Approche expérimentale de la pression de radiation acoustique

par Cédric MULET-MARQUIS
Département mesures physiques
Institut universitaire de technologie (IUT) - 86100 Châtellerault
cedric.mulet.marquis@univ-poitiers.fr

A PRESSION de radiation acoustique, au contraire de la pression de radiation électromagnétique, est rarement abordée en classe. Pourtant, elle est assez simple à mettre en évidence expérimentalement. Quelques rappels théoriques sont faits à propos de cette notion, avant de proposer des expériences qualitatives et quantitatives pour l'illustrer.

1. QUELQUES ÉLÉMENTS THÉORIQUES ET ORDRES DE GRANDEUR

1.1. Introduction

La pression de radiation exercée par une onde sur une interface, quel que soit le domaine de la physique concerné, peut être définie de la façon suivante : c'est la force résultante sur l'interface dont la moyenne est non nulle sur une période de l'onde [1].

La pression de radiation est couramment abordée dans les cours d'électromagnétisme de niveau L2. Les calculs sont assez faciles à mener dans le cas de la réflexion totale, que ce soit dans le cadre de la description ondulatoire de la lumière ou dans celui de sa description en termes de photons.

La pression de radiation acoustique est beaucoup plus rarement abordée, du moins jusqu'au niveau L2. En effet, le cadre dans lequel on se place alors est en général celui de l'acoustique linéaire. Les variations de pression et de densité par rapport aux valeurs moyennes sont supposées petites, et la vitesse des couches d'air est supposée négligeable par rapport à celle du son. Seuls les termes d'ordre 1 en perturbations sont retenus dans les équations de la mécanique des fluides. Dans ce cas, la pression de radiation acoustique n'existe pas, car c'est un effet quadratique.

Si l'approche théorique de la pression de radiation est plus compliquée en acoustique qu'en électromagnétisme, son approche expérimentale est sans doute plus simple. L'impression par jet d'encre par exemple, repose sur la pression de radiation acoustique. Cette pression est facilement mise en évidence avec le matériel dont on peut disposer dans un établissement d'enseignement. Dans des laboratoires de recherche, des expé-

riences spectaculaires de lévitation utilisant la pression de radiation acoustique ont été réalisées ces dernières années (voir la netographie en fin d'article). La déformation d'interfaces entre deux liquides grâce à la pression de radiation acoustique est aussi un champ de recherche actif.

1.2. Expression de la pression de radiation acoustique

Nous supposerons dans cette partie que l'onde émise est plane, qu'elle arrive en incidence normale et qu'elle est totalement réfléchie. Dans ce cas, on peut montrer que la pression de radiation acoustique P_{rad} s'écrit (voir [2], [3] et [4] pour le détail des calculs)

$$P_{rad} = \frac{2}{\rho_0 c^2} \langle p_i^2 \rangle$$

avec ρ_0 la masse volumique de l'air (soit 1,2 kg·m⁻³ dans les conditions habituelles de température et pression), c la vitesse de propagation du son (340 m·s⁻¹ dans l'air pour les conditions habituelles de température et pression) et $\langle p_i^2 \rangle$ la moyenne du carré de la pression acoustique de l'onde incidente.

Dans le cas d'une onde sinusoïdale, la formule devient

$$P_{rad} = \frac{2 P_{eff}^2}{\rho_0 c^2}$$

où $P_{\it eff}$ est la valeur efficace de la pression acoustique.

1.3. Ordres de grandeur

Estimons à présent l'ordre de grandeur de P_{rad} pour des sons de différents niveaux sonores L. Nous savons que le lien entre L et P_{eff} s'écrit

$$L = 20 \cdot \log \left(\frac{P_{eff}}{P_{ref}} \right)$$

où P_{ref} est une pression acoustique de référence correspondant aux sons les plus faibles perceptibles par l'oreille humaine à 1 kHz. La valeur de P_{ref} est $2,0\cdot 10^{-5}$ Pa .

Pour un son de niveau moyen $L=60~\mathrm{dB}$ (conversation à voix normale), nous avons $P_{eff}=2\cdot 10^{-2}~\mathrm{Pa}$ et $P_{rad}=6\cdot 10^{-9}~\mathrm{Pa}$, ce qui est très faible.

