TD9 – Mouvement d'une particule chargée dans un champ électromagnétique

Exercice 1 – Opérations vectorielles

1. **1.a.** $\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\-2\\-4\end{pmatrix}$

   1.b. $\begin{pmatrix}-3\\1\\-2\end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix}6\\-2\\4\end{pmatrix} = \overrightarrow{0}$

   1.c. $\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix} = 5$

   1.d. $\left(\begin{pmatrix}1\\2\\4\end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix}-2\\1\\-3\end{pmatrix}\right) \cdot \begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} = -5$

2. En cartésien :

   2.a. $\overrightarrow{e_x} \wedge (2\overrightarrow{e_x} + 3\overrightarrow{e_y}) = 3\overrightarrow{e_z}$

   2.b. $(5\overrightarrow{e_y} \wedge 2\overrightarrow{e_z}) \wedge \overrightarrow{e_x} = \overrightarrow{0}$

   2.c. $(2\overrightarrow{e_z} \wedge \overrightarrow{e_x}) \cdot \overrightarrow{e_x} = 0$

   En cylindrique :

   2.d. $3\overrightarrow{e_\theta} \wedge (\overrightarrow{e_z} + 3\overrightarrow{e_r}) = 3\overrightarrow{e_r} - 9\overrightarrow{e_z}$

   2.e. $\overrightarrow{e_z} \wedge (\overrightarrow{e_r} \cdot \overrightarrow{e_\theta}) = \overrightarrow{0}$

   2.f. $(2\overrightarrow{e_z} \wedge \overrightarrow{e_\theta}) \wedge (\overrightarrow{e_r} + 3\overrightarrow{e_\theta}) = -6\overrightarrow{e_z}$

   En sphérique :

   2.g. $\overrightarrow{e_\theta} \wedge 2\overrightarrow{e_r} = -2\overrightarrow{e_\varphi}$

   2.h. $(3\overrightarrow{e_\theta}+\overrightarrow{e_\varphi})\wedge(2\overrightarrow{e_r}-\overrightarrow{e_\theta}) = -6\overrightarrow{e_\varphi}+2\overrightarrow{e_\theta}+\overrightarrow{e_r}$

   2.i. $\overrightarrow{e_r} \cdot (-\overrightarrow{e_r} \wedge 2\overrightarrow{e_\varphi}) = 0$

Exercice 2 – Chambre à bulles

1. La trajectoire 1 est associée aux particules de charge négative, la 2 aux particules de charge positive et la 3 aux particules neutres.
2. Dans le fluide, le mouvement des particules n'est pas uniforme : les particules ralentissent donc le rayon de la trajectoire $R = \frac{mv}{qB}$ diminue

Exercice 3 – Sélecteur de vitesse

1. Si le vecteur vitesse d'une particule de charge q reste inchangé, le système est pseudo-isolé, ce qui n'est possible que si les composantes électriques et magnétiques de la force de Lorentz se compensent, c'est-à-dire si $\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}$ soit $E_0 = v_0 B_0$.
2. Cf. DM7.

Exercice 4 – Cyclotron

Cf. correction détaillée.

1. La composante magnétique de la force de Lorentz ne travaille pas : dans un dee le mouvement est uniforme.
2. $R = \dfrac{mv}{eB}$ et $\tau = \dfrac{\pi m}{eB}$.
3. $f = \dfrac{eB}{2\pi m} = 23\,\text{MHz}$.

4. $v_n = \sqrt{\dfrac{2neU_m}{m}}$ et $R_n = \sqrt{\dfrac{2nmU_m}{eB_2}}$.
5. $R_2 = 6{,}1\,\mathrm{cm}$ et $R_{20} = 19\,\mathrm{cm}$.
6. $\mathcal{E}_{\mathrm{c},N} = \dfrac{R_N^2 e^2 B^2}{2m} = 2{,}1 \times 10^{-12}\,\mathrm{J} = 13\,\mathrm{MeV}$.
7. $N = \dfrac{B^2 R_N^2}{2mU_m} = 66$, soit 33 tours. La durée totale de l'accélération est $N \times \tau = 1{,}4\,\mu\mathrm{s}$.

Exercice 5 – Oscilloscope analogique

1. $\overrightarrow{F_L} = e\dfrac{U}{d}\overrightarrow{e_x}$.
2. $x = \dfrac{eU}{2mdv_0^2}z^2$.
3. $z_K = D$ d'où $x_K = \dfrac{eUD^2}{2mdv_0^2}$ et $\dot{x}_K = \dfrac{eUD}{mdv_0}$ et $\dot{z}_K = v_0$.
4. En négligeant le poids de l'électron (ce qui est très discutable ici puisque qu'il s'agit d'un mouvement de chute libre...) et en considérant le champ électrique nul en dehors de la zone de champ $\overrightarrow{E}$, le mouvement est rectiligne et uniforme.
5. $X_P = \left(\dfrac{D}{2} + L\right)\dfrac{eDU}{mdv_0^2}$: la déviation est proportionnelle à U.