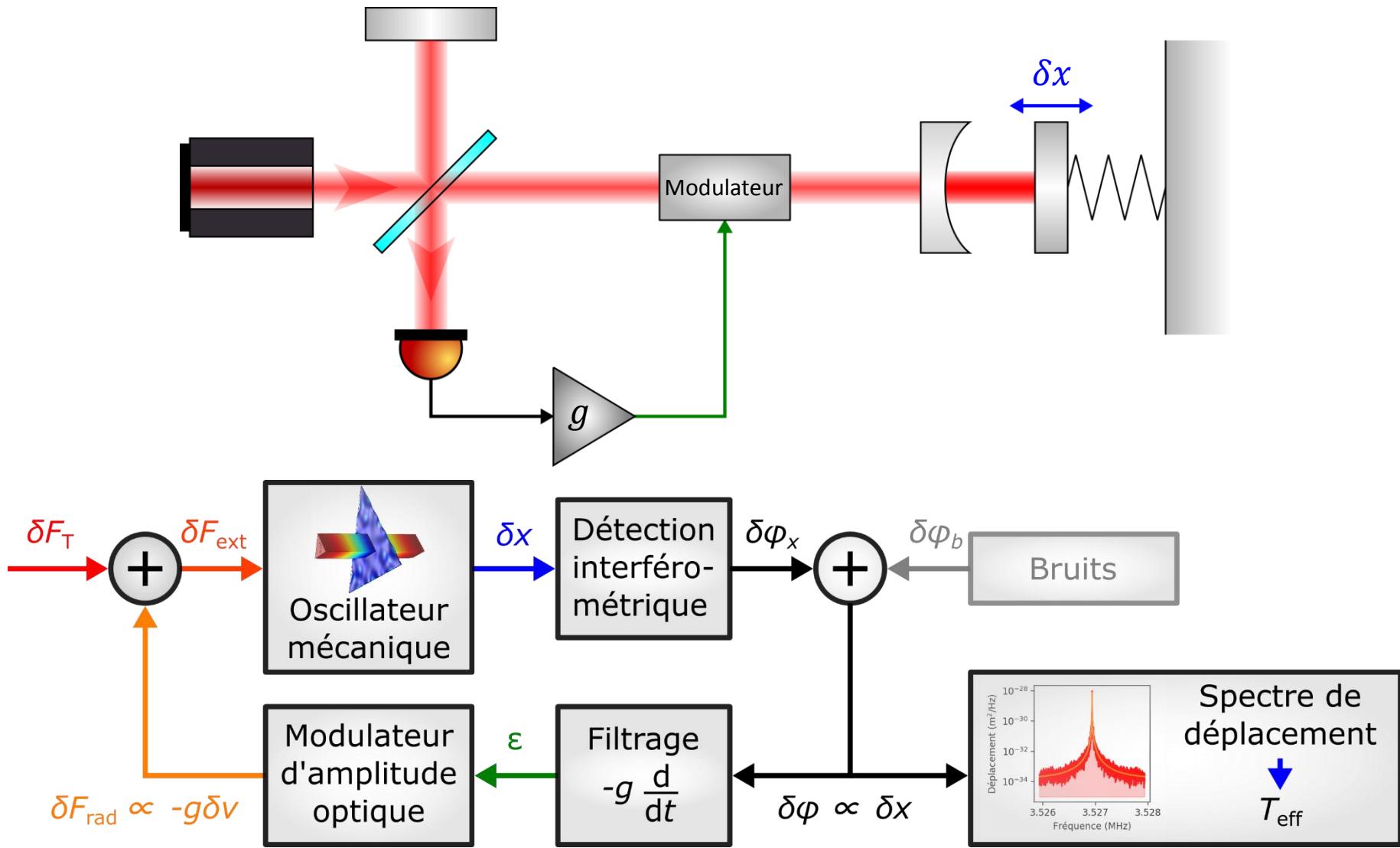
## Refroidissement par rétroaction

La mesure des déplacements permet d'appliquer une **force de frottement visqueux** qui refroidit de l'oscillateur.



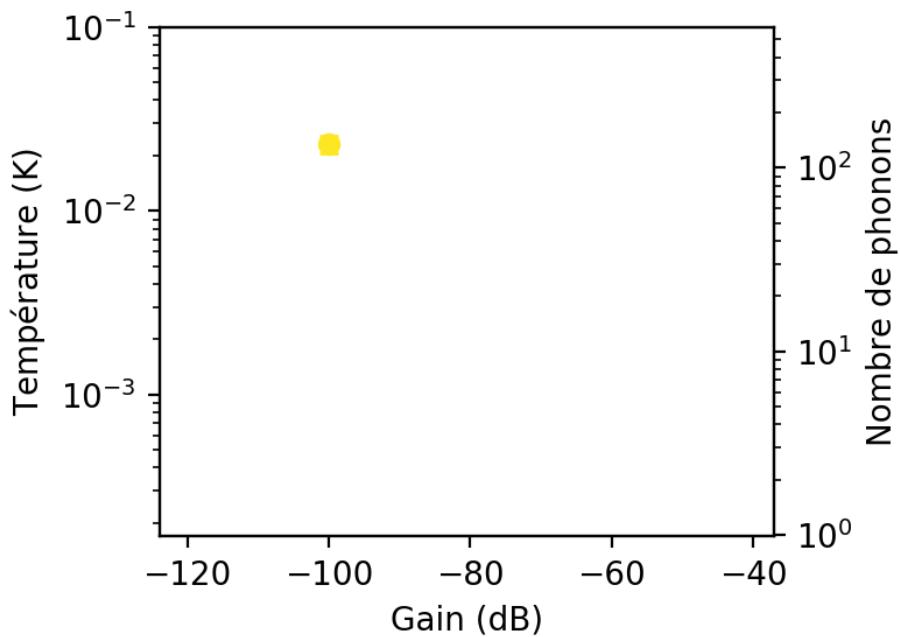
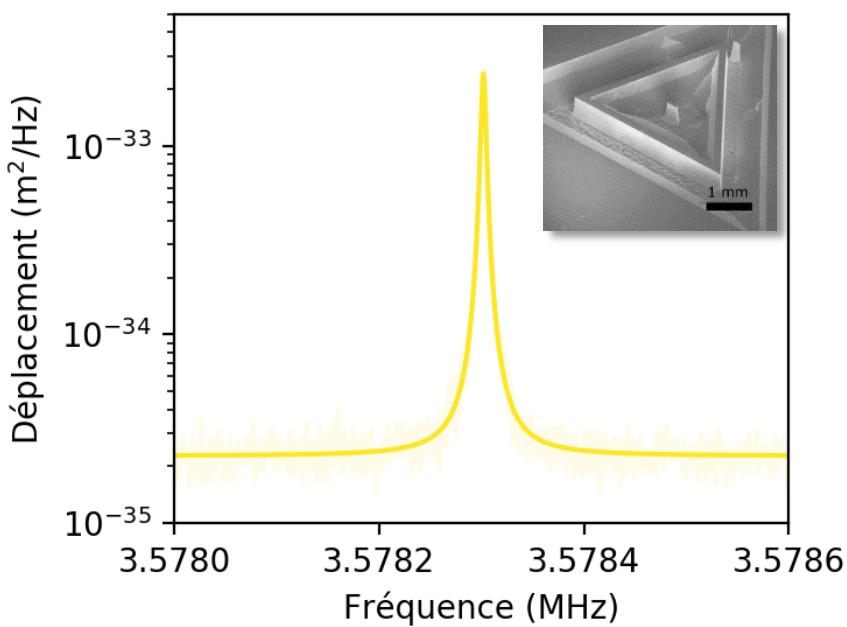
## Refroidissement par rétroaction

La mesure des déplacements permet d'appliquer une **force de frottement visqueux** qui refroidit de l'oscillateur.



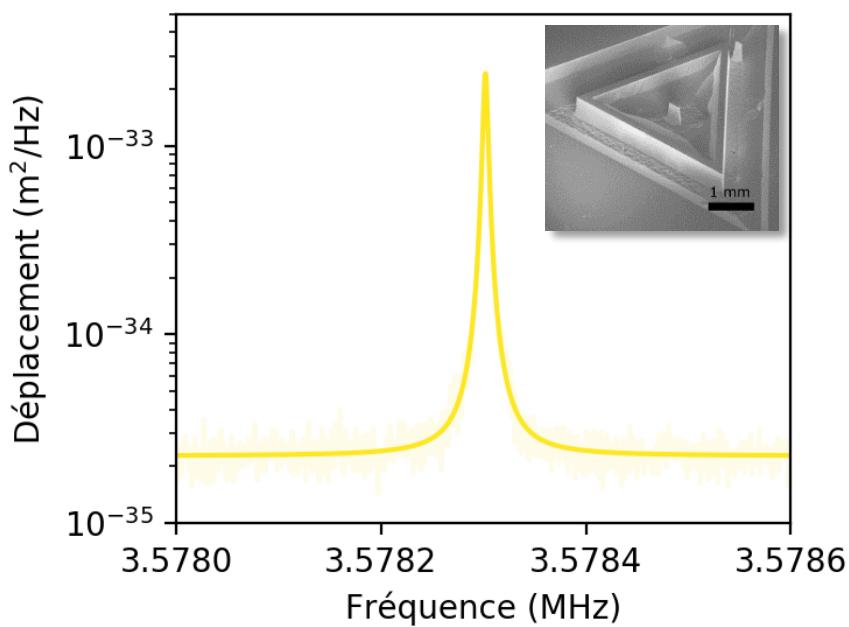
## Résultats

La **température** de l'oscillateur est déduite de son **mouvement brownien**.

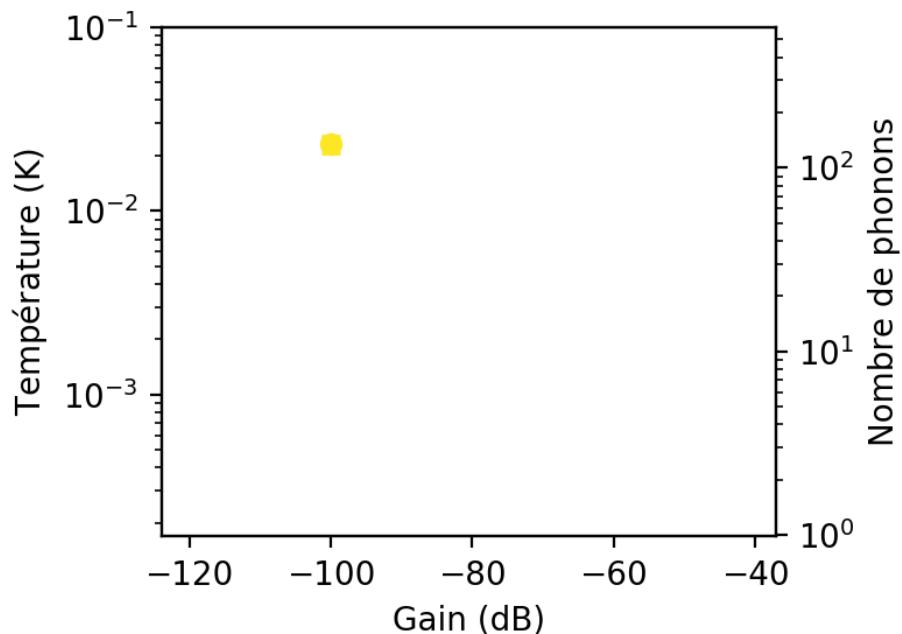


## Résultats

La **température** de l'oscillateur est déduite de son **mouvement brownien**.

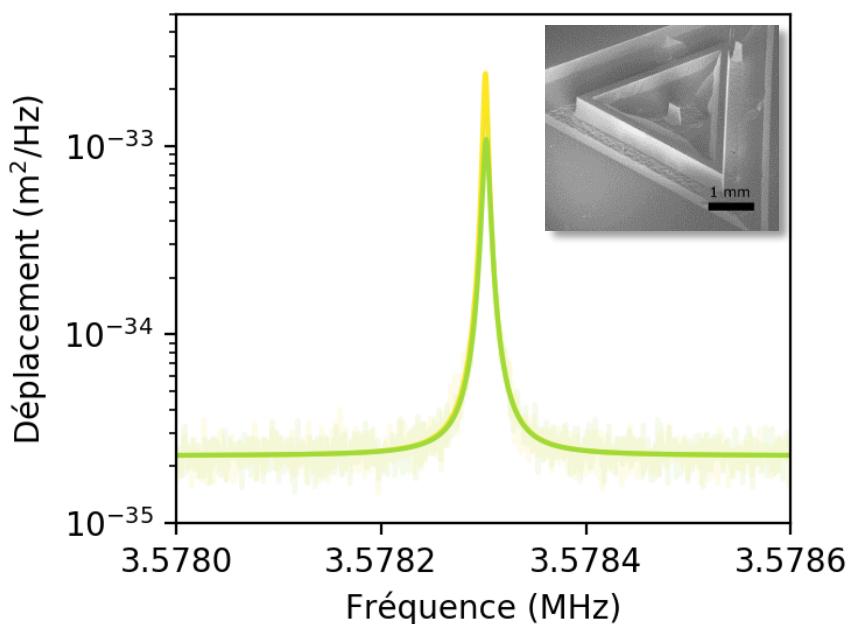


L'oscillateur est **refroidi** en augmentant le **gain de la boucle de la rétroaction**.

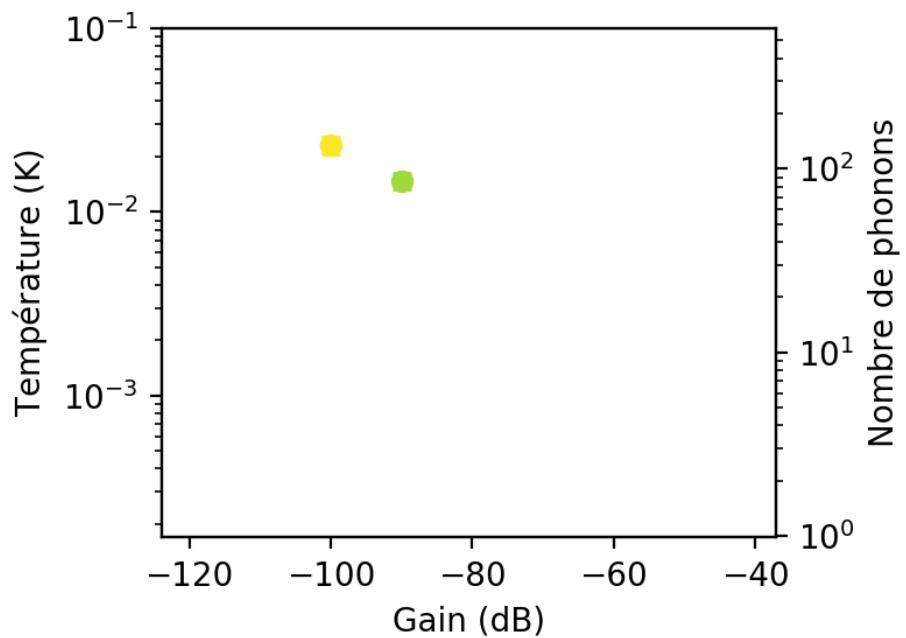


## Résultats

La **température** de l'oscillateur est déduite de son **mouvement brownien**.

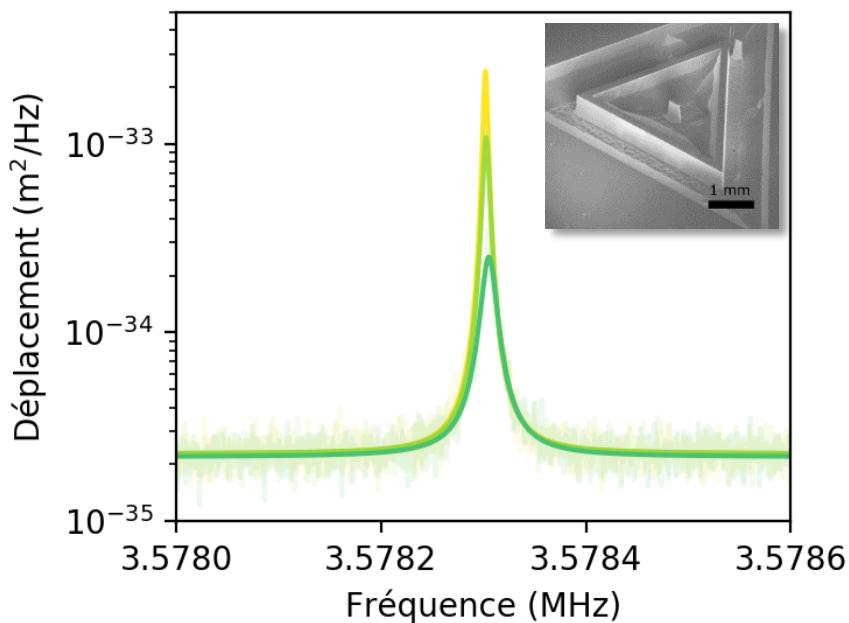


L'oscillateur est **refroidi** en augmentant le **gain de la boucle de la rétroaction**.

