

Exercice 1.

1. Les grandeurs physiques associées à une onde acoustique sont la pression et la vitesse longitudinale des particules du milieu.

2. Comme toutes les ondes mécaniques, le son se propage dans les milieux matériels (tout sauf le vide).

On peut citer les ondes de gravité à la surface de l'eau, les ondes sismiques ou encore les ondes se propageant le long d'une corde tendue.

3. La fréquence des sons audibles est comprise entre 20 Hz et 20 kHz.

Les ultrasons ont des fréquences supérieures à 20 kHz.

4. Ce phénomène peut s'expliquer par la diffraction qui provoque un étalement latéral de l'onde sonore après la porte.

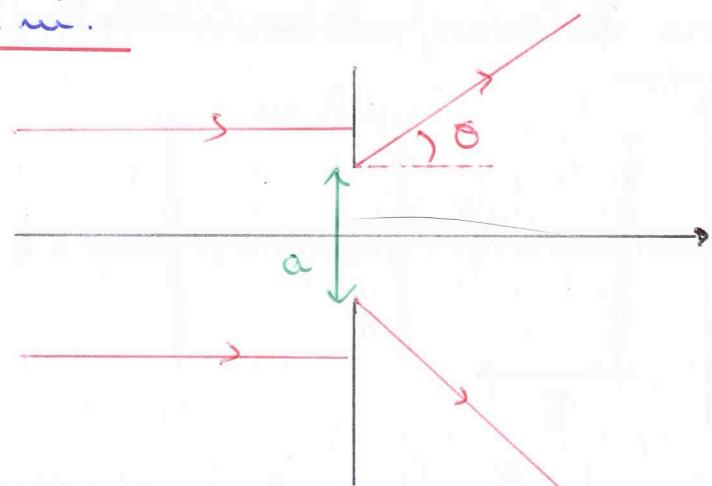
Prenons pour la fréquence sonore moyenne d'une voix française

f = 300 Hz.

et c = 340 m. s⁻¹ pour la vitesse du son dans l'air. On trouve

$$\lambda = \frac{c}{f} \approx 1 \text{ m.}$$

La largeur de l'embrace d'une porte est typiquement de l'ordre du mètre, soit a ≈ 1 m.



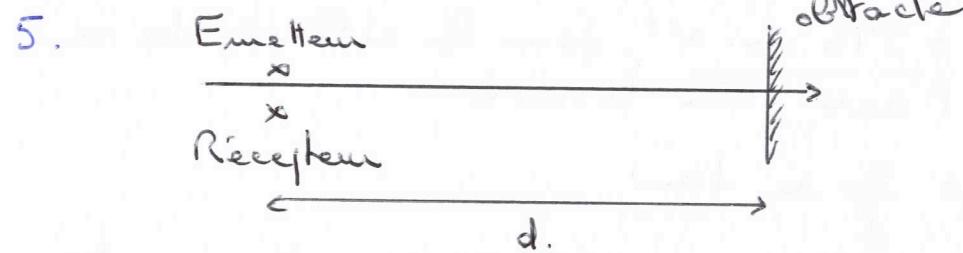
L'ordre de grandeur de l'angle de diffraction Θ est donné par

$$\sin \Theta \approx \frac{a}{\lambda}$$

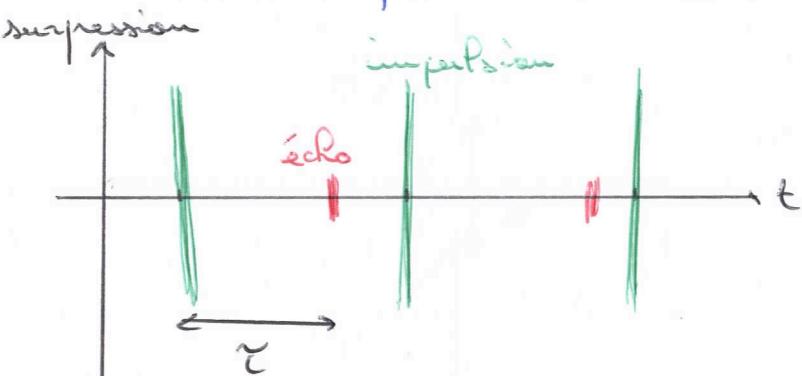
soit ici $\sin \Theta \approx 1$. Cela correspond bien à un étalement maximal de l'onde après la porte avec $\Theta \approx \frac{\pi}{2}$.

