TD2 – Lentilles minces

On redonne les relations de conjugaison et de grandissement, avec les notations habituelles :

- relations de Descartes : $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}$ et $\gamma = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$;
- relations de Newton : $\overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = -f'^2$ et $\gamma = -\dfrac{\overline{F'A'}}{\overline{OF'}}$.

Exercice 1 – Constructions illimitées

Au stylo et sur une feuille quadrillée, tracer un axe optique, une lentille convergente ou divergente et ses foyers.

1. Au crayon à papier, placer un objet et construire son image. Gommer et recommencer !
2. Faire de même en sens inverse : placer d'abord l'image et construire l'objet.

Explorer le plus de configurations possibles : objet/image à l'infini ou non, entre F et O, entre O et F', varier les distances focales, utiliser des associations de lentilles, etc.

Exercice 2 – Loupe

On s'intéresse à une loupe formée d'une lentille convergente de vergence $V = 10\,\delta$, utilisée pour aider à la lecture.

1. Déterminer la distance entre la page et la loupe pour une observation confortable.
2. Exprimer et calculer le grossissement commercial G_c de cette loupe, défini comme le rapport :

$$G_\mathrm{c} = \frac{\alpha'}{\alpha_\mathrm{PP}},$$

où α' est la taille angulaire d'un objet observé à travers la loupe et α_PP est celle de ce même objet si on l'observait au punctum proximum.

Exercice 3 – Limites et défauts de l'œil

Les questions sont indépendantes.

1. Calculer la taille minimale d'une lettre d'un panneau de signalisation pour qu'elle soit distinguable, à l'œil nu, à une distance $D = 200\,\mathrm{m}$.
2. La distance d entre la rétine et le cristallin est de l'ordre de 1,7 cm. Donner l'intervalle dans lequel varie la distance focale f' du cristallin d'un œil sain pour couvrir l'ensemble de la plage d'accommodation.
3. Le cristallin d'un œil hypermétrope a une vergence inférieure à celle d'un œil sain. L'image d'un objet à l'infini se forme-t-elle avant ou après la rétine ?
4. Le *punctum remotum* (PR) d'un œil myope se trouve à $d_\mathrm{PR} = 26\,\mathrm{cm}$ et son *punctum proximum* (PP) à $d_\mathrm{PP} = 13{,}5\,\mathrm{cm}$. Exprimer puis calculer la vergence d'un verre correcteur placé à $d_\mathrm{c} = 1\,\mathrm{cm}$ du cristallin qui renvoie le PR à l'infini. Commenter la nature de la lentille utilisée.

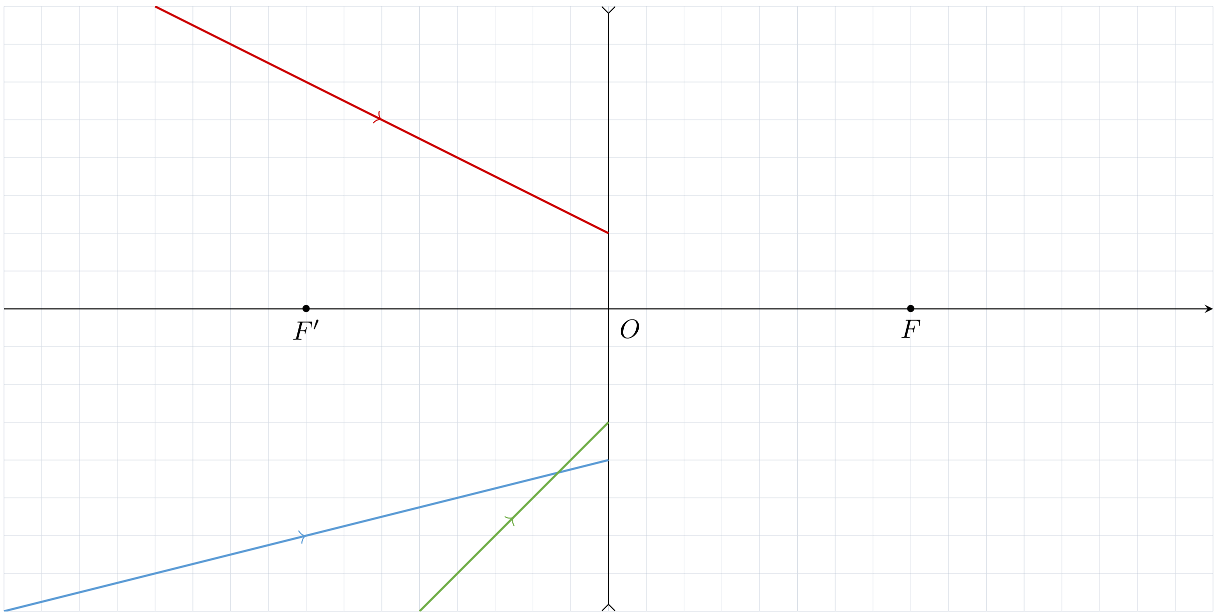
Exercice 4 – Manipuler les relations de conjugaison