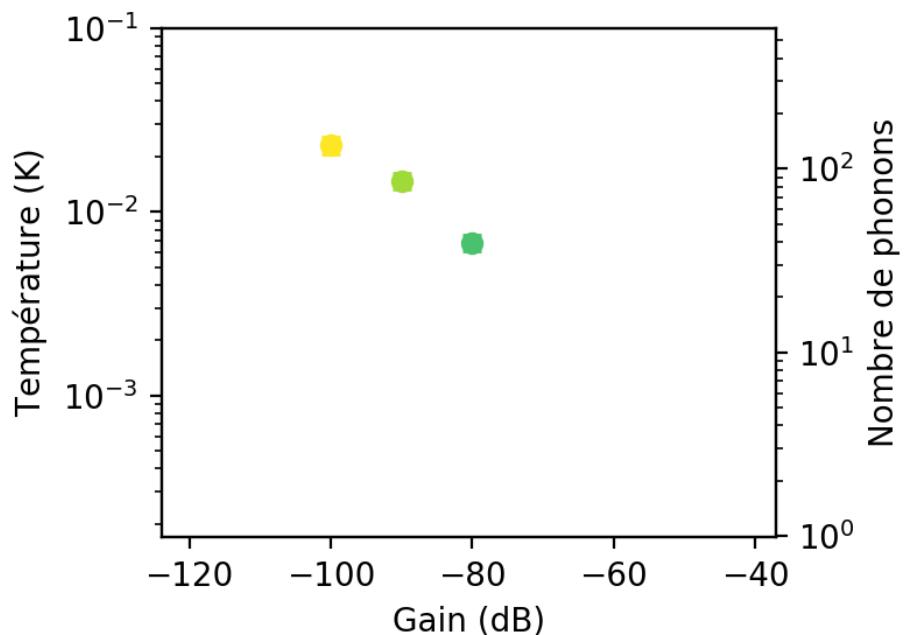


## Résultats

La **température** de l'oscillateur est déduite de son **mouvement brownien**.

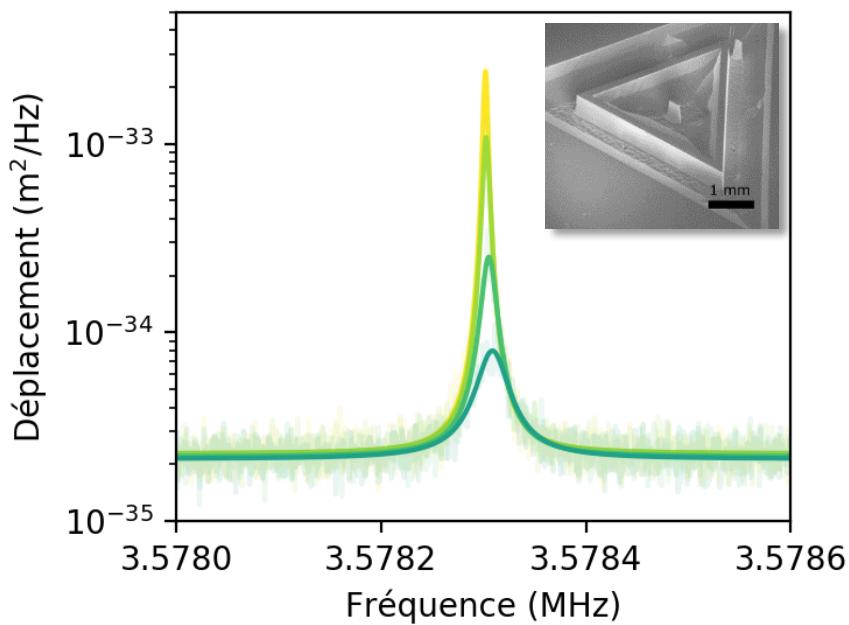


L'oscillateur est **refroidi** en augmentant le **gain de la boucle de la rétroaction**.

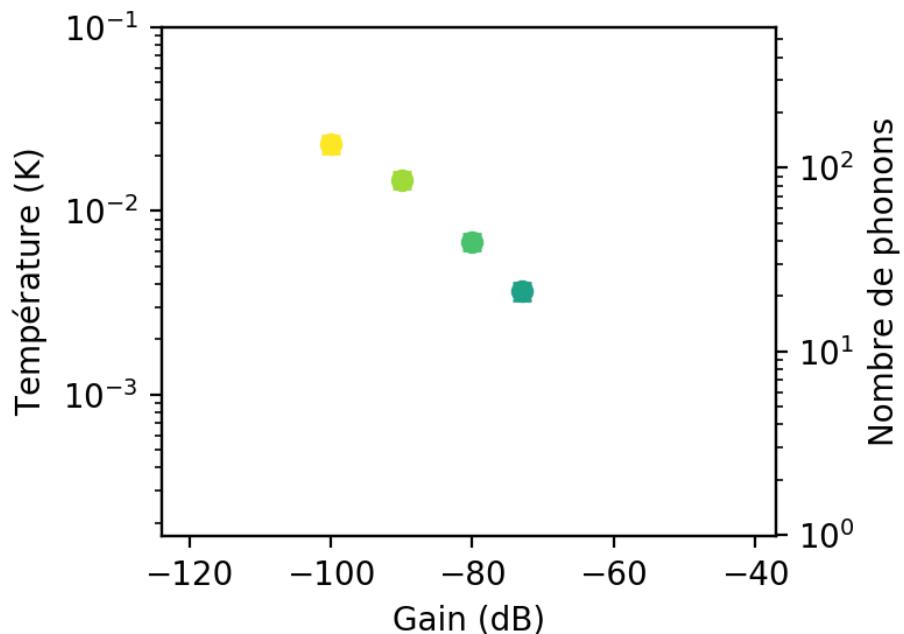


## Résultats

La **température** de l'oscillateur est déduite de son **mouvement brownien**.

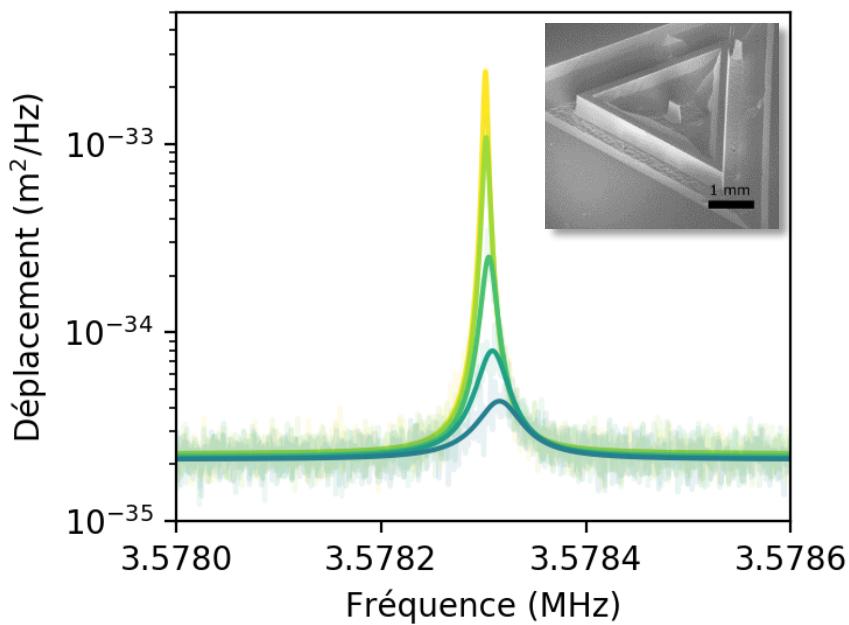


L'oscillateur est **refroidi** en augmentant le **gain de la boucle de la rétroaction**.

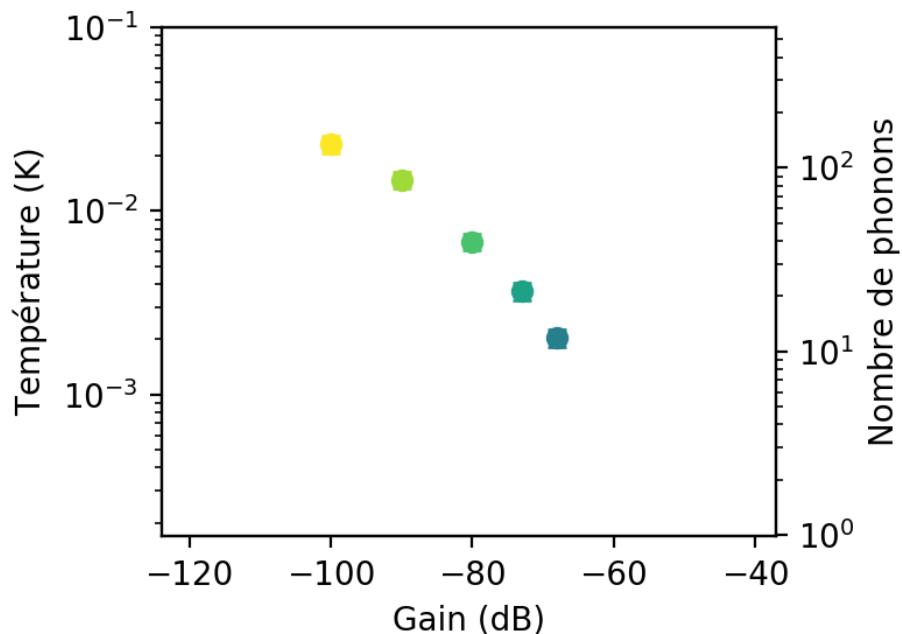


## Résultats

La **température** de l'oscillateur est déduite de son **mouvement brownien**.

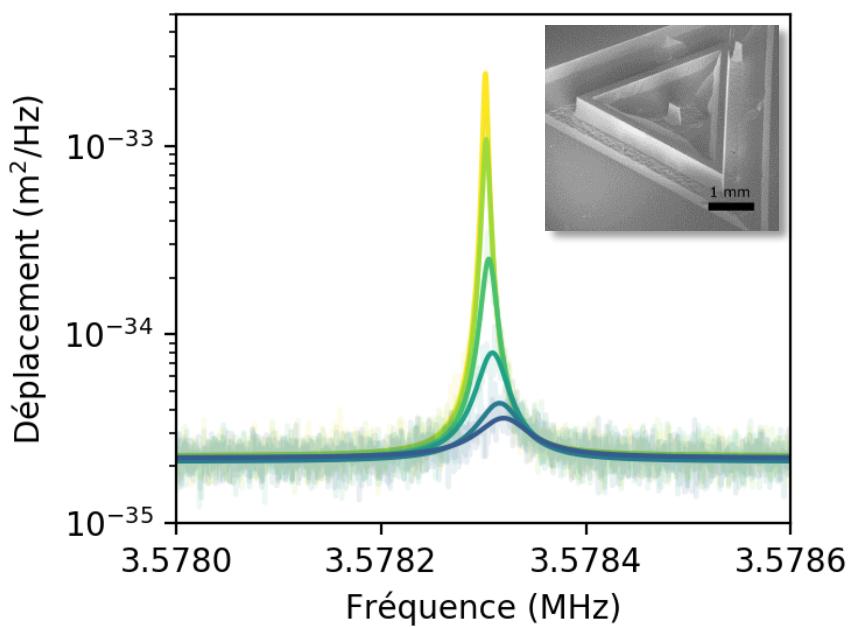


L'oscillateur est **refroidi** en augmentant le **gain de la boucle de la rétroaction**.

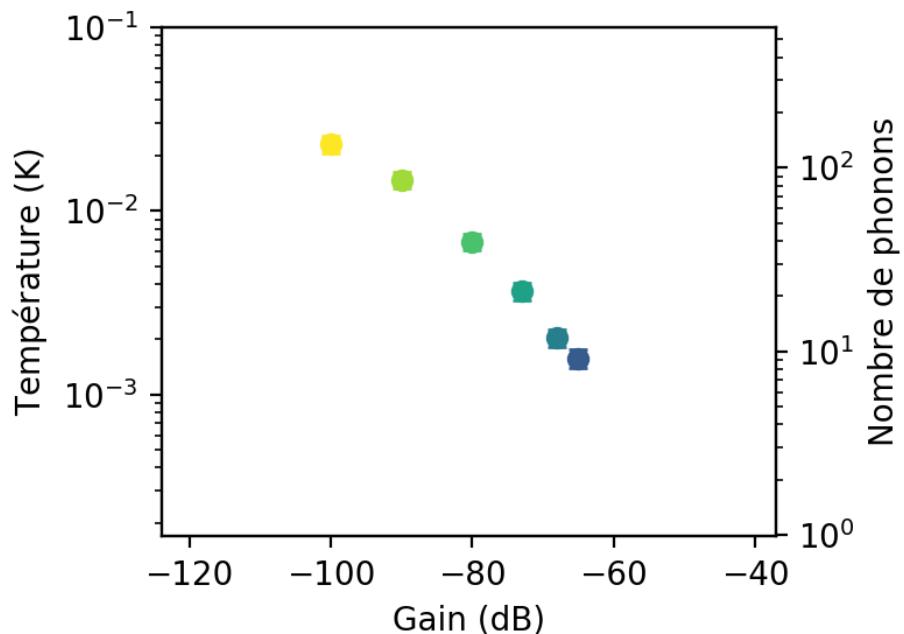


## Résultats

La **température** de l'oscillateur est déduite de son **mouvement brownien**.

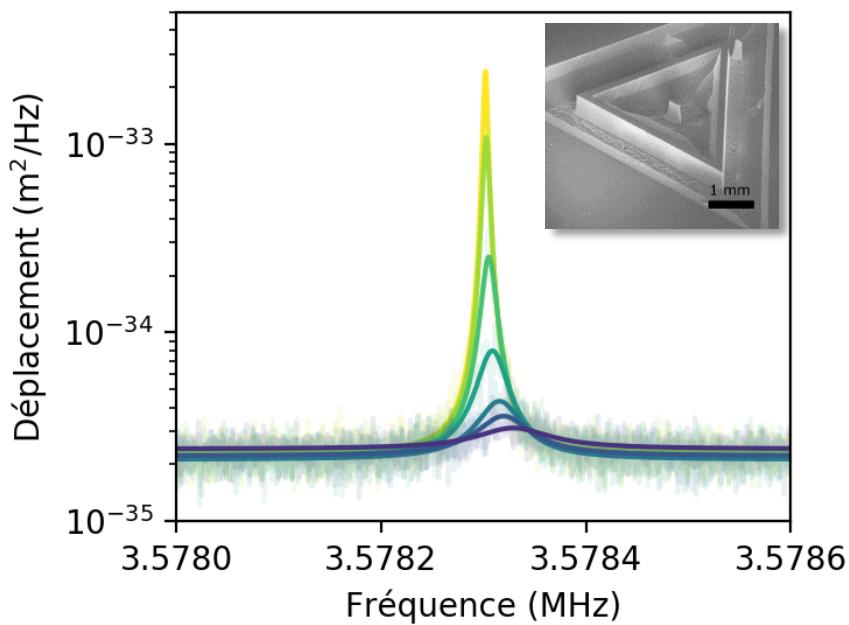


L'oscillateur est **refroidi** en augmentant le **gain de la boucle de la rétroaction**.

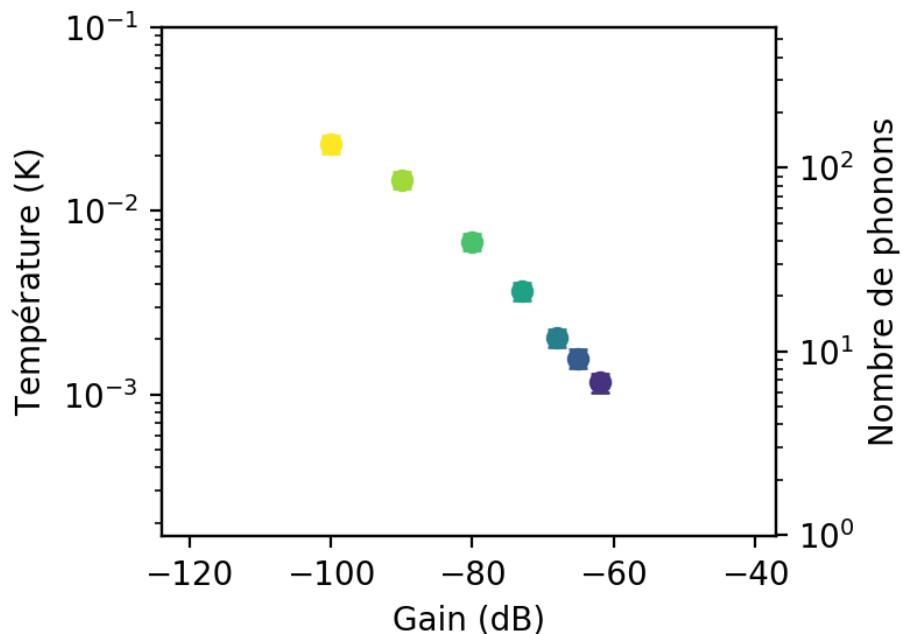


## Résultats

La **température** de l'oscillateur est déduite de son **mouvement brownien**.