Imaginons que nous envoyons une onde acoustique sur le plateau d'une balance précise au milligramme près. Déterminons le niveau sonore pour obtenir une force d'intensité F équivalente au poids d'une masse m=5 mg. Nous supposons que l'aire S de la surface du plateau est de $100~\rm cm^2$ (taille typique du plateau de $10~\rm cm$). La force est $F=mg=5\cdot 10^{-5}~\rm N$ et s'écrit aussi $F=S\cdot P_{rad}$. Nous devons donc avoir $P_{rad}=5\cdot 10^{-3}~\rm Pa$ ce qui donne $P_{eff}=19~\rm Pa$ et finalement $L=120~\rm dB$.

Cette valeur est élevée, mais pas inaccessible, du moins dans le domaine des ultrasons. Les petits émetteurs d'ultrasons vendus par les fournisseurs de matériel pédagogique atteignent ce niveau. La mise en évidence de la pression de radiation acoustique est donc possible avec le matériel disponible dans un établissement d'enseignement, que ce soit de façon qualitative (cf. partie 2) ou quantitative (cf. partie 3).

2. ILLUSTRATIONS EXPÉRIMENTALES QUALITATIVES

2.1. Pourquoi choisir des ultrasons?

Les expériences décrites ci-dessous ont été faites avec un émetteur d'ultrasons fonctionnant à 40 kHz, et alimenté en tension par un GBF (Générateur basse fréquence) fournissant une tension sinusoïdale de 10 V d'amplitude. Le constructeur annonce «120 dB typique» (sans plus de précision) pour cet émetteur, soit l'ordre de grandeur déterminé dans la partie précédente. Nous vérifierons cet ordre de grandeur dans la partie 3. Des tests effectués avec des haut-parleurs fonctionnant dans le domaine audible n'ont pas permis de mettre en évidence la pression de radiation acoustique en raison du niveau sonore atteint insuffisant (105 dB à quelques cm du haut-parleur avec le matériel disponible).

2.2. Tourniquet acoustique

Une feuille de papier ordinaire est suspendue par son milieu à un fil. Un émetteur d'ultrasons est placé près d'une des moitiés de la feuille comme indiqué sur la figure 1. Lors de la mise en marche de l'émetteur, la feuille est soumise à un couple et se met à tourner.

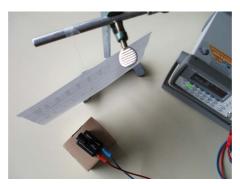


Figure 1 - Tourniquet acoustique.

Un film montrant le tourniquet en marche peut être téléchargé sur le site de l'UdPPC.

2.3. Voile acoustique

Comme pour les voiles solaires fonctionnant avec la pression de radiation lumineuse, on peut faire fonctionner un bateau à voile à partir de la pression de radiation acoustique. Un bateau formé d'une voile circulaire, taillée dans une feuille de papier ou une feuille de plastique, avec deux petits flotteurs comme représenté sur la figure 2 donne de bons résultats.

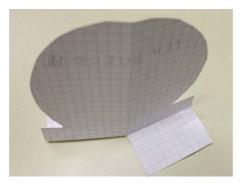


Figure 2 - Un voilier acoustique.

Un film montrant le voilier acoustique en marche peut être téléchargé sur le site de l'UdPPC

2.4. Lévitation acoustique

Des résultats spectaculaires de lévitation de petits objets ou de petits animaux ont été obtenus ces dernières années (voir en fin d'article une liste de sites à propos de ces expériences). Pour être obtenus, ils nécessitent du matériel qui ne se trouve généralement pas dans un établissement d'enseignement (source très puissante en particulier).

Des résultats plus modestes, mais cependant intéressants peuvent être obtenus avec des émetteurs d'ultrasons que l'on peut trouver chez les fournisseurs pédagogiques habituels. Il est possible par exemple de faire léviter une petite bille de polystyrène expansé. Une première méthode consiste à diriger l'émetteur vers le haut et à poser la bille de polystyrène dessus. Les mouvements observés avec le matériel disponible sont erratiques, en raison entre autres des irrégularités de forme de la bille. Coiffer l'émetteur avec un tube en verre ouvert aux deux bouts résout en partie le problème. De meilleurs résultats sont obtenus en dirigeant le faisceau d'ultrasons en direction d'une table pour établir un système d'ondes stationnaires. La bille est en lévitation à quelques millimètres au-dessus de la table comme le montre la figure 3 (cf. page ci-contre), et suit le mouvement de l'émetteur comme le montre une vidéo disponible sur le site de l'UdPPC.

