Grafică - Laborator 3
Curbe parametrice

Definiţie: o curbă parametrică C în plan, definită pe un interval $[a,b]$, este dată prin:

$$C = \begin{cases} x = f(u) \\ y = g(u) \end{cases}, u \in [a,b]$$

Reprezentare: se împarte intervalul $[a,b]$ în n subintervale $[u_k, u_{k+1}]$, $k = \overline{0, n-2}$. Apoi se calculează punctele $p_k = (f(u_k), g(u_k))$, $k = \overline{0, n-1}$, şi se aproximează curba prin segmentele de dreaptă $[p_k, p_{k+1}]$.

Observaţii:

- Cu cât numărul n este mai mare, cu atât aproximarea este mai bună. De obicei este suficient $n = 100$.
- în general intervalele au aceeaşi lungime.

Exemple de curbe parametrice:

1. Cercul C de rază r şi centru (c_x, c_y):

$$C : \begin{cases} x = c_x + r\cos t \\ y = c_y + r\sin t \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$$

2. Elipsa E cu centrul (c_x, c_y) şi razele R şi r:

$$E : \begin{cases} x = c_x + R\cos t \\ y = c_y + r\sin t \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$$

Exemplu de pentru cerc:

```
void Cp1Dlg::OnPaint()
{
     CPaintDC dc(this);
     CRect rect;
```

```
    GetClientRect(&rect);
    CPoint center(rect.Width()/2,rect.Height()/2);

    CPen *oldPen, *pen1;

    //creez penita rosie pentru desenarea curbei
    pen1=new CPen(PS_SOLID,1,RGB(255,0,0));

    //desenare axe de coordonate
    dc.MoveTo(20,center.y);
    dc.LineTo(rect.Width()-20,center.y);
    dc.MoveTo(center.x,20);
    dc.LineTo(center.x,rect.Hieght()-20);

    //desenare cerc

    //selectez penita pentru desenare
    oldPen=(CPen*)dc.SelectObject(pen1);

    int raza=100;
    dc.MoveTo(center.x+raza,center.y);

    for(int i=0;i<=360;i++)
    {
       int x=(int)(raza*cos(i*3.14/180)+0.5);
       int y=(int)(raza*sin(i*3.14/180)+0.5);
       dc.LineTo(center.x+x,center.y+y);
    }

    //selectez penita initiala
    dc.SelectObject(oldPen);

    //eliberez memoria pentru penita creata mai sus
    delete pen1;
}
```

Teme de laborator

Reprezentaţi grafic următoarele curbe parametrice, considerând axele de coordonate plasate în centrul ecranului şi orientate conform sistemului cartezian obişnuit (culoarea curbei trebuie aleasă diferită de negru). Axele de coordonate trebuie de asemenea reprezentate (cu negru).

Curbe uzuale

- Cercul şi elipsa prezentate mai sus.
- Hiperbola: ecuaţiile parametrice sunt:

$$H : \begin{cases} x = -a/\cos t \\ y = b \sin t/\cos t \end{cases}$$

  Atenţie: trebuie translatată originea din colţul stânga-sus în centrul ferestrei de desenare. În plus atenţie când $\cos t$ devine 0.

- Parabola (căutaţi ecuaţiile în internet)
- Spirala:

$$S : \begin{cases} x = c_x + t \cos t \\ y = c_y + t \sin t \end{cases}$$

  Intervalul pentru t trebuie ales în funcţie de câte rotaţii ale spiralei se doresc reprezentate.

Curbe speciale

- **Lemniscata lui Bernoulli**

$$LB = \begin{cases} x = (a * \cos(t))/(1 + \sin^2(t)) \\ y = (a * \sin(t)\cos(t))/(1 + \sin^2(t)) \end{cases}$$

  cu a parametru de scalare.

- **Hipotrohioda** reprezintă o curbă trasată de un punct P aflat pe o rază dată ce porneşte din centrul unui cerc de rază r, care se rostogoleşte în interiorul unui cerc fix de rază R. Acest punct P se află la distanţa d faţă de centrul cercului de rază r. Ecuaţiile parametrice corespunzătoare sunt:

$$Ht = \begin{cases} x = (R - r) * \cos(t) + d \cos\left(\frac{R-r}{r}t\right) \\ y = (R - r) * \sin(t) - d \sin\left(\frac{R-r}{r}t\right) \end{cases}$$

  Cazuri speciale

– Hipocicloida cu $d = r$:

– Deltoida: $d = r,\ R = 3r$

– Astroida: $d = r,\ R = 4r$

- **Epicicliioda** reprezintă curba trasată de un punct fix de pe un cerc de rază r care se rostogoleşte fără alunecare pe exteriorul unui alt cerc fix de rază $R = kr$. Ecuaţiile parametrice sunt date de:

$$Ec = \begin{cases} x = r(k+1) * \left(\cos(t) - \frac{\cos((k+1)t)}{k+1}\right) \\ y = r(k+1) * \left(\sin(t) - \frac{\sin((k+1)t)}{k+1}\right) \end{cases}$$

Testaţi pentru diferite valori ale lui k (de exemplu $k = 2.1$, $k = 3.8$, $k = 5.5$).
Caz special: Cardioida în care $R = r$.

- Curba fluture

$$F = \begin{cases} x = a * \sin(t) * \left(e^{\cos(t)} - 2\cos(4t) - \sin^5\left(\frac{t}{12}\right)\right) \\ y = a * \cos(t) * \left(e^{\cos(t)} - 2\cos(4t) - \sin^5\left(\frac{t}{12}\right)\right) \end{cases}$$