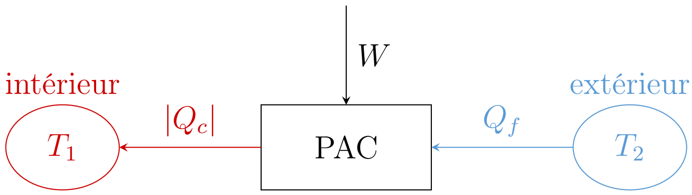
TD22 – Machines thermiques

Exercice 1 – Pompe à chaleur domestique

1. Le sens réel des échanges thermiques est le suivant :



2. Pour obtenir l'efficacité maximale, il faut que le cycle soit réversible, c'est-à-dire qu'il corresponde au cycle de Carnot formé de deux isothermes et deux adiabatiques.
3. Pour un fonctionnement réversible, on montre

$$e = \frac{|Q_c|}{W} = \frac{T_c}{T_c - T_f} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} = 19{,}5.$$

Pour 1 J fourni sous forme de travail, on récupère e joules.
4. Dans le cas d'une PAC idéale :

$$\mathcal{P}_{\text{élec}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{th}}}{e} \approx 1{,}0\,\text{MJ} \cdot \text{h}^{-1} = 0{,}28\,\text{kW}.$$

5. L'efficacité est maximale pour $T_1 = T_2$: la température intérieure est égale à la température extérieure, il est inutile de chauffer.

Exercice 2 – Rafraichir sa cuisine en ouvrant le frigo

1. On a $W > 0$, $Q_{\text{int}} > 0$ et $Q_{\text{ext}} < 0$.
2. En appliquant le premier principe au fluide sur un cycle, on a $W + Q_{\text{int}} - |Q_{\text{ext}}| = 0$, d'où $-Q_{\text{int}} + |Q_{\text{ext}}| = W > 0$. Ce terme correspond au transfert thermique reçu par la pièce (l'intérieur et l'extérieur du réfrigérateur sont confondus car celui-ci est ouvert). Il est strictement positif : on chauffe la pièce.
3. Avec un climatiseur, le transfert thermique $|Q_c|$ est évacué à l'extérieur, en dehors de la pièce. Il ne reste que le transfert Q_f qui permet de refroidir la pièce.

Exercice 3 – Perte de performance d'un congélateur

1. On a $\alpha = \dfrac{e}{e_C} = e\dfrac{T_c - T_f}{T_f} = 0{,}31$.
2. Pour le congélateur neuf, dont le fonctionnement irréversible est associé à une création d'entropie S_c sur un cycle, on a

$$e = \frac{T_f}{T_c - T_f + \frac{T_f T_c S_c}{Q_f}}.$$

De même, pour le congélateur usagé où la création d'entropie est doublée :

$$e' = \frac{T_f}{T_c - T_f + \frac{T_f T_c 2 S_c}{Q_f}}.$$

Il est plus simple d'exprimer $1/\alpha'$ en fonction de α, puisque

$$\frac{1}{\alpha} = 1 + \frac{T_f T_c}{T_c - T_f}\frac{S_c}{Q_f} \quad \text{et} \quad \frac{1}{\alpha'} = 1 + 2\frac{T_f T_c}{T_c - T_f}\frac{S_c}{Q_f}.$$

d'où après calcul :

$$\alpha' = \frac{\alpha}{2-\alpha}.$$

A.N. : $\alpha' = 0{,}18$ et $e' = 1{,}2$.
Morale : il faut penser à dégivrer régulièrement son congélateur !

Exercice 4 – Cogénération dans un chalet

1. Par définition

$$\eta = \left|\frac{W}{Q_c}\right| = \frac{14}{48} = 0{,}29.$$

Pour un moteur décrivant un cycle de Carnot, on aurait

$$\eta_C = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 0{,}58.$$

Le rendement du moteur réel est deux fois plus faible que le rendement de Carnot.