Les questions sont indépendantes.

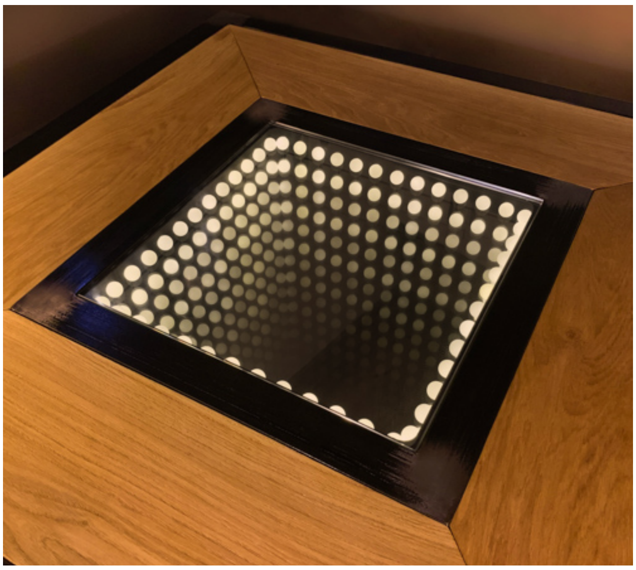
1. Une lentille de focale $f' = 50\,\text{cm}$ forme sur un écran situé à $1{,}5\,\text{m}$ de la lentille l'image d'un objet de hauteur $\overline{AB} = 3{,}0\,\text{cm}$. Déterminer la position de l'objet par rapport à la lentille et la taille de l'image sur l'écran.
2. Une lentille mince convergente donne d'un objet AB réel une image $A'B'$ réelle deux fois plus grande. La distance AA' vaut $90\,\text{cm}$. Déterminer les distances $\overline{OA}$, $\overline{OA'}$ et f'.

Exercice 5 – Marche des rayons émergents d'une lentille divergente

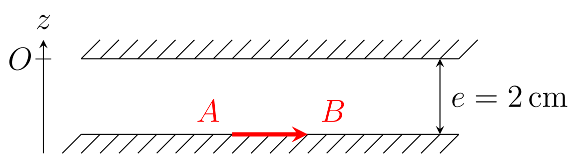
Représenter les rayons émergents de la lentille.



Exercice 6 – « Miroir infini »



Un effet « miroir infini » peut être obtenu en enfermant un source lumineuse entre deux miroirs partiellement réfléchissants. Pour simplifier, on supposera que la source lumineuse est plaquée au miroir inférieur comme le montre le schéma ci-dessous. L'observateur est situé au dessus de l'ensemble, c'est-à-dire du côté des z positifs.



Crédit : brakio.fr

1. On appelle A_iB_i les images successives de AB issues des différentes réflexions possibles, où i est un entier strictement positif. Construire les six premières images de AB.
2. Donner la condition sur i pour laquelle l'image est visible par l'observateur.
3. Exprimer l'angle α_i sous lequel est vue une ampoule de diamètre $d = 1{,}00\,\text{cm}$ par un observateur situé à une altitude $z = 25\,\text{cm}$. Faire l'application numérique pour $i = 10$.
4. Pourquoi les images successives sont-elles de plus en plus sombres ?