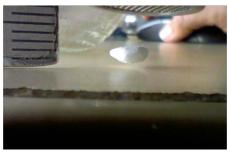


Figure 3 - Lévitation au-dessus d'une table d'une bille de polystyrène expansé sous l'effet de la pression de radiation acoustique. La grille visible en haut de la photo est l'extrémité du générateur d'ultrasons. Un système d'ondes stationnaires est créé entre l'émetteur et la table. La règle sur la gauche est graduée en millimètres.

3. EXPÉRIENCES QUANTITATIVES

3.1. Description du montage

Un émetteur d'ultrason fonctionnant à 40 kHz est relié à un générateur basse fréquence. Le GBF alimente l'émetteur en tension sinusoïdale de quelques volts d'amplitude (10 V maximum avec le générateur utilisé). L'émetteur est placé en face d'une balance précise au milligramme. Le montage est représenté sur la figure 4.



Figure 4 - Montage utilisé pour l'étude quantitative de la pression de radiation acoustique. L'émetteur d'ultrasons est en haut à gauche, le GBF qui l'alimente à droite.

Lorsque le GBF alimente l'émetteur sous quelques volts, la balance affiche une masse m de quelques milligrammes : le poids de la masse affichée est la mesure de la force exercée par la pression de radiation sur une portion donnée du plateau de la balance (précisions dans le sous-paragraphe 3.3.2. pour savoir quelle portion du plateau est touchée par l'onde sonore).

Remarque: Approcher un haut-parleur fonctionnant dans l'audible près d'une balance et sans qu'il soit relié à un GBF conduit à un changement de l'indication de la balance en raison de la présence de l'aimant permanent du haut-parleur. On pourrait se demander si le même type d'effet n'est pas à l'œuvre avec l'émetteur d'ultrason. À l'arrêt, l'émetteur ne provoque aucune variation de l'indication de la balance quand on l'approche. Pour se convaincre que c'est bien la pression de radiation acoustique qui provoque la variation d'indication de la balance quand l'émetteur est en marche, on peut changer son orientation par rapport au plateau de la balance, tout en conservant une distance constante au plateau. On vérifie par exemple que l'indication de la balance est nulle si l'on retourne l'émetteur.

3.2. Dépendance quadratique de la pression de radiation avec la pression acoustique

Nous avons vu dans la partie 1 que la pression de radiation acoustique variait comme le carré de la pression acoustique incidente. Nous allons vérifier cette relation en faisant varier l'amplitude U_{ϵ} de la tension du GBF alimentant l'émetteur, pour une distance donnée entre l'émetteur et le plateau de la balance. Une étude préliminaire, détaillée en annexe 1, montre que la pression acoustique est proportionnelle à U_{ϵ} . Nous devons donc vérifier que l'indication de masse m de la balance varie proportionnellement à U_{ϵ}^2 . Les résultats obtenus pour une distance de 5 cm entre l'émetteur et le plateau de la balance sont dans le tableau 1.

$U_{_{e}}\left(V\right)$	3	4	5	6	7	8	9	10
m (mg)	1	2	3	5	6	8	10	12

Tableau 1 - Masse m affichée par la balance en fonction de l'amplitude de U_e la tension d'alimentation de l'émetteur (distance de 5 cm entre l'émetteur et le plateau de la balance).

La courbe représentant m en fonction de U_e^2 est sur la figure 5. Cette courbe est bien une droite passant par l'origine (ordonnée à l'origine de 0,12 mg seulement).

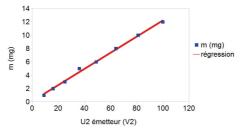


Figure 5 - Masse m affichée par la balance en fonction du carré de l'amplitude $U_{\rm e}^2$ du générateur alimentant l'émetteur d'ultrasons, pour une distance fixée (5 cm) entre l'émetteur et le plateau de la balance.

3.3. Variation de la masse affichée par la balance en fonction de la distance de l'émetteur

3.3.1. Présentation des résultats

Nous pouvons facilement faire varier la distance verticale d entre l'émetteur et le plateau de la balance, en ayant pris soin au préalable de placer l'émetteur bien en face du centre de la balance. Les résultats donnant la masse m affichée par la balance en fonction de d, pour une amplitude U_{ε} de la tension alimentant l'émetteur fixée à $10\,\mathrm{V}$, sont dans le tableau 2.

d (cm)	1	5	10	15	20	25	30
m (mg)	12	12	10	8	5	3	2

Tableau 2 - Masse *m* affichée par la balance en fonction de la distance *d* entre l'émetteur et le plateau (amplitude du GBF alimentant l'émetteur fixée à 10 V).

