# Chapitre 13 – Régime sinusoïdal forcé

## Plan du cours



## Ce qu'il faut savoir et savoir faire

→ Établir l'expression de l'impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine.
→ Remplacer une association série ou parallèle de deux impédances par une impédance équivalente.
→ Utiliser la représentation complexe pour étudier le régime forcé.
→ Relier l'acuité d'une résonance au facteur de qualité.
→ Déterminer la pulsation propre et le facteur de qualité à partir de graphes expérimentaux d'amplitude et de phase.

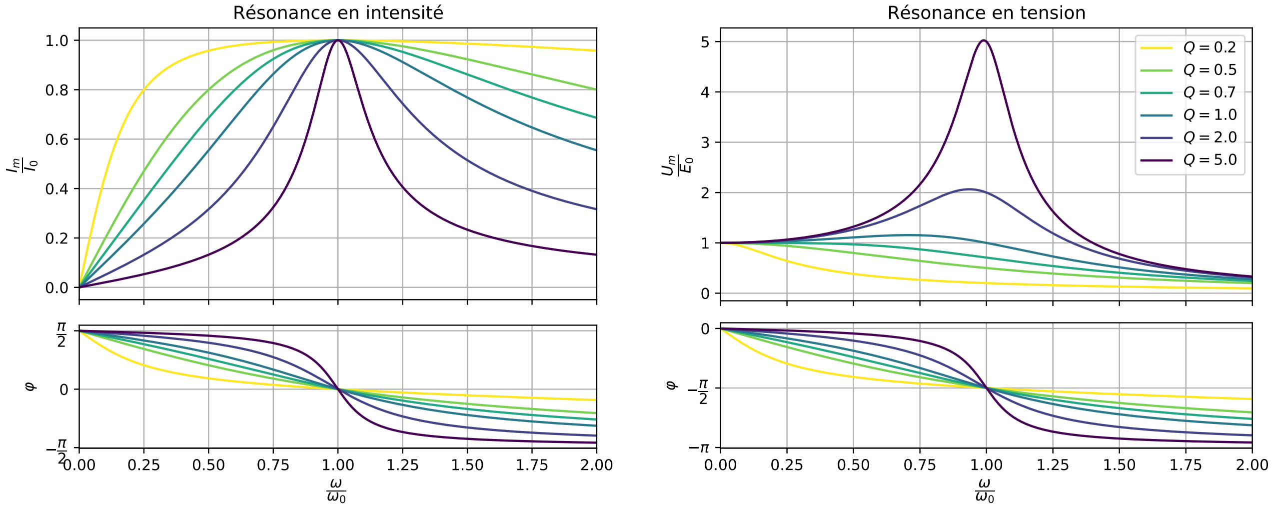
## Questions de cours

→ Donner puis retrouver l'impédance complexe d'une résistance, d'un condensateur et/ou d'une bobine. Indiquer les équivalences en basse fréquence et haute fréquence.
→ Calculer l'impédance équivalente d'un association quelconque (dans la limite du raisonnable) de résistances condensateur et/ou bobine.
→ Obtenir l'expression de l'amplitude complexe de l'intensité du courant ou de la tension aux bornes du condensateur dans un circuit RLC alimenté par une tension sinusoïdale.
→ Tracer l'allure des courbes d'amplitude pour la résonance en courant ou en tension d'un RLC, et ce pour différentes valeurs « bien choisies » du facteur de qualité. Le comportement dans les limites basse et haute fréquence est à justifier par une analyse en circuits équivalents.
→ Rappeler sans démonstration le lien entre la largeur de la résonance et le facteur de qualité dans le cas de la résonance en intensité.

# Documents

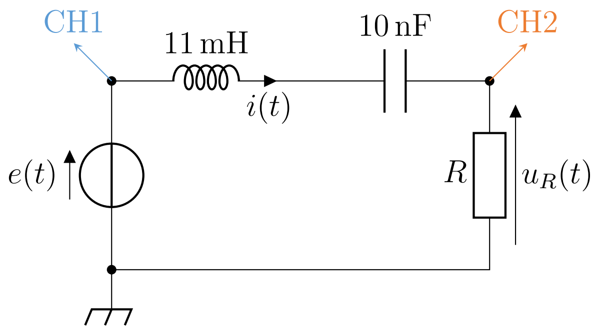
## Document 1 – Résonances dans le circuit RLC série

