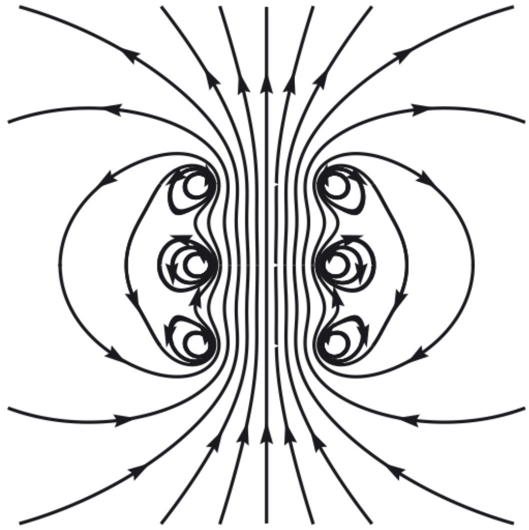
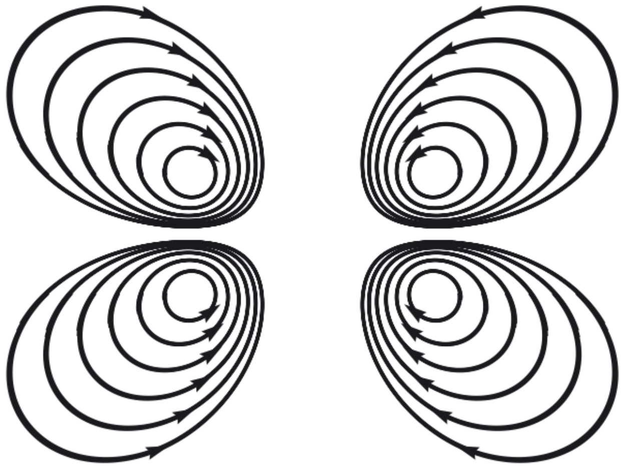
TD18 – Champ magnétique

Exercice 1 – Cartes de champ

Les champs magnétiques représentés ci-dessous sont obtenus avec des courants électriques. Dans les deux cas, indiquer la position des sources, le sens du courant, les zones de champ fort et faible, et le cas échéant s'il existe une zone de l'espace où le champ magnétique est uniforme.





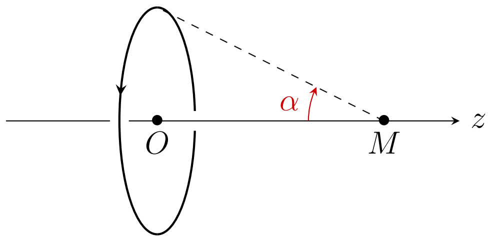
Exercice 2 – Aimantation

On donne l'ordre de grandeur de l'aimantation de quelques matériaux magnétiques utilisés pour fabriquer des aimants permanents. L'aimantation d'un matériau est définie comme le moment magnétique volumique, soit le moment magnétique d'un échantillon de ce matériau divisé par son volume.

Matériau	**Aimantation** ($\mathrm{kA\cdot m^{-1}}$)
AlNiCo 200	600
Ferrite 1000	1700
NdFeB	2 000 à 4 000
SmCo 5	2 000 à 3 000
SmCo 17	3 500 à 5 000

1. Rappeler la dimension du moment magnétique et vérifier que l'unité de l'aimantation donnée dans le tableau est cohérente avec la définition de l'aimantation.
2. Rappeler l'ordre de grandeur du moment magnétique d'un aimant permanent.
3. Considérons un aimant rond NdFeB (néodyme, fer, bore) d'épaisseur $e = 10\,\mathrm{mm}$ et de rayon $R = 5\,\mathrm{mm}$. Calculer son moment magnétique.
4. Combien de spires de même rayon R et parcourues par un courant d'intensité $I = 100\,\mathrm{mA}$ faudrait-il bobiner pour obtenir le même moment magnétique ?
5. Les matériaux pour fabriquer des aimants permanents doivent-ils posséder une aimantation forte ou faible ? Justifier en comparant les tailles caractéristiques des aimants réalisés avec les différents matériaux, qui auraient le même moment magnétique que la celui donné à la question 2.

Exercice 3 – Champ créé par une spire sur son axe



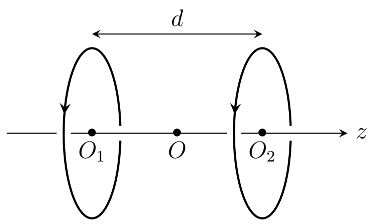
Une spire de centre O et de rayon R, parcourue par un courant d'intensité I, crée en tout point M de son axe (Oz) un champ parallèle à $\vec{e_z}$ de norme

$$B(M) = \frac{\mu_0|I|}{2R}\sin^3\alpha,$$

avec $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\,\mathrm{H\cdot m^{-1}}$. L'angle α est l'angle sous lequel est vue la spire depuis le point M.

