

TD8 – Énergie mécanique

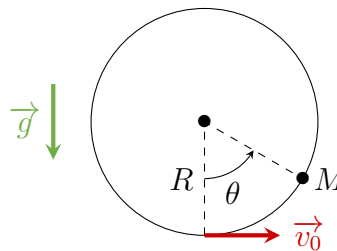
Exercice 1 – Distance de freinage

Une voiture de masse $m = 1,5 \times 10^3 \text{ kg}$ roule à la vitesse de $50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ sur une route horizontale. Devant un imprévu, le conducteur écrase la pédale de frein et s'arrête sur une distance $d = 15 \text{ m}$. On modélise la force de freinage par une force constante opposée à la vitesse.

1. Calculer le travail de la force de freinage.
2. En déduire la norme de cette force.
3. Quelle distance faut-il pour s'arrêter si la vitesse initiale est de $70 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$?
4. Commenter cette phrase relevée dans un livret d'apprentissage de la conduite : « La distance de freinage est proportionnelle au carré de la vitesse ».

Exercice 2 – Mouvement sur un cercle

Une bille de masse m peut se déplacer sans frottement sur la surface intérieure d'un support circulaire vertical de rayon R . On la lance avec la vitesse horizontale \vec{v}_0 au point le plus bas du cercle.



1. En utilisant un théorème énergétique établir l'équation du mouvement de M .
2. Montrer que la norme de la force de réaction du support circulaire vaut

$$N = m \left[\frac{v_0^2}{R} + g(3 \cos \theta - 2) \right].$$

3. Montrer que la bille reste en contact avec le support lors de tout le mouvement lorsque la vitesse initiale v_0 est supérieure à une vitesse v_{\min} à déterminer.
4. Supposons $v_0 < v_{\min}$. Déterminer l'angle auquel la bille quitte le support et tombe.

Exercice 3 – Masse doublement retenue

Une masse m est retenue de part et d'autre par deux ressorts (k_1, ℓ_0) et (k_2, ℓ_0) . Le ressort 1 est fixé au mur gauche, le ressort 2 est fixé au mur droit distant de $d > 2\ell_0$ de celui de gauche. On repère la position de la masse par sa coordonnée x repérée à partir du mur de gauche et orienté selon les x croissants par le vecteur unitaire \vec{e}_x .

1. Établir l'expression de l'énergie potentielle totale du système en fonction de x . Tracer le profil d'énergie potentielle associé.
2. Établir l'expression de la position de la masse à l'équilibre x_{eq} . Commenter.
3. Commenter la stabilité de cette position d'équilibre.
4. Obtenir l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$.
5. Résoudre cette équation dans le cas où la masse m est lancée depuis sa position d'équilibre avec une vitesse v_0 .

Exercice 4 – Étude d'une force

Une particule de masse m astreinte à se déplacer sur un axe (O, \vec{e}_r) est soumise à la force :

$$\vec{F}(r) = \left(-kr + \frac{a}{r^2}\right) \vec{e}_r,$$

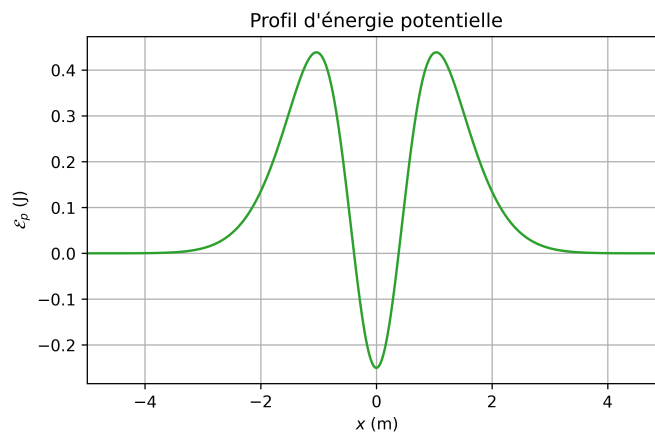
où a et k sont des constantes positives.