Un auditeur en dehors de la salle pourra entendre ce qu'il s'y passe tout

importe sa position.



Le principe du sonar repose sur la mesure du temps séparant l'émission d'une impulsion sonore de la réception de son écho sur un objet.



Connaissant la vitesse de propagation c_0 du son dans le milieu, on en déduit.

$$2d = c_0 \gamma \quad \text{d'où} \quad d = \frac{c_0 \gamma}{2}$$

6. On a $\int_{\text{aller+retour}}$

$$\gamma = \frac{2L}{c_{\text{moy}}}$$

d'où

③

$$L = \frac{c_{\text{moy}} \gamma}{2}$$

AN: $L = 375 \text{ m.}$

7. Δt correspond à $2,5 T$, où T est la période du signal d'où

$$f = \frac{1}{T} = \frac{2,5}{\Delta t}$$

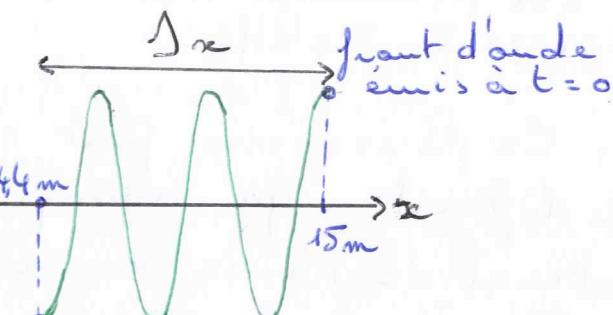
AN: $f = 6,25 \text{ kHz}$

8. On a

$$\Delta x = c_{\text{moy}} \Delta t$$

AN: $\Delta x = 60 \text{ cm.}$

9. $\int_{\text{aller+retour}}$

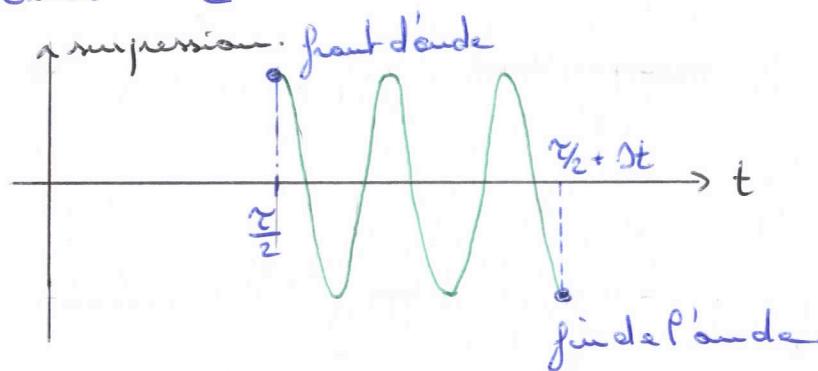


fin de l'onde
émise à $t = \Delta t$

Le front d'onde, émis à $t=0$ parcourt
la distance $c_{\text{moy}} t = 15 \text{ m}$ en 10 ms
La fin de l'onde, émise à l'instant Δt a
parcouru $c_{\text{moy}} (t - \Delta t)$ à l'instant $t = 10 \text{ ms}$,
soit $14,4 \text{ m}$.