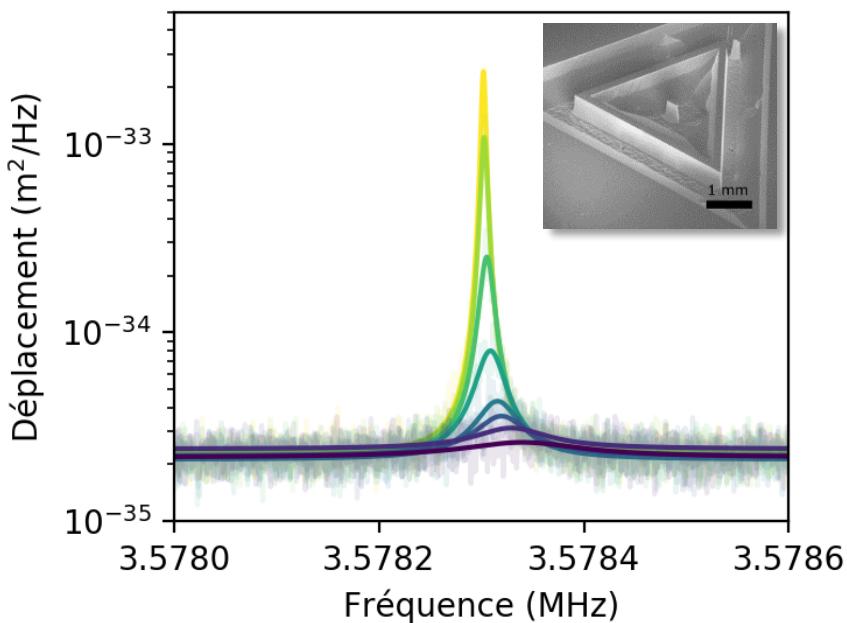


L'oscillateur est **refroidi** en augmentant le **gain de la boucle de la rétroaction**.

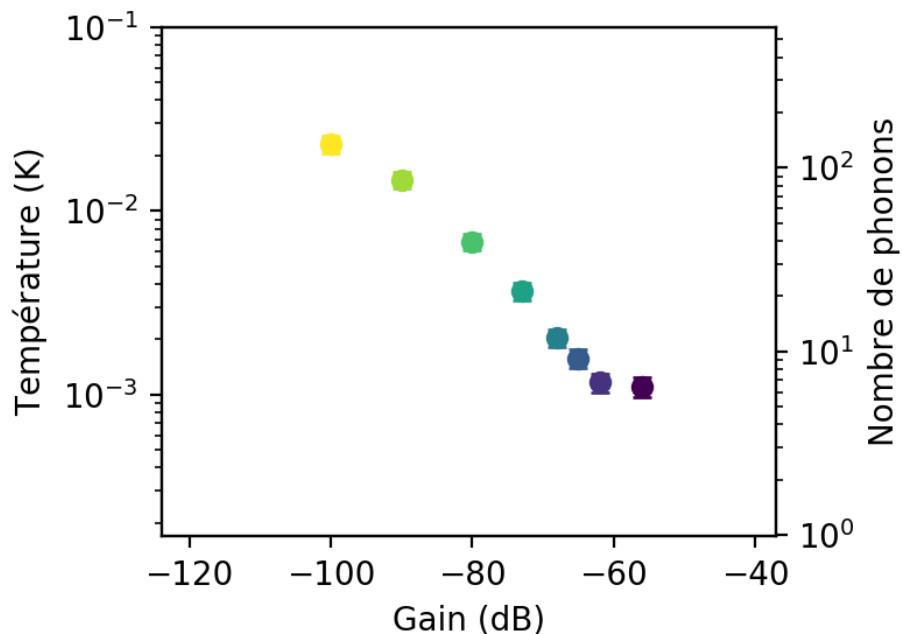


## Résultats

La **température** de l'oscillateur est déduite de son **mouvement brownien**.

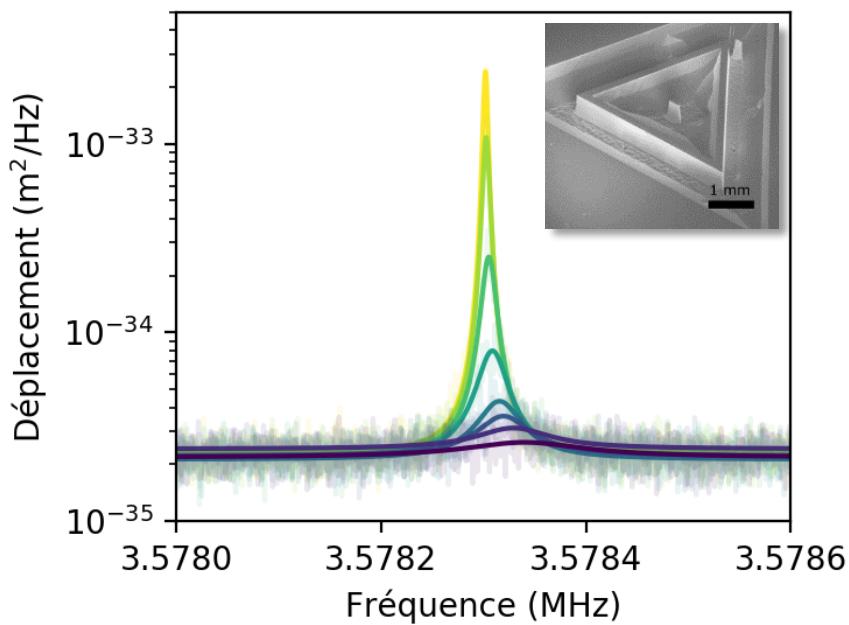


L'oscillateur est **refroidi** en augmentant le **gain de la boucle de la rétroaction**.

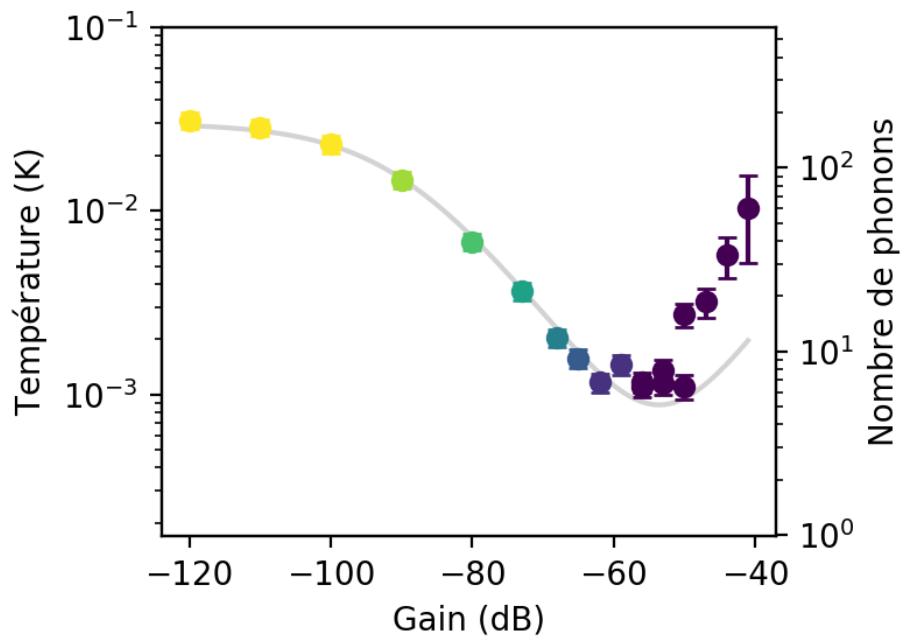


## Résultats

La **température** de l'oscillateur est déduite de son **mouvement brownien**.

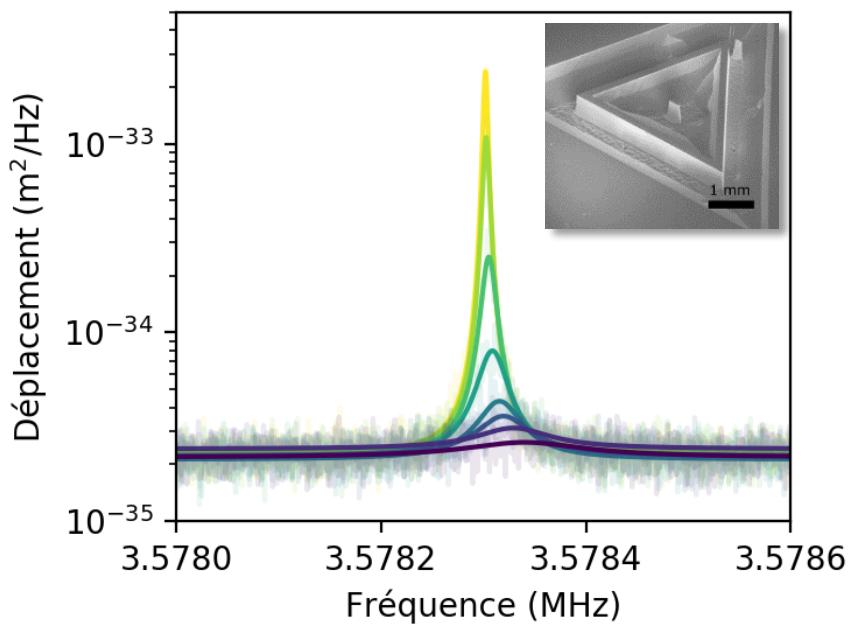


L'oscillateur est **refroidi** en augmentant le **gain de la boucle de la rétroaction**.

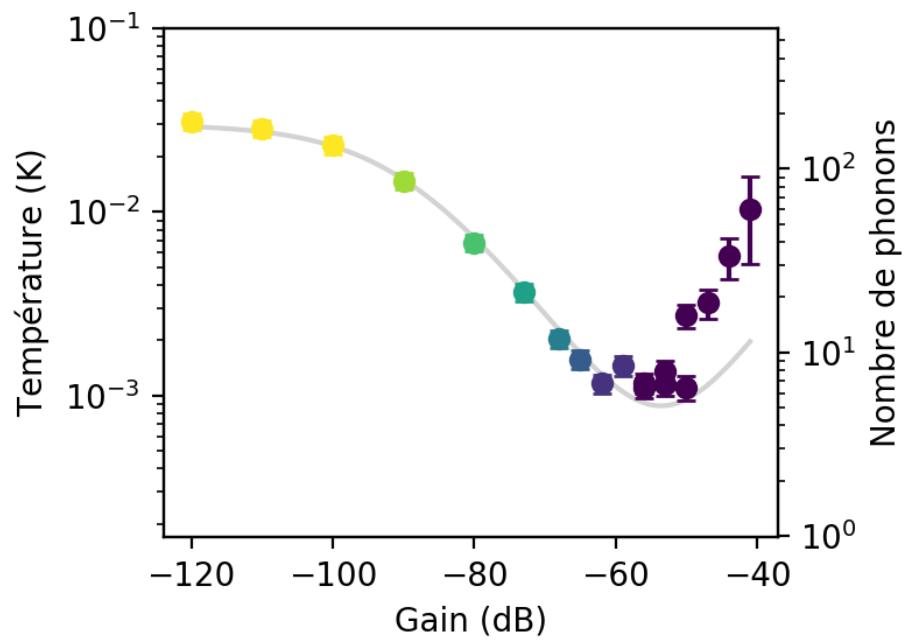


## Résultats

La température de l'oscillateur est déduite de son **mouvement brownien**.

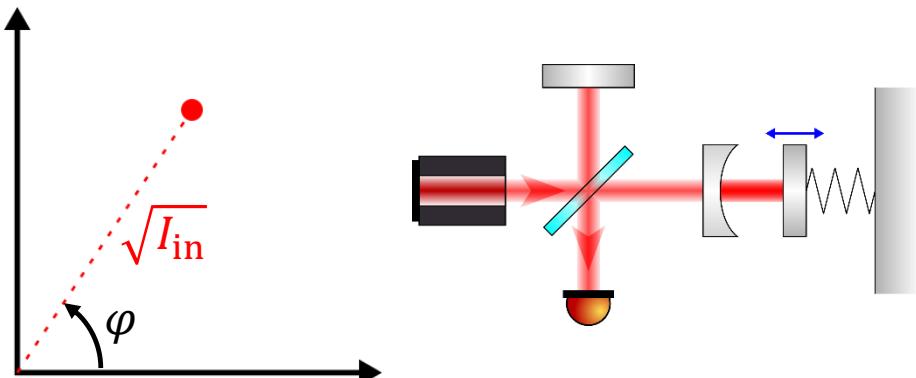


L'oscillateur est **refroidi** en augmentant le **gain de la boucle de la rétroaction**.

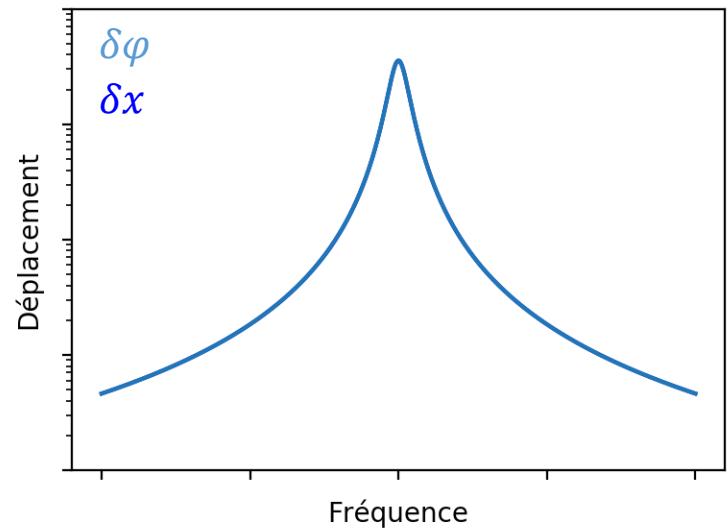


Pour une **masse effective de 33 µg** et une **fréquence de 3,6 MHz** :

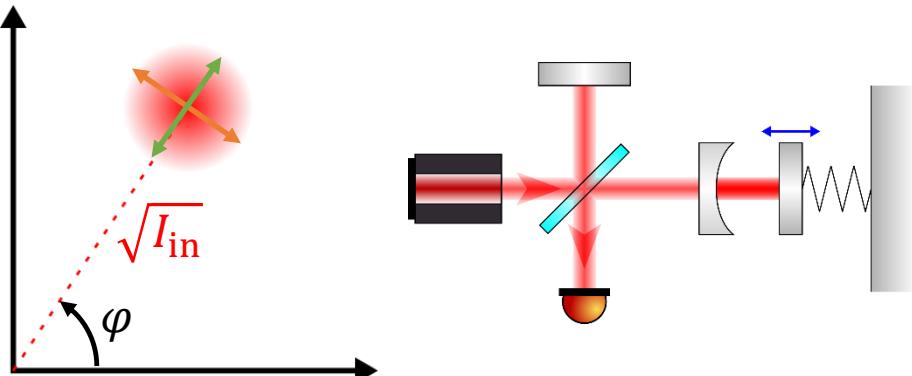
$$T_{\text{eff}} = 1,0 \pm 0,1 \text{ mK} \text{ soit } n_T = 5,5 \pm 0,5 \text{ phonons}$$



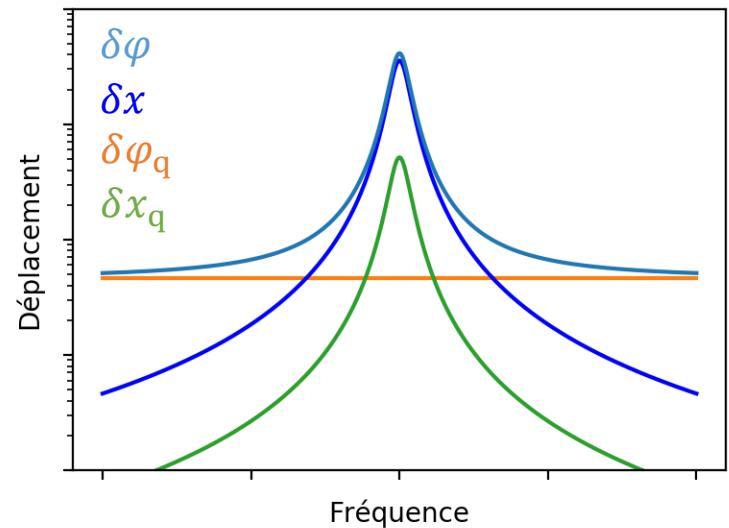
$$\delta\varphi = \frac{8\mathcal{F}}{\lambda} \delta x$$