Exercice 7 – Lunette de Galilée

La première observation des satellites de Jupiter remonte au début du XVII$^{\text{ème}}$ siècle. À l'aide d'une lunette de sa conception, Galilée (1564 – 1642) parvint ainsi à observer Io, la plus proche des lunes de Jupiter. Quand elle est au plus proche de la Terre, Jupiter se situe à $d_{\text{T-J}} \approx 6{,}3 \times 10^8\,\text{km}$ de nous et l'orbite de Io a un rayon $r_{\text{Io}} = 4{,}2 \times 10^5\,\text{km}$.

La lunette de Galilée est un système afocal composé d'un objectif $\mathcal{L}_1$ convergent, de distance focale $f'_1 = 980\,\text{mm}$ et d'un oculaire $\mathcal{L}_2$ divergent, de distance focale $f'_2 = -47{,}5\,\text{mm}$.

1. Est-il possible de distinguer Jupiter et Io à l'œil nu ?
2. Rappeler la signification du terme afocal. Faire un schéma de la lunette utilisée par Galilée.
3. Déterminer la longueur l du tube de cette lunette, c'est-à-dire la distance entre les lentilles.
4. Exprimer puis calculer le grossissement G de cette lunette en fonction de la distance focale des deux lentilles. Calculer l'écart angulaire entre Io et Jupiter quand ils sont observés à travers la lunette.

Un pirate se rend sur Tortuga pour remplacer sa longue-vue, perdue au combat. Le marchand ne dispose que de deux lunettes : une lunette astronomique et une lunette de Galilée.

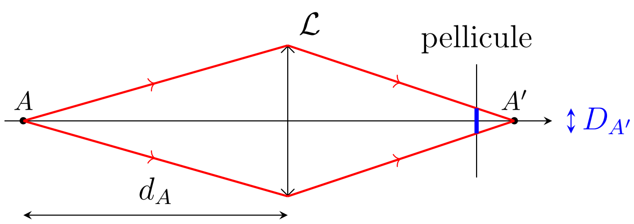
5. Indiquer celle qui pourrait remplacer la longue-vue du pirate. Justifier.

Exercice 8 – Appareil photo jetable

On modélise un appareil photo jetable par l'association d'une lentille convergente et d'une pellicule. L'objectif n'est composé que d'une seule lentille mince $\mathcal{L}$, de distance focale f', de diamètre utile D_{L}. La distance d entre la lentille et la pellicule est fixée lors de la fabrication de telle sorte qu'un objet à l'infini donne une image nette sur la pellicule. Aucune mise au point n'est possible, c'est-à-dire que la distance d n'est pas modifiable par l'utilisateur.

1. Déterminer la valeur de la distance d qu'il faut prévoir lors de la fabrication.
2. Exprimer la dimension X, sur la pellicule, de l'image de la Lune qui a un diamètre apparent α (on pourra s'aider d'une construction pour répondre). Faire l'application numérique avec $f' = 3{,}0\,\text{cm}$ et $\alpha = 0{,}50°$.

Un objet ponctuel A, qui n'est pas situé à l'infini, a son image en dehors du plan de la pellicule et donne sur la pellicule une tache de diamètre $D_{A'}$ (cf. schéma ci-contre). On appelle d_A la distance entre le point A et la lentille ($d_A > 0$).



3. Exprimer $\overline{OA'}$ en fonction de f' et d_A.
4. Montrer que l'expression de $D_{A'}$ en fonction du diamètre utile de la lentille D_L, f' et d_A est :

$$D_{A'} = \frac{f'}{d_A} D_\mathrm{L}.$$

La pellicule est formée de grains que l'on supposera circulaires et de même diamètre ε. Une image, après le développement de la pellicule, parait nette si un point objet n'a éclairé qu'un seul grain et a donc donné, sur la pellicule, une tache de diamètre inférieur ou égal à ε.

