

DM9 – Thermodynamique et RSF

Exercice 1 – Détente de Joule – Gay-Lussac (10 points)

Au XIX^e siècle, James Joule et Joseph Gay-Lussac imaginent le dispositif suivant pour étudier les propriétés des gaz réels. Deux compartiments aux parois calorifugées et indéformables communiquent par un robinet, initialement fermé. Le compartiment (1), de volume V_1 , contient une quantité n de gaz à l'équilibre à la température T_1 . Le compartiment (2), de volume V_2 est initialement vide. On attend l'établissement d'un nouvel équilibre, caractérisé par la température T_f du gaz.

1. Montrer que l'énergie interne U du gaz ne varie pas au cours de la transformation. Cette propriété dépend-elle de la nature du gaz ?
2. Déterminer la température T_f dans le cas où le gaz est supposé parfait.

Avec de l'argon, on constate en réalité une baisse de la température du gaz $\Delta T = -5,4 \text{ K}$ pour $V_1 = V_2 = 1,0 \text{ L}$ et $n = 1,0 \text{ mol}$. L'argon est assimilé à un gaz réel de van der Waals dont l'énergie interne est donnée par :

$$U = nC_{v,m}T - \frac{an^2}{V},$$

où a est une constante positive appelée terme de cohésion.

3. Dans quelle limite retrouve-t-on l'énergie interne d'un gaz parfait ? Commenter.
4. Nommer la constante $C_{v,m}$, donner son interprétation physique ainsi que sa valeur pour l'argon.
5. Donner la dimension et l'unité de a .
6. Dédurre des observations expérimentales la valeur de a .

Donnée : constante des gaz parfaits $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Complément culturel

Un gaz réel de van der Waals est caractérisé par l'équation d'état

$$\left(P + \frac{an^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT,$$

où a et b sont deux coefficients positifs introduits pour rendre compte des écarts du comportement des gaz réels par rapport au modèle du gaz parfait. Le coefficient a est le même que celui qui intervient dans l'expression de l'énergie interne du gaz réel et que l'on a déterminé précédemment.

- a est le **terme de cohésion** qui rend compte des interactions attractives entre les particules du gaz. Ces interactions sont d'autant plus fortes que les particules du gaz sont volumineuses : dans les CNTP, le comportement de l'hélium est plus proche de celui d'un GP, alors que le comportement de l'argon s'en éloigne sensiblement. En effet, un atome d'argon est plus gros qu'un atome d'hélium (cf. interactions de van der Waals). Le terme de cohésion a pour effet de réduire la pression du gaz par rapport au gaz parfait.
- b est le **covolume molaire**, qui rend compte du volume des particules non ponctuelles. Le volume disponible est celui de l'enceinte moins celui des particules, d'où $V - nb$.

Exercice 2 – Thermodynamique du corps humain (15 points)

On assimile le corps humain à cinq cylindres et une sphère composés d'eau :

- un cylindre de diamètre $d_T = 30$ cm et de hauteur $h_T = 60$ cm modélisant le tronc ;
- quatre cylindres de diamètre $d_M = 10$ cm et hauteur $h_M = 80$ cm ;
- une sphère de diamètre $d_H = 15$ cm modélisant la tête.

On considérera que la capacité thermique et la masse volumique du corps est sensiblement égale à celle de l'eau. Pour les applications numériques, on choisira des valeurs de températures raisonnables.

1. Exprimer et calculer le volume V du corps et sa masse m .
2. Exprimer et calculer la surface totale S du corps humain. Pour les cylindres, on ne prendra en compte que leur surface latérale et pas celles des extrémités.

