

Task① Beweise1.1 Behauptung: $\log_a(n)$ ist $\Theta(\log_b(n))$ Beweis:

$${}_a\log_a(n) = n$$

$$1) \log_b(n) = \log_b(a^{\log_a(n)}) = \log_a(n) \cdot \log_b a$$

 $\log_b a$ ist eine Konstante.Def. $\Theta(f(n))$:

$$\exists (c \in \mathbb{R}_{>0}) \exists (n_0 \in \mathbb{R}_{\geq 0}) \forall (n \in \mathbb{R}_{\geq 0}) \left[\begin{aligned} & n_0 \leq n \Rightarrow f(n) \\ & \cap (n_0 \leq n \Rightarrow f(n) \geq c \cdot g(n)) \end{aligned} \right]$$

D.h. $f(n)$ ist $\Theta(g(n))$ wenn $f(n) = c \cdot g(n)$, also wenn f abgesehen von einem ^{faktor} Konstanten gleich ist wie $g(n)$.

so 1) zeigt, dass $\log_a(n) = \log_b(n) \cdot c$, $c = \log_b a$
q.e.d.

② 1.2 Behauptung: $\left[c_1 n^{c_2} \text{ ist } \Theta(c_3 n^{c_4}) \right] \rightarrow c_2 = c_4$ Beweis: $\overset{\text{Def.}}{f(n) \text{ ist } \Theta(g(n))} \Leftrightarrow \text{falls } f(n) = c \cdot g(n)$

$$c_1 n^{c_2} \text{ ist } \Theta(c_3 n^{c_4}) \Rightarrow c_1 n^{c_2} = c \cdot c_3 n^{c_4}$$

Annahme: $c = \frac{c_1}{c_3}$
zulässig weil c_1, c_3 sind beliebig.

$$c_1 n^{c_2} = \frac{c_1}{c_3} \cdot c_3 n^{c_4}$$

$$n^{c_2} = n^{c_4} \rightarrow c_2 = c_4$$

Somit: $(c_1 n^{c_2} \text{ ist } \Theta) \rightarrow c_2 = c_4$

And

Task 3

③ 1) $\sum_{i=0}^n i = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2 + n}{2}$

Notes:
- $n^2 + n$ is marked as "nicht interessant" (not interesting).
- 2 is marked as "Constant Factor".

2) $\frac{x^{n+1}}{x} \rightarrow \frac{x^{n+1}}{1}$

Notes:
- x^{n+1} is marked as "Constant".
- 1 is marked as "Constant Factor".
- The final result x^{n+1} is underlined and marked as "SA".