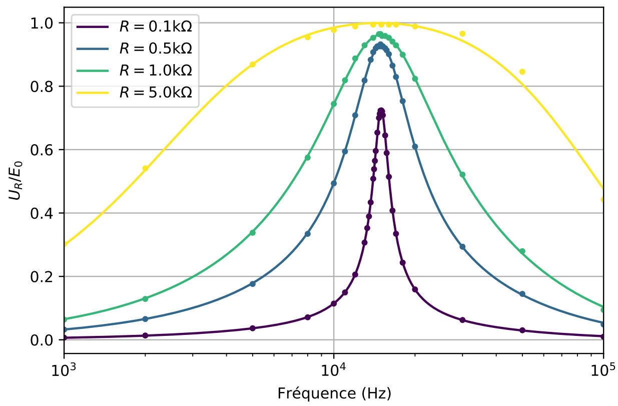
Résonances en intensité et en tension aux bornes du condensateur dans un circuit RLC série pour quelques valeurs du facteur de qualité $Q$. En particulier, on remarque qu'il existe une résonance en intensité en $\omega = \omega_0$ quelle que soit la valeur de $Q$, alors que la résonance en tension intervient à une pulsation $\omega < \omega_0$ seulement si $Q > 1/\sqrt{2}$.




## Document 2 – Relevés expérimentaux

Pour étudier la résonance en intensité dans un circuit RLC série, on réalise le montage représenté ci-dessous et on relève simultanément les tensions aux bornes du GBF et de la résistance pour plusieurs fréquences d'excitation.




À résonance, le rapport $U_R/E_0$ est notablement différent de 1 pour les valeurs les plus faibles de la résistance, contrairement à ce que l'on s'attend à observer avec des composants idéaux. Ici, c'est la résistance de la bobine [1], de l'ordre de quelques dizaines de ohms pour des fréquences de l'ordre du kHz, qui explique l'écart observé. La largeur de la résonance est compatible avec cette valeur de résistance, qui s'ajoute à $R$.

1. Un modèle plus réaliste d'une bobine réelle est obtenu en associant un dipôle purement inductif d'inductance $L$ en série avec un conducteur ohmique de résistance $r$. Dans le circuit étudié ici, l'ajout d'une résistance $r \approx 35\,\Omega$ permet d'expliquer les résultats obtenus.

# Applications

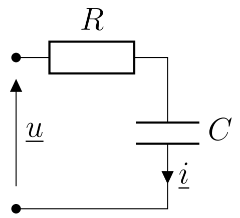
## Application 1 – Représentation complexe de signaux

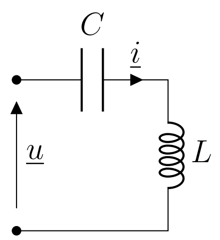
Donner l'amplitude complexe ou le signal réel dans les cas suivants, en supposant le régime sinusoïdal forcé de pulsation $\omega$.

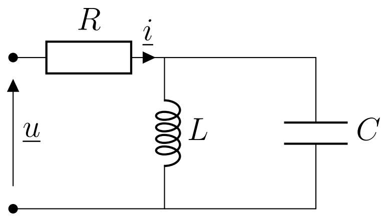
1. $u(t) = U_0 \cos\left(\omega t + \dfrac{\pi}{4}\right)$ ;
2. $i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t + \psi)$ ;
3. $s(t) = S_m \cos\left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ ;
4. $\underline{U_L} = U_m e^{-j\pi/3}$ ;
5. $\underline{I_1} = -j\dfrac{U_0}{R}$ ;
6. $\underline{I} = -I_m e^{j\pi/6}$.

## Application 2 – Impédances équivalentes

1. Donner puis retrouver les impédances complexes d'un conducteur ohmique de résistance $R$, d'un condensateur de capacité $C$ et d'une bobine d'inductance $L$.
2. Déterminer l'impédance complexe des dipôles représentés ci-dessous. On fera apparaitre des quantités adimensionnées telles que $RC\omega$, etc.



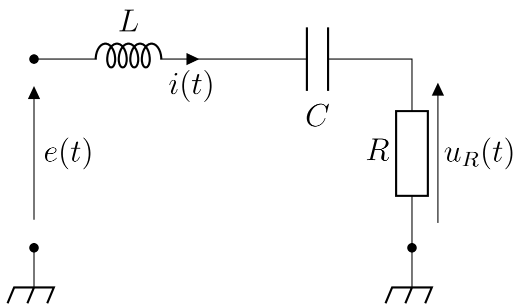




## Application 3 – Circuit RLC réel puis complexe

On s'intéresse au circuit représenté ci-dessous, alimenté par une tension $e(t) = E_0 \cos \omega t$.

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité $i(t)$.
2. L'écrire sous sa forme canonique et donner l'expression de la pulsation propre $\omega_0$ et du facteur de qualité $Q$.
3. En déduire l'expression de $\underline{i}$ en fonction de $\underline{e}$, $j$, $\omega$, $R$, $L$ et $C$ en régime permanent.



