

Chapitre 15 – Moment cinétique

Plan du cours

- I Moment cinétique**
 - I.1** Par rapport à un point
 - I.2** Par rapport à un axe
- II Moment d'une force**
 - II.1** Par rapport à un point
 - II.2** Par rapport à un axe
 - II.3** Bras de levier
- III Théorème du moment cinétique**

Ce qu'il faut savoir et savoir faire

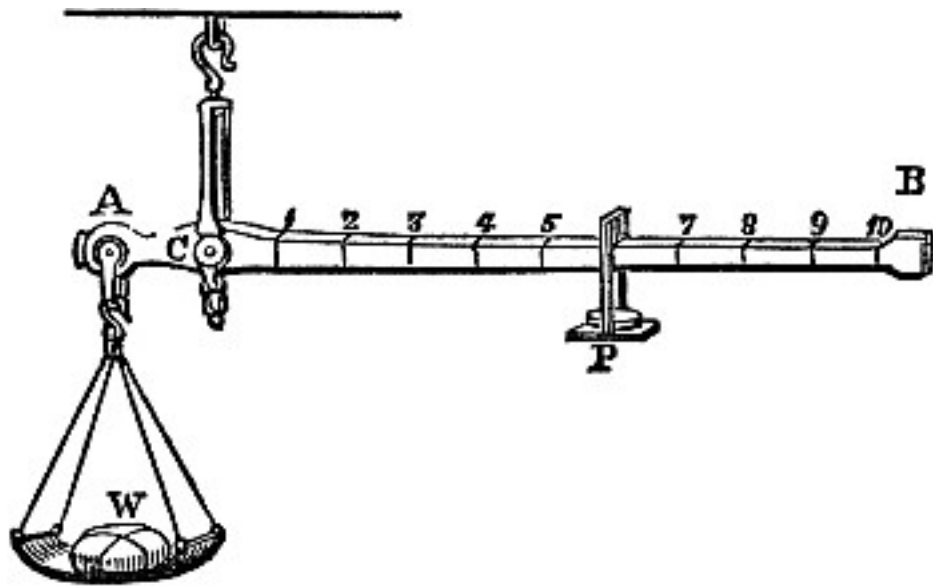
- Relier la direction et le sens du vecteur moment cinétique aux caractéristiques du mouvement.
- Calculer le moment d'une force par rapport à un axe orienté en utilisant le bras de levier.
- Identifier les cas de conservation du moment cinétique.

Questions de cours

- Définir le moment cinétique d'un point matériel par rapport à un point et/ou à un axe et relier sa direction, son sens et/ou son signe aux caractéristiques du mouvement.
- Définir le moment d'une force par rapport à un point et/ou un axe et l'exprimer en fonction du bras de levier.
- Énoncer le théorème du moment cinétique par rapport à un point fixe et/ou un axe fixe pour un point matériel.
- Établir l'équation différentielle associée au pendule simple en utilisant le TMC/TMCS.

Documents

Document 1 – Balance romaine

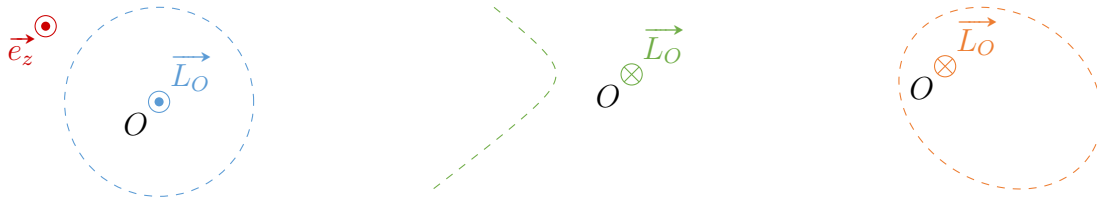


Applications

Application 1 – Moment cinétique en coordonnées cylindriques

On considère un point matériel M de masse m dont le mouvement est contenu dans le plan $z = 0$. Le point M est repéré en coordonnées cylindriques.

