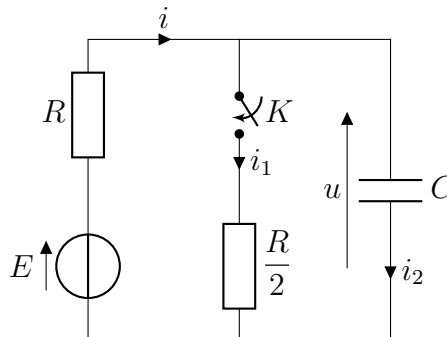


DM3 – Régimes transitoires

Exercice 1 – Charge ou décharge ?

On considère le circuit représenté ci-contre, où l'interrupteur K est ouvert depuis très longtemps. On le ferme à l'instant $t = 0$.

1. On suppose qu'avant la fermeture de l'interrupteur, le régime permanent est établi. Faire un schéma équivalent du circuit à $t = 0^-$ et exprimer i , i_1 , i_2 et u à l'instant $t = 0^-$, juste avant la fermeture de l'interrupteur.

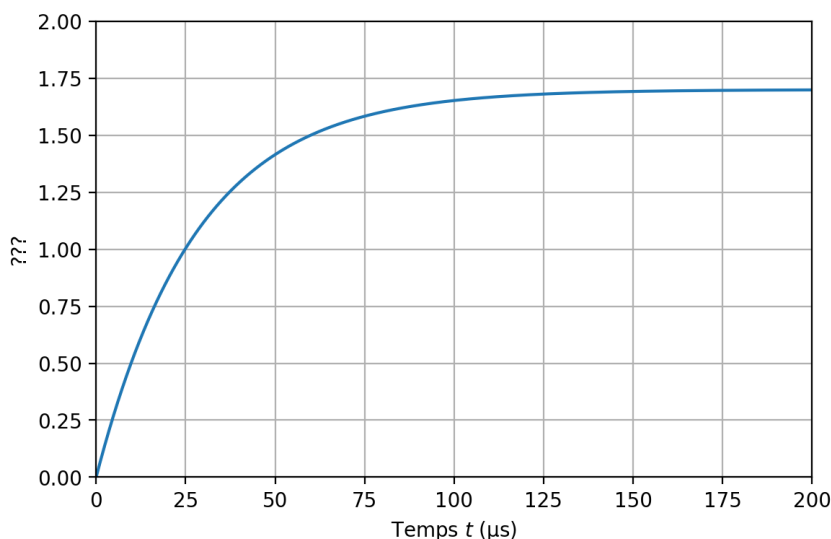


2. En déduire i , i_1 , i_2 et u à $t = 0^+$, juste après la fermeture de K . Justifier soigneusement chaque réponse.
3. Que deviennent ces grandeurs en régime permanent ($t \rightarrow \infty$).
4. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ après la fermeture de l'interrupteur peut se mettre sous la forme :

$$\frac{du}{dt} + \frac{u}{\tau} = \frac{E}{3\tau}.$$

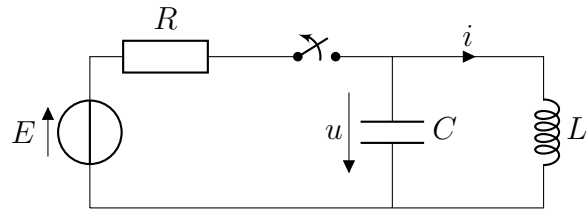
Exprimer τ en fonction de R et C .

5. Déterminer complètement $u(t)$ pour $t \geq 0$. On fera apparaître très clairement les différentes étapes de la résolution.
6. En déduire l'expression de $i(t)$. Représenter graphiquement $u(t)$ et $i(t)$.
7. Déterminer la variation d'énergie $\Delta\mathcal{E}_C$ stockée par le condensateur en fonction de C et E . Commenter son signe.
8. On donne ci-dessous le graphe d'une des grandeurs électriques étudiées. S'agit-il de $u(t)$ (en volts) ou de $i(t)$ (en milliampères)? Déterminer graphiquement τ et en déduire les valeurs de R et C sachant que $E = 5,0 \text{ V}$.



Exercice 2 – Oscillateur harmonique

On considère le circuit représenté ci-contre. L'interrupteur est initialement fermé, depuis un temps suffisant pour que le régime permanent soit établi. À l'instant $t = 0$, on ouvre l'interrupteur.



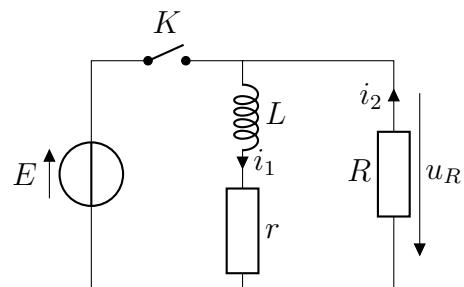
1. Faire un schéma équivalent pour $t = 0^-$. En déduire i et u à $t = 0^-$.
2. Donner, en les justifiant, les valeurs de i et u à $t = 0^+$, une fois l'interrupteur ouvert. Sous quelle forme l'énergie est-elle stockée dans le circuit LC à l'instant initial ?
3. Établir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ pour $t > 0$. On fera apparaître la pulsation propre ω_0 dont on donnera l'expression en fonction de L et C .
4. La résoudre en tenant compte des conditions initiales pour donner l'expression de $i(t)$.
5. En déduire l'expression de $u(t)$.
6. Montrer qu'à tout instant, l'énergie totale du circuit LC est constante. Représenter graphiquement l'évolution temporelle de l'énergie stockée par le condensateur et celle emmagasinée par la bobine. Donner l'expression de la période T_E des oscillations de ces énergies en fonction de ω_0 .

Exercice 3 – Clôture électrique

Pour empêcher des animaux de sortir d'un enclos, on peut choisir d'utiliser une clôture électrique. Cela consiste à générer périodiquement des impulsions de haute tension dans un fil. Pour ce faire, on modélise le système par le circuit représenté ci-contre.

Le générateur est une batterie de voiture de tension $E = 12\text{ V}$, qui possède une charge totale $Q = 45\text{ A}\cdot\text{h}$. K est un relai (un interrupteur commandé par une horloge) qui s'ouvre et se ferme périodiquement avec une période $T \sim 1\text{ s}$. La bobine d'inductance $L = 1,0\text{ H}$ et

de résistance interne $r = 10\ \Omega$ est connectée au fil de la clôture, modélisé par une résistance $R = 1,0\text{ k}\Omega$.



1. Pour chaque position du relai K , déterminer les différentes grandeurs électriques en régime permanent.
2. Pour $t \in [0; \frac{T}{2}[$ où K est fermé, déterminer l'équation différentielle vérifiée par $i_1(t)$ et la résoudre. On supposera qu'à $t = 0$, la bobine n'a pas stocké d'énergie.
3. Pour $t \in [\frac{T}{2}; T[$, le relai est ouvert. Déterminer l'expression de $i_1(t)$.
4. Exprimer alors la tension $u_R(t)$ et montrer qu'elle peut prendre une valeur supérieure à E , que l'on estimera. Déterminer la durée pour laquelle $u_R > 10E$.
5. Représenter l'allure de $u_R(t)$ et de $i_1(t)$ pour $t \in [0; 2T[$.
6. Estimer enfin le temps de fonctionnement de la batterie avec un tel système.
7. Proposer une modification du comportement du relai permettant d'augmenter l'autonomie du système, tout en continuant à produire une surtension par seconde.