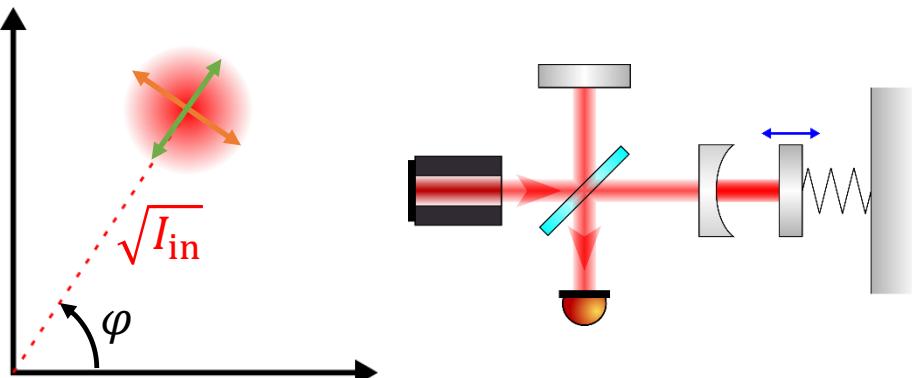


## Vers une amélioration de la sensibilité des mesures de déplacement



$$\delta\varphi = \delta\varphi_q + \frac{8\mathcal{F}}{\lambda} (\delta x + \delta x_q)$$

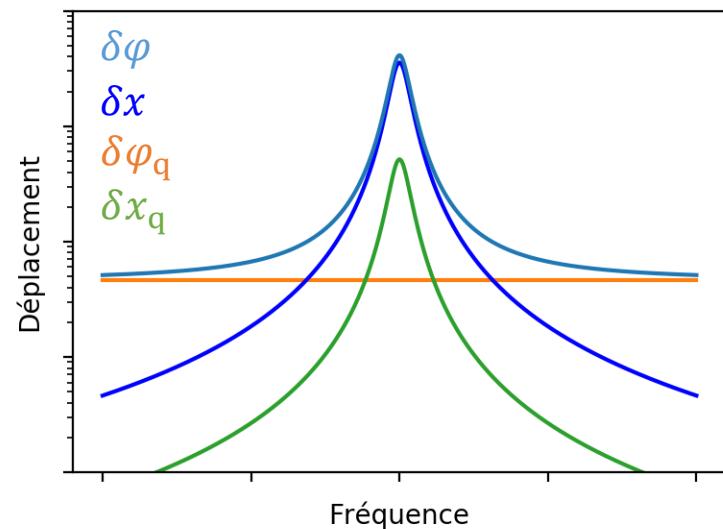


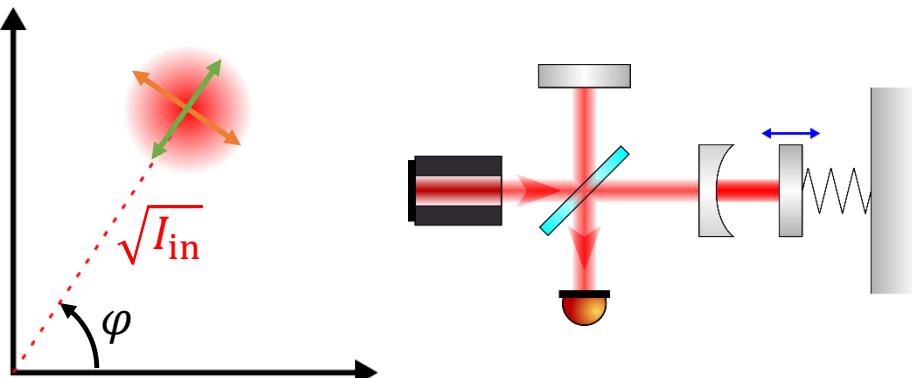


Les **fluctuations quantiques** de la lumière dégradent la sensibilité :

- **directement**
- via la **pression de radiation**

$$\delta\varphi = \delta\varphi_q + \frac{8\mathcal{F}}{\lambda} (\delta x + \delta x_q)$$

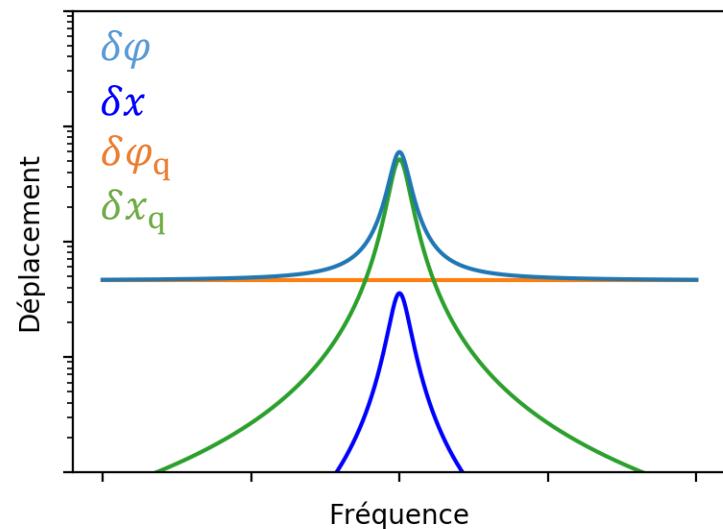




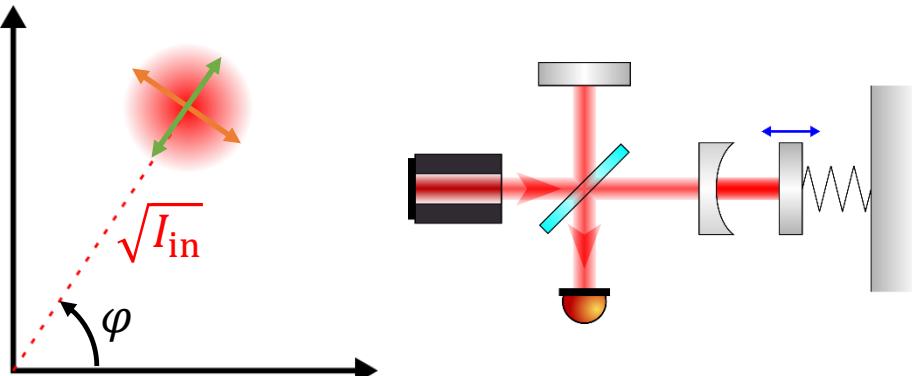
Les **fluctuations quantiques** de la lumière dégradent la sensibilité :

- **directement**
- via la **pression de radiation**

$$\delta\varphi = \delta\varphi_q + \frac{8F}{\lambda} (\delta x + \delta x_q)$$



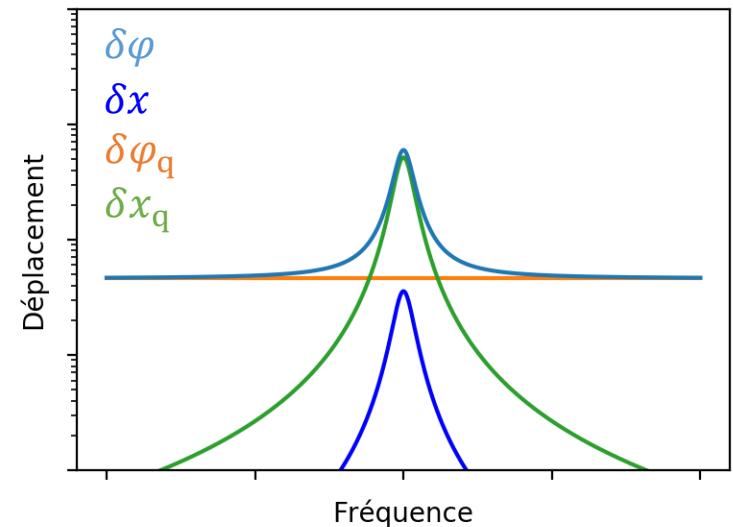
# Vers une amélioration de la sensibilité des mesures de déplacement



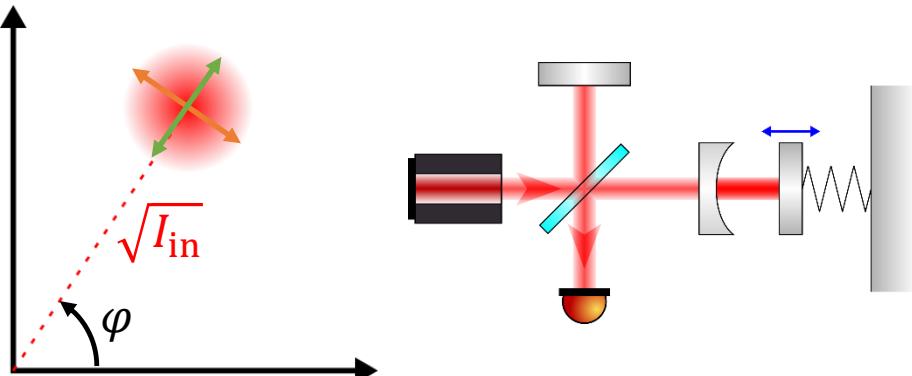
$$\delta\varphi = \delta\varphi_q + \frac{8\mathcal{F}}{\lambda} (\delta x + \delta x_q)$$

Les **fluctuations quantiques** de la lumière dégradent la sensibilité :

- **directement**
- via la **pression de radiation**



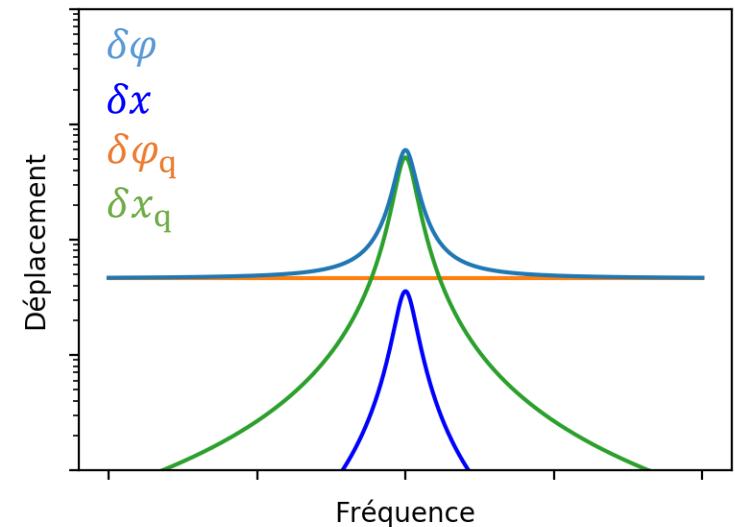
# Vers une amélioration de la sensibilité des mesures de déplacement



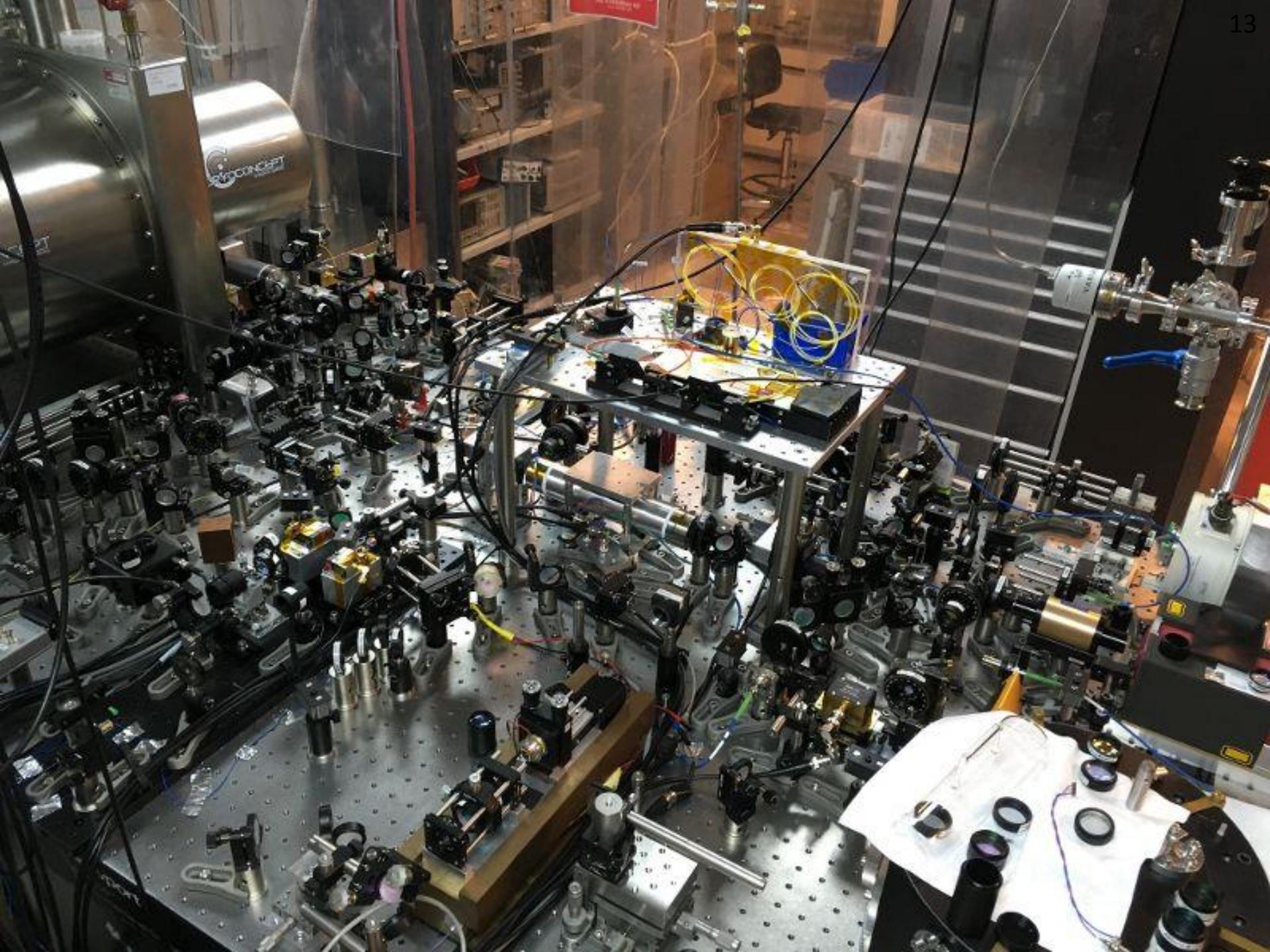
$$\delta\varphi = \delta\varphi_q + \frac{8\mathcal{F}}{\lambda} (\delta x + \delta x_q)$$

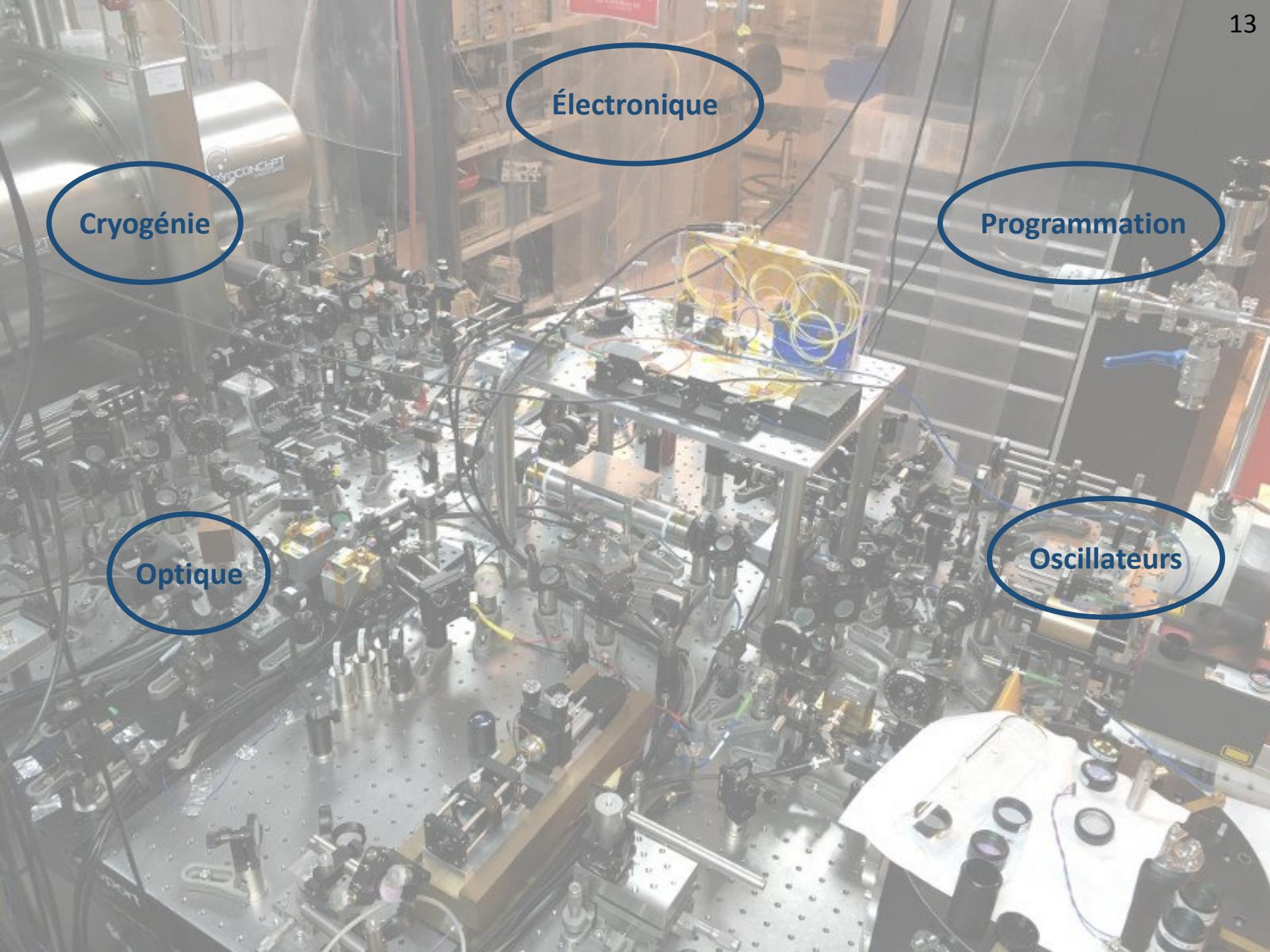
**Les fluctuations quantiques** de la lumière dégradent la sensibilité :

- **directement**
- **via la pression de radiation**



L'utilisation de **lumière comprimée** permettra d'améliorer la sensibilité des **interféromètres gravitationnels**.





