

T D 12.

Exercice 5.

- On applique Pa Poi des gaz parfaits à l'air du compartiment de gauche.

$$P_0 V_0 = n_0 R T_0$$

d'où

$$P_0 = \frac{n_0 R T_0}{V_0}$$

$$\text{AN: } P_0 = 2,4 \text{ bar.}$$

Rq: penser à convertir Pa température en Kelvin et Pa volume en m^3 .

- Le système est fermé : $n_g = n_0$.

Le compartiment 2 est vide, l'air occupe tout l'espace disponible après mouvement du piston: $V_g = 3V_0$

$$n_g = n_0 \text{ et } V_g = 3V_0$$

- Le travail élémentaire reçu par l'air du compartiment 1 est

①

$$SW = -P_{ext} dV$$

où P_{ext} est la pression du compartiment 2
Ici, on a $P_{ext} = 0$ d'où $SW = 0$. En intégrant, on obtient:

$$W = 0$$

Les parois du récipient sont calorifugées donc Pa transformation est adiabatique
On applique Pa premier principe à l'air du compartiment 1 :

$$\Delta U = 0 = C_v \Delta T$$

$$\text{donc } \Delta T = T_g - T_0 = 0$$

$$T_g = T_0$$

La transformation est donc isotherme.
Puisque Pa système est fermé, on a

$$P_g V_g = P_0 V_0$$

d'où

$$P_g = \frac{P_0 V_0}{V_g} = \frac{P_0}{3}$$

$$\text{AN: } P_g = 0,8 \text{ bar}$$

4. Le calcul exact de l'intégrale nécessite de supposer l'évolution quasi-statique (P doit être défini). * → cf remarque à la fin.

$$-\int_{V_0}^{V_f} P dV = -\int_{V_0}^{V_f} \frac{P_0 V_0}{V} dV$$

Transformation isotherme pour un système fermé
 $PV = \text{conste} = P_0 V_0$

$$-\int_{V_0}^{V_f} P dV = -P_0 V_0 \ln \frac{V_f}{V_0} = -P_0 V_0 \ln 3 \neq 0$$

5. Le système {air du compartiment 1} est toujours fermé donc $n_f = n_0$.

La paroi séparant les deux compartiments est diatherme (= autorise les transferts thermiques): à l'équilibre les deux gaz sont à la même température T_f (et thermique) et à la même pression (et mécanique). Puisque chaque compartiment renferme la même quantité de matière n_0 , on a

$$n_f = \frac{3}{2} V_0$$

$$6. \boxed{C_v = \frac{5}{2} n_0 R}$$

Pour le système {air 1 + air 2}

$\Delta U = 0$ d'où $\Delta T = 0$ et $\bar{T}_f = \bar{T}_0$ car l'évolution est adiabatique et isochore

7. Avec la loi des GP appliquée à l'air du compartiment 1.

$$\boxed{P_f = \frac{n_0 R \bar{T}_f}{V_f} = \frac{n_0 R \bar{T}_0}{\frac{3}{2} V_0} = \frac{2}{3} P_0} \quad \text{AN: } P_f = 16 \text{ kPa}$$

8. Pour le système {air 1}, puisque $\Delta T = 0$ $\Delta U = 0$ (GP, première loi de Joule U(T)) On a donc par application du premier principe: $W = -Q$

9. L'évolution est isotherme si elle est lente. Pour l'air du compartiment 1, le travail mécanique est

$$SW = -P_{ext} dV$$

où P_{ext} est la pression du compartiment 2, dont le volume est $3V_0 - V$

L'évolution est isotherme d'où, avec la loi des GP pour l'air du compartiment 2

$$P_{ext} (3V_0 - V) = P_0 V_0$$

Le travail régi par l'air 1 au cours de la transformation est

$$W = \int_{V_0}^{\frac{3}{2}V_0} dW = - \int_{V_0}^{\frac{3}{2}V_0} \frac{P_0 V_0}{3V_0 - V} dV$$

$$W = P_0 V_0 \ln \frac{3}{4}$$

$$AN: W = -70 J$$

On vérifie $W < 0$, ce qui est cohérent avec une augmentation du volume.

On procède de même qu'à la question 4 en modifiant les bornes de l'intégrale.

$$-\int_{V_0}^{\frac{3}{2}V_0} P dV = -P_0 V_0 \ln \frac{3}{2} \neq P_0 V_0 \ln \frac{3}{4}$$

On ne peut pas identifier le travail régi par l'air 1 à $-\int P dV$ au cours de cette transformation car elle n'est pas réversible : au cours de la transformation le système est à

(5)

l'équilibre thermique mais pas à l'équilibre mécanique : la pression P_0 n'est pas égale à P_{ext} .

* Remarque sur la question 4 :

Le calcul de l'intégrale n'est pas nécessaire pour répondre à la question. En effet la pression P du système est toujours strictement positive : on a donc :

$$-\int_{V_0}^{V_f} P dV < 0$$

car $V_f > V_0$. L'inégalité est stricte, on a nécessairement

$$-\int_{V_0}^{V_f} P dV \neq 0$$

que P soit sa valeur,

Exercice 6.

