TP23 – Pendule pesant

Objectifs

→ Utiliser une balance de précision.
→ Repérer la position d'un centre de masse et mesurer un moment d'inertie à partir d'une période.
→ Mettre en œuvre un accéléromètre, par exemple avec l'aide d'un microcontrôleur.
→ **Réaliser l'étude énergétique d'un pendule pesant et mettre en évidence une diminution de l'énergie mécanique.**

Étude préliminaire

On considère le pendule pesant décrit dans le document 2.

✍ **1.** Montrer que, dans le cas où $m_t \ll m$ et si les dimensions de la masselotte sont faibles (devant quoi ?), on retrouve la période du pendule simple.

✍ **2.** Exprimer les énergies cinétique $\mathcal{E}_\mathrm{c}$, potentielle $\mathcal{E}_\mathrm{p}$ et mécanique $\mathcal{E}_\mathrm{m}$ du pendule pesant en fonction de r, m, r_t, m_t, J, θ et $\dot{\theta}$.

✍ **3.** Ouvrir l'expérience « Gyroscope (vitesse angulaire) » de Phyphox et déterminer l'orientation des trois axes de la centrale inertielle du smartphone. Les représenter sur un schéma. Comparer les résultats obtenus à ceux du TP10 – Loi de Hooke.

✍ **4.** Préparer un programme Python en vue de l'exploitation des résultats des mesures à réaliser lors du TP. En particulier : écrire les fonctions `moment_inertie(m, R, h, r, mt, Rt, ht, rt)` et `moment_inertie_periode(m, r, mt, rt, T)` qui renvoient le moment d'inertie du pendule pesant en fonction des paramètres mesurables.

Mesure du moment d'inertie

APP ANA REA VAL COM

5. Proposer et mettre en œuvre deux protocoles permettant de mesurer le moment d'inertie du pendule pesant. Un comparaison quantitative entre les deux mesures est attendue.

Étude énergétique

APP ANA REA VAL COM

6. Proposer et mettre en œuvre un protocole permettant de tracer l'évolution de l'énergie mécanique au cours du temps.

Documents

Document 1 – Matériel

- pendule pesant
- balance
- mètre à ruban
- smartphone (le vôtre !) + Phyphox
- ordinateur + Python

Document 2 – Moment d'inertie du pendule pesant

Thèorème de Huygens

On considère un solide de centre de gravité G et de masse m. Le théorème de Huygens établit le lien entre le moment d'inertie J_{Oy} du solide par rapport à un axe (Oy) et J_{Gy}, moment d'inertie par rapport à l'axe (Gy), de même direction que (Oy) mais passant par le centre de gravité du solide. On a

$$J_{Oy} = J_{Gy} + mOG^2.$$

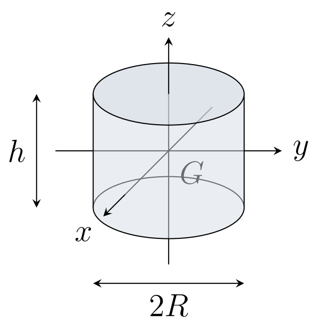
Moment d'inertie d'un cylindre

Pour un cylindre plein de masse m, de rayon R et de hauteur h, on a

$$J_{Gz} = \frac{1}{2}mR^2$$

et

$$J_{Gx} = J_{Gy} = m\left(\frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{12}\right).$$

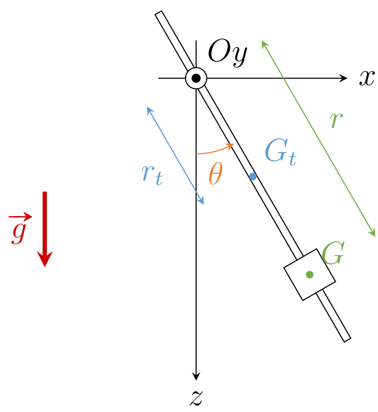


Moment d'inertie du pendule pesant

Le pendule pesant utilisé en TP est formé de deux cylindres :

- une tige de masse m_t, de rayon R_t et de hauteur h_t ;
- une masselotte de masse m, de rayon R et de hauteur h.

La tige est accrochée à une liaison pivot d'axe (Oy). On peut ajuster les distances $r_t = OG_t$ et $r = OG$ entre l'axe de rotation et le centre de gravité de chaque cylindre.



D'après le théorème de Huygens, le moment d'inertie du pendule pesant par rapport à l'axe (Oy) est donc

$$J = J_{Oy} = m\left(r^2 + \frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{12}\right) + m_t\left(r_t^2 + \frac{R_t^2}{4} + \frac{h_t^2}{12}\right).$$

Par ailleurs, on montre que pour des oscillations de faible amplitude, la période T du pendule est

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{(mr + m_t r_t)g}}.$$