Le graphique représentant m en fonction de d (échelle logarithmique sur les deux axes) est sur la figure 6.

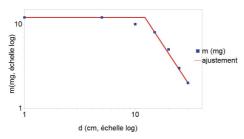


Figure 6 - *m* en fonction de la distance *d* entre l'émetteur et le plateau de la balance (échelle logarithmique sur les deux axes).

Nous observons un plateau pour les distances inférieures à une dizaine de cm, puis ensuite une décroissance marquée en $1/d^2$ (pente égale à -2,01 pour le graphique en échelle log/log pour les points entre 15 cm et 30 cm). Proposons à présent une explication pour ce comportement.

3.3.2. Explication du comportement

Nous allons commencer par faire certaines hypothèses simplificatrices, appuyées par l'expérimentation. Les mesures supplémentaires faites pour étayer ces hypothèses sont dans l'annexe 2.

La première supposition que nous ferons est que la source peut être considérée comme ponctuelle.

L'émetteur utilisé n'est pas omnidirectionnel. La pression acoustique qu'il génère

est restreinte à un cône d'ouverture $\theta_s = 25^{\circ}$ environ autour de l'axe de révolution de l'émetteur. Pour simplifier le raisonnement, nous supposerons que dans ce cône l'amplitude de la pression ne dépend que de la distance d à l'émetteur, et est nulle en dehors. Dans ces conditions, on montre que l'amplitude de la pression acoustique varie en 1/d (voir [5]). Les mesures en annexe 2 confirment cette dépendance.

Comme la pression de radiation acoustique P_{rad} est proportionnelle au carré de la pression acoustique, la pression de radiation varie en $1/d^2$ et l'on écrira $P_{rad} = \frac{K}{d^2}$ dans le cône où la pression de radiation acoustique existe.

La force F exercée sur le plateau de la balance est le produit de P_{rad} par l'aire S de la surface sur laquelle elle s'exerce. Pour des distances petites, c'est-à-dire quand la surface couverte par l'onde acoustique est plus petite que le plateau de la balance, l'aire S de la surface vaut $S = \pi \ d^2 \tan \left(\theta_S\right)^2$ (cf. figure 7A). La force s'écrit donc $F = \frac{K}{d^2} \times \pi \ d^2 \tan \left(\theta_S\right)^2 = K \pi \tan \left(\theta_S\right)^2$. On retrouve une valeur constante à faible distance.

<u>Remarque</u>: En toute rigueur, la distance d entre l'émetteur et le plateau de la balance varie selon l'endroit où l'on se trouve sur ce plateau. Compte tenu des hypothèses simplificatrices déjà faites et de l'ouverture somme toute modérée du cône d'émission, la distance entre l'émetteur et le plateau a été considérée comme constante dans le calcul précédent. Si l'on voulait tenir compte de cet effet, il faudrait aussi tenir compte de l'incidence variable sur le plateau et les calculs deviennent rapidement très compliqués.

Si l'on est à distance plus grande du plateau, la surface S vaut $S = \pi r_p^2$ avec r_p le rayon du plateau de la balance (cf. figure 7B). La force s'écrit donc $F = \frac{K}{d^2} \times \pi r_p^2 = \frac{K\pi r_p^2}{d^2}$. On retrouve la décroissance en $1/d^2$ observée dans les mesures.

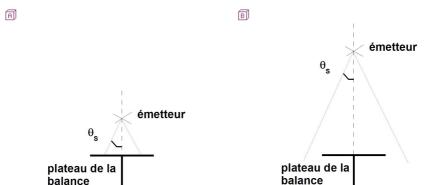


Figure 7 - Émetteur proche de la balance et émetteur éloigné.

3.3.3. Exploitation des résultats

Le coude du graphique représentant m en fonction de d se situe à d=12 cm. Cette valeur nous donne un angle d'émission de la source θ_S tel que $\tan (\theta_S) = \frac{r_p}{d}$. Comme le plateau de la balance mesure 13 cm de diamètre, nous trouvons $\theta_S = 28^\circ$ ce qui est cohérent avec les mesures présentées dans l'annexe 2.

