

AN ARTICLE ABOUT SOMETHING^{*}

Machin¹, Truc², and Bidule¹

¹INSTITUT DU FROMAGE

²BAGUETTE UNIVERSITÉ SORBONNE-EST

4th February 2026

ABSTRACT

Nunc ac lobortis nibh. Phasellus eget metus auctor, aliquam libero vitae, vehicula mauris. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos himenaeos. Donec eros leo, sodales a dolor quis, scelerisque elementum massa. Mauris vitae lorem ut velit volutpat scelerisque vel nec nisl. Vestibulum ipsum purus, pulvinar ut erat faucibus, aliquam porta ex. Sed porta nisl ac neque tempor, at congue lorem cursus. Suspendisse aliquet sollicitudin ante, ac blandit nulla tincidunt id. Pellentesque auctor tellus neque, id mattis orci lacinia at. Pellentesque rutrum, ipsum nec pretium rhoncus, nibh erat imperdier arcu, sed scelerisque quam massa vel mi. Sed tristique nisi vel posuere lobortis. Proin finibus lobortis felis, eget commodo sapien vestibulum varius. Suspendisse a quam sed leo maximus porttitor et at orci. Quisque hendrerit ex vel diam sollicitudin, eget egestas libero tincidunt.

- This pdf contains internal links: clicking on a notion leads to its definition.¹

The notion of first-order formula is introduced in Section 2, Page 3. 0123456789

1. CATEGORICAL PRELIMINARIES

1.1. THE POWERSET MONAD

- The *powerset* of X is denoted by $\mathcal{P}(X)$. The categories of sets, monoids and semigroups are denoted by *Set*, *Mon* and *Sgp*, respectively. This notion is *unknown*. We define this *unknown* stuff, and then call it again: *unknown*.

- In a given category \mathcal{C} , a *cartesian product* of two objects $X \in \mathcal{C}$ and $Y \in \mathcal{C}$ is another object $X \times Y \in \mathcal{C}$ together with a pair of arrows $\pi_1 : X \times Y \rightarrow X$, $\pi_2 : X \times Y \rightarrow Y$ such that for

*Merci à l'ANR pour tout l'argent !

¹ This result was achieved by using the knowledge package and its companion tool `knowledge-clustering`.

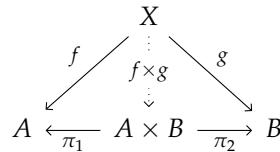


FIGURE 1.1: *Cartesian product*.

Category	Arrows
Set	Functions
Mon	Monoid morphisms
Sgp	Semigroup morphisms

TABLE 1.1: *Some table*

every object $U \in \mathcal{C}$, for every arrows $f : U \rightarrow X$ and $g : U \rightarrow Y$, there exists a unique arrow $f \times g : U \rightarrow X \times Y$ making the diagram in Figure 1.1 commute. A *cartesian category* is a triple $(\mathcal{C}, \times, 1)$ where:

- \times is a map that associates a cartesian product to each pair of objects of \mathcal{C} , and
- 1 is a terminal object of \mathcal{C} —i.e. an object such that for all $X \in \mathcal{C}$.

Note that terminal objects and cartesian products are unique, up to isomorphism, and that $X \times 1$ and $1 \times X$ are isomorphic to X for all $X \in \mathcal{C}$.

