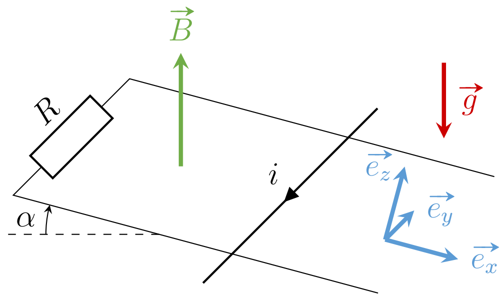
TD19 – Conversion de puissance

Exercice 1 – Rails de Laplace inclinés

1. Dans le barreau, i orienté selon $-\vec{e_y}$, soit



2. La force de Laplace freine le barreau. Il ne peut s'immobiliser car la force de Laplace est nulle si la vitesse du barreau est nulle.
3. Avec le sens positif de i déterminé précédemment
$$\vec{F}_L = -iaB(\cos\alpha\vec{e_x} + \sin\alpha\vec{e_z}).$$
4. La puissance fournie par la force de Laplace est $\mathcal{P}_L = -iaBv\cos\alpha$ et la puissance induite est $\mathcal{P}_{\text{ind}} = ei = Ri^2$. Par conservation de la puissance : $\mathcal{P}_L + \mathcal{P}_{\text{ind}} = 0$, d'où
$$Ri = aBv\cos\alpha.$$
5. En utilisant la projection du PFD sur $\vec{e_x}$ et la relation précédente pour exprimer i en fonction de v, on obtient
$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \frac{(aB\cos\alpha)^2}{mR}v = g\sin\alpha,$$
d'où en tenant compte de la condition initiale
$$v(t) = \frac{Rmg\sin\alpha}{(aB\cos\alpha)^2}\left(1 + e^{-t/\tau}\right) \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{mR}{(aB\cos\alpha)^2}.$$
6. En intégrant une nouvelle fois
$$x(t) = \frac{Rmg\sin\alpha}{(aB\cos\alpha)^2}\left(t + \tau\left(e^{-t/\tau} - 1\right)\right).$$
7. L'énergie W_R fournie à la résistance correspond à l'opposé du travail W_L de la force de Laplace. Avec $\Delta t \gg \tau$, on considère que la vitesse est constante au cours de la chute, d'où
$$W_L \approx -mg\sin\alpha L,$$
L'énergie fournie à la résistance est donc :
$$W_R = mg\sin\alpha L.$$
Cela correspond à l'énergie potentielle de pesanteur perdue par le barreau en raison de la diminution de son altitude.

Exercice 2 – Moteur synchrone

1. Cf. TP25 : deux bobines dont les axes sont orthogonaux, alimentées par deux signaux sinusoïdaux en quadrature de phase. Un cas plus courant consiste à utiliser trois bobines disposées en triangle, alimentées par les trois phases du triphasé.
2. Par application du TMC en régime permanent, le moment du couple $\vec{\mu} \wedge \vec{B}$ doit être nul, d'où $\theta = 0$.
3. Par application du TMC en régime permanent, on cherche θ tq $\vec{\mu} \wedge \vec{B} + \vec{\Gamma}_r = \vec{0}$, soit

$$\theta = \arcsin \frac{\Gamma_r}{mB} = 24°.$$

La puissance fournie par le moteur doit compenser celle perdue en raison du couple résistant, soit

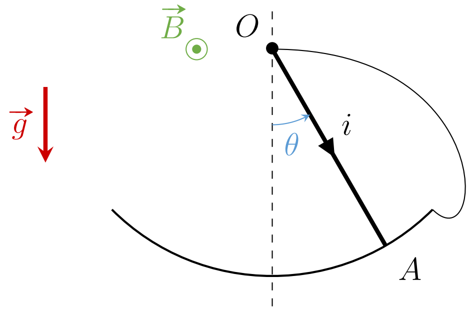
$$\mathcal{P} = \Gamma_r \omega = 205\,\mathrm{W}.$$

4. La vitesse de rotation ne dépend pas de la charge. Le moment du couple du moteur est maximal en $\theta = \pi/2$, soit

$$\Gamma_{\max} = mB = 1{,}6\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}.$$

⋆ Exercice 3 – Freinage par induction

1. On oriente le circuit.



La variation de flux magnétique à travers le circuit entre t et $t + \mathrm{d}t$ correspond à l'aire balayée par le pendule qui passe de θ à $\theta + \mathrm{d}\theta$, d'où

$$e = -\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2} B a^2 \dot{\theta}.$$

En appliquant le TMC, on obtient finalement

$$J\ddot{\theta} = \frac{mga}{2} \sin\theta - \frac{B^2 a^4}{4R} \dot{\theta}.$$

2. On linéarise l'équation différentielle pour des petits angles. On reconnait l'équation d'un oscillateur amorti, dont le facteur de qualité doit valoir $Q = 1/2$ pour être dans le régime critique, ce qui correspond à

$$B_{\min} = \sqrt{\frac{8R}{a^4} \sqrt{\frac{mgaJ}{2}}}.$$

3. L'énergie perdue par le pendule est intégralement dissipée par effet Joule, soit

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t} = -Ri^2.$$

On retrouve ce résultat en multipliant l'équation mécanique par $\dot{\theta}$ et l'équation électrique par i.