Estimons à présent la pression de radiation. La masse m affichée pour les faibles distances est de 12 mg. Plaçons-nous dans le cas limite où la surface sur laquelle s'exerce la pression de radiation est exactement celle du plateau de la balance. Nous avons donc $P_{rad} \times \pi \ r_p^2 = m \ g$, où g est l'accélération de la pesanteur. Nous obtenons $P_{rad} = 9 \cdot 10^{-3} \ Pa$. Pour obtenir un ordre de grandeur de la pression acoustique efficace P_{eff} , utilisons la relation $P_{rad} = 2 \frac{P_{eff}^2}{\rho_0 \ c^2}$. La valeur trouvée est $P_{eff} = 25 \ Pa$. Le niveau sonore correspondant est $L = 122 \ dB$, en accord avec l'indication vague du constructeur « $120 \ dB$ typique» et avec les calculs faits dans la partie 1.

CONCLUSION

Sauf à disposer de sources sonores ou ultrasonores de très forte intensité, la pression de radiation acoustique est faible. Pour autant, on peut sans ambiguïté la mettre en évidence avec des expériences qualitatives simples (tourniquet ou voile acoustique, lévitation acoustique). Avec une balance précise au milligramme, un matériel assez courant, l'étude quantitative devient possible : mesure de son intensité et vérification de la dépendance quadratique de la pression de radiation avec la pression acoustique.

REMERCIEMENTS

L'auteur remercie Régis Wunenberger pour les discussions sur la pression de radiation en acoustique et pour lui avoir communiqué son mémoire d'habilitation à diriger les recherches

BIBLIOGRAPHIE

- [1] R. Wunenberger, Mémoire d'habilitation à diriger les recherches, communication privée.
- [2] P. Tanguy et D. Thouroude, «La pression de radiation en acoustique», Bull. Un. Phys., vol. 81, n° 699 (1), p. 1335-1350, décembre 1987.
- [3] F.E. Borgnis, *Theory of acoustic radiation pressure*, Norman Bridge Laboratory of Physics California Institute of Technology, 25 juillet 1951, disponible à l'adresse: http://oai.dtic.mil/oai/oai?verb=getRecord&metadataPrefix=html&identifier=ADB201297

- [4] N. Bertin, Déformation d'interfaces liquides guidantes par la pression de radiation acoustique et optique, thèse de l'Université Bordeaux 1, 1^{er} juin 2011, disponible à l'adresse : http://www.theses.fr/2011BOR14266
- [5] C. Garing, Ondes, exercices et problèmes de concours corrigés, Dunod, 1990

NETOGRAPHIE

- ♦ http://96ochiai.ws/3DOFacoustic
- ♦ http://www.anl.gov/videos/acoustic-levitation/

Compléments de l'article

Cet article comporte des compléments nommés :

- ♦ Levitation.wmv
- ♦ Tourniquet acoustique.wmv
- ♦ Voile acoustique.wmv

L'ensemble est disponible sous la forme d'un fichier zippé 09850831.

Annexe 1

Proportionnalité entre l'amplitude U_e de la tension alimentant l'émetteur et la pression acoustique générée par l'émetteur d'ultrasons

Pour commencer, nous avons vérifié à l'oscilloscope que l'amplitude $U_{\scriptscriptstyle e}$ affichée sur l'écran du GBF alimentant l'émetteur était bien égale à la tension aux bornes de cet émetteur (l'utilisation d'un multimètre n'était pas possible en raison de la fréquence élevée de la tension).

Nous supposons que l'amplitude de la tension U_r mesurée sur le récepteur d'ultrasons est proportionnelle à l'amplitude de la pression acoustique, du moins sur la gamme des pressions étudiées dans cet article. Les mesures faites dans tout cet article confirment cette supposition. Pour vérifier que l'amplitude de la pression acoustique et U_e sont proportionnelles, il nous suffit de vérifier que U_r et U_e sont proportionnelles. Les résultats obtenus pour une distance de 5 cm entre l'émetteur et le récepteur placés face à face sont dans le tableau 3.

$U_{e}\left(V\right)$	0,25	0,5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$U_{t}\left(V\right)$	0,14	0,28	0,56	1,20	1,7	2,35	2,8	3,5	4,0	4,6	5,1	5,6

Tableau 3 - Amplitude U_r de la tension aux bornes du récepteur d'ultrasons en fonction de l'amplitude U_e de la tension alimentant l'émetteur.

Le graphique représentant U_r en fonction de U_e est sur la figure 8. La courbe obtenue est bien une droite passant par l'origine : la pression acoustique et U_e sont proportionnelles. Une autre série de mesures, faite à 20 cm, a confirmé la proportionnalité entre U_e et U_e .