1. Le sens positif du courant est celui indiqué sur la figure. En déduire l'expression de $\vec{B}(M)$. Représenter l'allure des lignes de champ au voisinage de la spire.
2. Exprimer $B(z)$ en fonction de la coordonnée z de M. Représenter graphiquement $B(z)$.
3. Comparer la norme du champ magnétique à 10 cm du centre de la spire à celle du champ magnétique terrestre, sachant que $R = 20\,\mathrm{cm}$ et $I = 0{,}5\,\mathrm{A}$.
4. Exprimer le moment magnétique $\vec{m}$ de la spire et calculer sa norme. Comparer au moment magnétique d'un aimant.
5. Montrer que lorsque le point M est très éloigné de la spire ($z \gg R$), le champ sur l'axe s'exprime directement en fonction du moment magnétique $\vec{m}$ sans faire intervenir ni l'intensité I, ni le rayon R.

⋆ Exercice 4 – Bobines de Helmholtz



Deux bobines identiques ont le même axe de symétrie (Oz) et sont placées symétriquement par rapport au point O. Elles comportent chacune N spires circulaires de même rayon R et parcourues par la même intensité I dans le sens positif autour de (Oz).

Chaque spire crée sur son axe un champ magnétique dont la norme est donnée dans l'exercice 3. Les champs magnétiques des spires s'ajoutent vectoriellement en chaque point M de l'espace. Le champ créé par **une** bobine de N spires de centre O_1 s'exprime donc :

$$\vec{B}_1(z) = \frac{\mu_0 N I}{2R}\sin^3\alpha_1\vec{e_z},$$

où α_1 est l'angle sous lequel est vu la bobine 1 depuis le point M.

1. Le champ magnétique en un point M quelconque de l'axe (Oz) est $\vec{B}(M) = B(z)\vec{e_z}$. Donner l'expression de $B(z)$ en fonction de μ_0, N, I, R, $d = O_1O_2$ et z.
2. Représenter l'allure de la courbe $B(z)$ dans les deux cas $d \ll R$ et $d \gg R$. On pourra vérifier ces réponses à l'aide du programme `chap18-helmholtz.py`.
3. On montre que (Montrer que ?), pour $d = R$, $\dfrac{\mathrm{d}^2B}{\mathrm{d}z^2}(0) = 0$. En déduire que dans ce cas, $B(z) = B(0) + o(z^3)$. Quel est l'intérêt pratique de cette configuration ?
4. Calculer $B(0)$ pour $R = d = 20\,\mathrm{cm}$, $N = 100$ et $I = 0{,}50\,\mathrm{A}$.
5. Discuter de la situation où l'on inverse le sens du courant dans l'une des deux bobines. *Cette dernière configuration est utilisée pour le piégeage et le refroidissement d'atomes.*

Exercice 5 – Force de Laplace entre deux fils parallèles

Deux fils parallèles distants de a sont parcourus par le même courant d'intensité I. Pour évaluer le champ magnétique créé par l'un des fils, on se placera dans l'approximation d'un fil infini. Dans le repère cylindrique où (Oz) correspond à l'axe du fil, le champ est alors donné par la relation $\vec{B}(M) = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{e_\theta}$, avec $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{H \cdot m^{-1}}$.

1. Pour que la force exercée par un fil sur l'autre soit attractive, les courants doivent-ils être dans le même sens ou en sens opposés ?
2. Donner l'expression de la force de Laplace qui s'exerce sur une longueur ℓ de fil. Comment cette force dépend-elle de l'intensité du courant I ?
3. Calculer numériquement cette force pour une longueur $\ell = 20\,\mathrm{cm}$ de fil, les fils étant distants de $a = 1\,\mathrm{cm}$ et le courant valant $I = 12\,\mathrm{A}$.
4. Calculer la valeur de l'intensité I nécessaire, pour que la distance entre les fils étant de $1\,\mathrm{m}$, la force d'attraction entre les deux fils soit égale à $2 \times 10^{-7}\,\mathrm{N}$, par mètre de fil.
5. Commenter à la lumière de la lecture de la définition historique de l'ampère bipm.org.

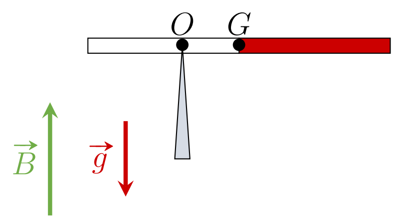
Exercice 6 – Rail de Laplace incliné

On reprend l'expérience des rails de Laplace, mais cette fois en considérant le cas où ils forment un angle $\alpha = 30°$ avec la verticale. Le champ magnétique $\vec{B}$ est supposé stationnaire, uniforme, vertical, dirigé vers le haut et de norme $150\,\mathrm{mT}$. Le barreau des rails de Laplace pèse 8,0 g et est long de $\ell = 12\,\mathrm{cm}$. On néglige tout frottement, ainsi que les phénomènes d'induction.