10. Le signal reçu par le deuxième
sous-marin est le même que celui de
la figure 2, décalé de :

$$\frac{L}{c_{\text{moy}}} = \frac{\Sigma}{2} = 250 \text{ ms.}$$



$$\text{avec } \frac{\Sigma}{2} = \frac{500}{2} = 250 \text{ ms et } \frac{\Sigma}{2} + \Delta t = 250,4 \text{ ms.}$$

11. D'après les unités, Λ est homogène à
une énergie, divisée par une température
 Θ et une quantité de matière N , soit

$$[R] = \Pi \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot N^{-1} \cdot \Theta^{-1}$$

On voit : $\int \Theta \int \Pi \cdot N^{-1}$

$$[c] = [R]^m [T]^p [\Pi]^q$$

$$[c] = L \cdot T^1$$

$$[R]^m [T]^p [\Pi]^q = \Pi^{m+q} L^{2m} T^{-2m} N^{-q} \Theta^{p-m}$$

soit :

$$\begin{cases} m+q=0 \\ 2m=1 \\ p-m=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=\frac{1}{2} \\ q=-\frac{1}{2} \\ p=\frac{1}{2} \end{cases}$$

On a donc :

$$c = \sqrt{\frac{8RT}{\Pi}}$$

$$12. T_0 = 17^\circ \text{C} = 290,15 \text{ K.}$$

$$\text{AN: } c_0 = 341 \text{ m.s}^{-1}$$

$$13. c = \sqrt{\frac{\partial R(T_0 + \Delta T)}{\Pi}}$$

$$= \sqrt{\frac{8RT_0}{\Pi} \left(1 + \frac{\Delta T}{T_0}\right)}$$

$$\approx \sqrt{\frac{8RT_0}{\Pi} \left(1 + \frac{\Delta T}{2T_0}\right)}$$

$$\frac{\Delta T}{T_0} \ll 1. \quad \sqrt{1+\frac{1}{2}\varepsilon} \approx 1 + \frac{1}{2}\varepsilon$$

On retrouve bien

⑦

$$\Delta c \approx c_0 \frac{\Delta T}{2 T_0}$$

AN: $\Delta c \approx 0,59 \text{ m.s}^{-1}$

⑧

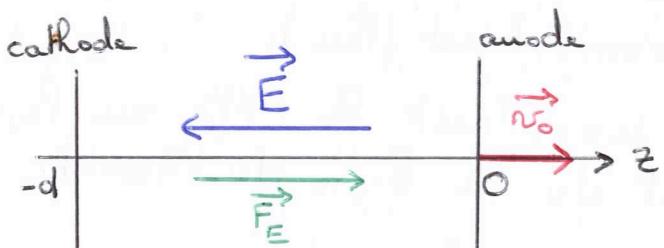
Exercice 2.

③

1. Il s'agit de la composante électrique de la force de Lorentz.

$$\vec{F}_E = -e \vec{E}$$

2.



On a donc $V_a > V_c$ d'où

$$V_a - V_c = +U > 0$$

car le champ \vec{E} est dirigé des zones de fort potentiel vers les zones de faibles potentiel.

3. En $z = -d$: $E_p(-d) = -eV_c$

$$E_c(-d) \approx 0.$$

En $z = 0$: $E_p(0) = -eV_a$

$$E_c(0) = \frac{1}{2} m_e v_0^2$$

L'ilection n'est soumis qu'à \vec{F}_E qui est conservatrice : Le mouvement est conservatif et $\Delta E_m = 0$, soit :

$$\Delta E_p + \Delta E_c = 0$$

$$\Delta E_c = -\Delta E_p$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m_e v_0^2 &= -(-eV_a - (-eV_c)) \\ &= -(-e(V_a - V_c)) \\ &= eU \end{aligned}$$

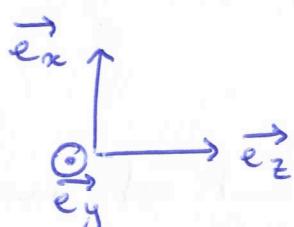
d'où

$$v_0 = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}$$

AN. $v_0 = 26,5 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$

On obtient une vitesse telle que $\frac{v_0}{c} \approx \frac{1}{10}$.
Le traitement classique du mouvement est justifié.

4.