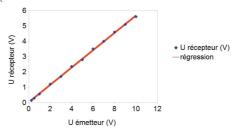


Figure 8 - Amplitude U_r de la tension aux bornes du récepteur en fonction de l'amplitude U_e de la tension aux bornes de l'émetteur d'ultrasons.

Annexe 2

Caractéristiques de l'émission

Pour déterminer comment se fait l'émission en fonction de l'angle θ avec l'axe de symétrie de l'émetteur, nous avons placé l'émetteur au centre d'un rapporteur (rapporteur imprimé sur du papier, rayon 17 m) et déplacé le récepteur sur le pourtour du rapporteur, en orientant le récepteur vers l'émetteur. Le tableau 4 donne les valeurs du rapport α entre l'amplitude de la tension du récepteur pour θ et l'amplitude pour $\theta_0=0^\circ$. Ce rapport est le rapport de l'amplitude de la pression acoustique pour l'angle θ à la pression acoustique sur l'axe de l'émetteur. La représentation graphique est sur la figure 9. Des mesures effectuées à plusieurs distances de l'émetteur ont donné la même variation en fonction de θ .

θ (°)	0	5	10	15	20	25	30
α	1,00	0,98	0,91	0,86	0,77	0,63	0,50
θ (°)	35	40	50	60	70	80	90
α	0,41	0,24	0,15	0,091	0,077	0,068	0,055

Tableau 4 - Rapport
$$\alpha = \frac{P_{acoustique}(\theta)}{P_{acoustique}(\theta_0 = 0)}$$
.

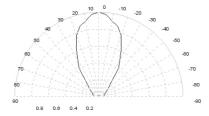


Figure 9 - Rapport $\alpha = \frac{P_{acoustique}(\theta)}{P_{acoustique}(\theta_0 = 0)}$ en diagramme polaire.

Nous obtenons les résultats pour la pression de radiation acoustique P_{rad} en utilisant le fait que P_{rad} et P_{eff}^2 sont proportionnelles. Les résultats sont dans le tableau 5 et la figure 10.

θ (°)	0	5	10	15	20	25	30
$lpha_{_{rad}}$	1,00	0,96	0,83	0,75	0,59	0,40	0,25
θ (°)	35	40	50	60	70	80	90
$lpha_{_{rad}}$	0,17	0,058	0,021	0,008	0,006	0,005	0,003

Tableau 5 - Rapport $\alpha_{rad} = \frac{P_{rad}(\theta)}{P_{rad}(\theta_0 = 0)}$.

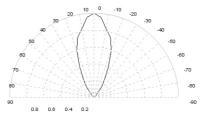


Figure 10 - Rapport $\alpha_{rad} = \frac{P_{rad}(\theta)}{P_{rad}(\theta_0 = 0)}$ en diagramme polaire.

Regardons à présent ce qui se passe quand on fait varier la distance d entre l'émetteur et le récepteur positionnés face à face. Les résultats donnant l'amplitude U_r de la tension aux bornes du récepteur en fonction de la distance d à l'émetteur (alimenté avec une tension d'amplitude égale à $10~\rm V$) sont consignés dans le tableau 6. La représentation de U_r en fonction de d est sur la figure 11 (échelle logarithmique en abscisses et en ordonnées).

d (cm)	5	10	15	20	25	30	40
U_r (V)	4,2	1,8	1,15	0,85	0,66	0,58	0,43

Tableau 6 - Amplitude U_r de la tension aux bornes du récepteur en fonction de sa distance d à l'émetteur. L'émetteur et le récepteur sont face à face.

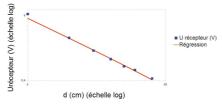


Figure 11 - Amplitude U_r de la tension aux bornes du récepteur en fonction de sa distance d à l'émetteur. L'émetteur et le récepteur sont face à face.

La figure 11 montre une droite, avec le point à d = 5 cm un peu à l'écart. La pente calculée sur tous les points sauf d = 5 cm, vaut -1,03. Nous avons donc bien

une dépendance de la pression acoustique en 1/d comme attendu. L'écart à la droite du point d=5 cm provient sans doute de ce que l'approximation d'une source ponctuelle n'est pas très bonne lorsque l'on est trop près de la source.

Des mesures effectuées pour d'autres angles ont donné la même dépendance avec la distance.



Cédric MULET-MARQUIS
Agrégé de physique
IUT
Département mesures physiques
Châtellerault (Vienne)