TD20 – Deuxième principe

Pour tous les exercices, où l'indice « ref » renvoie à un état de référence, on donne :

- l'entropie d'une phase condensée de capacité thermique C :

$$S(T) = C \ln \frac{T}{T_{\text{ref}}} + S_{\text{ref}} \ ;$$

- l'entropie d'un gaz parfait :

$$S(T,P) = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} \ln \frac{T}{T_{\text{ref}}} - nR \ln \frac{P}{P_{\text{ref}}} + S_{\text{ref}} \ ;$$
$$S(T,V) = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \frac{T}{T_{\text{ref}}} + nR \ln \frac{V}{V_{\text{ref}}} + S_{\text{ref}} \ ;$$
$$S(P,V) = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \frac{P}{P_{\text{ref}}} + \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} \ln \frac{V}{V_{\text{ref}}} + S_{\text{ref}}.$$

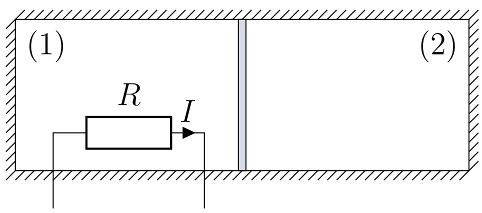
Exercice 1 – Mise à l'équilibre de deux gaz

Une enceinte indéformable aux parois calorifugées est séparée en deux compartiments par une cloison d'aire S étanche, diatherme et mobile sans frottement. Les deux compartiments contiennent un même gaz parfait. Dans l'état initial, la cloison est maintenue au milieu de l'enceinte. Le gaz du compartiment 1 est dans l'état (T_0, P_0, V_0) et le gaz du compartiment 2 dans l'état $(T_0, 2P_0, V_0)$. On laisse alors la cloison bouger librement jusqu'à ce que le système atteigne un état d'équilibre.

1. Déterminer l'état final.
2. Calculer l'entropie créée.

Exercice 2 – Bilan entropique

Les deux compartiments contiennent le même gaz parfait de capacité thermique molaire $C_{\text{v},m}$ et coefficient isentropique γ, initialement dans le même état (P_0, T_0, V_0). Les parois sont calorifugées ainsi que le piston. Ce dernier se déplace sans frottement dans le cylindre.



On fait passer un courant d'intensité I dans la résistance R de telle sorte que la transformation du gaz puisse être considérée comme quasi-statique et jusqu'à ce que la pression devienne P_f.

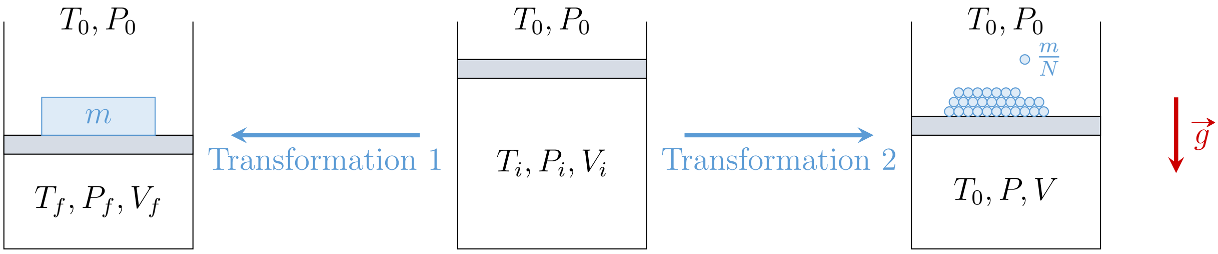
1. Déterminer l'état thermodynamique du gaz dans chaque compartiment.
2. Donner l'expression de l'énergie fournie par le générateur qui alimente la résistance en fonction des données.
3. Calculer la variation d'entropie du système complet (sans résistance).

Exercice 3 – Compression d'un gaz parfait

On considère une quantité de matière n de gaz parfait de coefficient isentropique $\gamma = C_\mathrm{p}/C_\mathrm{v}$, contenu dans une enceinte en contact thermique avec l'atmosphère, assimilée à un thermostat à la température T_0. L'enceinte est fermée par un piston athermane (imperméable aux transferts thermiques), de masse négligeable et de section σ.

On dépose une masse m sur le piston de deux manières différentes :

- brutalement : toute la masse m est déposée en une seule fois (transformation 1) ;
- en N étapes : on ajoute un par un N grains de masse m/N (transformation 2).



Pour chacune des transformations décrites et représentées ci-dessus :

1. Déterminer les température, pression et volume à l'équilibre à la fin de la transformation.
2. Qualifier la transformation subie par le gaz.
3. Exprimer le travail et le transfert thermique reçus par le gaz.
4. À l'aide d'un bilan d'entropie, exprimer puis calculer l'entropie créée au cours de la transformation. Commenter.

