

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

«КРЫМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В. И. ВЕРНАДСКОГО»
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра компьютерной инженерии и моделирования

КОЛИЧЕСТВО ИНФОРМАЦИИ И НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ СООБЩЕНИЯ

Отчет по лабораторной работе №1

по дисциплине «**ТЕОРИЯ ИНФОРМАЦИИ И КОДИРОВАНИЕ**»

студента 2 курса группы ПИ-б-о-231(2)

Аметов Кемран Ленверович

Направления подготовки 09.03.04 «Программная инженерия»

Симферополь, 2025

Цель работы: рассчитать информационные характеристики дискретных сообщений.

Техническое задание: на вход информационного устройства поступает совокупность дискретных сообщений $\{x_i\}$, где $i=1 \div N$. Вероятности появления дискретных сообщений на входе задаются в виде счетчика случайных чисел. Необходимо разработать программное обеспечение и провести комплекс численных экспериментов по расчету количества информации и максимальной энтропии дискретных сообщений, поступающих на вход информационного устройства.

Теория:

Любое информационное устройство функционирует по единому принципу: на его вход поступает совокупность сообщений $X = (x_1, x_2, \dots, x_N)$, а на выходе формируется вектор $Y = (y_1, y_2, \dots, y_N)$. Задача устройства — передать сообщения с максимально возможной достоверностью, то есть обеспечить соответствие между входной и выходной последовательностями с минимальными ошибками.

В процессе передачи данные могут подвергаться множественным преобразованиям, меняющим их физическую форму (например, электрический сигнал в оптический), однако сама информация должна оставаться неизменной. Именно поэтому теория информации рассматривает информацию как величину, инвариантную к способу её передачи.

Количество информации связано с неопределённостью относительно содержания сообщения. Если состояние источника сообщений заранее известно, то информация равна нулю. Если же существует неопределённость, получаемая на выходе информация позволяет её уменьшить.

Для оценки вводится количественная мера информации — энтропия.

Энтропия отдельного сообщения

Для дискретного сообщения x_i энтропия определяется как:

$$H(x_i) = -\log_2 p(x_i)$$

где $p(x_i)$ — вероятность появления сообщения x_i . Эта величина показывает, сколько информации несёт конкретное сообщение. Измеряется в битах.

Энтропия источника сообщений

Для совокупности сообщений X вводится среднее значение энтропии:

$$H(X) = -\sum_{i=1}^N p(x_i) \log_2 p(x_i)$$

Эта формула характеризует среднюю неопределённость источника. Вероятности появления сообщений удовлетворяют условию:

$$\sum_{i=1}^N p(x_i) = 1$$

Количество информации

Общее количество информации, передаваемое источником, определяется аналогично:

$$I(X) = - \sum_{i=1}^N p(x_i) \log_2 p(x_i)$$

Фактически эта формула совпадает с выражением для энтропии, так как обе величины отражают среднее уменьшение неопределённости.

Максимальная энтропия

Максимальное значение энтропии достигается тогда, когда все сообщения равновероятны:

$$p(x_1) = p(x_2) = \dots = p(x_N) = \frac{1}{N}$$

В этом случае:

$$H_{\max}(X) = \log_2 N$$

Это означает, что чем больше исходных сообщений и чем равномернее их вероятность, тем выше неопределённость и, соответственно, потенциальное количество информации.

Руководство пользователя:

Назначение программы

Программа выполняет серию экспериментов по вычислению энтропии для массива вероятностей дискретных сообщений.

Системные требования

- Операционная система: Windows 7/8/10/11
- Свободное место на диске: не менее 10 МБ
- Дополнительных библиотек и настроек не требуется

Как использовать программу

1. Скачайте файл entropу.exe и сохраните его на компьютере.

2. Запустите программу двойным кликом по файлу entropy.exe.
3. В появившемся окне введите количество экспериментов, которое нужно провести, и нажмните **Enter**.
4. На экране отобразятся результаты каждого эксперимента:
 - о массив вероятностей сообщений,
 - о общее количество информации $I(X)$,
 - о максимальная частная энтропия.