1. La transformation est au minimum mono-
bare avec équilibre mécanique à P'EI et
P'EF. Il n'y a pas de travail P autre que
celui des forces de pesanteur à considérer et
la paroi du calorimètre est calibrée.
Le premier principe appliquée au système
{ calorimètre + accessoires + masses d'eau }
donne :

$$\Delta H = 0.$$

2. Négliger la capacité thermique du calorimètre revient à ne considérer que les masses d'eau. On s'intéresse donc à la transformation :

eau 1.	eau 2	eau 1+eau 2
$m_1 = 95 \text{ g}$ $\Theta_1 = 20^\circ\text{C}$	$m_2 = 71 \text{ g}$ $\Theta_2 = 50^\circ\text{C}$	$m_1 + m_2$ Θ_f adiabatique + monobare isenthalpique

En appliquant le premier principe au système { eau 1 + eau 2 }, puisque l'enthalpie est extensive :

(7) $\Delta H_1 + \Delta H_2 = 0.$

$$\cancel{\text{eau} ((m_1(\Theta_f - \Theta_1)) + m_2(\Theta_f - \Theta_2)) = 0}$$

$$\Rightarrow \Theta_f = \frac{m_1\Theta_1 + m_2\Theta_2}{\Theta_1 + \Theta_2}$$

AN: $\Theta_f = 32,8^\circ\text{C}$

3. On considère cette fois le système { eau 1 + eau 2 + calorimètre + accessoires } et on note μ la vapeur en eau du calorimètre

eau 1 + calorimètre + accessoires	eau 2	eau 1 + eau 2 + calorimètre + accessoires
$m_1 + \mu$ $\Theta_1 = 20^\circ\text{C}$	m_2 $\Theta_2 = 50^\circ\text{C}$	$m_1 + m_2 + \mu$ $\Theta'_f = 31,3^\circ\text{C}$ adiabatique + monobare isenthalpique

On applique le premier principe :

$$\Delta H_1' + \Delta H_2' = 0$$

$$\cancel{\text{eau} ((m_1 + \mu)(\Theta'_f - \Theta_1) + m_2(\Theta'_f - \Theta_2)) = 0}$$

$$\mu = - \frac{m_2(\Theta'_f - \Theta_2)}{\Theta'_f - \Theta_1} - m_1$$

AN: $\mu = 22,5 \text{ g}$

4. Système : { eau + calorimètre + accessoires }
On applique le premier principe :

$$\Delta H = Q = RI^2 \tau$$

$$(m_e + \mu) c_{\text{eau}} \Delta T = RI^2 \tau$$

↑ ↑ ↑ ↑
450g 6°C 5Ω 2A 600s

$$c_{\text{eau}} = \frac{RI^2 \tau}{(m_e + \mu) \Delta T}$$

$$\text{AN: } c_{\text{eau}} = 4,23 \text{ kJ.kg}^{-1}\text{K}^{-1}$$

La valeur obtenue est proche de la valeur comme $c_{\text{eau}} (\text{theo}) = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}\text{K}^{-1}$, mais légèrement supérieure. Ceci est cohérent avec le protocole expérimental, où on chauffe l'eau à une température probablement plus élevée que la température de la pièce. Les pertes thermiques du calorimètre auront un effet de réduire la température à l'EF donc ΔT . Comme $c_{\text{eau}} \propto \frac{1}{\Delta T}$, on obtient bien une valeur de c_{eau} plus élevée.

5. On considère le système :

$$\Sigma = \{ \text{eau + calorimètre + accessoires + métal} \}$$

(9)

Σ	$\Theta_j'' = 16,7^\circ\text{C}$
m	$\Theta_m = 95^\circ\text{C}$
$c = ?$	isenthalpique

eau + calorimètre + accessoires.

métaux
+ accessoires.
 $m_e + \mu$

$\Theta_e = 15^\circ\text{C}$

eau

Premier principe :

$$(m_e + \mu) c_{\text{eau}} (\Theta_j'' - \Theta_e) + m c (\Theta_j'' - \Theta_m) = 0$$

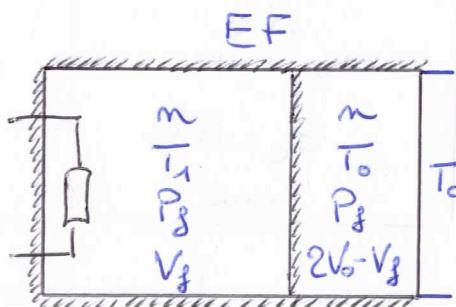
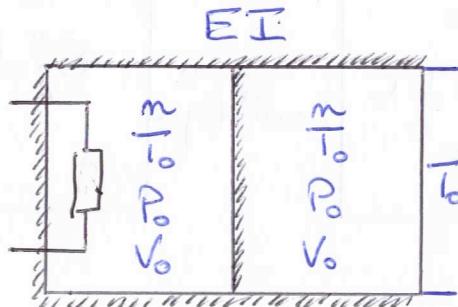
$$c = c_{\text{eau}} \frac{(m_e + \mu)(\Theta_j'' - \Theta_e)}{m (\Theta_j'' - \Theta_m)}$$

$$\text{AN: } c = 445 \text{ J.K}^{-1}\text{.kg}^{-1}$$

D'après Wikipedia, il pourrait s'agir du fer, dont la capacité thermique massique tabulée est $444 \text{ J.K}^{-1}\text{.kg}^{-1}$.