2. Le rendement global est donné par

$$\eta_{\text{global}} = \frac{47+14}{52+48} = 0{,}61.$$

3. En choisissant tous les transferts positifs, la chaudière doit maintenant fournir directement au chalet

$$Q'_{\text{chalet}} = Q_{\text{chalet}} - 0{,}8 Q_f = 20\,\text{kW}\cdot\text{h}.$$

4. D'après les données, le rendement de la chaudière est

$$\eta_{\text{chaud}} = \frac{47}{52} = 0{,}90.$$

La chaudière doit maintenant fournir de quoi alimenter le moteur Q_c est compléter le chauffage du chalet Q_{chaud}. La consommation de la chaudière est donc maintenant

$$Q'_{\text{chaud}} = \frac{Q_c + Q'_{\text{chalet}}}{\eta_{\text{chaud}}} = 75\,\text{kW}\cdot\text{h}.$$

5. Le nouveau rendement global est

$$\eta'_{\text{global}} = \frac{W + Q_{\text{chalet}}}{Q'_{\text{chaud}}} = 0{,}81.$$

Le rendement est meilleur que précédemment, ce qui est attendu pour une installation de cogénération

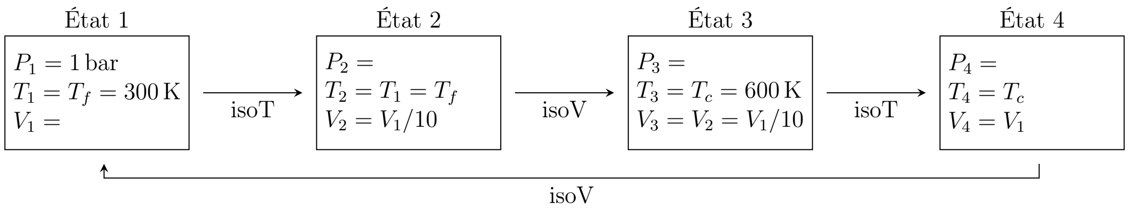
6. En faisant attention aux unités on trouve qu'il faut

$$\frac{75 \times 10^3 \times 3\,600}{14 \times 10^6} = 19\,\mathrm{kg}$$

de bois, chaque jour, pour chauffer et alimenter le chalet en électricité.

Exercice 5 – Moteur de Stirling

1. Commençons par faire un schéma permettant de rassembler les informations de l'énoncé. Certaines valeur se déduisent immédiatement de la nature des transformations ($1 \to 2$, isotherme donc $T_2 = T_1$).



Les grandeurs manquantes se déduisent de la loi des GP, de la conservation du produit PV lors d'une isotherme et du quotient P/T lors d'une isochore.

État	**1**	**2**	**3**	**4**
P	$1\,\mathrm{bar}$	$\frac{V_1 P_1}{V_2} = 10\,\mathrm{bar}$	$\frac{T_c P_2}{T_f} = 20\,\mathrm{bar}$	$\frac{V_3 P_3}{V_4} = 2\,\mathrm{bar}$
T	$T_f = 300\,\mathrm{K}$	$T_f = 300\,\mathrm{K}$	$T_c = 600\,\mathrm{K}$	$T_c = 600\,\mathrm{K}$
V	$\frac{nRT_1}{P_1} = 1{,}0\,\mathrm{L}$	$\frac{V_1}{10} = 0{,}10\,\mathrm{L}$	$V_2 = 0{,}10\,\mathrm{L}$	$V_1 = 1{,}0\,\mathrm{L}$

2. Le cycle est moteur : il est parcouru dans le sens horaire (Fig. 1).

3. Pour les isoV : $\mathrm{d}V = 0$, d'où $W_{\text{isoV}} = 0$. Pour les isothermes, entre les états initial i et final f on a

$$W_{\text{isoT}} = -nRT_i \ln \frac{V_f}{V_i}.$$

Le transfert thermique se déduit du premier principe, la valeur de ΔU étant déduite de la variation de température.

