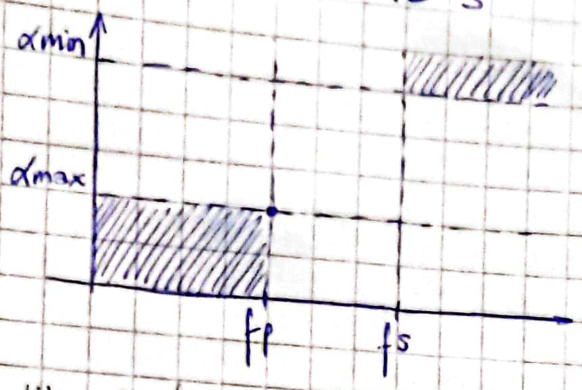
TRABAJO SEMANAL 3



$\alpha_{max} = 1\,dB \qquad f_p = 1500\ Hz$

$\alpha_{min} = 12\,dB \qquad f_s = 3000\ Hz$

1) $\omega_p = 2\pi f_p$ si normalizo para este ω $\rightarrow \Omega_\omega = 2\pi f_p \rightarrow \omega_p = 1$

$|\alpha|^2 = \dfrac{1}{|T|^2} = 1 + \varepsilon^2 \omega^{2n} \longrightarrow \alpha = \sqrt{1+\varepsilon^2\omega^{2n}} \qquad \alpha_{dB} = 10\log(1+\varepsilon^2\omega^{2n})$

$\omega = \omega_p = 1 \Rightarrow \alpha_{dB} = \alpha_{max} = 1 = 10\log(1+\varepsilon^2) \longrightarrow \varepsilon^2 = 0{,}259$

$\omega = \omega_s = 2 \Rightarrow \alpha_{dB} = \alpha_{min} = 12 = 10\log(1+\varepsilon^2 2^{2n}) \longrightarrow n = 3$

$|T(j\omega)|^2 = \dfrac{1}{1+\varepsilon^2\omega^{2n}} = \dfrac{1}{1+\varepsilon^2\omega^6} = T(s)\,T(-s)\Big|_{s=j\omega}$

$|T(s)|^2\Big|_{\omega=\frac{s}{j}} = \dfrac{1}{1-\varepsilon^2 s^6} = \dfrac{+1}{\varepsilon^2}\,\dfrac{1}{-s^6+1/\varepsilon^2}$

factorización de los polos (extracción de cúbica)

$= \dfrac{c}{(s^3+s^2a+sb+c)}\,\dfrac{c}{(-s^3+s^2a-sb+c)}$

$\begin{cases} 2b = a^2 \longrightarrow b = a^2/2 \\ 2ac = b^2 \\ c^2 = 1/\varepsilon^2 \end{cases} \quad 2a\dfrac{1}{\varepsilon} = \dfrac{a^4}{4} \rightarrow a = 2\varepsilon^{-1/3} \longrightarrow b = \dfrac{4\varepsilon^{-2/3}}{2} = 2\varepsilon^{-2/3}$

$\Rightarrow T(s) = \dfrac{1}{s^3 + s^2\,2\varepsilon^{-1/3} + s\,2\varepsilon^{-2/3} + \varepsilon^{-1}}$

Utilizando $\omega_b = \omega_p\,\varepsilon^{-1/n}$ obtengo un filtro renormalizado Butterworth. De esta forma, como $n=3$, sé que tengo un polo real y a $\pm\pi/3$ tengo un par de polos complejos conjugados.

$T(s) = \dfrac{1}{(s+1)}\,\dfrac{1}{(s^2+s\,2\cos(\pi/3)+1)} = \dfrac{1}{(s+1)}\,\dfrac{1}{s^2+2s+1}$

$= \dfrac{1}{s^3+2s^2+2s+1}$

2) Debido a mi renormalización, mi radio de polos no va a ser unitario sino que ahora va a ser de valor $\varepsilon^{-1/n}$