- It is routine to check that Set, Mon and Sgp are cartesian. Moreover, the forgetful functors from Mon \rightarrow Sgp and Sgp \rightarrow Set preserve cartesian products.
- Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Nunc nulla mauris, facilisis a elementum at, rutrum a metus. Vestibulum neque lorem, pretium sed sapien ut, pulvinar dictum turpis. Phasellus tempor, mauris quis euismod bibendum, lectus neque cursus eros, tincidunt maximus dui enim nec sem. Suspendisse risus est, euismod nec egestas a, tempor vitae massa. Vestibulum mollis sapien ligula, ac condimentum libero pharetra eget. Interdum et malesuada fames ac ante ipsum primis in faucibus. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Aliquam feugiat volutpat finibus. Sed lobortis velit enim, vitae malesuada mi aliquet id. Mauris convallis facilisis erat non tempor. Sed ullamcorper velit quis lacus facilisis placerat [Ros82].
- Suspendisse dictum pretium quam, eu luctus arcu euismod in. Quisque euismod nulla nec nisi hendrerit rutrum. Mauris ultricies quis dui eu dictum. Morbi eu iaculis ex. Etiam odio enim, consequat ut leo eget, consectetur ultrices neque. Aliquam erat volutpat. Donec aliquet, urna vitae tristique pharetra, est ante tincidunt est, at varius libero dui at mauris. Nullam eu interdum dolor, vel faucibus risus. Suspendisse egestas nisi ligula, et rutrum dolor aliquet eget. Maecenas dui lacus, porttitor finibus tincidunt id, aliquet eu est. Mauris accumsan dui nec augue sollicitudin tincidunt. Proin in eros ac quam elementum vulputate. Cras quis ex id quam varius placerat.

1.2. OTHER STUFF

- Vivamus vel suscipit nunc. Proin molestie viverra vulputate. Ut vulputate tellus ultrices nulla efficitur, sit amet tincidunt nulla finibus. Duis id lectus scelerisque, tempus nulla a,

interdum purus. Aenean tempus interdum mauris in semper. Morbi dignissim nulla turpis, nec sagittis lorem aliquet maximus. Nullam convallis pulvinar tellus ac blandit. Donec in lectus vitae lacus imperdiet accumsan porta eget nisi. Proin quis mattis tortor, id tincidunt ex.

2. FIRST-ORDER LOGIC

- Given a signature² \mathfrak{s} without any function symbol, the set of *first-order formulae* over some fixed infinite set of variables is defined by the grammar

$$\varphi ::= x \mid P_{(n)}(x, \dots, x) \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid \varphi \wedge \varphi \mid \varphi \Rightarrow \varphi \mid \forall x. \varphi \mid \exists x. \varphi,$$

where x ranges over the set of variables and $P_{(n)}$ over the set of predicates symbols of arity $n \in \mathbb{N}$.

Theorem 2.1 (Schützenberger-McNaughton-Papert's theorem). Some nice theorem about first-order logic.

Fact 2.2. Some fact.

Fact 2.3. Some other fact.

By Facts 2.2 and 2.3, we have (...).

- We will mainly focus on the first-order theory of linear orderings [Ros82]: we assume that the signature \mathfrak{s} consists of exactly one predicate of arity 2, denoted $<$, and that this predicate is always interpreted, in every model, as a linear order.
- Sed ullamcorper ex eget felis viverra bibendum. Quisque bibendum quam id varius tempor. Integer fermentum euismod diam, vitae facilisis neque aliquet vitae. Integer scelerisque, ligula eget gravida suscipit, odio enim dignissim odio, a hendrerit justo sem in massa. Cras non ex in lorem blandit tristique. Quisque vestibulum mi a risus malesuada vulputate. Integer porta dui ut ante dignissim aliquam. Phasellus porttitor ultrices nisi, a gravida orci sagittis ac. Sed et vulputate sem. Proin at consectetur magna, vitae vehicula felis. Quisque id pellentesque sapien. Fusce volutpat lorem fringilla, interdum lorem sit amet, vehicula dui. Nam metus ante, semper ac urna nec, porttitor dictum libero. Vivamus sapien justo, elementum quis rhoncus nec, lacinia sed lectus.
- Donec nec volutpat lacus. Nunc vitae nisl vitae ipsum sodales porta sit amet ut arcu. Integer auctor odio vel rutrum lacinia. Sed sed nulla orci. Nullam volutpat pretium lorem a convallis. Etiam hendrerit sagittis sapien sed blandit. Sed nisi nibh, tincidunt ut elementum vitae, posuere in neque. Pellentesque fringilla, ex a maximus posuere, sapien ex accumsan lectus, eu pellentesque nisl metus eu quam. Nam efficitur bibendum ex, vitae efficitur lectus fermentum eu. Nam vestibulum augue enim, in feugiat eros egestas non. Suspendisse euismod imperdiet scelerisque. Curabitur ac posuere libero. Sed mattis eu eros vel fermentum. Morbi tincidunt non lectus pharetra molestie. Maecenas vel imperdiet justo, in eleifend est.