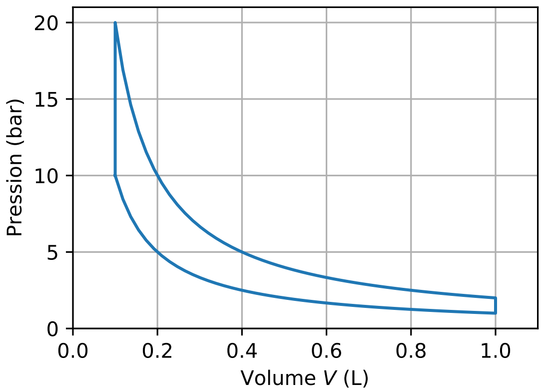


FIGURE 1 – Représentation du cycle d'un moteur de Stirling dans le diagramme de Watt (P, V).

Transformation	$1 \to 2$	$2 \to 3$	$3 \to 4$	$4 \to 1$
ΔU	0	$\frac{nR}{\gamma-1}(T_c - T_f)$	0	$\frac{nR}{\gamma-1}(T_f - T_c)$
A.N. (kJ)	0	0,25	0	−0,25
W	$nRT_f \ln 10$	0	$-nRT_c \ln 10$	0
A.N. (kJ)	0,23	0	−0,46	0
Q (kJ)	−0,23	0,25	0,46	−0,25

4. On vérifie : le travail W reçu par le fluide sur un cycle complet est

$$W = W_{1\to2} + W_{2\to3} + W_{3\to4} + W_{4\to1} = W_{1\to2} + W_{3\to4} = -0{,}23\,\mathrm{kJ} < 0.$$

Il s'agit bien d'un cycle moteur.

5. Le travail produit par le système sur un cycle est $|W| = |W_{1\to2} + W_{3\to4}| = 0{,}23\,\mathrm{kJ}$. Le coût énergétique correspond au transfert thermique lors des étapes $2 \to 3$ et $3 \to 4$, soit $Q_c = Q_{2\to3} + Q_{3\to4} = 0{,}71\,\mathrm{kJ}$. Le rendement du moteur est donc

$$\eta = -\frac{W_{1\to2} + W_{3\to4}}{Q_{2\to3} + Q_{3\to4}} = \frac{(T_c - T_f)\ln 10}{\dfrac{1}{\gamma-1}(T_c - T_f) + T_c \ln 10} = 0{,}32.$$

6. Sur un cycle $\Delta S = 0$ d'où, en appliquant le deuxième principe

$$S_c = -S_{\text{éch}} = -\left(\frac{Q_{1\to2}}{T_f} + \frac{Q_{2\to3}}{T_c} + \frac{Q_{3\to4}}{T_c} + \frac{Q_{4\to1}}{T_f}\right) = \frac{nR}{\gamma-1}\left(\frac{T_c}{T_f} + \frac{T_f}{T_c} - 2\right) = 0{,}42\,\mathrm{J\cdot K^{-1}}.$$

Le cycle est irréversible en raison des transformations $2 \to 3$ et $4 \to 1$ où il existe un déséquilibre thermique entre le système et les sources : c'est donc un cas d'irréversibilité thermique.

7. L'aire du cycle réel est plus petite en valeur absolue que celle du cycle idéal, le travail fourni au cours d'un cycle par le moteur réel, et donc sa puissance, est moindre. En effet, si la durée d'un cycle est Δt, la puissance du moteur est donnée par $\mathcal{P} = |W|/\Delta t$ (on a supposé que la durée du cycle est la même pour le moteur réel et le moteur idéal).

8. On remarque que $Q_{2\to3} = -Q_{4\to1}$. Le régénérateur permet de récupérer le transfert thermique $4 \to 1$ qui est autrement perdu vers la source froide et de le réinjecter durant la transformation $2 \to 3$. De cette manière, le transfert thermique $Q_{3\to4}$ suffit au fonctionnement du moteur, ce qui augmente le rendement.

   De plus dans l'expression de l'entropie créée établie précédemment, on remarque que les termes associés au transformations $1 \to 2$ et $3 \to 4$ se compensent. L'irréversibilité vient donc bien des transferts thermiques entre le moteur et les sources lors des étapes isochores $2 \to 3$ et $4 \to 1$. En éliminant ces transferts avec l'extérieur, l'entropie créée est nulle et le cycle devient réversible. C'est ce que permet le régénérateur, où les échanges d'énergie lors de ces transformations sont internes au moteur. Les isochores deviennent des transformations adiabatiques pour le système {gaz + régénérateur} et le cycle décrit par le moteur est un cycle de Carnot.

