Chapitre 7 – Dynamique du point matériel

Plan du cours

Ce qu'il faut savoir et savoir faire

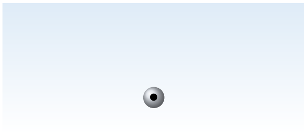
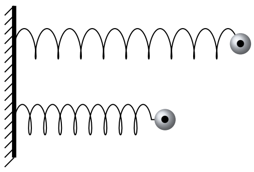
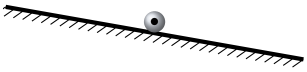
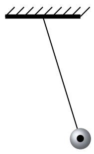
→ Justifier qualitativement la position du centre de masse d'un système, cette position étant donnée.
→ Utiliser la relation entre la quantité de mouvement d'un système et la vitesse de son centre de masse.
→ Décrire le mouvement relatif de deux référentiels galiléens.
→ Discuter qualitativement du caractère galiléen d'un référentiel donné pour le mouvement étudié.
→ Établir un bilan des forces sur un système ou sur plusieurs systèmes en interaction et en rendre compte sur un schéma.
→ Utiliser la deuxième loi de Newton dans des situations variées.
→ Exploiter une équation différentielle sans la résoudre analytiquement, par exemple : analyse en ordres de grandeur, existence d'une vitesse limite, écriture adimensionnée, utilisation des résultats obtenus par simulation numérique.
→ Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme : établir et exploiter les équations horaires du mouvement, établir l'équation de la trajectoire.
→ Système masse-ressort sans frottement : déterminer et résoudre l'équation différentielle du mouvement, exploiter les analogies avec un oscillateur harmonique électrique.
→ Établir l'équation du mouvement du pendule simple. Justifier le caractère harmonique des oscillations de faible amplitude.

Questions de cours

→ Énoncer les lois de Newton : principe d'inertie, principe fondamental de la dynamique et principe des actions réciproques.
→ En s'appuyant sur un schéma, énoncer avec précision une des lois de force suivantes : poids, poussée d'Archimède, force de rappel associée à un ressort, tension d'un fil, réaction du support, interaction gravitationnelle, interaction électrostatique.
→ Appliquer la méthode de résolution décrite dans le document 2 pour obtenir les équations horaires du mouvement.
→ Les exemples vus en cours doivent pouvoir être traités très rapidement.

Documents

Document 1 – Forces

Force	**Schéma**	**Expression**
Poids		
Poussée d'Archimède		
Force de rappel		
Réaction du support		
Tension d'un fil		
Interaction gravitationnelle		
Interaction électrostatique		

Document 2 – Méthode de résolution d'un exercice en dynamique

Obtention des équations du mouvement :

- **Système** : définir le système ;
- **Référentiel** : choisir le référentiel, considéré galiléen ;
- **Schéma** : à un instant quelconque, en précisant le repère choisi ;
- **Bilan des forces** : les lister, les exprimer dans le repère choisi, les représenter sur le schéma ;
- **Étude cinématique** : exprimer le vecteur accélération dans le repère choisi ;
- **PFD** : l'appliquer puis le projeter selon les vecteurs de base pour obtenir les équations du mouvement.

Obtention des équations horaires du mouvement :

- **Conditions initiales** : les exprimer et les projeter selon les vecteurs de base ;
- **Forme générale de la solution** : l'exprimer en fonction des constantes d'intégration ;
- **Détermination des constantes d'intégration** : à écrire sous la forme $x(0) \underset{\text{sol}}{=} \dots \underset{\text{CI}}{=} \dots$;
- **Conclusion** : écrire les équations horaires sous la forme $x(t) = \dots$

Applications

Application 1 – Masse de projectiles

1. Les plombs utilisés pour la chasse du petit gibier peuvent être assimilés à des boules pleines de diamètre $D_1 = 3{,}0\,\mathrm{mm}$. Exprimer, puis calculer la masse m_1 d'un de ces plombs.
2. Pour le gros gibier, on utilise des balles assimilées à des cylindres de diamètre $D_2 = 18\,\mathrm{mm}$ et de hauteur $h = 12\,\mathrm{mm}$. Exprimer, puis calculer la masse m_2 d'une de ces balles.
3. Dans les deux cas, faire un schéma et représenter le centre de masse de ces deux projectiles.

Donnée : masse volumique du plomb $\rho = 11{,}4 \times 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