Réinvestir les connaissances théoriques et les compétences expérimentales développées pendant la thèse autour de **l'oscillateur mécanique** qu'est le micro-pilier.

- **Contexte :**

- Premier trimestre de première année de CPGE, **signaux physiques**
- Oscillateur harmonique, oscillateur amorti
- Filtrage linéaire
- Étude spectrale

- **Fil conducteur :**

- **Confronter le modèle de l'oscillateur à des systèmes réels**

- **Déroulement :**

- Cours + TD : aspects théoriques et résultats importants
- TP : étude de différents oscillateurs : diapasons, verre
- Évaluation : étude documentaire autour des oscillateurs micro-fabriqués

Réinvestir les connaissances théoriques et les compétences expérimentales développées pendant la thèse autour de **l'oscillateur mécanique** qu'est le micro-pilier.

- **Contexte :**

- Premier trimestre de première année de CPGE, **signaux physiques**
- Oscillateur harmonique, oscillateur amorti
- Filtrage linéaire
- Étude spectrale

- **Fil conducteur :**

- **Confronter le modèle de l'oscillateur à des systèmes réels**

- **Déroulement :**

- Cours + TD : aspects théoriques et résultats importants
- TP : étude de différents oscillateurs : diapasons, verre
- Évaluation : étude documentaire autour des oscillateurs micro-fabriqués

Réinvestir les connaissances théoriques et les compétences expérimentales développées pendant la thèse autour de **l'oscillateur mécanique** qu'est le micro-pilier.

- **Contexte :**

- Premier trimestre de première année de CPGE, **signaux physiques**
- Oscillateur harmonique, oscillateur amorti
- Filtrage linéaire
- Étude spectrale

- **Fil conducteur :**

- **Confronter le modèle de l'oscillateur à des systèmes réels**

- **Déroulement :**

- Cours + TD : aspects théoriques et résultats importants
- TP : étude de différents oscillateurs : diapasons, verre
- Évaluation : étude documentaire autour des oscillateurs micro-fabriqués

Réinvestir les connaissances théoriques et les compétences expérimentales développées pendant la thèse autour de l'**oscillateur mécanique** qu'est le micro-pilier.

- **Contexte :**

- Premier trimestre de première année de CPGE, **signaux physiques**
- Oscillateur harmonique, oscillateur amorti
- Filtrage linéaire
- Étude spectrale

- **Fil conducteur :**

- **Confronter le modèle de l'oscillateur à des systèmes réels**

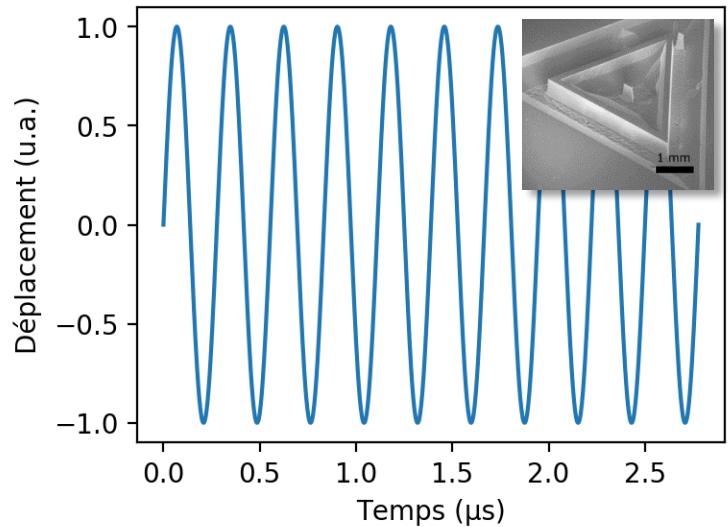
- **Déroulement :**

- Cours + TD : aspects théoriques et résultats importants
- TP : étude de différents oscillateurs : diapasons, verre
- Évaluation : étude documentaire autour des oscillateurs micro-fabriqués

Équation canonique de l'oscillateur harmonique :

$$\ddot{x} + \Omega_m^2 x = 0$$

Comment déterminer la pulsation propre ?



Équation canonique de l'oscillateur harmonique :

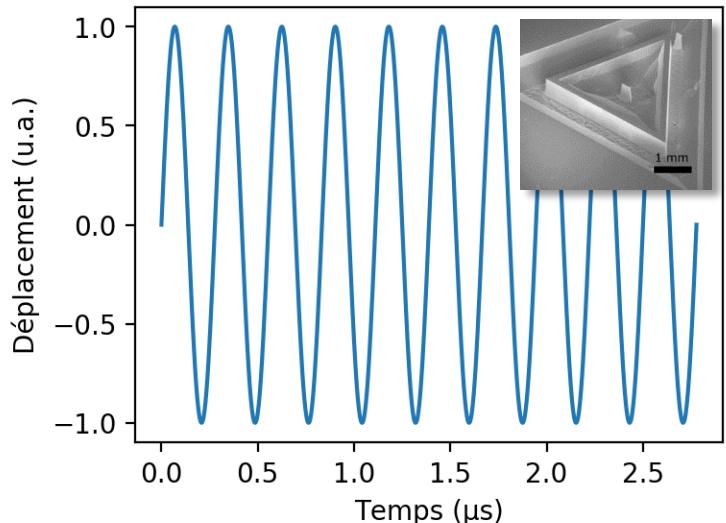
$$\ddot{x} + \Omega_m^2 x = 0$$

Comment déterminer la pulsation propre ?

Équation canonique de l'oscillateur amorti :

$$\ddot{x} + \Gamma_m \dot{x} + \Omega_m^2 x = 0$$

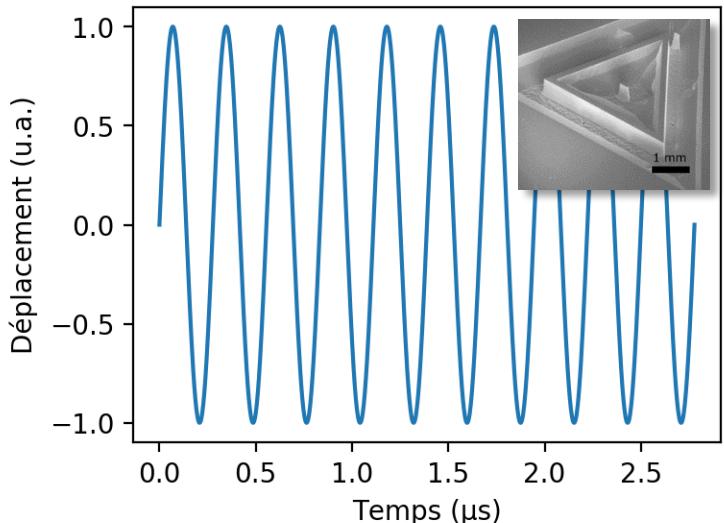
Quelles sont les sources d'amortissement ?



**Équation canonique de l'oscillateur harmonique :**

$$\ddot{x} + \Omega_m^2 x = 0$$

*Comment déterminer la pulsation propre ?*



**Équation canonique de l'oscillateur amorti :**

$$\ddot{x} + \Gamma_m \dot{x} + \Omega_m^2 x = 0$$

*Quelles sont les sources d'amortissement ?*

**En régime forcé :**

$$m[\ddot{x} + \Gamma_m \dot{x} + \Omega_m^2 x] = F_{\text{ext}}$$

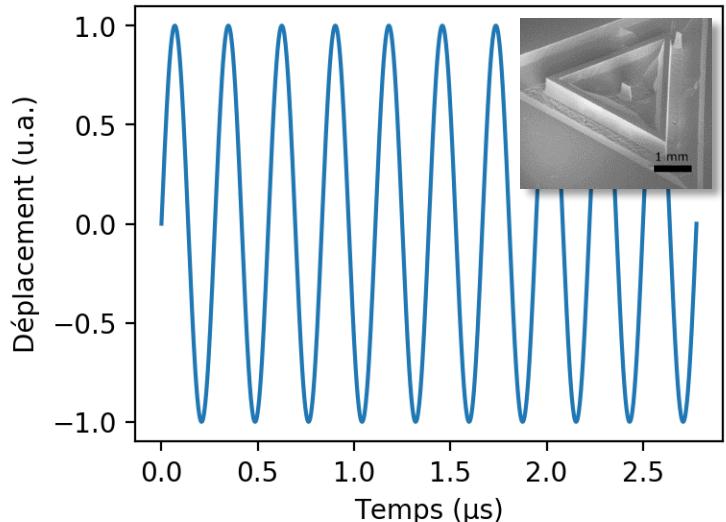
$$\underline{x}[\Omega] = \underline{\chi}[\Omega] \underline{F}_{\text{ext}}$$

*Quelles sont les caractéristiques d'un système résonant ?*

**Équation canonique de l'oscillateur harmonique :**

$$\ddot{x} + \Omega_m^2 x = 0$$

*Comment déterminer la pulsation propre ?*



**Équation canonique de l'oscillateur amorti :**

$$\ddot{x} + \Gamma_m \dot{x} + \Omega_m^2 x = 0$$

*Quelles sont les sources d'amortissement ?*

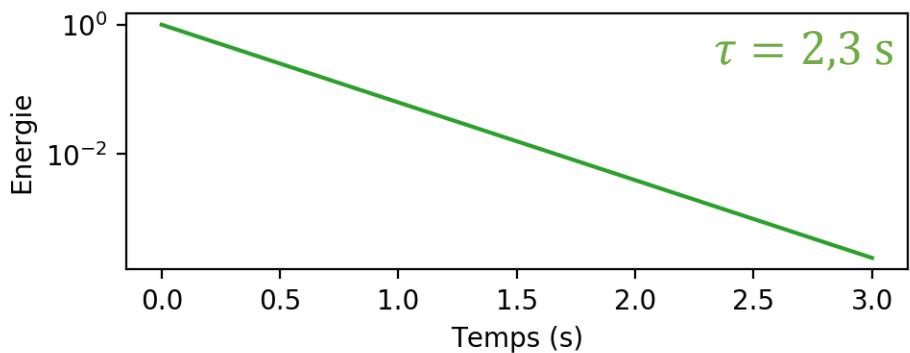
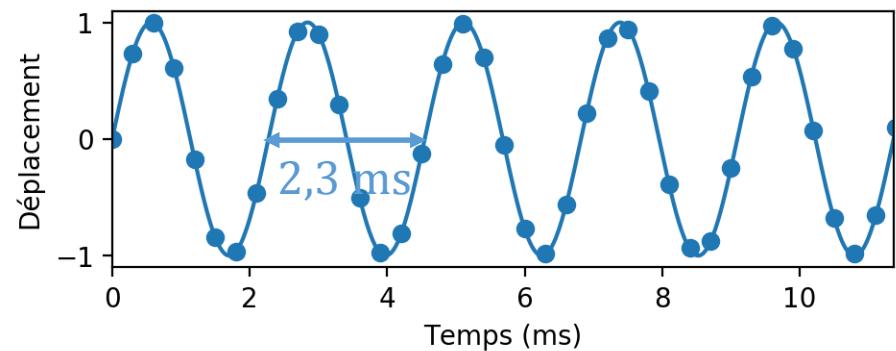
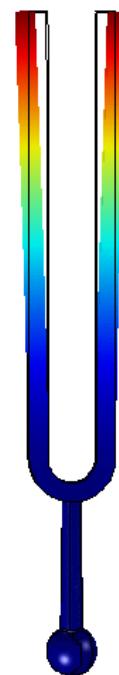
**En régime forcé :**

$$m[\ddot{x} + \Gamma_m \dot{x} + \Omega_m^2 x] = F_{\text{ext}}$$

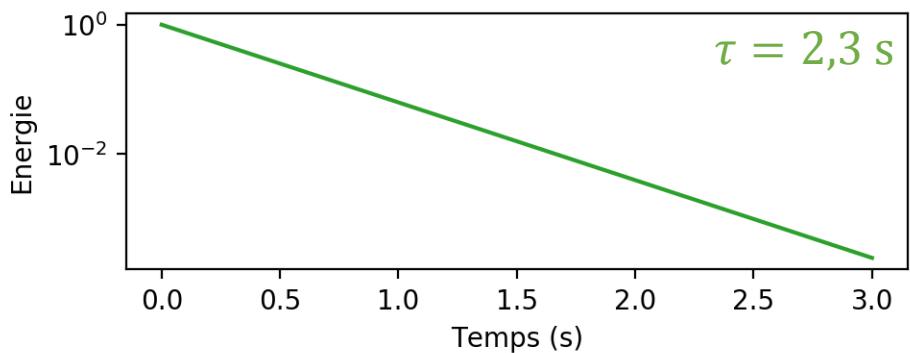
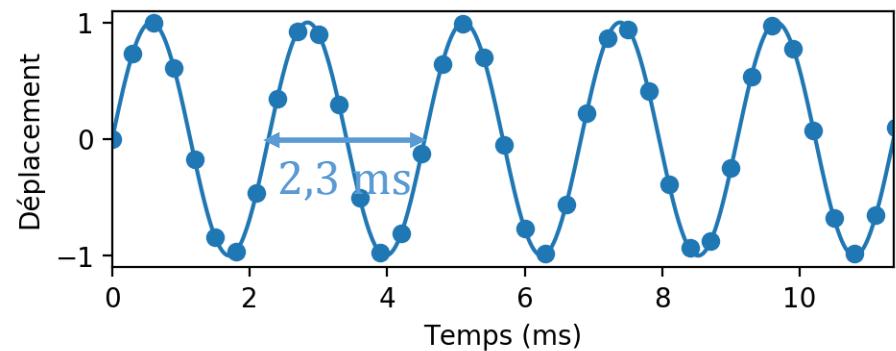
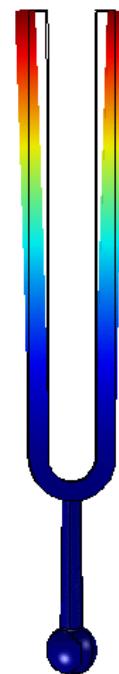
$$\underline{x}[\Omega] = \underline{\chi}[\Omega] \underline{F}_{\text{ext}}$$

*Quelles sont les caractéristiques d'un système résonant ?*

**Illustration des différents résultats avec des simulations Python.**

**Compétence : choisir pertinemment les paramètres d'acquisition**

En régime libre, on mesure la **fréquence propre** et le **facteur de qualité**.