Пример работы

Сколько экспериментов нужно провести? 2

Эксперимент 1

Массив вероятностей появления совокупности дискретных сообщений:

0.1 0.2 0.15 0.05 0.1 0.1 0.2 0.1

Кол-во информации $I(X) = 2.89$

Максимальная частная энтропия 0.4689955935892812

Эксперимент 2

...

ЭКСПЕРИМЕНТЫ:

```
(informationtheorytasks) kemran@kemran:~/InformationTheoryTasks/1_lab$ python3 main.py
Сколько экспериментов нужно провести?8
```

Эксперимент 1

Массив вероятностей появления совокупности дискретных сообщений:

0.1982956133664068 0.24503204663020733 0.008795488191342635 0.16702685809157167 0.300703173905241 0.001110368101811773 0.04231287817675049 0.03672357353666826

Кол-во информации $I(X) = 2.3516623816904305$

Максимальная частная энтропия 9.814746256174859

Эксперимент 2

Массив вероятностей появления совокупности дискретных сообщений:

0.029616318322833506 0.15195564711844503 0.04350583000267253 0.04913417185425294 0.4815407543242021 0.07988184306118991 0.03408459451440499 0.13028084080199903

Кол-во информации $I(X) = 2.32192851639985$

Максимальная частная энтропия 5.07746388296031

Эксперимент 3

Массив вероятностей появления совокупности дискретных сообщений:

0.0411457467400032 0.16144641307476276 0.06733824858308665 0.18761934080986334 0.25583153023360383 0.01378631719180516 0.20535687786936963 0.06747552549750532

Кол-во информации $I(X) = 2.6489874448453525$

Максимальная частная энтропия 6.180619075832392

Эксперимент 4

Массив вероятностей появления совокупности дискретных сообщений:

0.04956696826965044 0.047209026386686635 0.5281413383146153 0.19942031137008637 0.008428251000743974 0.027434653630162602 0.12183567527421878 0.017963775753835908

Кол-во информации $I(X) = 2.047671905028996$

Максимальная частная энтропия 6.890551005137095

Эксперимент 5

Массив вероятностей появления совокупности дискретных сообщений:

0.03090397242451645 0.18790290890107042 0.05876248044088863 0.1753509667493961 0.25887826883607323 0.03909721531383678 0.11767501394257973 0.13142917339163668

Кол-во информации $I(X) = 2.724557576650083$

Максимальная частная энтропия 5.016063894402336

Эксперимент 6

Массив вероятностей появления совокупности дискретных сообщений:

0.23095155256502634 0.1944810366988512 0.3330566860631026 0.017813343866107882 0.03859751821104619 0.04278416292648484 0.018513117404605203 0.12380258226477572

Кол-во информации $I(X) = 2.434959307293403$

Максимальная частная энтропия 5.810897829638793

Эксперимент 7

Массив вероятностей появления совокупности дискретных сообщений:

0.00862830591633423 0.011769601110062401 0.5693782417698938 0.044388863789403765 0.11199087635530686 0.1949460608408124 0.03346580658456234 0.025432243633624202

Кол-во информации $I(X) = 1.9090208029443787$

Максимальная частная энтропия 6.856706956546391

Эксперимент 8

Массив вероятностей появления совокупности дискретных сообщений:

0.07481441913736266 0.08328149652186059 0.08582706836668251 0.0676250574238348 0.12492494834871778 0.23722200974727145 0.1358855848206172 0.1904148736336531

Кол-во информации $I(X) = 2.859527309021861$

Максимальная частная энтропия 3.8862982757698887

Вывод

В ходе лабораторной работы были рассмотрены основные положения теории информации и проведены вычисления информационных характеристик дискретных сообщений. С использованием разработанного программного обеспечения выполнена генерация наборов вероятностей появления сообщений и проведены численные эксперименты по определению среднего количества информации и значений максимальной энтропии.

Полученные результаты подтвердили основные теоретические положения: энтропия характеризует степень неопределённости источника сообщений и достигает максимума при равновероятном распределении. Количество информации напрямую зависит от распределения вероятностей и отражает среднее уменьшение неопределённости после приёма сообщения.

Таким образом, цель лабораторной работы достигнута: закреплены теоретические знания, получены практические навыки расчёта энтропии и количества информации, а также подтверждена взаимосвязь между вероятностным распределением сообщений и информационными характеристиками источника.