DM 1.

1. En I, l'angle d'incidence du rayon est nulle (le rayon arrive perpendiculairement au dioptre). L'angle de réfraction est donc nul aussi, il n'y a pas de déviation.

Snell Descartes : $n_1 \sin \overset{0}{i_1} = n_2 \sin i_2$

$$0 = n_2 \sin i_2$$

$$\Rightarrow i_2 = 0.$$

2. On utilise la 3e loi de Snell Descartes en J ; avec les notations de l'énoncé (on prend $n_{air} = 1$).

$$\boxed{n \sin i = \sin r}$$

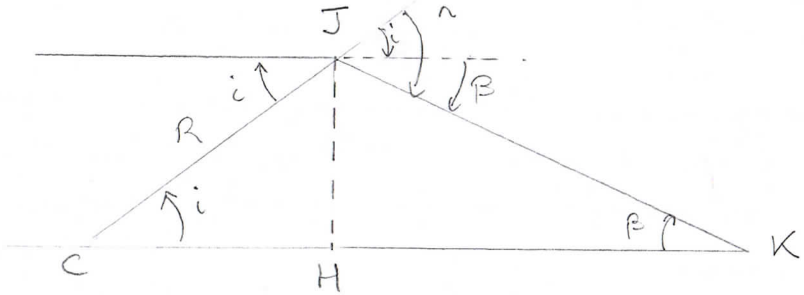
3. On choisit d'orienter positivement les angles dans le sens horaire. Par construction, $\overline{CH} = \overline{IJ}$.

Dans le triangle rectangle CIJ :

$$\cos i = \frac{\overline{IJ}}{R} = \frac{\overline{CH}}{R}$$

d'où

$$\boxed{\overline{CH} = R\cos i}$$



Sur le schéma, on voit que :

$$r = i + \beta \quad \text{donc} \quad \beta = r - i$$

Dans le triangle rectangle HJK :

$$\tan\beta = \frac{\overline{HJ}}{\overline{HK}} \Rightarrow \overline{HK} = \frac{\overline{HJ}}{\tan\beta} = \frac{\overline{HJ}}{\tan(r-i)}$$

Or, dans le triangle HJC.

$$\sin i = \frac{\overline{HJ}}{R} \Rightarrow \overline{HJ} = R\sin i$$

Finalement :

$$\boxed{\overline{HK} = \frac{R\sin i}{\tan(r-i)}}$$

4. $\overline{CK} = \overline{CH} + \overline{HK}$

$$= R\cos i + \frac{R\sin i}{\tan(r-i)}$$

$\tan(r-i) = \frac{\sin(r-}{\cos(r-}$

$$= R\left[\cos i + \sin i \, \frac{\cos(r-i)}{\sin(r-i)}\right]$$

En utilisant les formules d'addition des sinus et cosinus (cf fiche outils trigonométrie, section 6).

$$\overline{CK} = R\left[\cos i + \sin i \times \frac{\cos r \cos i + \sin r \sin i}{\sin r \cos i - \sin i \cos r}\right]$$

$$= R\left[\frac{\cos i(\sin r \cos i - \sin i \cos r) + \sin i(\cos r \cos i + \sin r \sin i)}{\sin r \cos i - \sin i \cos r}\right]$$

$$\overline{CK} = R\left[\frac{\sin r\cos^2 i - \cancel{\sin i\cos r\cos i} + \cancel{\sin i\cos r\cos i} + \sin r\sin^2 i}{\sin r\cos i - \sin i\cos r}\right]$$

$$= R\left[\frac{\sin r\cos^2 i + \sin r\sin^2 i}{\sin r\cos i - \sin i\cos r}\right]$$

Or $\cos^2 i + \sin^2 i = 1$, d'où :

$$\overline{CK} = \frac{R\sin r}{\sin r\cos i - \sin i\cos r} \qquad n\sin i = \sin r$$

$$= \frac{R\, n\,\cancel{\sin i}}{n\,\cancel{\sin i}\cos i - \cancel{\sin i}\cos r}$$

$$= \frac{nR}{n\cos i - \cos r}$$

Ici $r \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ donc $\cos r = \sqrt{1-\sin^2 r} = \sqrt{1-n^2\sin^2 i}$

$$\boxed{\overline{CK} = \frac{nR}{n\cos i - \sqrt{1-n^2\sin^2 i}}}$$

5. À la ligne 8, on peut lire $n = 1{,}51$ avec un commentaire nous indiquant qu'il s'agit bien de l'indice du verre de la lentille.