**Compétence : choisir pertinemment les paramètres d'acquisition**

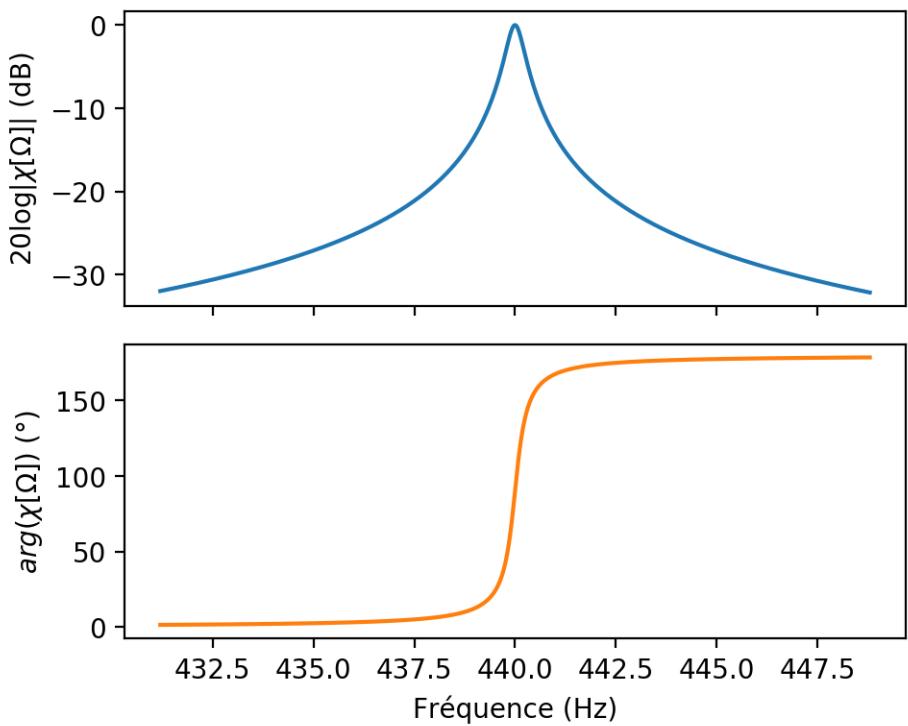
En régime libre, on mesure la **fréquence propre** et le **facteur de qualité**.

*Quels sont les paramètres qui influent sur ces valeurs ?*

- *Ajout d'une masselotte*
- *Présence d'une caisse de résonance*
- *Frottements fluides dans différents milieux*

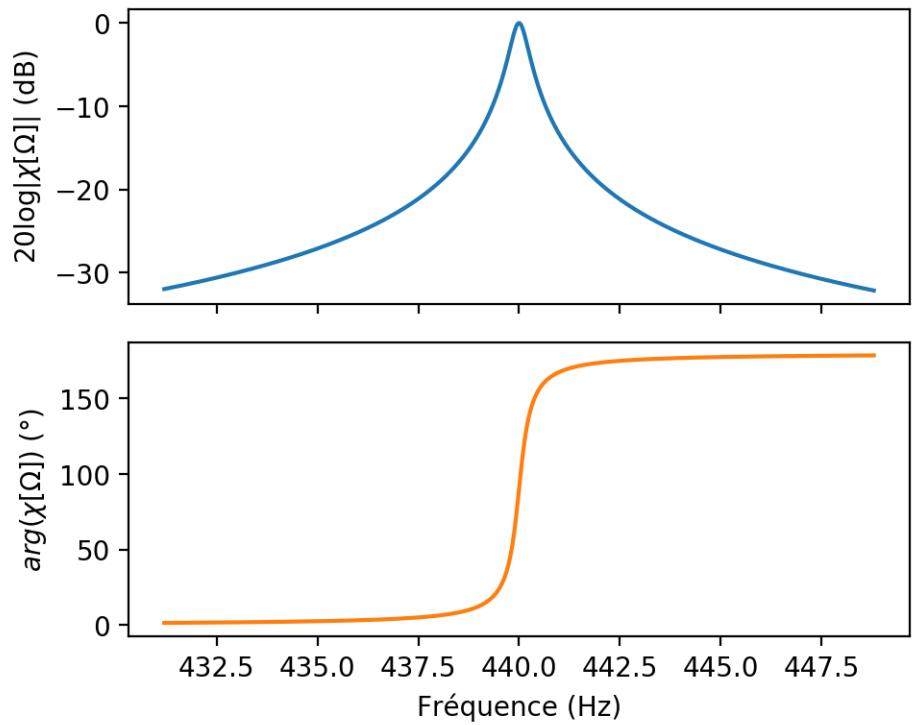
**Compétence : fonction de transfert et résonance – lien avec les filtres électroniques**

Une excitation sinusoïdale par un électro-aimant permet de mesurer la **réponse fréquentielle** du diapason.



**Compétence : fonction de transfert et résonance – lien avec les filtres électroniques**

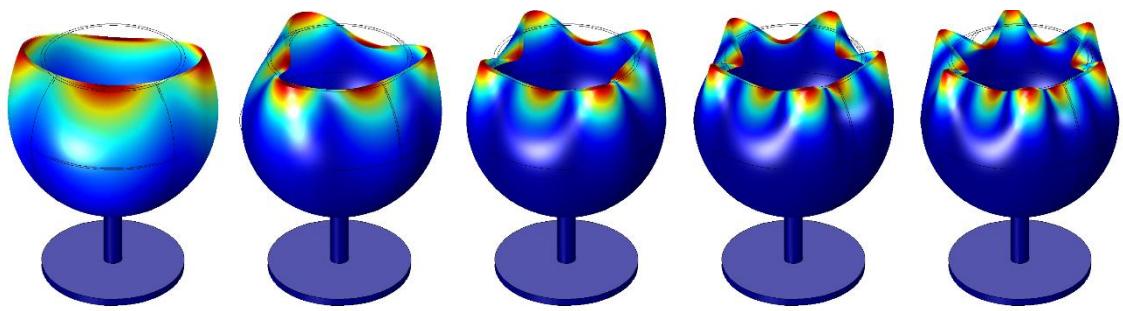
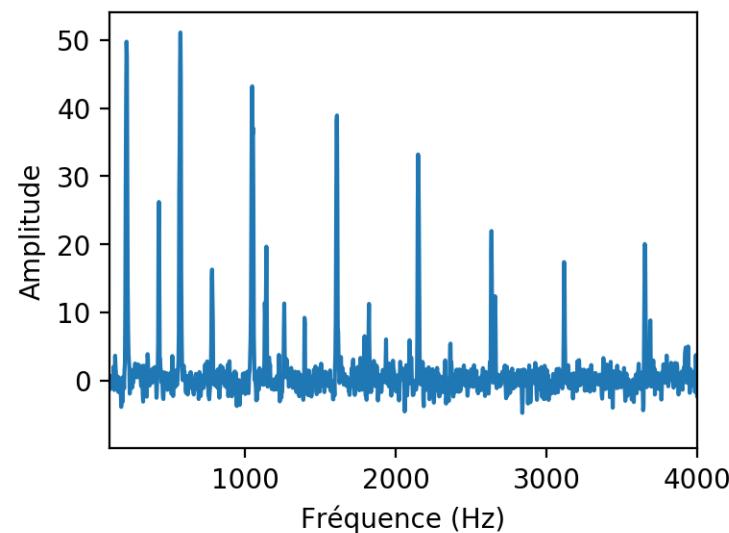
Une excitation sinusoïdale par un électro-aimant permet de mesurer la **réponse fréquentielle** du diapason.



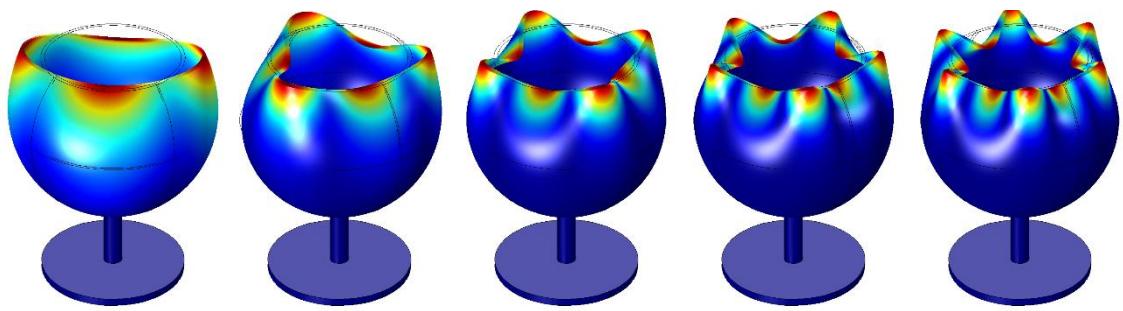
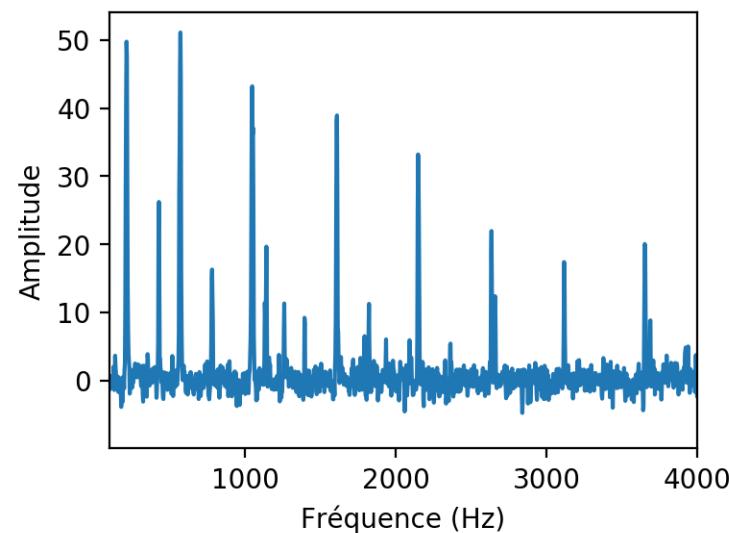
Un **diapason en quartz** peut être utilisé comme **capteur de pression**.



## Compétence : analyse spectrale d'un signal périodique

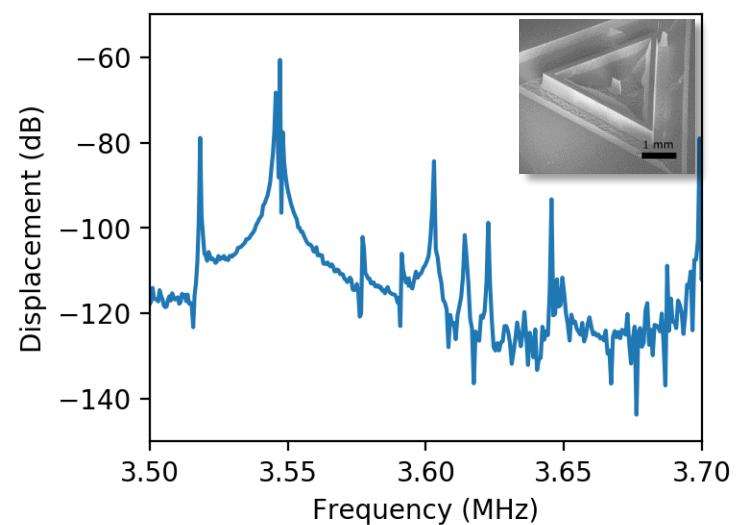


Un verre peut servir pour l'analyse spectrale des modes mécaniques d'un objet complexe.

**Compétence : analyse spectrale d'un signal périodique**

Un verre peut servir pour l'**analyse spectrale** des modes mécaniques d'un objet complexe.

Les oscillateurs réels comportent de nombreux **modes propres** : on peut les décrire par des **ensembles d'oscillateurs amortis**.



# Valorisation – Évaluation : Micro-capteurs et oscillateurs

Micro-capteurs et oscillateurs  
Composition de physique – Décembre 2020

## 1 Oscillateur harmonique – oscillateur amorti

Dans le référentiel du laboratoire  $\mathcal{R}$ , on considère un système formé d'une masse ponctuelle  $m$  accrochée à une extrémité d'un ressort de constante de raideur  $k$  et longueur à vide  $l_0$ . La masse est astreinte à se déplacer sans frottement sur l'axe  $x$  horizontal. On repère la position de la masse par la coordonnée  $x$ , avec  $x = 0$  au repos.

1. Faire un schéma.
2. En considérant le référentiel  $\mathcal{R}$  galiléen, faire un bilan des forces.
3. Établir l'équation du mouvement et exprimer la pulsation caractéristique  $\Omega_m$  en fonction de  $m$  et  $k$ .
4. Pour tenir compte des phénomènes dissipatifs, on suppose qu'une force de frottement fluide  $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$  s'exerce sur  $m$ . Établir la nouvelle équation du mouvement
5. La mettre sous la forme

$$\ddot{x} + \Gamma_m \dot{x} + \Omega_m^2 x = 0, \quad (1)$$

et exprimer  $\Gamma_m$  en fonction de  $\alpha$  et  $m$ .

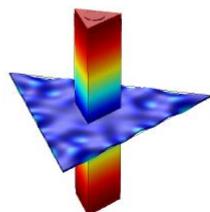
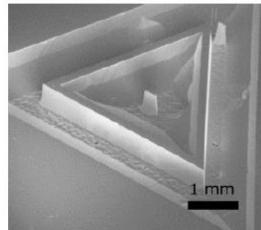


FIGURE 1 – Image obtenue par microscopie électronique d'un micro-pilier en quartz. Seul le déplacement des extrémités du pilier triangulaire au centre est étudié ici. Le déplacement associé au mode de compression étudié ici peut-être simulé. La figure de droite montre les résultats d'une telle simulation : les déplacements importants sont indiqués en rouge.

1

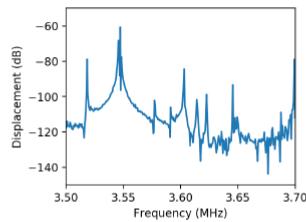


FIGURE 2 – Mesure du déplacement des extrémités du pilier en fonction du temps en régime libre, obtenue après arrêt soudain d'une excitation résonante.

6. On suppose que le facteur de qualité  $Q = \Omega_m/\Gamma_m$  de l'oscillateur vérifie  $Q > \frac{1}{2}$ . Résoudre l'équation obtenue en supposant qu'à l'instant initial la masse se trouve en  $x_0$  et qu'on la lâche sans vitesse initiale.
7. Tracer l'évolution temporelle de  $x(t)$  en faisant apparaître les deux temps caractéristiques  $T = 2\pi/\Omega_m$  et  $\tau = 2\pi/\Gamma_m$ .
8. À quelles conditions sur  $\Omega_m$  et  $\Gamma_m$  peut-on supposer  $\mathcal{R}$  galiléen.

## 2 Le micro-pilier : influence de la masse

On s'intéresse à un micro-pilier en quartz suspendu en son centre par une fine membrane (Fig. 1). Les extrémités du pilier se déplacent faiblement symétriquement de part et d'autre de la membrane en raison de l'élasticité du matériau.

1. En assimilant le pilier à un cylindre de hauteur  $h = 1$  mm et de section circulaire de rayon  $r = 90 \mu\text{m}$ , donner l'expression de la masse du pilier  $m_p$  en fonction de la masse volumique du quartz  $\rho_q$ . Faire l'application numérique avec  $\rho_q = 2,6 \text{ kg/m}^3$ .
2. Déduire de la Fig. 2 la période propre et donner la valeur numérique de  $\Omega_m$  dans le cas du micro-pilier.
3. Les déplacements des extrémités du pilier sont bien décrits par l'équation (1), en remplaçant la masse  $m$  par  $m_p/2$  en raison de la forme du mode de vibration du pilier. En déduire la constante de raideur  $k_p$ .
4. Qualitativement, quelle est l'influence d'une augmentation de la masse du système sur la pulsation propre du système ? Exprimer la variation  $\delta\Omega$  due à une augmentation  $2\delta m$  de la masse du pilier.
5. On mesure les déplacements du pilier par interférométrie optique ce qui nécessite de déposer un miroir sur l'une des extrémités du pilier. Pour simplifier, on suppose qu'on ajoute une dépôt diélectrique réfléchissant de masse  $\delta m = 50 \text{ ng}$  sur chacune des extrémités du pilier. Calculer numériquement le déplacement  $\delta\Omega$ .

Page 2

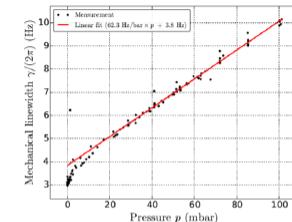


FIGURE 3 – Évolution de la dissipation mécanique totale  $\Gamma_m$  en fonction de la pression du gaz environnant. Les mesures sont réalisées à 300 K.

