Chapitre 9 – Mouvement d'une particule chargée dans un champ électromagnétique

Plan du cours

Ce qu'il faut savoir et savoir faire

→ Évaluer les ordres de grandeur des forces électrique ou magnétique et les comparer à ceux des forces gravitationnelles.

→ Justifier qu'un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule alors qu'un champ magnétique peut courber la trajectoire sans fournir d'énergie à la particule.

→ Mouvement dans un champ $\overrightarrow{E}$ uniforme : mettre en équation le mouvement et le caractériser comme un mouvement à vecteur accélération constant.

→ Mouvement dans un champ $\overrightarrow{E}$ uniforme : effectuer un bilan énergétique pour déterminer la valeur de la vitesse d'une particule chargée accélérée par une différence de potentiel.

→ Mouvement dans un champ $\overrightarrow{B}$ uniforme : déterminer le rayon de la trajectoire sans calcul en admettant que celle-ci est circulaire.

Questions de cours

→ Donner l'expression de la force de Lorentz en s'appuyant sur un schéma et en donnant les unités des grandeurs.

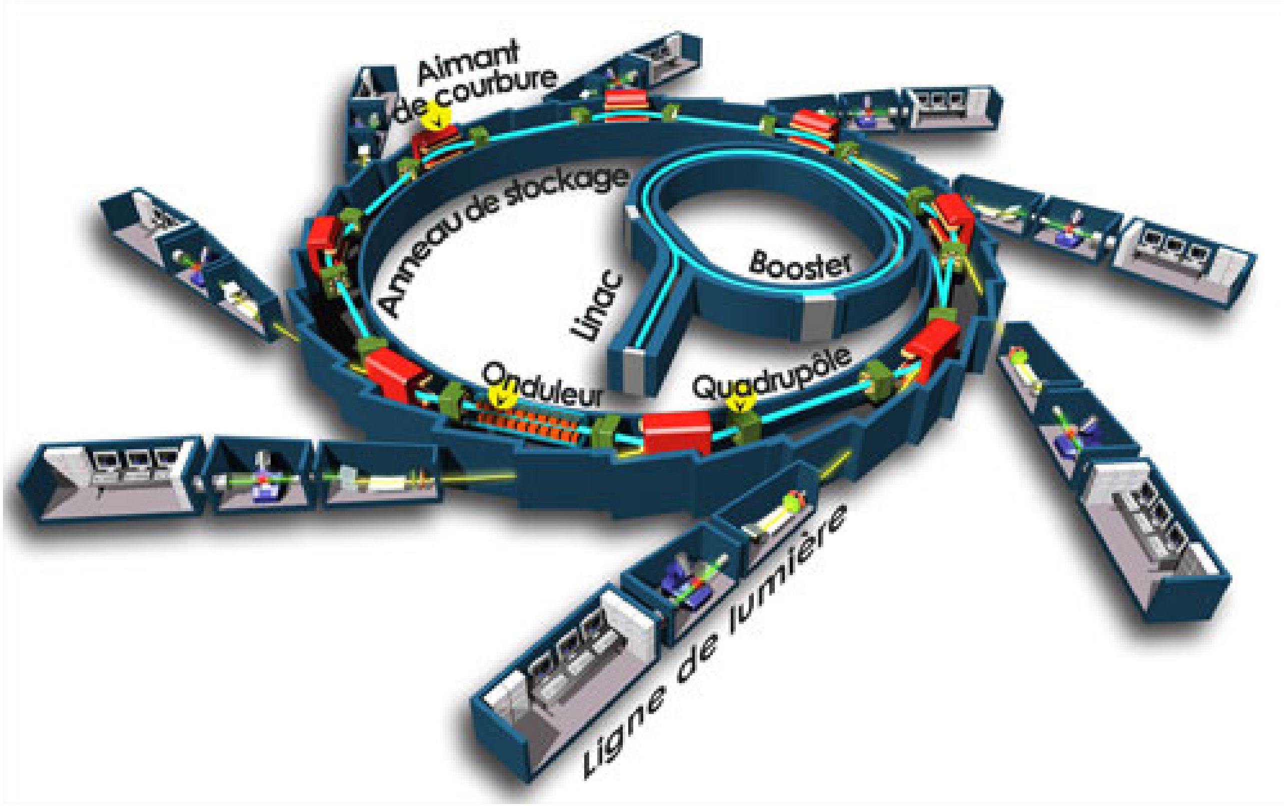
→ Représenter sur un schéma la force de Lorentz associée à une configuration donnée par le colleur.

→ Déterminer le rayon de la trajectoire circulaire d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme et stationnaire, orthogonal à la vitesse.