5. Il s'agit cette fois de la composante magnétique de la force de Lorentz :

$$\vec{F}_B = -e \vec{v} \wedge \vec{B}$$

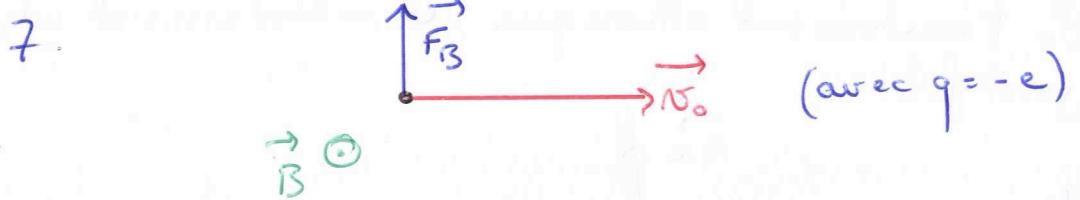
6. $\beta(\vec{F}_B) = (-e \vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v} = 0$.

La composante magnétique de la force de Lorentz ne travaille pas. D'après le Théorème de la puissance cinétique :

$$\frac{dE_c}{dt} = \beta(\vec{F}_B) = 0 \text{ avec } E_c = \frac{1}{2} m_e v^2$$

donc $\frac{dE_c}{dt} = \frac{1}{2} m_e \frac{dv^2}{dt} = m_e v \frac{dv}{dt} = 0$.

avec $v \neq 0$. v est donc constante, le mouvement est uniforme.



8. Le mouvement est circulaire et uniforme donc la norme de l'accélération est

$$a = \frac{v_0^2}{R}$$

où R est le rayon de la trajectoire.

Puisque $\vec{v} \perp \vec{B}$, on a

$$\|\vec{F}_B\| = e v_0 B$$

(Le mouvement est plan).

~~En projetant le PFD sur le vecteur normal de la base de Frenet, on obtient~~

$$m_e a = e v_0 B$$

$$m_e \frac{v_0^2}{R} = e v_0 B$$

d'où

$$R = \frac{m_e v_0}{e B}$$

9. $\vec{F}_B = -e \vec{v} \wedge \vec{B} = -e \begin{pmatrix} i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ j \\ k \end{pmatrix} = -e \begin{pmatrix} i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ j \end{pmatrix}$

Dans le référentiel terrestre supposé galiléen le PFD donne pour l'élection :

$$m_e a = \vec{F}_B$$

En projetant sur les axes (Ox) et (Oz) on obtient :

$$\begin{cases} m_e \ddot{x} = e \dot{z} B \\ m_e \ddot{z} = -e x B \end{cases}$$

d'où :

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{eB}{m_e} \dot{z} \\ \ddot{z} &= -\frac{eB}{m_e} \dot{x} \end{aligned}$$

10. Si $\dot{z} \ll \ddot{z}$, puisque $v_0 = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}$,
on a $\dot{z} \approx \pm v_0$. Le mouvement s'effectue
seulement le long de z croissants d'où

$$\dot{z} = v_0$$

On obtient donc

$$\ddot{z} \approx 0 \quad \text{d'où} \quad z(t) = v_0 t + \text{const} \underset{\text{CI}}{=} 0$$

$$z = v_0 t$$

en prenant comme origine des temps l'instant $t=0$ où l'électrion est en O . ($z=0$).

La projection du PFD selon \hat{e}_x devient

$$\ddot{x} = \frac{eB}{m_e} v_0$$

(13)

d'où

$$\ddot{x}(t) = \frac{eB}{m_e} v_0 t + \text{const} \underset{\text{CI}}{=} 0$$

$$\dot{x}(t) = \frac{eB}{m_e} v_0 t$$

$$\text{et } x(t) = \frac{1}{2} \frac{eB}{m_e} v_0 t^2 + \text{const} \underset{\text{CI}}{=} 0.$$