6. Sachant qu'on peut facilement mesurer un déplacement de la pulsation propre de l'oscillateur si  $\delta\omega > \Gamma_m$ , donner l'expression de la plus petite masse  $\delta_m$  qui donne une déplacement en fréquence mesurable.
7. Faire l'application numérique pour le micro-pilier et justifier que ce type de système puisse être utilisé pour réaliser une balance pour la mesure de masses très faibles.

## 3 Le micro-pilier : influence de la pression

Dans le cas du micro-pilier, on suppose que le taux d'amortissement  $\Gamma_m$  s'exprime comme la somme de deux termes associés à des processus dissipatifs distincts :

- dissipation intrinsèque  $\Gamma_0$  associée aux pertes dues aux déformations du quartz : elles ne dépendent que du matériau et de la forme du mode ;
- dissipation acoustique  $\Gamma_a(P)$  : les extrémités du pilier mettent en mouvement les particules de fluide du gaz environnant et se comportent comme de minuscules haut-parleurs.

Le premier est constant mais le deuxième dépend de la pression du gaz dans lequel est placé l'oscillateur. On suppose  $\Gamma_a(P)$  de la forme

$$\Gamma_a(P) = \beta \frac{\rho_g(P)}{\rho_q}, \quad (2)$$

où  $\beta$  est une constante,  $\rho_g(P)$  la masse volumique du gaz et  $\rho_q$  la masse volumique du quartz donnée dans la partie précédente.

1. Sous quelle forme l'énergie est-elle perdue dans le cas de la dissipation acoustique ?
2. En supposant l'air composé uniquement de diazote de masse molaire  $M = 28 \text{ g/mol}$  et assimilé à un gaz parfait, exprimer sa masse volumique  $\rho_a(P)$  en fonction de  $P$ .
3. D'après les résultats de l'ajustement linéaire de la Fig. 3, déduire les valeurs numériques de  $\Gamma_0$  et  $\beta$ .
4. En déduire la pression  $P_1$  pour laquelle  $\Gamma_a(P_1) = \Gamma_0$ . Faire l'application numérique
5. Justifier que ce type de système puisse être utilisé comme capteur de pression. En exploitant le résultat de la question précédente, quel est l'intérêt d'utiliser un oscillateur avec un grand facteur de qualité ?

Page 3

# Valorisation – Évaluation : Micro-capteurs et oscillateurs

Micro-capteurs et oscillateurs  
Composition de physique – Décembre 2020

## 1 Oscillateur harmonique – oscillateur amorti

Dans le référentiel du laboratoire  $\mathcal{R}$ , on considère un système formé d'une masse ponctuelle  $m$  accrochée à une extrémité d'un ressort de constante de raideur  $k$  et longueur à vide  $l_0$ . La masse est astreinte à se déplacer sans frottement sur l'axe  $x$  horizontal. On repère la position de la masse par la coordonnée  $x$ , avec  $x = 0$  au repos.

1. Faire un schéma.
2. En considérant le référentiel  $\mathcal{R}$  galiléen, faire un bilan des forces.
3. Établir l'équation du mouvement et exprimer la pulsation caractéristique  $\Omega_m$  en fonction de  $m$  et  $k$ .
4. Pour faire vibrer la masse, supposer qu'une force d'excitation fluide  $\vec{f} = \ddot{\vec{x}} + \Gamma_m \dot{\vec{x}} + \Omega_m^2 \vec{x} = F_{\text{ext}}$
5. La mettre sous la forme  $\ddot{\vec{x}} + \Gamma_m \dot{\vec{x}} + \Omega_m^2 \vec{x} = 0$

$$\ddot{x} + \Gamma_m \dot{x} + \Omega_m^2 x = 0 \quad (1)$$

et exprimer  $\Gamma_m$  en fonction de  $\alpha$  et  $m$ .

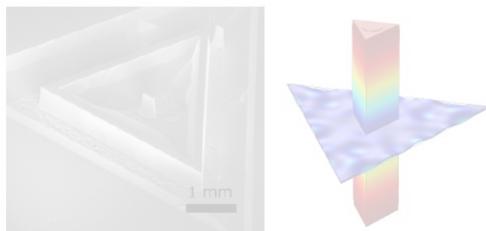


FIGURE 1 – Image obtenue par microscopie électronique d'un micro-pilier en quartz. Seul le déplacement des extrémités du pilier triangulaire au centre est étudié ici. Le déplacement associé au mode de compression étudié ici peut-être simulé. La figure de droite montre les résultats d'une telle simulation : les déplacements importants sont indiqués en rouge.

1

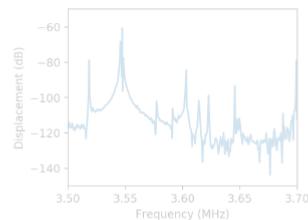


FIGURE 2 – Mesure du déplacement des extrémités du pilier en fonction du temps en régime libre, obtenue après arrêt soudain d'une excitation résonante.

6. On suppose que le facteur de qualité  $Q = \Omega_m/\Gamma_m$  de l'oscillateur vérifie  $Q > \frac{1}{2}$ . Résoudre l'équation obtenue en supposant qu'à l'instant initial la masse se trouve en  $x_0$  et qu'on la lâche sans vitesse initiale.

7. Tracer l'évolution temporelle de  $x(t)$  en faisant apparaître les deux temps caractéristiques  $T = 2\pi/\Omega_m$  et  $\tau = 2\pi/\Gamma_m$ .

8. À quelles conditions sur  $\Omega_m$   $\Gamma_m$  peut-on supposer  $\mathcal{R}$  galiléen.

## 2 Le micro-pilier : influence de la masse

$$\Omega_m = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

1. On s'intéresse à un micro-pilier en quartz suspendu au son centre par une fine membrane (Fig. 1). Les extrémités du pilier se déplacent faiblement symétriquement de part et d'autre de la membrane en raison de l'élasticité du matériau.
2. En assimilant le pilier à un cylindre de hauteur  $h = 1 \text{ mm}$  et de section circulaire de rayon  $r = 90 \mu\text{m}$ , donner l'expression de la masse du pilier  $m_p$  en fonction de la masse volumique du quartz  $\rho_q$ . Faire l'application numérique avec  $\rho_q = 2,6 \text{ kg/m}^3$ .
3. Déduire de la Fig. 2 la période propre et donner la valeur numérique de  $\Omega_m$  dans le cas du micro-pilier.
4. Les déplacements des extrémités du pilier sont bien décrits par l'équation (1), en remplaçant la masse  $m$  par  $m_p/2$  en raison de la forme du mode de vibration du pilier. En déduire la constante de raideur  $k_p$ .
5. Qualitativement, quelle est l'influence d'une augmentation de la masse du système sur la pulsation propre du système ? Exprimer la variation  $\delta\Omega$  due à une augmentation  $2\delta m$  de la masse du pilier.
6. On mesure les déplacements du pilier par interférométrie optique ce qui nécessite de déposer un miroir sur l'une des extrémités du pilier. Pour simplifier, on suppose qu'on ajoute une dépôt diélectrique réfléchissant de masse  $\delta m = 50 \text{ ng}$  sur chacune des extrémités du pilier. Calculer numériquement le déplacement  $\delta\Omega$ .

Page 2

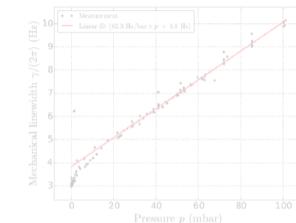


FIGURE 3 – Évolution de la dissipation mécanique totale  $\Gamma_m$  en fonction de la pression du gaz environnant. Les mesures sont réalisées à 300 K.

7. Sachant qu'on peut facilement mesurer un déplacement de la pulsation propre de l'oscillateur si  $\delta\omega > \Gamma_m$ , donner l'expression de la plus petite masse  $\delta_m$  qui donne une déplacement en fréquence mesurable.

8. Faire l'application numérique pour le micro-pilier et justifier que ce type de système puisse être utilisé pour réaliser une balance pour la mesure de masses très faibles.

## 3 Le micro-pilier : influence de la pression

Dans le cas du micro-pilier, on suppose que le taux d'amortissement  $\Gamma_m$  s'exprime comme la somme de deux termes associés à des processus dissipatifs distincts :

- dissipation intrinsèque  $\Gamma_0$  associée aux pertes dues aux déformations du quartz ; elles ne dépendent que du matériau et de la forme du mode ;
- dissipation acoustique  $\Gamma_a(P)$  : les extrémités du pilier mettent en mouvement les particules de fluide du gaz environnant et se comportent comme de minuscules haut-parleurs.

Le premier est constant mais le deuxième dépend de la pression du gaz dans lequel est placé l'oscillateur. On suppose  $\Gamma_a(P)$  de la forme

$$\Gamma_a(P) = \beta \frac{\rho_g(P)}{\rho_q}, \quad (2)$$

où  $\beta$  est une constante,  $\rho_g(P)$  la masse volumique du gaz et  $\rho_q$  la masse volumique du quartz donnée dans la partie précédente.

1. Sous quelle forme l'énergie est-elle perdue dans le cas de la dissipation acoustique ?
2. En supposant l'air composé uniquement de diazote de masse molaire  $M = 28 \text{ g/mol}$  et assimilé à un gaz parfait, exprimer sa masse volumique  $\rho_a(P)$  en fonction de  $P$ .
3. D'après les résultats de l'ajustement linéaire de la Fig. 3, déduire les valeurs numériques de  $\Gamma_0$  et  $\beta$ .
4. En déduire la pression  $P_f$  pour laquelle  $\Gamma_a(P_f) = \Gamma_0$ . Faire l'application numérique
5. Justifier que ce type de système puisse être utilisé comme capteur de pression. En exploitant le résultat de la question précédente, quel est l'intérêt d'utiliser un oscillateur avec un grand facteur de qualité ?

Page 3

# Valorisation – Évaluation : Micro-capteurs et oscillateurs

Micro-capteurs et oscillateurs  
Composition de physique – Décembre 2020

## 1 Oscillateur harmonique – oscillateur amorti

Dans le référentiel du laboratoire  $\mathcal{R}$ , on considère un système formé d'une masse ponctuelle  $m$  accrochée à une extrémité d'un ressort de constante de raideur  $k$  et longueur à vide  $l_0$ . La masse est astreinte à se déplacer sans frottement sur l'axe  $x$  horizontal. On repère la position de la masse par la coordonnée  $x$ , avec  $x = 0$  au repos.

1. Faire un schéma.
2. En considérant le référentiel  $\mathcal{R}$  galiléen, faire un bilan des forces.
3. Établir l'équation du mouvement et exprimer la pulsation caractéristique  $\Omega_m$  en fonction de  $m$  et  $k$ .
4. Pour  $\ddot{x} + \Gamma_m \dot{x} + \Omega_m^2 x = F_{\text{ext}}$  renommer les dissipatifs  $\Gamma_m$  et  $\Omega_m^2$  sous la forme d'une force d'attirance fluide
5. La mettre sous la forme  $\ddot{x} + \Gamma_m \dot{x} + \Omega_m^2 x = 0$

$$\ddot{x} + \Gamma_m \dot{x} + \Omega_m^2 x = 0 \quad (1)$$

et exprimer  $\Gamma_m$  en fonction de  $\alpha$  et  $m$ .

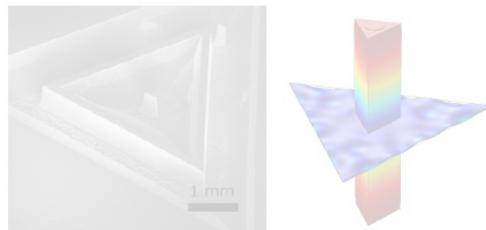


FIGURE 1 – Image obtenue par microscopie électronique d'un micro-pilier en quartz. Seul le déplacement des extrémités du pilier triangulaire au centre est étudié ici. Le déplacement associé au mode de compression étudié ici peut-être simulé. La figure de droite montre les résultats d'une telle simulation : les déplacements importants sont indiqués en rouge.

1

Page 2

## Evaluer la maîtrise des notions :

- *oscillateur amorti et soumis à une excitation sinusoïdale*
- *signaux périodiques, spectres*
- *analogie avec l'électronique, fonction de transfert*

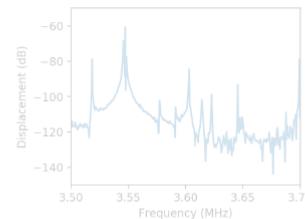


FIGURE 2 – Mesure du déplacement des extrémités du pilier en fonction du temps en régime libre, obtenue après arrêt soudain d'une excitation résonante.

6. On suppose que le facteur de qualité  $Q = \Omega_m/\Gamma_m$  de l'oscillateur vérifie  $Q > \frac{1}{2}$ . Résoudre l'équation obtenue en supposant qu'à l'instant initial la masse se trouve en  $x_0$  et qu'on la lâche sans vitesse initiale.

7. Tracer l'évolution temporelle de  $x(t)$  en faisant apparaître les deux temps caractéristiques  $T = 2\pi/\Omega_m$  et  $\tau = 2\pi/\Gamma_m$ .

8. À quelles conditions sur  $\Omega_m$  et  $\Gamma_m$  peut-on supposer  $\mathcal{R}$  galiléen.

## 2 Le micro-pilier : influence de la masse

$$\Omega_m = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

On s'intéresse à un micro-pilier en quartz suspendu au son centre par une fine membrane (Fig. 1). Les extrémités du pilier se déplacent faiblement symétriquement de part et d'autre de la membrane en raison de l'élasticité du matériau.

1. En assimilant le pilier à un cylindre de hauteur  $h = 1 \text{ mm}$  et de section circulaire de rayon  $r = 90 \mu\text{m}$ , donner l'expression de la masse du pilier  $m_p$  en fonction de la masse volumique du quartz  $\rho_q$ .

Faire l'application numérique avec  $\rho_q = 2,6 \text{ kg/m}^3$ .

2. Déduire de la Fig. 2 la période propre et donner la valeur numérique de  $\Omega_m$  dans le cas du micro-pilier.

3. Les déplacements des extrémités du pilier sont bien décrits par l'équation (1), en remplaçant la masse  $m$  par  $m_p/2$  en raison de la forme du mode de vibration du pilier. En déduire la constante de raideur  $k_p$ .

4. Qualitativement, quelle est l'influence d'une augmentation de la masse du système sur la pulsation propre du système ? Exprimer la variation  $\delta\Omega$  due à une augmentation  $2\delta m$  de la masse du pilier.

5. On mesure les déplacements du pilier par interférométrie optique ce qui nécessite de déposer un miroir sur l'une des extrémités du pilier. Pour simplifier, on suppose qu'on ajoute une dépot diélectrique réflectissant de masse  $\delta m = 50 \text{ ng}$  sur chacune des extrémités du pilier. Calculer numériquement le déplacement  $\delta\Omega$ .

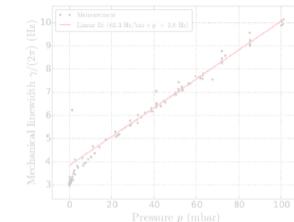


FIGURE 3 – Évolution de la dissipation mécanique totale  $\Gamma_m$  en fonction de la pression du gaz environnant. Les mesures sont réalisées à 300 K.

6. Sachant qu'on peut facilement mesurer un déplacement de la pulsation propre de l'oscillateur si  $\delta\omega > \Gamma_m$ , donner l'expression de la plus petite masse  $\delta_m$  qui donne une déplacement en fréquence mesurable.

7. Faire l'application numérique pour le micro-pilier et justifier que ce type de système puisse être utilisé pour réaliser une balance pour la mesure de masses très faibles.

## 3 Le micro-pilier : influence de la pression

Dans le cas du micro-pilier, on suppose que le taux d'amortissement  $\Gamma_m$  s'exprime comme la somme de deux termes associés à des processus dissipatifs distincts :

- dissipation intrinsèque  $\Gamma_0$  associée aux pertes dues aux déformations du quartz ; elles ne dépendent que du matériau et de la forme du mode ;
- dissipation acoustique  $\Gamma_a(P)$  : les extrémités du pilier mettent en mouvement les particules de fluide du gaz environnant et se comportent comme de minuscules haut-parleurs.