Maintien de la température

Les mouvements de convection de l'air sur la peau entraînent une perte d'énergie thermique Q_p vers l'extérieur. On peut quantifier cette perte par la loi de Newton qui donne la puissance surfacique cédée par un système de température T à un gaz de température T_e sous la forme

$$\Phi_S = h(T_e - T), \text{ où } h = 4 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}.$$

3. Exprimer la relation entre le transfert thermique Q_p perdu pendant une durée Δt , la surface S et Φ_S .
4. On suppose que la température du corps est maintenue à T_0 durant toute une journée. Exprimer et calculer l'énergie perdue par le corps en une journée Q_p ($Q_p < 0$).
5. D'où provient l'énergie Q_a nécessaire pour maintenir la température du corps à T_0 , c'est-à-dire pour compenser ces pertes ? Déterminer Q_a en fonction de Q_p .
6. La calorie est définie comme l'énergie qu'il faut apporter à un gramme d'eau pour élever sa température de $14,5^\circ\text{C}$ à $15,5^\circ\text{C}$. Calculer la valeur de Q_a en kilocalories (kcal) et la comparer aux AJR (apports journaliers recommandés).

Science et investigation

La police scientifique utilise la température $T(t)$ d'un corps à l'instant t où il est découvert pour déterminer la durée qui s'est écoulée depuis le décès. À partir du moment où l'organisme cesse de fonctionner, l'apport d'énergie Q_a est nul. La température $T(t)$ du corps décroît donc sous l'effet des pertes Q_p .

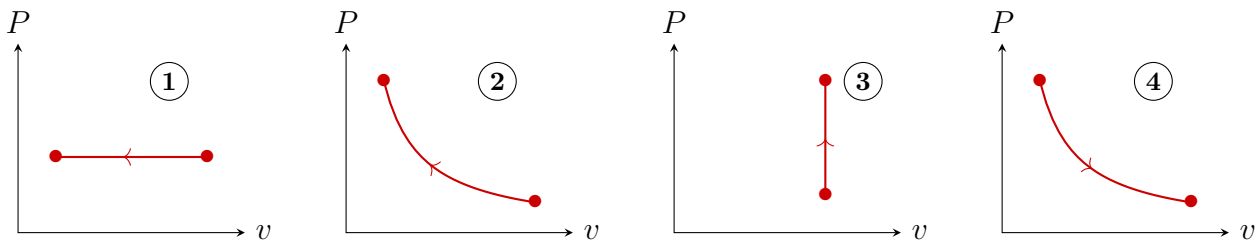
7. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $T(t)$ en faisant un bilan sur le corps humain pendant une durée dt durant lequel T varie de dT . Calculer la valeur numérique de la constante de temps τ de ce phénomène.
8. La résoudre et représenter graphiquement $T(t)$ en fonction de t . Pendant combien de temps reste-t-il possible de dater précisément l'heure du décès ?

Exercice 3 – Transformations dans le diagramme de Clapeyron (8 points)

On s'intéresse à une quantité de matière n de gaz parfait. Toutes les transformations sont supposées réversibles.

- Associer chacune des courbes représentées ci-dessous dans le diagramme de Clapeyron à la transformation correspondante :
 - détente isotherme.
 - refroidissement isobare.
 - compression isochore.

Comment qualifier celle qui manque ?



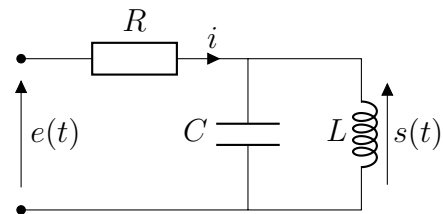
- Donner le signe du travail reçu par le gaz lors de ces transformations.
- Est-il possible de réaliser un cycle moteur avec trois de ces transformations ? Si oui, indiquer lequel et le représenter dans un diagramme de Clapeyron.
- Même question avec un cycle récepteur.

Exercice 4 – Circuit en RSF (18 points)

On s'intéresse au circuit représenté ci-contre, alimenté par un signal $e(t)$ sinusoïdal de pulsation ω :

$$e(t) = E_0 \cos(\omega t),$$

et on mesure la tension $s(t)$ aux bornes de l'association LC parallèle.