Finalement :

$$z(t) = v_0 t$$

$$x(t) = \frac{1}{2} \frac{eB}{m_e} v_0 t^2$$

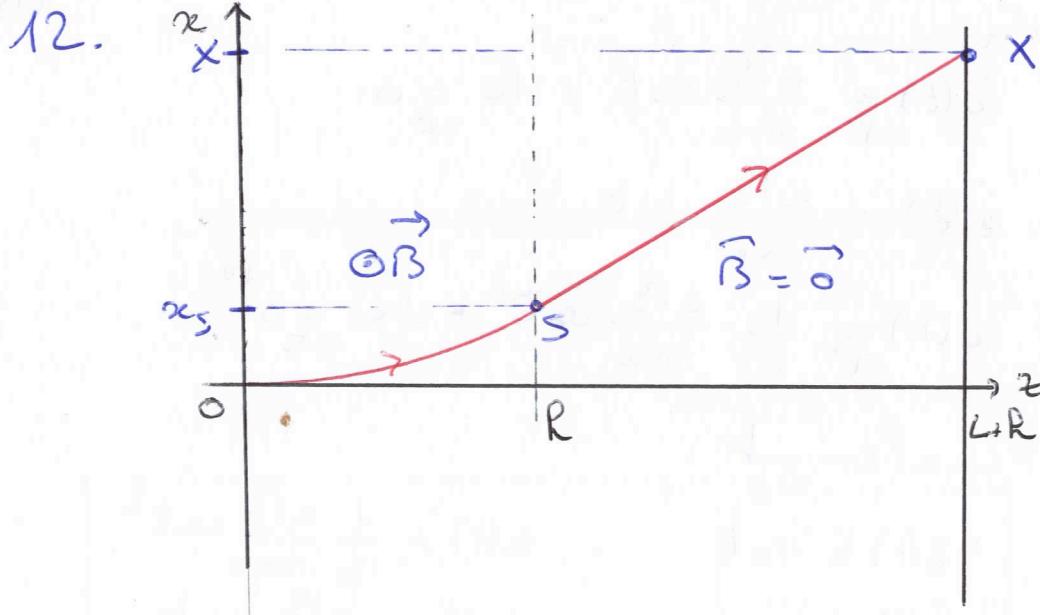
$$\dot{z}(t) = v_0$$

$$\dot{x}(t) = \frac{eB}{m_e} v_0 t$$

L'élection sort de la zone de champ magnétique en $z(t_s) = z_s = R$, soit
à l'instant $t_s = \frac{R}{v_0}$. On injecte dans
les équations précédentes :

$$\begin{aligned} z_s &= R & z_s &= \frac{eBR^2}{2m_e v_0} \\ \dot{z}_s &= v_0 & \dot{z}_s &= \frac{eBR}{m_e} \end{aligned}$$

11. Dans cette zone l'élection n'est soumis à aucune force (on néglige le poids).
Le système est isopé et a donc un mouvement rectiligne et uniforme.



(15)

d'où

$$\beta = \frac{me\omega_0}{eR} \times \frac{1}{\frac{R}{2} + L} \times$$

(16)

AN: $\beta = 6 \text{ mT}$

C'est une valeur tout à fait raisonnable pour un champ magnétique.

14. $\begin{cases} \ddot{x} = \frac{eB}{me} \dot{z}_s \\ \ddot{z}_s = -\frac{eB}{me} \dot{x} \end{cases}$

On dérive la seconde équation :

$$\ddot{z}_s = -\frac{eB}{me} \dot{x} = -\left(\frac{eB}{me}\right)^2 z_s$$

d'où

$$\ddot{z}_s + \omega_c^2 z_s = 0 \quad \text{avec } \omega_c = \frac{eB}{me}.$$

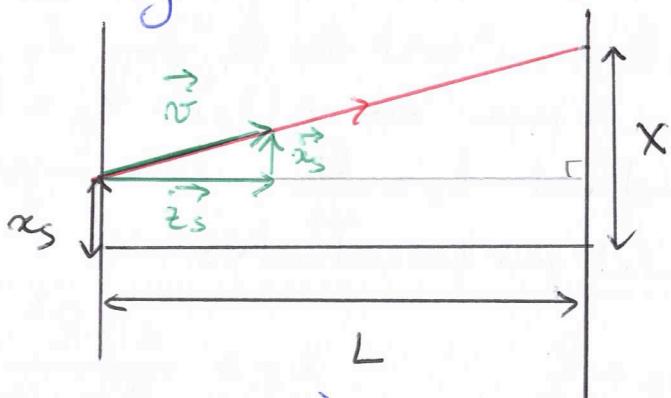
On connaît l'équation d'un oscillateur harmonique qui s'intègre, compte tenu des conditions initiales en $t=0$ ($z=0$)

$$\begin{cases} z_s(t=0) = z_0 \\ \dot{z}_s(t=0) = 0 \end{cases}$$

pour donner :