Le premier est constant mais le deuxième dépend de la pression du gaz dans lequel est placé l'oscillateur. On suppose  $\Gamma_a(P)$  de la forme

$$\Gamma_a(P) = \beta \frac{\rho_g(P)}{\rho_q}, \quad (2)$$

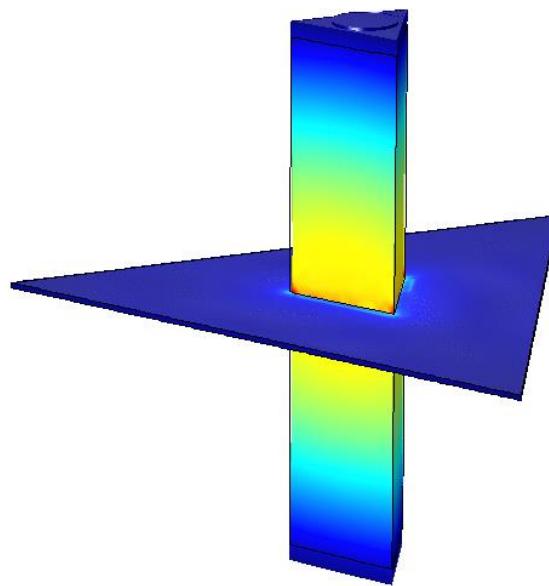
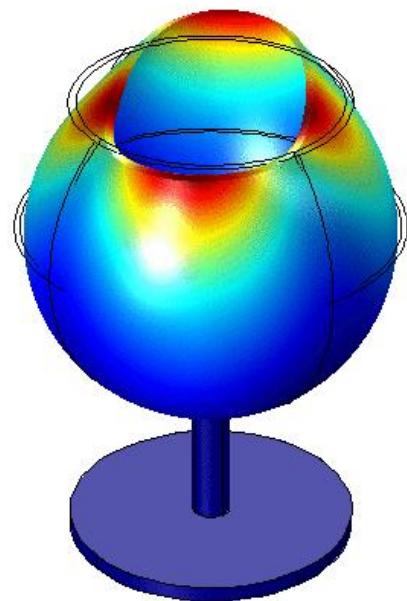
où  $\beta$  est une constante,  $\rho_g(P)$  la masse volumique du gaz et  $\rho_q$  la masse volumique du quartz donnée dans la partie précédente.

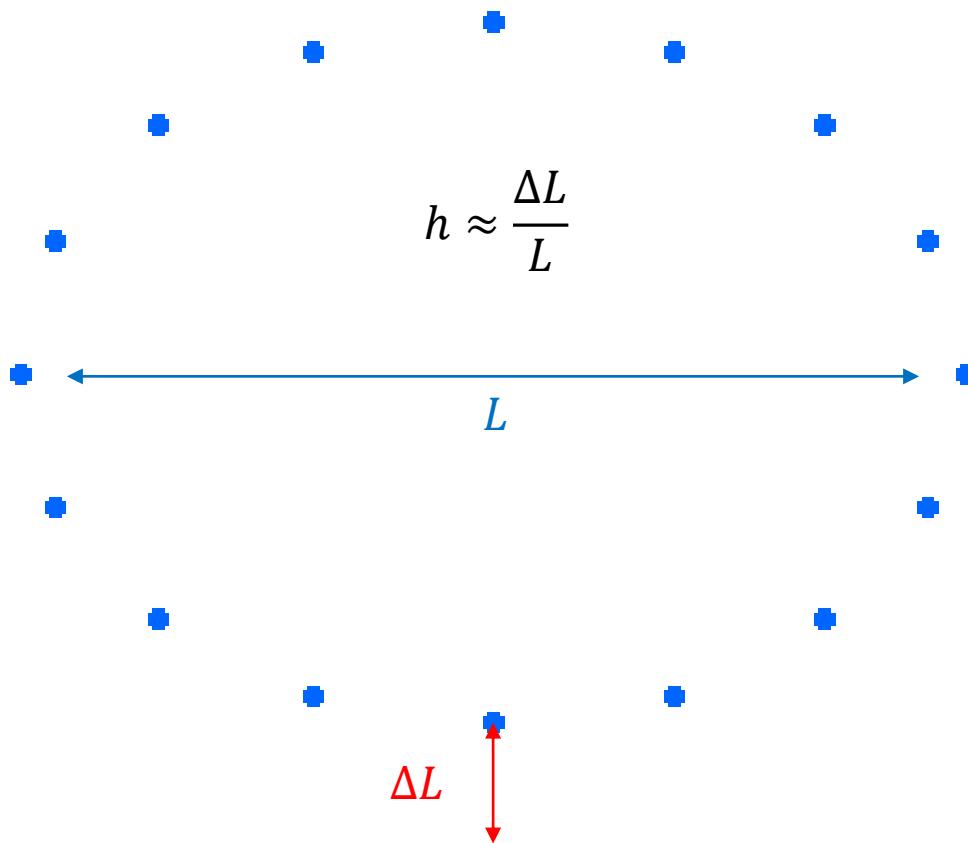
1. Sous quelle forme l'énergie est-elle perdue dans le cas de la dissipation acoustique ?
2. En supposant l'air composé uniquement de diazote de masse molaire  $M = 28 \text{ g/mol}$  et assimilé à un gaz parfait, exprimer sa masse volumique  $\rho_a(P)$  en fonction de  $P$ .
3. D'après les résultats de l'ajustement linéaire de la Fig. 3, déduire les valeurs numériques de  $\Gamma_0$  et  $\beta$ .
4. En déduire la pression  $P_f$  pour laquelle  $\Gamma_a(P_f) = \Gamma_0$ . Faire l'application numérique
5. Justifier que ce type de système puisse être utilisé comme capteur de pression. En exploitant le résultat de la question précédente, quel est l'intérêt d'utiliser un oscillateur avec un grand facteur de qualité ?

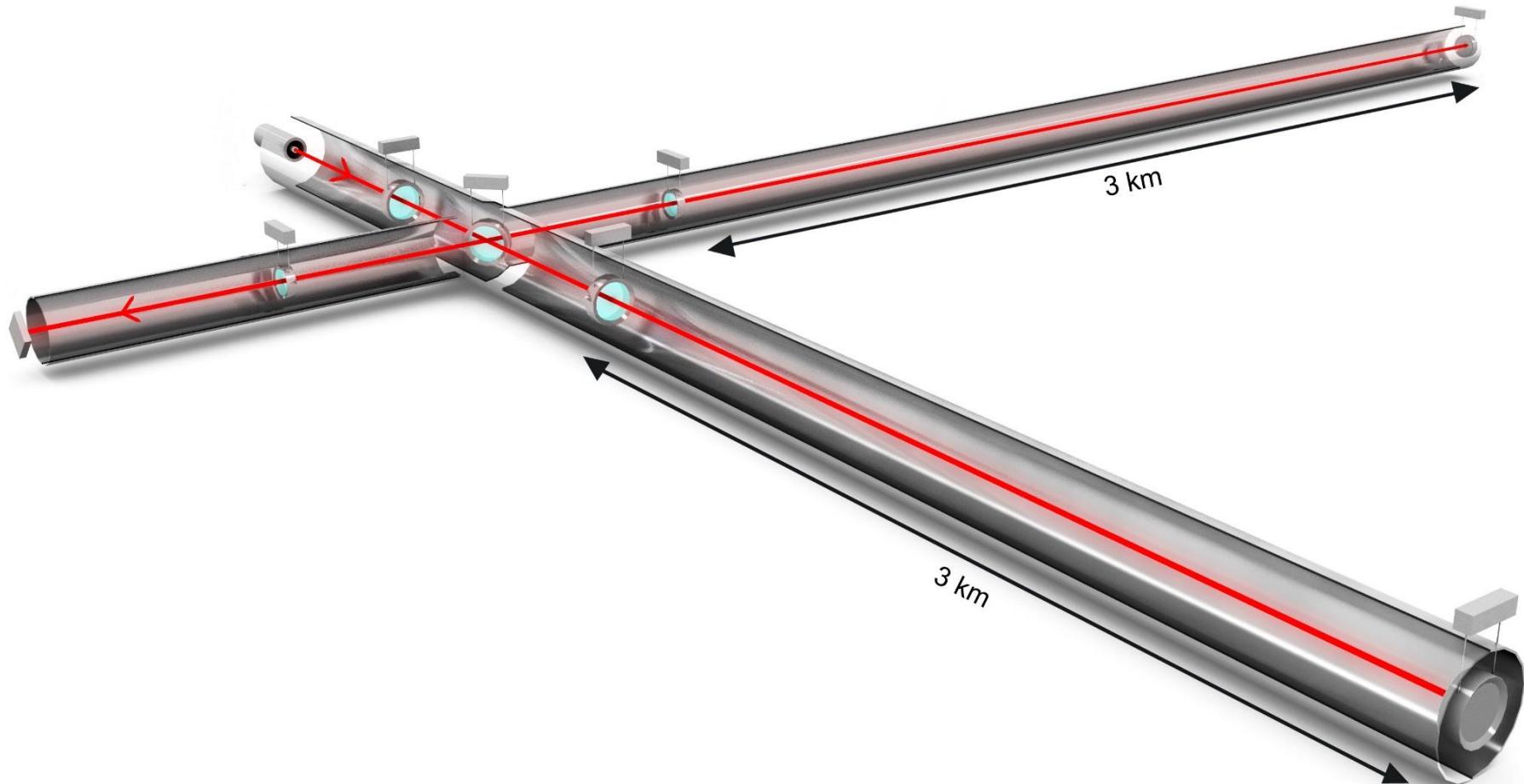
Page 3

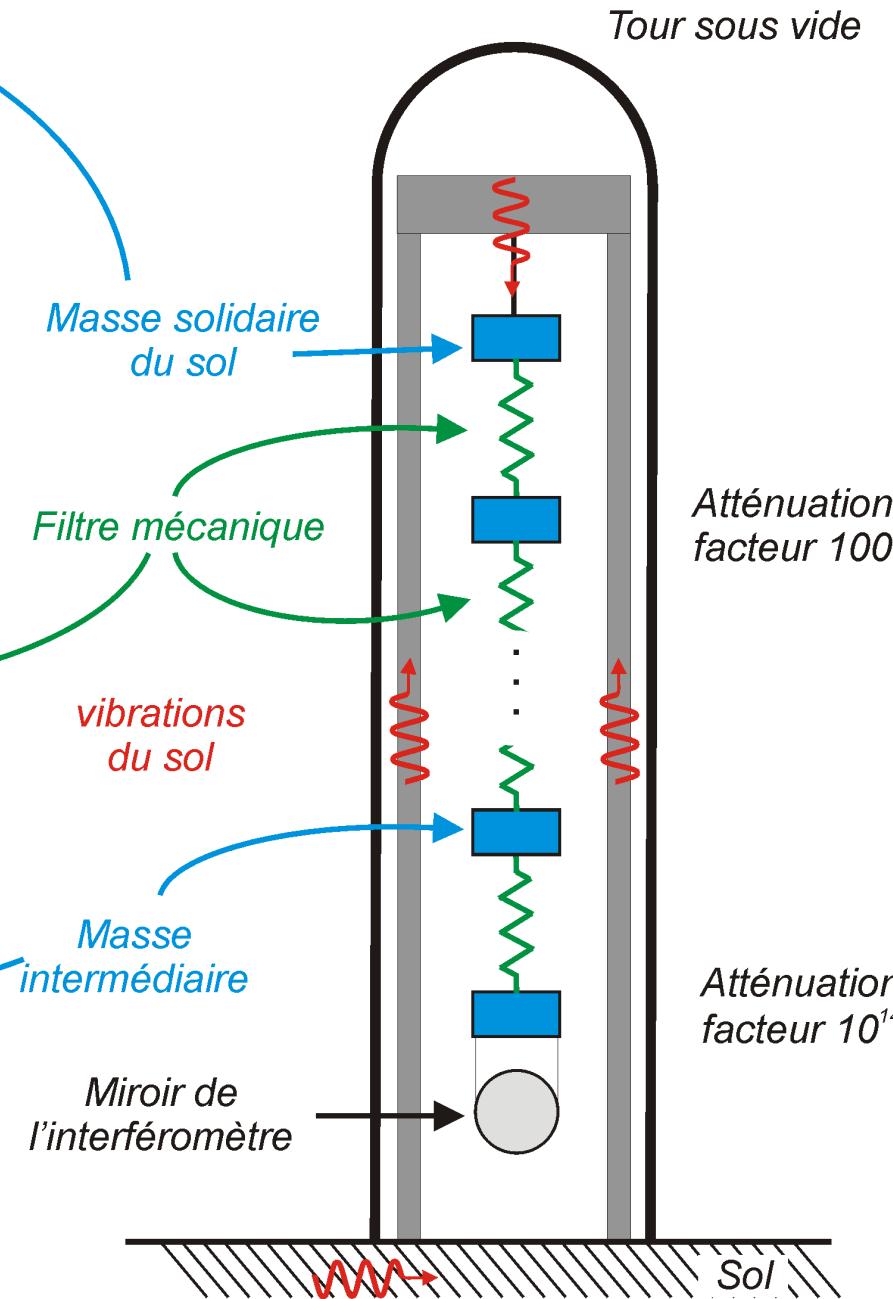
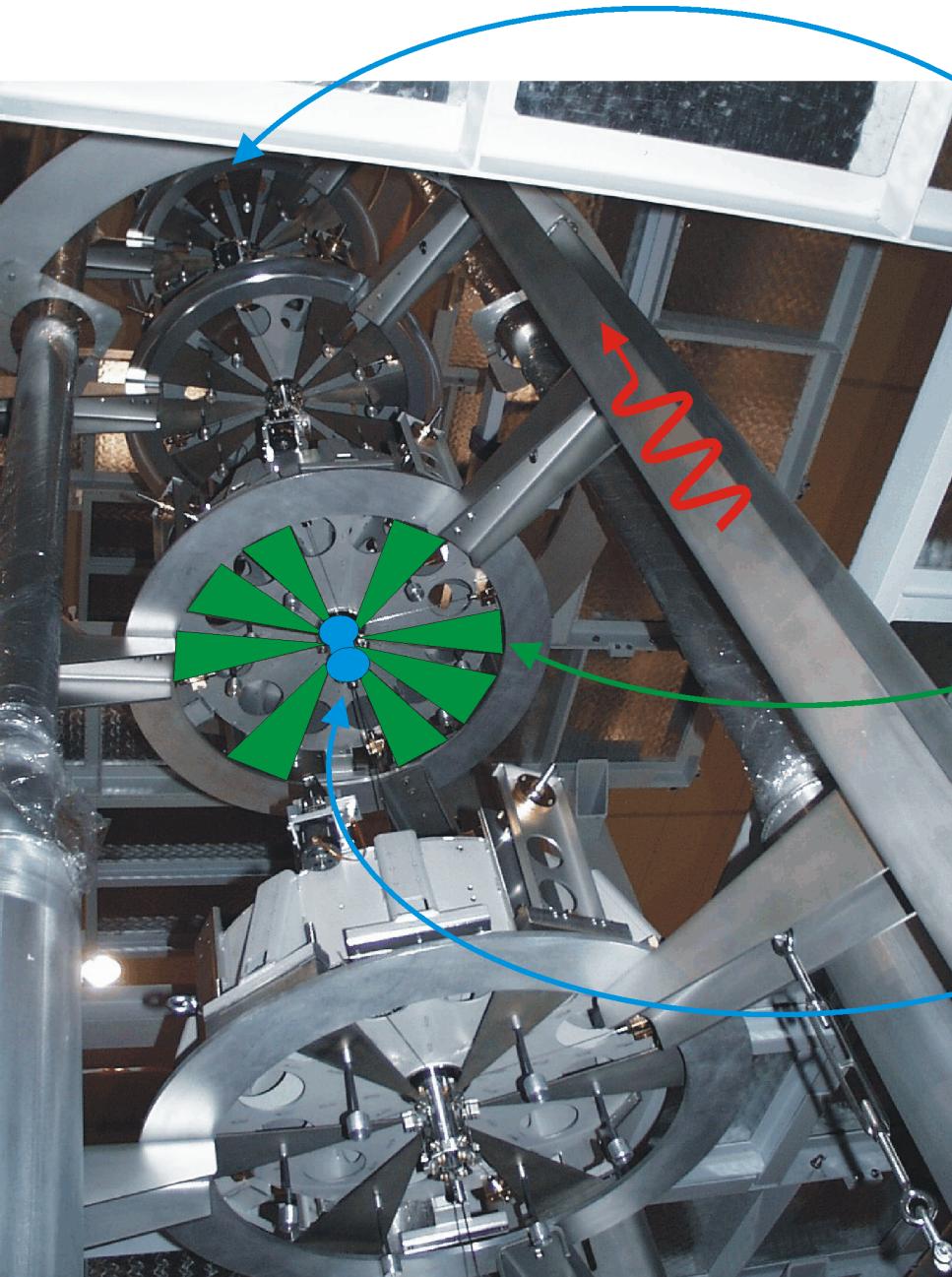
# Merci pour votre attention !

---









# Virgo et les ondes gravitationnelles