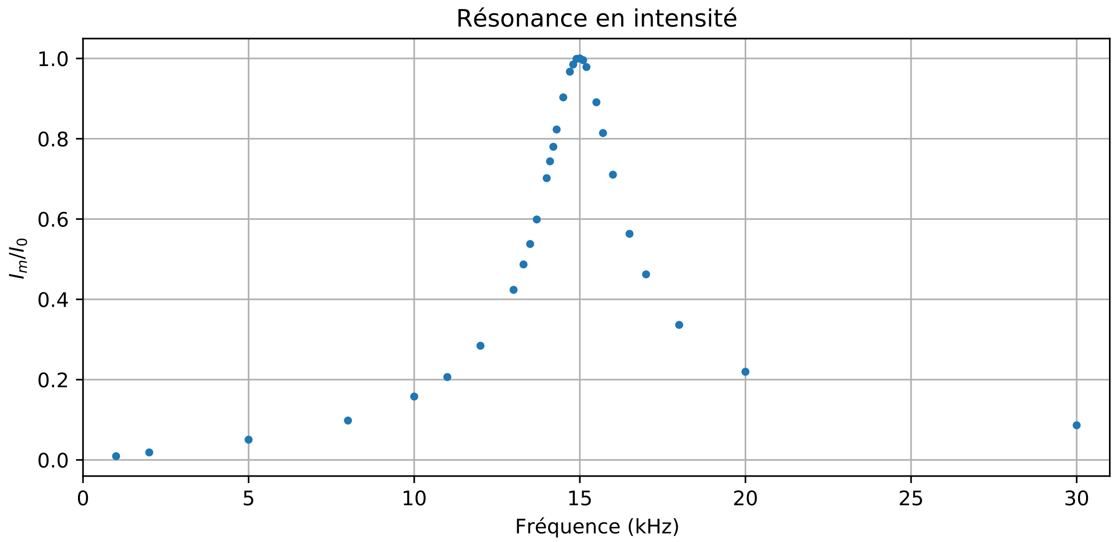

4. Retrouver cette relation en utilisant les notations complexes et un pont diviseur de tension.

## Application 4 – Mesures de $f_0$ et $Q$

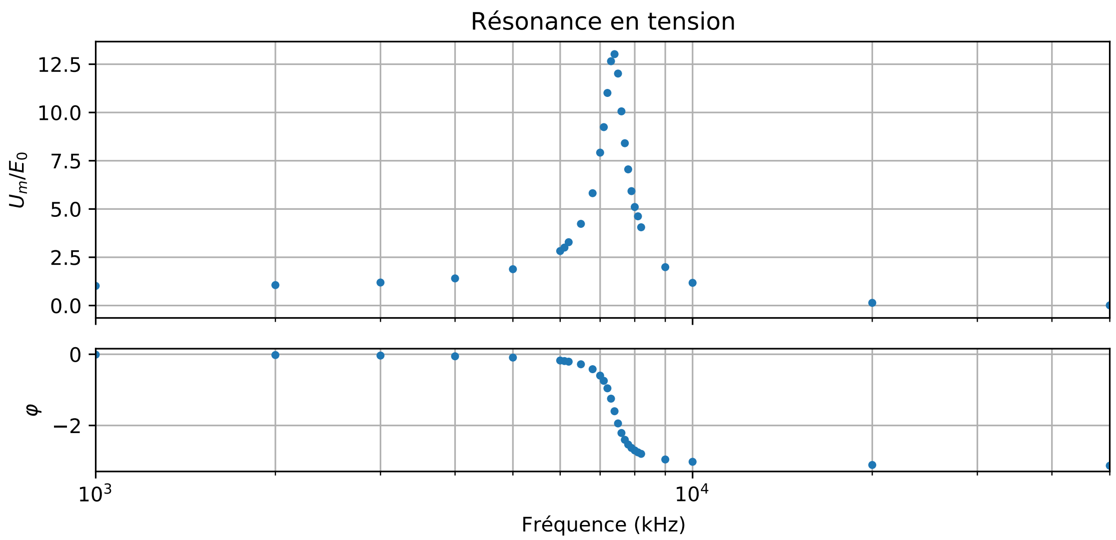
On réalise le circuit RLC série représenté dans l'application 3 avec une bobine d'inductance 11 mH. Le rapport $I_m/I_0$ est représenté ci-dessous, où $I_m$ est l'amplitude de l'intensité obtenue en mesurant la tension aux bornes de la résistance et $I_0$ sa valeur maximale.

1. Déterminer la fréquence de résonance $f_0$ et en déduire la valeur de la capacité $C$ du condensateur.

2. Mesurer la largeur $\Delta f$ de la bande-passante. En déduire la valeur du facteur de qualité $Q$, puis la valeur de la résistance $R$.
3. La résistance utilisée est en fait une résistance de $100\,\Omega$. Commenter.




Le même condensateur est utilisé dans un autre circuit RLC série avec une bobine et une résistance différentes. On mesure cette fois la tension aux bornes du condensateur et celle aux bornes du GBF pour tracer les courbes ci-dessous.




4. Mesurer la fréquence propre et le facteur de qualité de ce nouveau circuit.
5. La mesure de la bande-passante obtenue à l'aide de la fenêtre interactive donne-t-elle un résultat compatible avec la valeur précédente ?