$z_s(t) = z_0 \cos(\omega_c t)$

13. Dans le régime où $\vec{B} = \vec{0}$, on a :



En utilisant le théorème de Thalès :

$$\frac{x - x_s}{L} = \frac{\dot{x}_s}{\dot{z}_s} \quad \text{où } \dot{x} \text{ est la déviation de l'éjection sur l'écran}$$

d'où

$$x = x_s + L \frac{eBR}{m e \omega_0} = \frac{eB}{m \omega_0} \left(\frac{R^2}{2} + LR \right)$$

15. Le temps de vol Δt est tel que

$$z(\Delta t) = R$$

soit

$$\int_0^{\Delta t} v_z dt = R$$

$$\int_0^{\Delta t} v_0 \cos(\omega_c t) dt = R$$

$$\left[\frac{v_0}{\omega_c} \sin(\omega_c t) \right]_0^{\Delta t} = R$$

$$\text{d'où } \frac{v_0}{\omega_c} \sin(\omega_c \Delta t) = R.$$

On retrouve bien:

$$\sin(\omega_c \Delta t) = \frac{\omega_c R}{v_0}$$

16. $n_{z,s} = n_s(\Delta t) = v_0 \cos(\omega_c \Delta t)$

or $\Delta t \ll \frac{1}{\omega_c}$ (l'électron ne fait qu'une petite partie de la trajectoire circulaire)
donc $\omega_c \Delta t \in [0, \frac{\pi}{2}]$ et $\cos(\omega_c \Delta t) > 0$.

On a donc:

$$n_{z,s} = n_0 \sqrt{1 - \sin^2(\omega_c \Delta t)}$$

$$n_{z,s} = n_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c R}{v_0} \right)^2}$$

(17)

AN: $n_{z,s} = 0,98 n_0$ avec $B = 6 \text{ mT}$. (18)

Ce Pa confirme l'hypothèse selon Paquette

$n_{z,s} \approx n_0$ utilisée pour la question 10.

L'erreur commise précédemment est faible.

Exercice 3

1. La courbe d'énergie potentielle $V(x)$ présente un doublé point de potentiel.

Elle est symétrique (fonction paire)

et laisse apparaître trois positions d'équili-

ble:

- $x=0$: instable
- $x=\pm b$: stables

2. La trajectoire correspond à un état lié, où l'atome d'argon oscille périodiquement autour de $x=b$ entre x_1 et x_2 . (cf annexe).

3. Il faut que le système puisse franchir la barrière de potentiel V_0 , ce qui est possible si

$$E_{\text{kin}} > V_0$$

4. Pour une force conservatrice qui dérive d'un potentiel $V(x)$ à un degré de liberté, on a :

$$\vec{F}(x) = - \frac{dV}{dx} \vec{e}_x$$

(19)

$$5. V(x) = V_0 \left(\frac{x^2}{b^2} - 1 \right)^2$$

(20)

$$\frac{dV}{dx} = 2V_0 \times \frac{2x}{b^2} \left(\frac{x^2}{b^2} - 1 \right).$$

d'où

$$\vec{F}(x) = - \frac{4V_0}{b^2} x \left(\frac{x^2}{b^2} - 1 \right) \vec{e}_x$$

7. Les positions d'équilibre correspondent à des extrêmes de l'énergie potentielle soit :

$$\frac{dV}{dx}(x_{\text{eq}}) = 0.$$

Leur stabilité est donnée par le signe de la dérivée seconde :

$$\frac{d^2V}{dx^2}(x_{\text{eq}}) > 0 : \text{minimum} \rightarrow \text{stable}$$

$$\frac{d^2V}{dx^2}(x_{\text{eq}}) < 0 : \text{maximum} \rightarrow \text{instable}$$

(* Oups, cf page 21 pour la suite de la question).