5. Sachant que $f' = 3{,}0\,\mathrm{cm}$, que $D_\mathrm{L} = 2{,}0\,\mathrm{mm}$ et que $\varepsilon = 20\,\mathrm{\mu m}$, calculer numériquement la position du point A (d_A) le plus proche qui est encore net après le développement.

Exercice 9 – Profondeur d'un pont – Résolution de problème

Le pont ci-dessus permet le passage sous une route 2×2 voies. Il a été photographié avec un appareil photo modélisé par l'association d'une lentille convergente de distance focale $f' = 35\,\mathrm{mm}$ et d'un capteur de dimensions $24\,\mathrm{mm} \times 36\,\mathrm{mm}$.

Estimer, à partir de la photo, la profondeur du pont.

Exercice 10 – Lunette astronomique – Oral CCP

Mars est située à une distance variant entre 56 et 160 millions de kilomètres de la Terre. Son diamètre vaut $6\,800\,\mathrm{km}$. On l'observe au travers d'une lunette astronomique composée d'un objectif et d'un oculaire. Ces deux systèmes optiques complexes sont modélisables par deux lentilles convergentes, la première (l'objectif) de focale $1{,}0\,\mathrm{m}$ et la seconde (l'oculaire) de focale $2{,}5\,\mathrm{cm}$.

1. Calculer le diamètre apparent α de la planète Mars lorsqu'elle est observée sans lunette.

2. Commençons par étudier la structure de la lunette.

- **2.a.** La lunette est un instrument d'optique afocal. Quel en est l'intérêt ? Quelle en est la conséquence sur la position des lentilles ?
- **2.b.** Tracer la marche d'un faisceau non parallèle à l'axe dans la lunette, en prenant pour le schéma $f'_{\mathrm{obj}} = 4 f'_{\mathrm{oc}}$.
- **2.c.** L'image finale est-elle droite ou renversée ?

3. La lunette est caractérisée par son grossissement $G = \alpha'/\alpha$, où α est le diamètre apparent de la planète et α' l'angle sous lequel elle est vue en sortie de la lunette.

- **3.a.** Exprimer G en fonction de f'_{obj} et f'_{oc}.

3.b. Sous quel angle Mars est-elle perçue lorsque son diamètre apparent est minimal ?

4. Où faut-il placer le capteur CCD d'un appareil photo pour photographier la planète ?

5. Quelle est la différence entre les lunettes et les télescopes ? Pourquoi utilise-t-on plus volontiers les télescopes

python™ Exercice 11 – Relation de conjugaison de Descartes

On réalise l'image d'un objet placé sur la graduation 0 d'un banc optique à l'aide d'une lentille convergente sur un écran. Pour plusieurs positions x_1 de la lentille on repère la position x_2 de l'écran pour laquelle l'image est nette.

x_1 (cm)	9,0	10,0	11,0	12,0	13,0	15,0	20,0	25,0	30,0	40,0	50,0
x_2 (cm)	79,2	51,1	41,0	37,3	33,0	32,1	33,2	36,9	41,1	50,3	59,8

1. On note $\overline{OA}$ la distance algébrique entre la lentille et l'objet, et $\overline{OA'}$ celle entre la lentille et l'écran. Représenter graphiquement $\frac{1}{\overline{OA'}}$ en fonction de $\frac{1}{\overline{OA}}$.

2. Réaliser un ajustement linéaire des données avec la fonction `numpy.polyfit` (cf. ci-dessous). Ces données sont-elles en accord avec la relation de conjugaison de Descartes ? Justifier.

3. Déduire des paramètres de l'ajustement la distance focale de la lentille utilisée.

`numpy.polyfit(x, y, 1) :` réalise un ajustement linéaire des données contenues dans les tableaux `x` et `y`. Renvoie les paramètres de la droite d'équation $y = ax + b$ sous la forme d'un tableau : `[a, b]`.