Données : $n = 1\,\mathrm{mol}$; $\sigma = 100\,\mathrm{cm}^2$; $m = 10\,\mathrm{kg}$; $P_0 = 1\,\mathrm{bar}$; $g = 9{,}81\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Exercice 4 – Possibilité d'un cycle

On considère une quantité de matière $n = 1\,\mathrm{mol}$ de gaz parfait qui subit la succession de transformations (idéalisées) suivantes :

- $A \to B$: détente isotherme de $P_A = 2\,\mathrm{bar}$ et $T_A = 300\,\mathrm{K}$ jusqu'à $P_B = 1\,\mathrm{bar}$ en restant en contact avec un thermostat de température $T_0 = T_A$;
- $B \to C$: évolution isobare jusqu'à $V_C = 20{,}5\,\mathrm{L}$ toujours en restant en contact avec le thermostat à T_0 ;
- $C \to A$: compression adiabatique réversible jusqu'à revenir à l'état A.

Le coefficient isentropique γ est pris égal à $7/5$.

1. Représenter ce cycle dans le diagramme de Watt (P, V).
2. À partir du diagramme, déterminer le signe du travail total des forces de pression au cours du cycle. En déduire s'il s'agit d'un cycle moteur ou d'un cycle récepteur.
3. Déterminer l'entropie crée entre A et B. Commenter.
4. Calculer la température en C, le travail W_{BC} et le transfert thermique Q_{BC} reçus par le gaz au cours de la transformation BC. En déduire l'entropie échangée avec le thermostat ainsi que l'entropie crée. Conclure : le cycle proposé est-il réalisable ? Le cycle inverse l'est-il ?

Exercice 5 – Résistance thermique

On considère un barreau cylindrique homogène, de longueur L et de section S, dont les deux extrémités sont mises en contact avec deux thermostats qui les maintiennent à des températures T_1 et T_2. La paroi cylindrique est calorifugée, de telle sorte qu'aucune fuite thermique n'a lieu latéralement. Après un régime transitoire auquel nous n'allons pas nous intéresser ici, la température en chaque point M du barreau tend vers une valeur constante, dépendant de M : un régime stationnaire mais hors équilibre est atteint. On raisonne sur une durée Δt lorsque le régime stationnaire est établi. On constate alors que la puissance thermique $\mathcal{P}_{\text{th}}$ (transfert thermique par unité de temps) traversant toute section droite du cyclindre, orientée de la face 1 vers la face 2, s'écrit

$$\mathcal{P}_{\text{th}} = Q\Delta t = \frac{T_1 - T_2}{R_{\text{th}}},$$

où R_{th} est un coefficient phénoménologique appelé résistance thermique.

1. Quelle est la dimension de R_{th} ?

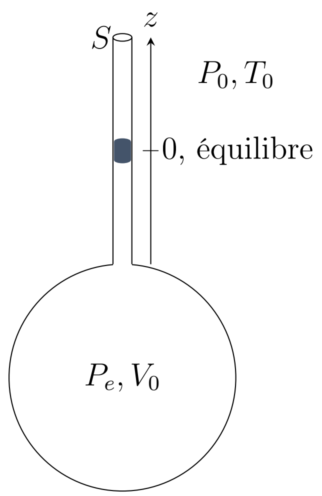
On considère comme système l'ensemble du barreau cylindrique, la surface de contrôle étant constituée des deux extrémités circulaires et de la paroi cylindrique.

2. Quelle est la variation d'entropie ΔS du barreau cylindrique au cours de l'intervalle de temps Δt ?
3. Exprimer l'entropie échangée $S_{\text{éch}}$ par le cylindre pendant Δt, et le taux d'échange d'entropie $\sigma_{\text{éch}} = S_{\text{éch}}/\Delta t$.
4. En déduire le taux de création d'entropie σ_{c}. Que devient cette entropie créée ?
5. Quelle conséquence cela impose-t-il sur le signe de R_{th} ?

Exercice 6 – Expérience de Rüchardt – Oral CCP

On considère un récipient fermé par un piston M de masse m, mobile sans frottement dans le col cylindrique vertical de section S. Le récipient contient n moles d'un gaz parfait dont on cherche à déterminer l'exposant adiabatique γ (ou coefficient isentropique) constant.

À l'extérieur, l'air est à la pression $P_0 =$ cste et à l'équilibre, le volume intérieur du récipient est V_0. Le piston est déplacé de sa position d'équilibre, on note $P = P_e + \mathrm{d}P$ la pression dans le récipient à un instant quelconque avec $\mathrm{d}P \ll P_e$ et toutes les transformations adiabatiques et réversibles.



1. Déterminer l'équation du mouvement du piston.
2. En déduire une méthode pour mesurer γ.