8. L'atome d'argon n'est soumis qu'à une force保守ative, le mouvement est conservatif et l'énergie mécanique est constante.

7. (suite).

②1

$$\frac{dV}{dx} = 0 \Leftrightarrow \frac{4V_0}{b^2} x \left(\frac{x^2}{b^2} - 1 \right) = 0$$

ce qui donne :

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = \pm b \end{cases}$$

On retrouve bien les trois positions d'éq.

$$\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{4V_0}{b^2} \left(\frac{x^2}{b^2} - 1 \right) + \frac{4V_0}{b^2} x \frac{2x}{b^2}$$

$$= \frac{4V_0}{b^2} \left(\frac{3x^2}{b^2} - 1 \right).$$

$$\frac{d^2V}{dx^2}(x=0) = -\frac{4V_0}{b^2} < 0 \rightarrow \text{instable.}$$

$$\frac{d^2V}{dx^2}(x=\pm b) = \frac{4V_0}{b^2} \times 2 > 0 \rightarrow \text{stable.}$$

On retrouve bien stabilité.

8 Ce ça correspond à la position $x=b$.

②2

"Au voisinage de b " signifie que l'atome d'azote ne s'éloigne que très peu de $x=b$ c'est à dire :

$$\left| \frac{x-b}{b} \right| \ll 1.$$

$$\varepsilon = \frac{x-b}{b}$$

10. On utilise la formule de Taylor-Young avec $x_0 = b$:

$$V(x=b) = 0 \text{ d'après la comb.}$$

$$\frac{dV}{dx}(x=b) = 0 \text{ car } b \text{ est une position d'éq.}$$

$$\frac{d^2V}{dx^2}(x=b) = \frac{8V_0}{b^2}$$

On a donc, au voisinage de $x=b$:

$$V(x) \approx \frac{4V_0}{b^2} (x-b)^2$$

11. L'énergie mécanique est conservée d'où

$$\frac{dE_m}{dt} = 0$$

masse d'un atome d'azote.

$$\text{avec } E_m = V(x) + \frac{1}{2} m \dot{x}^2$$

(23)

$$\frac{dE_m}{dt} = \frac{4V_0}{b^2} 2(x-b)\dot{x} + m\ddot{x}$$

d'où

$$\frac{8V_0}{b^2} \cancel{x}(x-b) + m\ddot{x} = 0 \quad (\dot{x} \neq 0)$$

$$\ddot{x} + \frac{8V_0}{mb^2} x = \frac{8V_0}{mb} \cancel{x}$$

On retrouve l'équation d'un oscillateur harmonique

12. On identifie la pulsation propre ω_0

$$\omega_0^2 = \frac{8V_0}{mb^2} \text{ soit } \omega_0 = \sqrt{\frac{8V_0}{mb^2}}$$

et

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{8V_0}{mb^2}}$$

$$\text{AN: } m = 14 \times m_n$$

[†]
masse d'un
nucleon.

$$f_0 = 15 \text{ THz.}$$

13. Pour franchir la barrière de potentiel V_0 , il faut $E_m > k_B T$

À température ambiante, $T = 300K$

$$k_B T \approx 26 \text{ meV} \text{ soit environ } \frac{V_0}{10}$$

L'inversion est impossible à température ambiante

Pour réaliser l'inversion, il faudrait une température T_c telle que

$$k_B T_c > V_0, \text{ soit } T_c > \frac{V_0}{k_B}$$

$$\text{AN: } T_c \approx 2900K !$$

Cette température est très élevée.

À cette température, un gaz d'ammoniac émettrait de la lumière aussi forte de façon notable (corps noir : $\sigma_{max}(T=2900K) \approx 800 \text{ cm}^{-2}$)

On peut comparer V_0 à l'énergie de liaison N-H dans la molécule.

$E_{N-H} \approx 400 \text{ KJ/mol}^{-1}$ soit pour une liaison $\approx 4 \text{ eV}$. À cette température la molécule d'ammoniac ne se dissocie pas

Annexe 1 – Profil d'énergie potentielle de la molécule d'ammoniac