- Montrer qu'en RSF, ce circuit est équivalent à une résistance R en série avec une impédance équivalente Z_{eq} dont on donnera l'expression en fonction de L , C et ω .
- Exprimer alors la tension $\underline{s}(t)$ en fonction de $\underline{e}(t)$, ω et des valeurs des composants. Faire apparaître autant que possible des quantités adimensionnées.
- En déduire l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$. La mettre sous forme canonique et donner l'expression de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q . Commenter l'expression de Q .
- Montrer que l'amplitude complexe \underline{S}_m de la tension $\underline{s}(t)$ s'exprime :

$$\underline{S}_m = E_0 \times \frac{j \frac{\omega}{Q\omega_0}}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) + j \frac{\omega}{Q\omega_0}}.$$

5. Étudier le comportement asymptotique de l'amplitude complexe \underline{S}_m en basse fréquence (BF) et haute fréquence (HF). Les valeurs de l'amplitude réelle S_m sont-elles cohérentes avec les circuits équivalents en BF et HF ?
6. Montrer qu'il y a toujours une résonance en tension aux bornes de l'association LC parallèle à la pulsation ω_0 . Pour $\omega = \omega_0$, donner l'amplitude réelle S_0 de $s(t)$ et son déphasage φ_0 par rapport à $e(t)$.
7. Représenter graphiquement l'évolution de l'argument de \underline{S}_m en fonction de ω .
8. La bande passante est définie comme la plage de fréquence pour laquelle $S_m(\omega) \geq S_0/\sqrt{2}$. Montrer que, pour $Q \gg 1$, la largeur de la bande passante $\Delta\omega$ vérifie

$$\Delta\omega \approx \frac{\omega_0}{Q}.$$

9. On réalise une acquisition de la réponse du circuit en fonction de la fréquence, avec une bobine d'inductance 11 mH (Fig. 1). Mesurer la valeur de la résistance R et de la capacité C du condensateur de ce circuit.

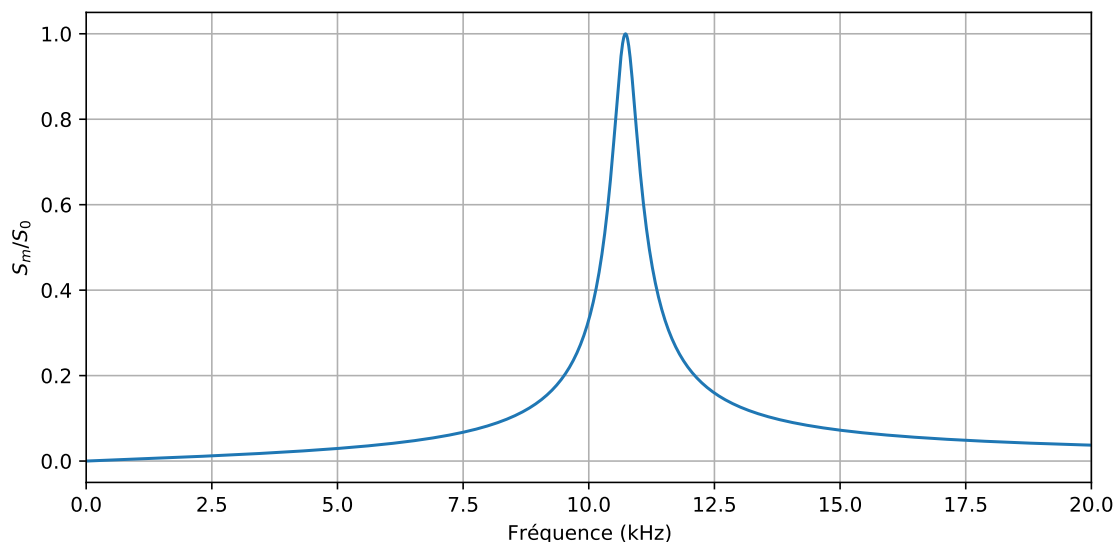


FIGURE 1 – Représentation du rapport S_m/S_0 en fonction de la fréquence.

10. Tandis qu'on observe une résonance en tension aux bornes de l'association LC parallèle à la pulsation ω_0 , on peut observer une anti-résonance en tension aux bornes de la résistance à la pulsation ω_0 . Commenter.