9. Le rendement du moteur avec régénérateur devient

$$\eta' = -\frac{W_{1\to2} + W_{3\to4}}{Q_{3\to4}} = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 0{,}5.$$

   On retrouve le rendement de Carnot ! Il s'agit du rendement maximal atteignable avec des sources données : il faudrait changer la température des sources pour augmenter le rendement.

Exercice 6 – Moteur diesel à double combustion

La résolution d'un tel exercice est détaillée dans l'exercice 5. Les schéma et tableau sont toujours essentiels pour ne pas s'y perdre ! On indique ici seulement les résultats.

1. En appliquant la loi de Laplace (adiabatique réversible + GP) :

$$T_2 = T_m \beta^{\gamma-1} = 910\,\mathrm{K}.$$

   En utilisant la loi des GP,

$$T_3 = \frac{T_m P_M}{\beta P_m} = 1\,034\,\mathrm{K}.$$

   La loi des GP permet d'exprimer V_4, puis, avec la loi de Laplace :

$$T_5 = T_M \left(\frac{P_m T_M}{P_M T_m}\right)^{\gamma-1} = 882\,\mathrm{K}.$$

2. Pour la transformation isochore d'un GP $2 \to 3$:

$$\Delta U_{2\to3} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_3 - T_2), \quad W_{2\to3} = 0,$$

   d'où, avec le premier principe.

$$Q_{2\to3} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_3 - T_2).$$

   Pour la transformation isobare d'un GP $3 \to 4$:

$$\Delta H_{3\to4} = \frac{\gamma nR}{\gamma-1}(T_4 - T_3),$$

d'où, avec le premier principe.

$$Q_{3\to 4} = \frac{\gamma n R}{\gamma - 1}(T_4 - T_3).$$

En divisant par m, on obtient finalement

$$q_c = \frac{Q_{2\to 3} + Q_{3\to 4}}{m} = \frac{R}{M(\gamma - 1)}(T_3 - T_2 + \gamma(T_4 - T_3)) = 1{,}1 \times 10^3\,\mathrm{kJ}\cdot\mathrm{kg}^{-1}.$$

3. À nouveau pour une isochore d'un GP :

$$q_f = \frac{R}{M(\gamma - 1)}(T_1 - T_5) = -4{,}2 \times 10^2\,\mathrm{kJ}\cdot\mathrm{kg}^{-1}.$$

4. En appliquant le premier principe sur un cycle, on obtient :

$$w = -q_c - q_f = -7{,}1 \times 10^2\,\mathrm{kJ}\cdot\mathrm{kg}^{-1}.$$

5. Le rendement est donné par

$$\eta = -\frac{W}{Q_c} = -\frac{w}{q_c} = 0{,}63.$$

Ce rendement est supérieur à celui des moteurs réels ($\sim 0{,}4$) car les transformations sont idéalisées.

6. En prenant $V_1 = 1\,\mathrm{L}$ pour le tracé, on obtient le diagramme de Watt représenté Fig. 2

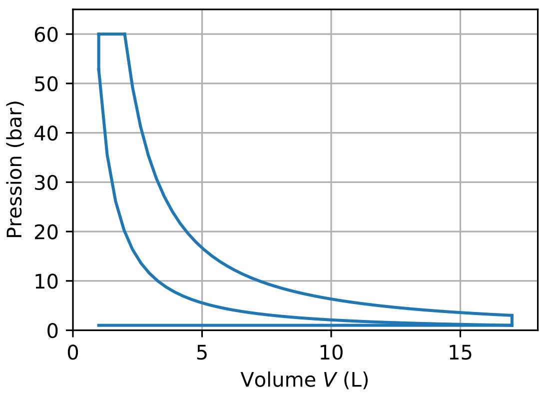


FIGURE 2 – Représentation du cycle Diesel dans le diagramme de Watt (P, V).