TD19 – Induction

Exercice 1 – Spire en rotation

On choisit d'orienter la spire par le vecteur $\vec{n}$ de telle sorte que $\vec{n}$ et $\vec{B}$ soient colinéaires et dans le même sens pour $\theta = \pi/2$.

1. Par application de la loi de Faraday

$$e = -\Omega S B \cos \Omega t.$$

En convention générateur

$$i(t) = -\frac{\Omega S B}{r} \cos \Omega t.$$

2. Par définition

$$\vec{\mu}(t) = S i(t) \vec{n}.$$

3. Par définition

$$\vec{\Gamma}_L(t) = -\frac{\Omega S^2 B^2}{r} \cos^2 \Omega t \vec{e_\Delta}, \quad \text{d'où} \quad \langle \vec{\Gamma}(t) \rangle = -\frac{\Omega S^2 B^2}{2r} \vec{e_\Delta}.$$

On a bien un couple résistant, cohérent avec la loi de Lenz.

Exercice 2 – Spire autour d'un solénoïde

On choisit d'orienter le solénoïde et la spire dans le même sens.

1. Par définition

$$\Phi_B = \mu_0 n I \times \pi R_1^2 = 5{,}9 \times 10^{-6}\,\text{Wb},$$

Rq : c'est bien le rayon du solénoïde qui intervient ici car le champ magnétique est nul hors du solénoïde.

2. τ est un temps caractéristique en secondes.
3. Par application de la loi de Faraday

$$e = \frac{\mu_0 n i \pi R_1^2}{\tau} e^{-t/\tau}.$$

4. Le courant induit (dans le sens de e) crée un champ magnétique dans le même sens que celui créé par le solénoïde et s'oppose ainsi à la diminution du flux, cohérent avec la Loi de Lenz.

Exercice 3 – Auto-induction négligeable ?

1. Par application de la loi de Faraday

$$e = \pi R^2 B\omega \sin \omega t.$$

A.N. : $\pi R^2 B\omega = 0{,}12\,\mathrm{V}$.

2. Avec la loi d'Ohm : $i = e/r$, soit $\pi R^2 B\omega/r = 0{,}12\,\mathrm{A}$.
3. Avec la loi de Lenz, on trouve que le courant auto-induit s'oppose à celui induit par le champ extérieur.
4. $L = 0{,}39\,\mu\mathrm{H}$.
5. Avec la loi de Faraday (en convention générateur)

$$e' = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t},$$

soit une amplitude $L\omega I = 15\,\mu\mathrm{H}$, ce qui est bien négligeable devant l'amplitude de e.

Exercice 4 – Fonctionnement d'un générateur

1. Par définition, $\Phi = B_0 S \cos\theta$.
2. D'après la loi de Faraday, $e = B_0 S\omega \sin\theta$.
3. En appliquant la loi d'Ohm, $i = e/R$ et

$$\mathcal{P}_{\text{élec}} = \frac{B_0^2 S^2}{R}\omega^2 \sin^2\theta.$$

4. En appliquant la loi de Lenz (...) : freinage.
5. En utilisant lez principe des actions réciproques, le couple de la spire sur l'aimant est l'opposé de celui de l'aimant sur la spire, d'où

$$\vec{\Gamma} = -iSB_0 \sin\theta \vec{e_z}.$$

6. On trouve bien une puissance négative :

$$\mathcal{P}_{\text{méca}} = -\frac{B_0^2 S^2}{R}\omega^2 \sin^2\theta = -\mathcal{P}_{\text{élec}}.$$

Exercice 5 – Mesure d'une inductance mutuelle

1. L'impédance d'entrée de l'oscilloscope est infinie : le circuit deux est ouvert et l'intensité i_2 est nulle. On aurait

$$u_2 = L_2\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t},$$

ce qui est faux ici car il faut tenir compte de l'induction mutuelle.

2. On a

$$u_2 = \frac{M}{R}\frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t}.$$

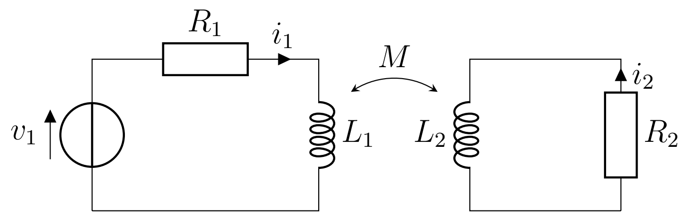
3. En RSF à la fréquence f :

$$M = \frac{RU_2}{2\pi f U_1} = 1{,}3\,\mathrm{mH}.$$

4. Pour un angle de 180°, M change de signe mais sa valeur absolue est identique à celle mesurée précédemment. Pour un angle de 90°, $M \approx 0$. Enfin, M augmente en alignant les axes des bobines.

Exercice 6 – Table de cuisson

1. On peut représenter la situation comme indiqué ci-dessous :



On a alors

$$\begin{cases} v_1 = R_1 i_1 + L_1 \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \\ 0 = R_2 i_2 + L_2 \dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + M\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \end{cases}$$

2. En RSF à la pulsation ω, on obtient

$$\underline{H} = \frac{jM\omega}{R_2 + jL_2\omega}.$$

3. Toujours en RSF,

$$\underline{Z_e} = R_1 + jL_1\omega + \frac{(M\omega)^2}{R_2 + jL_2\omega}.$$

4. Avec $\omega \gg R_1/L_1, R_2/L_2$

$$\underline{H} \approx \frac{M}{L_2} = -8{,}3 \quad \text{et} \quad \underline{Z_e} = jL_1\omega\left(1 - \frac{M^2}{L_1L_2}\right) \quad \text{et} \quad |\underline{Z_e}| = 2{,}1\,\Omega.$$

5. En soulevant la casserole, M diminue donc l'impédance d'entrée augmente : l'intensité du courant appelé diminue.

⋆ Exercice 7 – Lévitation magnétique

1. On a immédiatement $\tan\theta = a/z$. En dérivant cette expression par rapport à z, on obtient
$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}z} = -\frac{a}{a^2+z^2}.$$
2. Un courant induit apparait dans la spire car elle est plongée dans un champ magnétique variable. Elle subit donc la force de Laplace qui peut la maintenir à une certaine altitude.
3. Avec la loi de Faraday :
$$e = -M\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} - L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \quad \text{avec} \quad M = \pi b^2\mu_0 n\frac{1-\cos\theta}{2}.$$
On en déduit, dans la spire
$$Ri + M\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0.$$
4. En RSF à la pulsation ω, on obtient
$$i_m = \frac{M\omega}{\sqrt{R^2+L^2\omega^2}}I_0 \quad \text{et} \quad \tan\varphi = \frac{R}{L\omega}.$$
5. La force de Laplace associée à la composante axiale du champ diu solénoïde est nulle, par symétrie.
6. On obtient
$$\overrightarrow{F}_{\mathrm{L}} = -\pi b^2\mu_0 n\frac{a}{a^2+z^2}\frac{\sin\theta}{2}i(t)I(t)\overrightarrow{e_z}.$$
7. En passant à la moyenne
$$\langle\overrightarrow{F}_L\rangle = \pi b^2\mu_0 n\frac{a}{a^2+z^2}\frac{\sin\theta}{2}\frac{I_0}{2}\frac{LM\omega^2}{R^2+L^2\omega^2}\overrightarrow{e_z}.$$
8. L'énergie fournie par le générateur est dissipée par effet Joule dans la spire.