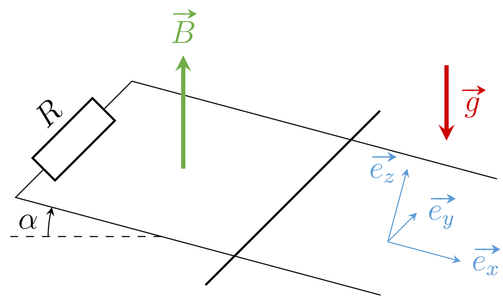
TD19 – Conversion de puissance

Exercice 1 – Rails de Laplace inclinés

Un barreau métallique de masse m glisse sans frottement mécanique sur deux rails conducteurs, séparés d'une distance a et inclinés d'un angle α par rapport à l'horizontale. On néglige l'inductance propre de l'ensemble. Les rails sont fermés sur une résistance R et ils sont plongés dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, dirigé selon la verticale ascendante. On repère par $x(t)$ la position du barreau.



1. En appliquant la loi de Lenz, donner le sens de l'intensité positive i du courant qui circule dans le circuit.
2. La force de Laplace accélère-t-elle ou freine-t-elle la chute du barreau ? Le barreau peut-il s'immobiliser ?
3. Exprimer la force de Laplace $\vec{F}_L$ qui s'exerce sur le barreau mobile en fonction de i, a, B et α.
4. En exploitant la conservation de la puissance, obtenir une relation entre i, R, a, B, α et la vitesse v du barreau.
5. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par v et la résoudre, sachant que le barreau est lâché en $x = 0$ avec une vitesse initiale nulle. Justifier que le mouvement présente un régime transitoire de durée caractéristique τ à déterminer.
6. En déduire $x(t)$.
7. Les rails ont une longueur totale L. Déterminer l'énergie électrique totale transmise à la résistance R lors du mouvement du barreau sur les rails, en supposant le temps de chute très grand devant τ. Interpréter.

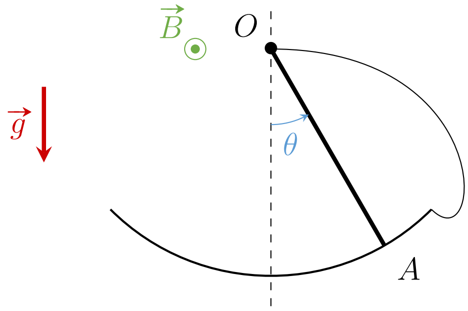
Exercice 2 – Moteur synchrone

Considérons un modèle simple de moteur synchrone. Le rotor, de moment magnétique $\vec{\mu}$, tourne avec la même vitesse angulaire ω constante que le champ magnétique $\vec{B}$ qui l'entraîne. On néglige tout frottement interne au moteur. On s'intéresse à l'angle interne du moteur θ orienté de $\vec{\mu}$ vers $\vec{B}$ et au moment $\vec{\Gamma}$ du couple exercé par le champ sur le moment magnétique. On prendra $B = 0{,}2\,\mathrm{T}$, $\mu = 8\,\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^2$ et une fréquence de rotation de 50 tours par seconde.

1. Proposer un dispositif simple permettant de réaliser le champ magnétique tournant.
2. Que vaut θ si le moteur fonctionne à vide ?
3. Le moteur doit entraîner une charge mécanique qui exerce un couple résistant $\Gamma_r = 0{,}65\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}$. Calculer l'angle interne et la puissance mécanique fournie par le moteur. D'où provient cette puissance ?
4. La vitesse de rotation dépend-elle de la charge ? Quel est le couple maximal que peut fournir ce moteur ?

★ Exercice 3 – Freinage par induction

On considère un pendule rigide OA, homogène, de masse m et de longueur ℓ, libre de tourner autour d'un axe horizontal (Oz) passant par une de ses extrémités. On note $J = ma^2/3$ son moment d'inertie par rapport à cet axe. Le pendule est repéré par l'angle θ qu'il forme avec la verticale. La tige est en contact en A avec un rail métallique ce qui forme un circuit électrique. L'ensemble est placé dans un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{e_z}$.

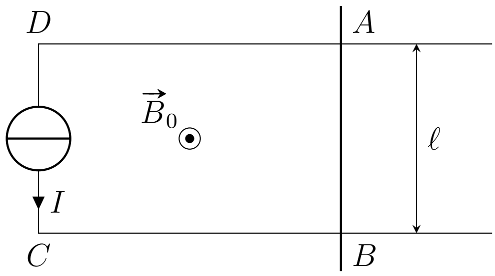


On ne tient compte que de la résistance R de la tige et on néglige celles du rail et du fil qui ferme le circuit. On néglige l'auto-inductance du circuit et les frottements mécaniques.

1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'angle θ avec la verticale.
2. On suppose les oscillations de petite amplitude. Déterminer la valeur minimale $B_{\min}$ du champ magnétique pour laquelle la tige atteint sa position d'équilibre sans osciller.
3. Établir sans calcul l'expression de la dérivée temporelle de l'énergie mécanique du pendule. Établir un bilan d'énergie et retrouver cette expression.

Exercice 4 – Rail gun – Oral Centrale

On considère le circuit électrique plan ci-contre, dans lequel le conducteur AB peut glisser sans frottement et sans que le contact électrique soit rompu, sur les conducteurs DA et BC. On considère que l'essentiel de la résistance électrique est concentrée sur les contacts A et B. L'ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}_0$ normal au plan du circuit. On note ℓ la distance entre les rails.



Énoncé original

1. Le circuit est alimenté par une source de courant stationnaire I. Déterminer la valeur de B_0 pour qu'on puisse accélérer la masse jusqu'à une vitesse $v = 2{,}4 \times 10^3\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ sur une distance $d = 3\,\mathrm{m}$ si on peut produire un courant de $I = 1 \times 10^3\,\mathrm{A}$. Commenter.
2. On dispose désormais d'un courant d'intensité de l'ordre de $I = 1 \times 10^6\,\mathrm{A}$. Montrer qu'on peut atteindre une vitesse v du même ordre sur la même distance d sans utiliser de champ magnétique externe.

Données : masse du conducteur $m = 500\,\mathrm{g}$, *longueur entre les rails* $\ell = 10\,\mathrm{cm}$ *et rayon des conducteurs* $r_0 = 3\,\mathrm{mm}$.
En coordonnées cylindriques, le champ créé par un fil infini parcouru par un courant d'intensité I *est donné par*

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{e_\theta}.$$