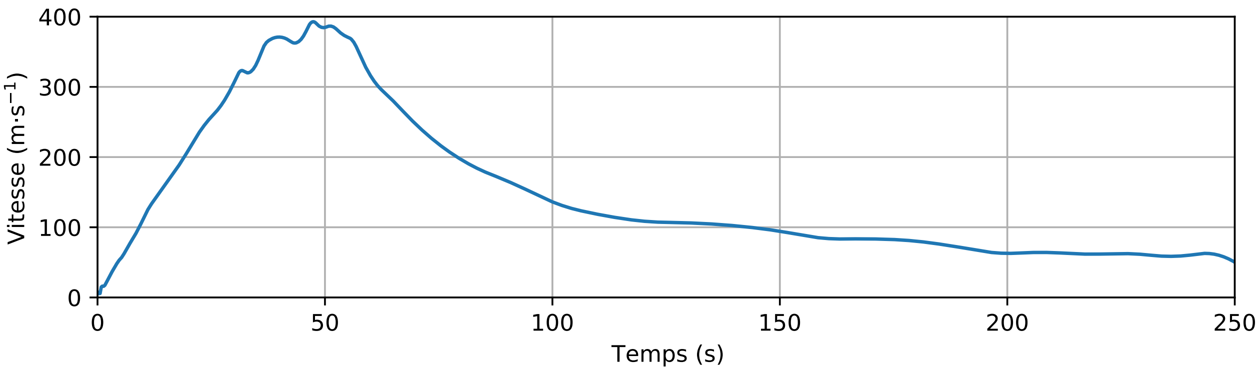
Application 2 – Patinage

Un couple de patineurs est initialement immobile sur la glace. Se repoussant avec leurs mains, la femme communique à son partenaire une vitesse de $10\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$ par rapport à la glace. La femme a une masse $m = 52\,\mathrm{kg}$ et l'homme une masse $m' = 68\,\mathrm{kg}$. On admet que la vitesse du centre de masse des deux patineurs reste immobile.

1. Déterminer la vitesse de la patineuse par rapport à la glace.
2. Déterminer la vitesse à laquelle elle semble s'éloigner de son partenaire.

Application 3 – Saut record(s) pour Felix Baumgartner (1)

En 2012, l'autrichien Felix Baumgartner établissait trois records du monde en sautant depuis une hauteur $h_0 = 39\,\mathrm{km}$. L'évolution de sa vitesse lors de la chute est représentée ci-dessous.



On s'intéresse à la première partie de sa chute, où la pression atmosphérique est suffisamment faible pour que l'on puisse supposer que sa chute se fait dans le vide. L'instant $t = 0$ correspond au moment où F. Baumgartner se laisser tomber de la nacelle.

1. Comparer la force d'attraction gravitationnelle ressentie par le sauteur au début de sa chute et lors de son retour sur le sol. Commenter.
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'altitude z du sauteur.
3. La résoudre et donner l'expression de $z(t)$.
4. Déterminer l'instant t_1 au-delà duquel l'approximation de la chute libre n'est plus réaliste.
5. Exprimer, puis calculer sa vitesse v_1 et son altitude h_1 à l'instant t_1. Commenter.

Donnée : rayon de la Terre $R_T = 6\,370\,\mathrm{km}$ *; accélération de la pesanteur* $g = 9{,}8\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

https://youtu.be/FHtvDA0W34I et https://youtu.be/raiFrxbHxV0

Application 4 – Saut record(s) pour Felix Baumgartner (2)

À une altitude d'environ $h_2 = 2{,}5\,\mathrm{km}$, la vitesse de F. Baumgartner n'est plus « que » de $v_2 = 200\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$. À un instant choisi comme nouvelle origine des dates, il ouvre son parachute. On suppose que la force de frottement fluide est proportionnelle à la vitesse : $\overrightarrow{f} = -k_1\overrightarrow{v}$.

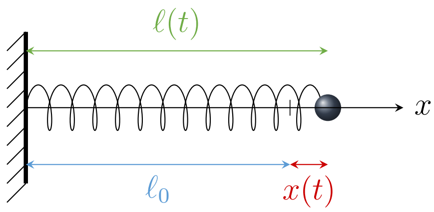
1. Donner le signe et la dimension du coefficient k_1.
2. Comparer les intensités de la poussée d'Archimède et du poids. Commenter.
3. Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v du sauteur. On fera apparaitre une vitesse limite v_l et un temps caractéristique τ.
4. Au moment où il touche le sol, la vitesse de F. Baumgartner n'est plus que de $20\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$. En déduire les valeurs de k_1 et τ.

Donnée : masse de F. Baumgartner et son équipement $m = 120\,\mathrm{kg}$.

Application 5 – Système modèle masse-ressort : retour de l'oscillateur harmonique

Le comportement de nombreux systèmes mécaniques oscillants, comme l'accéléromètre du TP6 ou le diapason du TP7, peut être modélisé par un système masse-ressort.

On s'intéresse à un point matériel M de masse m attaché à un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0. Le point M est astreint à se déplacer horizontalement, sans frottement, le long de l'axe (Ox).



1. Quelle force s'oppose à la chute (verticale) de M ?
2. Donner l'expression de la force de rappel exercée par le ressort sur M.
3. Établir l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$, où x est l'abscisse du point M comptée à partir de la position pour laquelle le ressort est au repos.
4. La résoudre, en supposant que le point M est lâché en $t = 0$ sans vitesse initiale depuis l'abscisse X_0.
5. En remarquant la similitude avec le circuit LC, à quelle grandeur mécanique la charge q du condensateur est-elle analogue ? Et l'intensité i du courant ?

Application 6 – Un oscillateur : le pendule simple

On s'intéresse au mouvement d'un point matériel M de masse m suspendu à un fil inextensible de longueur ℓ.

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$.
2. Que peut-on dire dans le cas où l'amplitude des oscillations reste faible ?
3. Quand cette amplitude n'est pas faible, écrire la fonction `pendule` associée à l'équation différentielle, qui permettra de la résoudre numériquement à l'aide de `odeint`.