

| Nom : | DM4 | | | | | |
|---|----------|-----|----------|-----|-----|-----|
| Prénom : | APP | ANA | REA | VAL | COM | RCO |
| EXERCICE 1 – Bougie d'allumage 1. La tension aux bornes du condensateur est continue, donc $u_C(t = 0^+) = 0$. 2. $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \omega_0^2 Q_0$, avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $Q = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{L}{C}}$ et $Q_0 = CE$. 3. L'intensité du courant traversant une bobine est continue donc $i_1(t = 0^-) = i_1(t = 0^+) = \frac{dq}{dt}(t = 0^+) = I_1$. La tension aux bornes du condensateur est continue et $Cu_C = q$ donc $q(t = 0^-) = q(t = 0^+) = 0$. 4. Il y a quatre étincelles quand $ u_2(t) > 10 \text{ kV}$ lors des deux premières oscillations. 5. On observe un régime transitoire pseudo-périodique : $Q > \frac{1}{2}$. 6. $q(t) = e^{-\mu t}(-Q_0 \cos \Omega t + \frac{I_1 - \mu Q_0}{\Omega} \sin \Omega t) + Q_0$, avec $\mu = \frac{\omega_0}{2Q}$ et $\Omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$. 7. $\frac{dx}{dt} = y$ et $\frac{dy}{dt} = -\frac{\omega_0}{Q} y - \omega_0^2 x + \omega_0^2 Q_0$. 8. Cf annexe 1. 9. $Q \approx 13 \gg 1$ donc $\Omega \approx \omega_0$. $T = 4 \text{ ms}$ d'où $\omega_0 = 1,6 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$. 10. Même allure : pas d'erreur ! 11. Programme Python. Présentation de la copie | •• | •• | •••• | •• | •• | |
| TOTAL | APP | ANA | REA | VAL | COM | RCO |
| Nombre total de points | 4 | 3 | 12 | 2 | 5 | 0 |
| Nombre de points obtenus | | | | | | |
| COMMENTAIRES : | $\eta =$ | %; | $\tau =$ | %; | | /26 |

Annexe 1

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from scipy.integrate import odeint
4
5 #####
6 # PARAMÈTRES DU CIRCUIT
7 #####
8 E = 12 # en V donnée de l'énoncé
9 r = 6 # en ohms, donnée de l'énoncé
10 omega0 = 2*np.pi / 4e-3 # en s-1, lecture graphique
11 Q = 13 # facteur de qualité, essais-erreur
12 L = r * Q / omega0 # en H
13 C = 1 / r / Q / omega0 # en F
14 I1 = E/r # en A
15 mu = omega0 / 2 / Q # valeur absolue de la partie réelle de la racine
16 omega = omega0 * np.sqrt(1 - 1/4/Q**2) # partie imaginaire
17
18 #####
19 # RÉOLUTION
20 #####
21 def charge_primaire(V, t):
22     """Fonction associée à l'équation différentielle"""
23     x, y = V
24     dx = y
25     dy = - omega0 / Q * y - omega0**2 * x + omega0**2 * C*E
26     dV = [dx, dy]
27     return dV
28
29 t = np.linspace(0, 30e-3, 1000)
30 V0 = [0, I1]
31 V = odeint(charge_primaire, V0, t)
32 q_num = V[:,0]
33
34 def q_ana(t):
35     """Expression analytique de la charge du condensateur"""
36     fact_exp = np.exp(-mu*t)
37     A = - C*E
38     B = (I1 - mu * C * E) / omega
39     return fact_exp * (A * np.cos(omega*t) + B * np.sin(omega*t)) + C*E
40
41 #####
42 # REPRÉSENTATION GRAPHIQUE
43 #####
44 plt.plot(t*1e3, q_num*1e3, label="Numérique")
45 plt.plot(t*1e3, q_ana(t)*1e3, label="Analytique")
46 plt.xlabel("Temps $t$ (ms)")
47 plt.ylabel("Charge du condensateur $q$ (mC)")
48 plt.title("Évolution de la charge du condensateur")
49 plt.legend()
```