6. Les rayons les plus éloignés de l'axe ont un angle d'incidence i élevé. De plus, au niveau du dioptre sphérique, le milieu incident est plus réfringent que le milieu réfracté. Il peut donc y avoir réflexion totale : c'est ce qui se passe pour les rayons les plus éloignés de l'axe optique, qui subissent une réflexion totale dans la lentille. (4)

7. En procédant par essais erreurs en modifiant la valeur de R_{max} (ligne 9), on trouve

$$R_{max} = 0{,}66 \text{ m}$$

(Le calcul analytique donne

$$R_{max} = R\sin i_\ell = \frac{R}{n} \approx 0{,}662 \text{ m})$$

8. On peut modifier la valeur de N et observer les changements visibles sur la figure obtenue après exécution du programme.
En remplaçant la ligne 10 par N = 10, on constate qu'il n'y a plus 6 rayons incidents, mais 10.
La variable N correspond donc au nombre de rayons incidents représentés sur la figure

9. Tous les rayons sont issus d'une source ponctuelle (à l'infini). L'image obtenue n'est pas un point car ils ne croisent pas tous au même endroit.
Le système n'est donc pas stigmatique

10. Le diaphragme empêche les rayons les plus éloignés de l'axe optique de pénétrer dans la lentille. On peut simuler cet effet en diminuant la valeur de R_{max} (ligne 9).

11 Pour $\eta_{max} \approx 0,25$, le système me paraît stigmatique. Il faut zoomer pour voir que les rayons ne me croisent pas au même endroit.

12. On peut par exemple comparer le rayon r de la plus petite tâche obtenue au niveau où les rayons se "croisent" au rayon du faisceau incident R_{max}, ou encore à celui du rayon de courbure de la lentille. Pour avoir un système stigmatique on veillera à ce que

$$r \ll R_{max} \quad \text{ou} \quad r < \frac{R_{max}}{100}$$

En réalité, il faudrait comparer la taille de la tache obtenue à la taille des capteurs utilisés pour enregistrer l'image (pixels pour un capteur CCD cônes et bâtonnets pour l'oeil)

13. Avec un diaphragme peu ouvert :
- la quantité de lumière qui passe par la lentille est très faible donc l'image sera peu lumineuse
- si $R_D \approx \lambda$, les phénomènes de diffraction ne seront plus négligeables : on sort alors du cadre du modèle de l'optique géométrique.

14. Proche de l'axe optique : $R \ll \underbrace{R}_{\text{rayon de courbure}} \iff R \ll \underbrace{f'}_{\text{distance focale}}$

Pour éviter les rayons éloignés de l'axe optique le rayon utile de la lentille devra être très faible devant son rayon de courbure, ce qui revient à

$$R_D \ll R \quad \text{ou} \quad R_D \ll f'$$

15. Pour $R_{max} = 0,1\,m$, la plus petite tache obtenue après la lentille est située à environ 1,9 m du sommet de la lentille : $\overline{OK} \approx 1,9\,m$.

$$f' \approx 1,94\,m.$$

(Pour $R_{max} = 0,01\,m$, on trouve $f' \approx 1,96\,m$)

16. Pour $i \ll 1$ (conditions de Gauss respectées) la formule se simplifie :

$\cos i \approx 1$

$1 - n^2 \sin^2 i \approx 1 - n^2 i^2 \approx 1$

$$\overline{CK} \approx \frac{nR}{n-1}$$

Or $\overline{CK} = \overline{CO} + \overline{OK} = R + \overline{OK} = R + f'$ d'où

$$f' = \frac{nR}{n-1} - R = \frac{nR - (n-1)R}{n-1} = \frac{R}{n-1}$$

$$\boxed{f' = \frac{R}{n-1}} \qquad \text{AN : } f' \approx 1,96\,m.$$

Les deux résultats sont très proches (ici une comparaison quantitative n'est pas aisée car l'incertitude sur la valeur mesurée avec le programme n'est pas simple à estimer...)

17. Pour $R_{max} = 0,4$ m le système avec

la lentille inversée semble stigmatique (en tous cas, il l'est plus que la configuration initiale)

18. $R_{max}^{inversée} < R_{max}^{initiale}$

Dans cette situation, l'image est plus proche de la lentille que l'objet (à l'infini). La règle des 4P conseille donc de placer le dioptre plan du côté de l'image pour obtenir une image de meilleure qualité. C'est bien ce que l'on voit avec le programme : Pour deux lentilles de même rayon utile, placer le côté plat vers l'image permet d'obtenir un meilleur stigmatisme approché, et donc une image de meilleure qualité.