Documents

Document 1 – Synchrotron SOLEIL

synchrotron-soleil.fr



Situé sur le plateau de Saclay, le synchrotron SOLEIL (Source Optimisée de Lumière d'Énergie Intermédiaire du LURE), est un accélérateur d'électrons qui produit le rayonnement synchrotron, une lumière extrêmement brillante qui permet d'explorer la matière inerte ou vivante. Ce rayonnement est émis par des électrons rapides lorsque leur trajectoire est déviée sous l'action d'un champ magnétique. Les électrons sont accélérés par des champs électriques jusqu'à 99,999 998 % de la vitesse de la lumière ! Si les principes utilisés pour manipuler le faisceau d'électrons sont identiques à ceux abordés dans ce chapitre, l'étude quantitative de cet instrument échappe à la description classique du mouvement de particules chargées.

Document 2 – Ordres de grandeurs des champs électriques et magnétiques usuels

CHAMPS ÉLECTRIQUES

Source	Intensité
Lumière du jour	$10^2\ \mathrm{V \cdot m^{-1}}$
Temps orageux	$10^5\ \mathrm{V \cdot m^{-1}}$
Champ de claquage de l'air	$10^6\ \mathrm{V \cdot m^{-1}}$
Champ dans un atome	$10^{11}\ \mathrm{V \cdot m^{-1}}$

CHAMPS MAGNÉTIQUES

Source	Intensité
Champ terrestre	$5 \times 10^{-5}\ \mathrm{T}$
Aimant permanent	$10^{-1}\ \mathrm{T}$
IRM	$1\ \mathrm{T}$
Record en laboratoire	$90\ \mathrm{T}$

Document 3 – Produit vectoriel

Le **produit vectoriel** d'un vecteur $\overrightarrow{a}$ avec un vecteur $\overrightarrow{b}$ donne un vecteur $\overrightarrow{c}$ noté $\overrightarrow{a} \wedge \overrightarrow{b}$ qui vérifie les propriétés suivantes :

- **direction** : orthogonale à $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$, soit $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{c} = \overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{c} = 0$;
- **sens** : tel que le trièdre $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})$ soit direct (règle de la main droite) ;
- **norme** $||\overrightarrow{c}|| = ||\overrightarrow{a}|| \cdot ||\overrightarrow{b}|| \sin\alpha$, où $\alpha = (\widehat{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}})$.

Si l'on connait les coordonnées de $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$, on a :

$$\overrightarrow{a} \wedge \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ b_x a_z - b_z a_x \\ a_x b_y - a_y b_x \end{pmatrix}$$

On en déduit quelques propriétés importantes :

- le produit vectoriel est linéaire : $(\lambda\overrightarrow{a_1} + \overrightarrow{a_2}) \wedge \overrightarrow{b} = \lambda\overrightarrow{a_1} \wedge \overrightarrow{b} + \overrightarrow{a_2} \wedge \overrightarrow{b}$;
- le produit vectoriel est antisymétrique : $\overrightarrow{a} \wedge \overrightarrow{b} = -\overrightarrow{b} \wedge \overrightarrow{a}$;
- si deux vecteurs sont colinéaires, alors leur produit vectoriel est nul ;
- si $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$ sont unitaires et orthogonaux, alors le trièdre $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{a} \wedge \overrightarrow{b})$ est orthonormé et direct.

Application – Produit vectoriel

Les bases utilisées en physique sont orthonormées directes.

1. Compléter le tableau suivant.

Base cartésienne	Base cylindrique	Base sphérique
$\overrightarrow{e_x} \wedge \overrightarrow{e_y} =$ $\overrightarrow{e_y} \wedge \overrightarrow{e_z} =$ $\overrightarrow{e_z} \wedge \overrightarrow{e_x} =$	$\overrightarrow{e_r} \wedge \overrightarrow{e_\theta} =$ $\overrightarrow{e_\theta} \wedge \overrightarrow{e_z} =$ $\overrightarrow{e_z} \wedge \overrightarrow{e_r} =$	$\overrightarrow{e_r} \wedge \overrightarrow{e_\theta} =$ $\overrightarrow{e_\theta} \wedge \overrightarrow{e_\varphi} =$ $\overrightarrow{e_\varphi} \wedge \overrightarrow{e_r} =$
$\overrightarrow{e_x} \wedge \overrightarrow{e_z} =$	$\overrightarrow{e_\theta} \wedge \overrightarrow{e_r} =$	$\overrightarrow{e_\varphi} \wedge \overrightarrow{e_\theta} =$

Pour une base orthonormée directe, on a donc $\overrightarrow{e_1} \wedge \overrightarrow{e_2} = \overrightarrow{e_3}$ plus permutation circulaire.