² Recall that a signature is a set of function symbols and a set of predicate symbols.

- Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Nunc nulla mauris, facilisis a elementum at, rutrum a metus. Vestibulum neque lorem, pretium sed sapien ut, pulvinar dictum turpis. Phasellus tempor, mauris quis euismod bibendum, lectus neque cursus eros, tincidunt maximus dui enim nec sem. Suspendisse risus est, euismod nec egestas a, tempor vitae massa. Vestibulum mollis sapien ligula, ac condimentum libero pharetra eget. Interdum et malesuada fames ac ante ipsum primis in faucibus. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Aliquam feugiat volutpat finibus. Sed lobortis velit enim, vitae malesuada mi aliquet id. Mauris convallis facilisis erat non tempor. Sed ullamcorper velit quis lacus facilisis placerat.
- Sed ullamcorper ex eget felis viverra bibendum. Quisque bibendum quam id varius tempor. Integer fermentum euismod diam, vitae facilisis neque aliquet vitae. Integer scelerisque, ligula eget gravida suscipit, odio enim dignissim odio, a hendrerit justo sem in massa. Cras non ex in lorem blandit tristique. Quisque vestibulum mi a risus malesuada vulputate. Integer porta dui ut ante dignissim aliquam. Phasellus porttitor ultrices nisi, a gravida orci sagittis ac. Sed et vulputate sem. Proin at consectetur magna, vitae vehicula felis. Quisque id pellentesque sapien. Fusce volutpat lorem fringilla, interdum lorem sit amet, vehicula dui. Nam metus ante, semper ac urna nec, porttitor dictum libero. Vivamus sapien justo, elementum quis rhoncus nec, lacinia sed lectus.
- Donec nec volutpat lacus. Nunc vitae nisl vitae ipsum sodales porta sit amet ut arcu. Integer auctor odio vel rutrum lacinia. Sed sed nulla orci. Nullam volutpat pretium lorem a convallis. Etiam hendrerit sagittis sapien sed blandit. Sed nisi nibh, tincidunt ut elementum vitae, posuere in neque. Pellentesque fringilla, ex a maximus posuere, sapien ex accumsan lectus, eu pellentesque nisl metus eu quam. Nam efficitur bibendum ex, vitae efficitur lectus fermentum eu. Nam vestibulum augue enim, in feugiat eros egestas non. Suspendisse euismod imperdiet scelerisque. Curabitur ac posuere libero. Sed mattis eu eros vel fermentum. Morbi tincidunt non lectus pharetra molestie. Maecenas vel imperdiet justo, in eleifend est.
- Vivamus vel suscipit nunc. Proin molestie viverra vulputate. Ut vulputate tellus ultrices nulla efficitur, sit amet tincidunt nulla finibus. Duis id lectus scelerisque, tempus nulla a, interdum purus. Aenean tempus interdum mauris in semper. Morbi dignissim nulla turpis, nec sagittis lorem aliquet maximus. Nullam convallis pulvinar tellus ac blandit. Donec in lectus vitae lacus imperdiet accumsan porta eget nisi. Proin quis mattis tortor, id tincidunt ex.

REFERENCES

[Ros82] Joseph G Rosenstein. *Linear orderings*. Academic press, 1982. URL: <https://libgen.lc/search.php?req=+Linear+orderings>.