1. Faire un schéma du dispositif en représentant les différentes forces agissant sur le barreau mobile. Indiquer le sens du courant pour que la force de Laplace retienne le barreau.
2. Déterminer l'intensité I_0 du courant qui permet l'équilibre du barreau.
3. On suppose que le courant a l'intensité I_0 déterminée précédemment. On communique au barreau un vitesse initiale v_0 dirigée vers le haut. Déterminer son mouvement ultérieur.

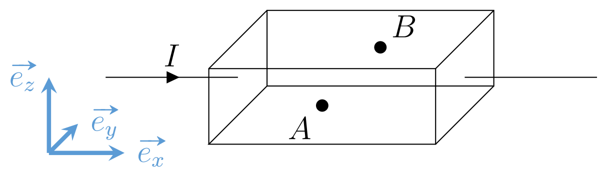
Exercice 7 – Équilibre d'une aiguille aimantée

Un aimant très fin, de moment magnétique μ et de masse m, repose en équilibre au sommet O d'une pointe. Il est soumis à un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ et à la gravité. Évaluer la distance $d = OG$ pour que l'aimant reste en équilibre vertical.



Exercice 8 – Effet Hall et force de Laplace

On s'intéresse à une portion de conducteur représentée ci-contre, d'axe (Ox), de section S, parcourue par un courant d'intensité I et soumise à un champ $\vec{B} = B\vec{e_z}$ uniforme et stationnaire. On maintient le conducteur immobile.



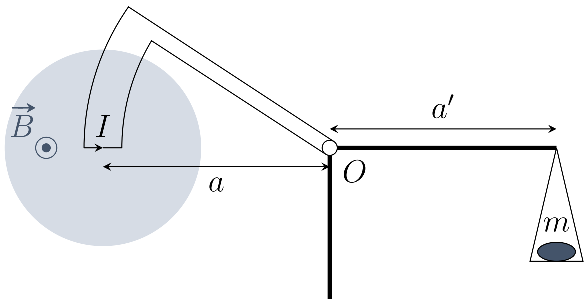
1. À l'aide d'un bilan des forces subies par un électron, justifier que les faces A et B sont chargées. Indiquer le signe de cette charge.
2. La présence de charges implique celle d'un champ électrique, dit **champ de Hall** selon l'axe transverse : $\vec{E} = E\vec{e_y}$. Déterminer l'expression de ce champ une fois le régime stationnaire atteint. On fera apparaitre la vitesse $\vec{u}$ des électrons dans le conducteur et on justifiera leur sens de déplacement.
3. On lâche le conducteur : que se passe-t-il ?

On cherche à faire le lien entre l'effet Hall et la force de Laplace.

4. En présence de ce champ de Hall, donner la force subie par un ion du réseau.
5. En déduire la force élémentaire subie par une portion $d\ell$ de conducteur.
6. Montrer que l'on retrouve l'expression connue de la force élémentaire de Laplace.

Exercice 9 – Balance de Cotton – Mines PSI 2016

La balance de Cotton est un dispositif ancien, développé au tout début du XX^e siècle par Aimé Cotton pour mesurer avec précision des champs magnétiques. Elle est constituée de deux bras rigidement liés l'un à l'autre en O. La partie de gauche comprend sur sa périphérie un conducteur métallique qui est parcouru par un courant et dont une partie est placée dans le champ magnétique uniforme et permanent à mesurer, représenté par la zone grisée. Dans cette partie, les conducteurs aller et retour sont des arcs de cercle de centre O, reliés par une portion horizontale de longueur ℓ. La partie droite comporte un plateau sur lequel est déposée une masse m afin d'équilibrer la balance. La balance peut tourner sans frottement dans le plan de la figure autour du point O. À vide, c'est-à-dire sans champ magnétique ni masse m, la position du plateau est ajustée afin que la balance soit à l'équilibre avec le bras de droite parfaitement horizontal.



1. Montrer que le moment en O des forces de Laplace s'exerçant sur les parties en arc de cercle est nul.
2. À l'équilibre, en présence de courant et de champ magnétique, établir l'expression du moment en O des forces de Laplace.
3. En déduire la relation entre la masse m à poser sur le plateau pour retrouver la configuration d'équilibre et le champ magnétique B, à exprimer en fonction de a, a', ℓ, I et de l'intensité de la pesanteur g.
4. La sensibilité de la balance étant de $\delta m = 0{,}05\,\mathrm{g}$, en déduire la plus petite valeur de B mesurable pour $a = a' = 25\,\mathrm{cm}$, $\ell = 5\,\mathrm{cm}$ et $I = 5\,\mathrm{A}$. En comparant cette valeur avec une ou des références connues, conclure quant à l'utilisabilité de la balance.