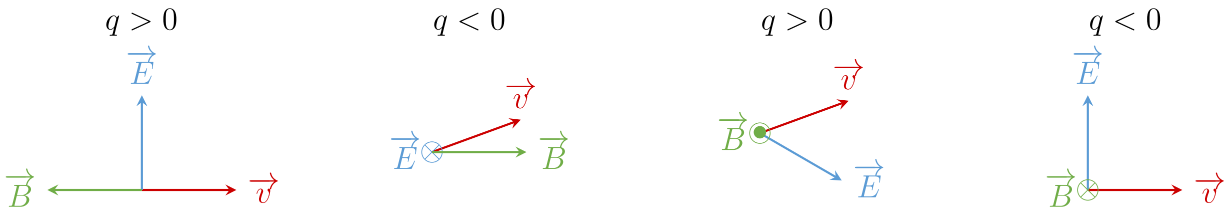
2. Compléter les exemples suivants :

$(3\overrightarrow{e_x} + 2\overrightarrow{e_z}) \wedge 2\overrightarrow{e_x} =$
$(3\overrightarrow{e_x} + 2\overrightarrow{e_z}) \wedge 3\overrightarrow{e_y} =$
$(3\overrightarrow{e_x} + 2\overrightarrow{e_z}) \wedge (2\overrightarrow{e_x} + 3\overrightarrow{e_y}) =$
$(\overrightarrow{e_x} \wedge (\overrightarrow{e_y} - \overrightarrow{e_z})) \cdot \overrightarrow{e_x} =$
$(4\overrightarrow{e_x} + 2\overrightarrow{e_z}) \wedge (-2\overrightarrow{e_x} - \overrightarrow{e_z}) =$

Applications

Application 1 – Construction graphique de la force de Lorentz

1. Reproduire les schémas ci-dessous et tracer le vecteur associé à la force de Lorentz en décomposant ses composantes électrique et magnétique.



2. Que peut-on dire de la composante magnétique de la force de Lorentz par rapport à la vitesse ?

Application 2 – Comparaisons

1. Le champ électrique créé par le noyau d'un atome d'hydrogène ^{1}H est donné par

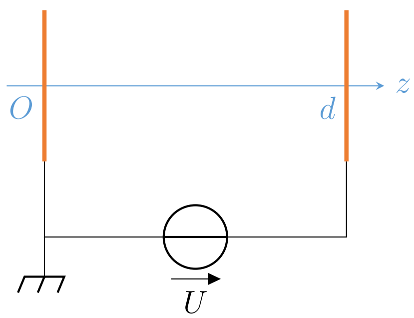
$$\overrightarrow{E} = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\overrightarrow{e_r}$$

où r est la distance au noyau, $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$ la charge de l'électron et $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\,\mathrm{F{\cdot}m^{-1}}$. Comparer les forces d'attraction gravitationnelle et électrique liées au noyau, subie par l'électron.
Données : $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$, $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$, $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$.

2. Déterminer les ordres de grandeur :
   - de l'intensité du champ électrique pour laquelle le poids d'un proton est comparable à la composante électrique de la force de Lorentz ;
   - de la vitesse d'un proton pour laquelle la composante magnétique de la force de Lorentz due au champ magnétique terrestre est égale à son poids.
3. Déterminer l'intensité du champ électrique nécessaire pour que les deux composantes de la force de Lorentz soit du même ordre de grandeur, dans le cas d'un électron allant à 10 % de la vitesse de la lumière dans un champ magnétique d'intensité 0,1 T.

Application 3 – Canon à électrons

On considère le dispositif représenté ci-contre, où deux électrodes planes parallèles sont soumises à une tension $U = 2\,\mathrm{kV}$.



1. Orienter le champ électrique dans le dispositif.
2. Un électron est laissé sans vitesse initiale en $z = 0$. Exprimer sa vitesse v au niveau de la deuxième électrode.

Application 4 – Électron dans un condensateur

Un électron pénètre en $(0,0)$ entre les armatures d'un condensateur plan avec une vitesse $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{e_x}$. Les armatures du condensateur sont parallèles à $\overrightarrow{e_x}$, s'étendent de $x = 0$ à $x = a$ et occupent les cotes $z = -d$ (armature B) et $z = d$ (armature A). Dans cette zone règne un champ électrique $\overrightarrow{E} = E_0\overrightarrow{e_z}$ uniforme. L'armature A est au potentiel V_0 et l'armature B est reliée à la masse.

1. Exprimer E_0 en fonction des paramètres du problème.
2. Établir les équations horaires du mouvement $x(t)$ et $z(t)$.
3. Quelle est la condition sur le potentiel V_0 pour que l'électron sorte du condensateur sans heurter une armature ?

Application 5 – Rayon cyclotron

Dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\overrightarrow{B} = B_0\overrightarrow{e_z}$, un proton a une trajectoire circulaire contenue dans le plan (Oxy).

1. À un instant quelconque, sa vitesse est $v_0\overrightarrow{e_x}$. Le sens de parcours de la trajectoire dépend-il du signe de v_0 ? De quoi dépend-il ?
2. Déterminer le rayon R de la trajectoire :
   - en utilisant les coordonnées cylindriques ;
   - en utilisant le repère de Frenet.