Exercice 7.

1



On appelle Σ_A le GP contenu dans l'enceinte A et Σ_B celui de l'enceinte B. À l'EF, les systèmes sont à l'équilibre mécanique : les pressions de gaz et d'autre du piston sont égales et valent P_g .

Σ_2 est à l'équilibre thermique avec le thermostat donc à la température T_0 .

Le volume total de l'enceinte est conservé.

$$\text{d'où : } 2V_0 = V_0 + V_0 = V_g + 2V_0 - V_g$$

Les systèmes sont fermés, leur quantité de matière est constante et égale à n .

Pour Σ_B , par l'loi des GP donne à l'EI et à l'EF :

$$P_0 V_0 = n R T_0$$

$$P_g (2V_0 - V_g) = n R T_0$$

(1)

$$\text{d'où } P_g (2V_0 - V_g) = P_0 V_0. \quad (1)$$

Pour le système Σ_A :

$$P_0 V_0 = n R T_0$$

$$P_g V_g = n R T_1 \quad (2).$$

On remplace $P_g V_g$ dans (1) à l'aide de (2).

$$2P_g V_0 = P_0 V_0 + n R T_1$$

$$\begin{aligned} P_g &= \frac{P_0}{2} + \frac{n R T_1}{2V_0} \times \frac{T_0}{T_0} \\ &= \frac{P_0}{2} + \frac{P_0}{2} \frac{T_1}{T_0} \end{aligned}$$

$$P_g = \frac{P_0}{2} \frac{T_0 + T_1}{T_0}$$

On injecte l'expression obtenue dans (2).

$$V_g = \frac{2T_0}{P_0(T_0 + T_1)} n R T_1 = 2V_0 \frac{T_1}{T_0 + T_1}.$$

On a donc :

$P_g = P_0 \frac{T_0 + T_1}{2T_0}$	$; V_g = V_0 \frac{2T_1}{T_0 + T_1}$
------------------------------------	--------------------------------------

Quand $T_1 > T_0$, on vérifie :

$$P_f > P_0 \text{ et } V_f > V_0.$$

2. Pour des gaz parfaits l'énergie intérieure ne dépend que de la température.

$$\text{Pour } \Sigma_B, \Delta T = 0 \text{ d'où } \Delta U_B = 0.$$

$$\text{Pour } \Sigma_A, \Delta T = T_1 - T_0$$

La capacité thermique à volume constant moléculaire s'obtient en utilisant la relation de Mayer et le coefficient isentropique :

$$C_{V,m} = \frac{nR}{\gamma-1}$$

$$\text{On a donc : } \Delta U_A = \frac{nR}{\gamma-1} (T_1 - T_0).$$

L'énergie intérieure est extensive d'où pour le système $\{\Sigma_A + \Sigma_B\}$ $\Delta U = \Delta U_A + \Delta U_B$.

Finalement :

$$\boxed{\Delta U_A = \frac{nR}{\gamma-1} (T_1 - T_0), \Delta U_B = 0, \Delta U = \Delta U_A}$$

(13)

3. La transformation du gaz de l'enveloppe B est irréversible, en contact avec un thermostat donc isotherme.

* quasi-statique suffit.

Le travail des forces de pression par

s'écrit donc :

$$W = - \int_{V_0}^{V_0+V_f} P_{ext} dV = - \int_{V_0}^{V_0+V_f} P dV$$

↑
quasi-statique
(ou irréversible)

$$\text{avec } P = \frac{P_0 V_0}{V}$$

↑
isotherme

$$W = - \int_{V_0}^{V_0+V_f} P_0 V_0 \frac{dV}{V} = - P_0 V_0 P_m \left(2 - \frac{V_f}{V_0} \right)$$

En remplaçant V_f par son expression, on obtient

$$W = P_0 V_0 P_m \frac{T_0 + T_1}{2 T_0}$$

> 0 : compression
 \Rightarrow OK.

On applique le premier principe à Σ_B avec $\Delta U_B = 0$ d'où :

$$\boxed{Q_1 = -W = P_0 V_0 P_m \frac{2 T_0}{T_0 + T_1}}$$

(14)

4. Le travail W rendu par Σ_B est
fourni par Σ_A : au cours de la transforma-
tion, le travail rendu par Σ_A est $-W$.
On applique le premier principe à Σ_A :

$$\Delta U_A = -W + Q_2$$

d'où

$$Q_2 = \frac{mR}{\gamma-1} (T_1 - T_0) + P_0 V_0 \rho_m \frac{T_0 - T_1}{2T_0}$$