1. Donner l'expression du vecteur position \overrightarrow{OM} et celle du vecteur vitesse \vec{v} .
2. En déduire l'expression du moment cinétique \vec{L}_O de M .
3. La trajectoire du point M et son moment cinétique sont représentés ci-dessous dans trois situations. Donner le signe de la vitesse angulaire $\omega = \dot{\theta}$ et indiquer le sens du mouvement.



Application 2 – Ordres de grandeurs des moments cinétiques

Dans les deux cas ci-dessous, déterminer la valeur de la norme du moment cinétique du système par rapport au centre de la trajectoire.

1. Dans le référentiel héliocentrique, l'orbite de la Terre T autour du Soleil S est quasi circulaire, de centre confondu avec celui du Soleil S et de rayon égal à $d = 150 \times 10^6$ km. La masse de la Terre vaut $m_T = 6 \times 10^{24}$ kg.
2. Dans le modèle de Bohr, le mouvement de l'électron autour du noyau est assimilé à un mouvement circulaire et uniforme de centre O confondu avec le noyau. La trajectoire de rayon $r_0 = 53$ pm est parcourue à la fréquence $f = 6,6 \times 10^{15}$ Hz. La masse d'un électron est $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg.

Application 3 – Moment cinétique sur un vélo

Un vélo avance sur une route rectiligne. Le vecteur \vec{e}_x est dans la direction et le sens du mouvement, le vecteur \vec{e}_y est vertical et orienté vers le haut. Indiquer le signe du moment cinétique scalaire de la valve de la roue arrière, par rapport à l'axe de la roue orienté par \vec{e}_z .

Application 4 – Serrage d'un écrou

Le constructeur d'un vélo donne l'indication du couple de serrage à utiliser pour fixer les pédales : $\Gamma = 35 \text{ N} \cdot \text{m}$. On dispose d'une clé de longueur $L = 20$ cm.

1. Préciser sur un schéma le point d'application et la direction de la force nécessaire pour atteindre la valeur indiquée avec le moins d'effort possible.
2. Déterminer la force minimale à appliquer

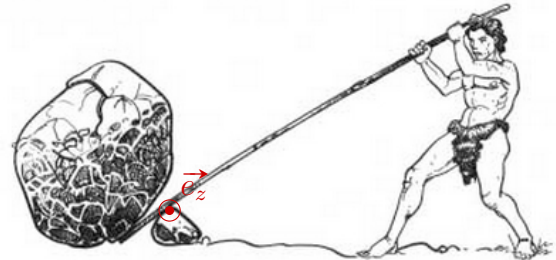
Application 5 – Levier

Archimède utilise un levier afin de soulever un rocher de masse $M = 200$ kg. On note O le point fixe, $d_1 = 50$ cm la distance entre le point fixe et le rocher, $d_2 = 1,5$ m la distance entre

le point fixe et Archimède et $\alpha = 60^\circ$ l'angle du levier par rapport à l'horizontale (la figure ci-dessous n'est pas à l'échelle).

On admet que le rocher commence à se soulever quand les moments par rapport à l'axe (O, \vec{e}_z) du poids du rocher et de la force exercée par Archimède sont opposés.

1. Déterminer la masse minimale m d'Archimède pour qu'il puisse soulever le rocher en se suspendant au levier.
2. Il décide de faire varier la direction de la force qu'il exerce sur le levier. Comment doit-on procéder pour être plus efficace et quelle force doit-il exercer ? Quel est le gain par rapport au cas précédent ?



Application 6 – Pendule simple (encore !)

On considère un point matériel M de masse m suspendu à un fil inextensible de longueur l et de masse négligeable, accroché au point O . On note \vec{g} l'accélération de la pesanteur.

Retrouver l'équation différentielle vérifiée par l'angle θ .

1. En utilisant le TMC.
2. En utilisant le TMCS et un bras de levier.