1. Commenter l'expression de \vec{F} .
2. Existe-t-il une position d'équilibre ? Si oui, quelle est-elle ?
3. Montrer que la force \vec{F} est conservative.
4. Représenter $\mathcal{E}_p(r)$ et commenter.
5. Déterminer la période des petites oscillations autour de la position d'équilibre.

Exercice 5 – Profil d'énergie potentielle

On considère un point matériel M de masse $m = 500$ g, astreint à se déplacer le long d'un axe (Ox) . Il est soumis à des forces conservatives dont la résultante est associée au profil d'énergie potentielle $\mathcal{E}_p(x)$ représenté ci-dessous (la référence d'énergie potentielle est choisie telle que $\lim_{|x| \rightarrow \infty} \mathcal{E}_p(x) = 0$). On néglige tous les frottements.

1. Déterminer les positions d'équilibre ainsi que leur stabilité. Peut-on choisir une vitesse v_0 pour que le point M initialement loin de $x = 0$ finisse piégé au voisinage de $x = 0$?
2. Le point M est initialement en $x = 0$. Déterminer la vitesse v_1 correspondant à la plus grande vitesse initiale pour laquelle le mouvement correspond à un état lié. Déterminer l'amplitude des oscillations de M pour $\mathcal{E}_m = 0,3$ J.
3. Le point M est initialement en $x = -5$ m et possède une énergie mécanique $\mathcal{E}_m = 0,3$ J. Déterminer sa vitesse initiale v_2 (on suppose $v_2 > 0$), la position maximale x_2 qu'il atteint et décrire son mouvement.
4. Déterminer la vitesse minimale v_3 à lui communiquer pour passer de $x = -\infty$ à $x = +\infty$. Calculer alors sa vitesse v_4 au fond du puits.
5. Vérifier vos réponses avec le programme `td08-exo5.py`¹.
Le choix des conditions initiales se fait aux lignes 26 et 27.



1. Avec Spyder, activer l'affichage externe pour que l'animation fonctionne : dans Tools, Preferences, IPython console, onglet Graphics, choisir Backend : QT5.

Exercice 6 – Résolution de problème

Un remonte-pente est constitué d'un câble auquel les skieurs s'accrochent à l'aide d'une perche pour remonter.

Indication : On peut modéliser les frottements avec la neige par une réaction tangentielle \vec{R}_T , opposée au sens du mouvement et liée à la réaction normale \vec{R}_N par $R_T = f R_N$, où f est le coefficient de frottement.

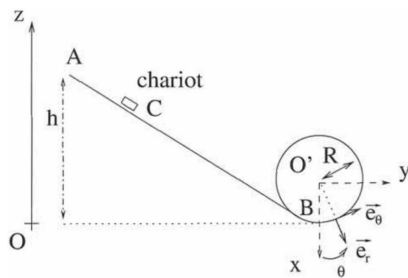


Données :

- Longueur du câble 200 m
- Distance entre deux perches : 5 m
- Dénivelé : 25 m
- Vitesse du câble $5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$
- Coefficient de frottement : $f \approx 0,1$.

Déterminer la puissance du moteur qui entraîne le câble.

Exercice 7 – Chariot de parc d'attraction – Oral banque PT



On étudie numériquement la trajectoire d'un chariot de parc d'attraction, de masse $m = 10$ tonnes. Ce chariot part du point A, descend le long d'un plan incliné et entre ensuite dans un looping haut de 40 m, où l'on suppose qu'il peut parcourir plusieurs tours.

Les courbes ci-dessous représentent l'évolution au cours du temps de l'énergie cinétique \mathcal{E}_c , de l'énergie potentielle \mathcal{E}_p , de l'énergie mécanique totale \mathcal{E}_m et de l'évolution de la réaction normale R_N du looping sur le chariot.

Donnée : $g \approx 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Associer à chaque courbe la grandeur représentée. La simulation prend-elle en compte des frottements et autres sources de dissipation ?
2. Calculer la hauteur h et la vitesse initiale V_0 du chariot, ainsi que la vitesse V_{\max} qu'il atteint.
3. À quelle date le chariot quitte-t-il le looping ?
4. Combien de tours entiers effectue le chariot avant de se décoller du looping ?
5. Quelle hauteur initiale faudrait-il donner au chariot afin qu'il ne se décolle pas ?

