

PRESENTED BY:



HIMPUNAN MAHASISWA STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS GADJAH MADA



anava#15
Rijang Pengenalan Aktivitas Statistika

LEMBAR SOAL

OSM

OLIMPIADE

STATISTIKA MATEMATIKA

Prepare your arrow, set a target, and shot your best

SEMIFINAL SESI 2

Peraturan Semifinal Sesi II OSM ANAVA 15

1. Babak Semifinal diikuti oleh 30 peserta terbaik dari Babak Penyisihan.
2. Pengerjaan Babak Semifinal Sesi 2 dimulai pada pukul 10.00 WIB dan berakhir pada pukul 10.30 WIB.
3. Peserta diberi tambahan waktu 10 menit (10.30 WIB sampai dengan 10.40 WIB) untuk mengunggah jawaban.
4. Keterlambatan pengunggahan akan diberikan pengurangan poin.
5. Peserta dilarang menggunakan alat bantu hitung dan catatan dalam bentuk apapun.
6. Peserta yang berhalangan hadir dengan alasan apapun tidak dapat diwakilkan oleh peserta lain.
7. Soal semifinal sesi II terdiri atas isian atau analisis sebanyak 10 soal.
8. Peserta mengerjakan soal dengan menggunakan *template* lembar jawaban yang diwajibkan dan menggunakan *ballpoint* hitam.
9. Tidak ada ralat soal.
10. Keputusan juri bersifat mutlak dan tidak dapat diganggu gugat.
11. Peserta yang lolos ke babak final adalah 5 peserta dengan ranking tertinggi.
12. Pengumuman terkait peserta yang lolos final akan diumumkan di *website* ANAVA pukul 17.00 WIB.

Soal Semifinal OSM ANAVA 15

Sesi II (*Analyst Test*)

Pada bagian ini, jawablah pertanyaan dibawah ini dengan lengkap dan penjelasan yang sejelas-jelasnya.

1. Misalkan ada sejumlah n ganjil orang ($n > 1$) yang berkumpul di sebuah lapangan, di sini mereka masing-masing memegang sebuah kue *pie* yang siap dilemparkan ke orang lain yang paling dekat dengannya. Jarak antar orang berbeda (tidak ada jarak antar pasangan yang sama). Jika semua orang harus melempar kue dengan simultan(bersamaan), buktikan dengan induksi matematika bahwa minimal ada satu orang yang tidak terkena lemparan kue!
2. Tentukan banyaknya pasangan bulat positif (m, n) yang merupakan solusi dari persamaan $\frac{4}{m} + \frac{2}{n} = 1$ dan sebutkan pasangan bulat positif (m, n) tersebut!
3. *A bank offers the following certificates of deposit :*

<i>Term in years</i>	<i>Nominal annual interest (convertible quarterly)</i>
1	3%
3	5%
5	6%

The bank does not permit early withdrawal. The certificates mature at the end of the term. During the next six years the bank will continue to offer these certificates of deposit with the same terms and interest rates. An investor initially deposits \$10,000 in the bank and withdraws both principal and interest at the end of six years. Calculate the maximum annual effective rate of interest the investor can earn over the 6-year period!

4. Fungsi pembangkit momen merupakan sebuah fungsi yang dapat menghasilkan momen – momen. Definisi dari fungsi pembangkit momen yakni "Jika X adalah peubah acak, baik dari diskrit maupun kontinu, maka fungsi pembangkit momen dari X (dinotasikan dengan $(M_x(t))$) didefinisikan sebagai :

$$M_x(t) = E(e^{tX})$$

Dimana

$$E(e^{tX}) = \int_x e^{tX} f(x) dx$$

untuk X peubah acak kontinu, dengan $f(x)$ merupakan fungsi densitas peluang

$$E(e^{tX}) = \sum_x e^{tX} p(x)$$

untuk X peubah acak diskrit, dengan $p(x)$ merupakan fungsi massa peluang.”

Salah satu manfaat dalam menentukan fungsi pembangkit momen ini adalah dapat menentukan nilai harapan/ekspektasi ke k (dinotasikan dengan $(E(X^k))$) dari suatu distribusi. Nilai ekspektasi ke-1 merupakan turunan pertama terhadap t dari fungsi pembangkit moment dengan $t = 0$ atau $E(X) = M'_x(0)$. Nilai ekspektasi ke-2 merupakan turunan kedua terhadap t dari fungsi pembangkit moment dengan $t = 0$ atau $E(X^2) = M''_x(0)$, dan seterusnya. Diberikan contoh bahwa jika diketahui suatu fungsi pembangkit momen adalah $M_x(t) = e^{\lambda(e^t-1)}$, maka turunan pertama dari fungsi pembangkit moment tersebut adalah $M'_x(t) = \lambda e^t e^{\lambda(e^t-1)}$ sehingga $E(X) = M'_x(0) = \lambda$.

Jika diketahui suatu fungsi pembangkit momen:

$$M_x(t) = \frac{\theta}{(\theta - t)}$$

dengan θ merupakan suatu parameter dari distribusi eksponensial, maka:

- (a) Buktikan bahwa mean dari X atau $E(X)$ adalah $E(X) = \frac{1}{\theta}$!
- (b) Tentukan variansi dari X jika variansi dari X adalah

$$Var(x) = E(X^2) - (E(X))^2$$

5. Anda mencoba untuk memilih antara dua permainan yang berbeda dan ingin memainkan permainan yang “fair”.
 - Jenis permainan pertama yakni melempar anak panah ke balon. Biaya (*cost*) permainan ini sebesar \$8, dan jika Anda memecahkan balon dengan satu lemparan, Anda menang dan mendapat

\$55. Jika Anda tidak memecahkan balonnya, Anda tidak memenangkan apa pun. Diperkirakan bahwa Anda memiliki peluang sekitar 20% memecahkan balon.

- Permainan kedua adalah melempar cincin ke leher botol sebanyak 3 kali dengan biaya (*cost*) sebesar \$4. Jika Anda berhasil melempar satu cincin pada botol, Anda memenangkan \$3. Untuk dua cincin berhasil dilemparkan, Anda memenangkan \$20. Jika semua cincin berhasil dilemparkan, Anda memenangkan \$50 sedangkan jika tidak ada cincin yang berhasil dilemparkan ke leher botol, Anda tidak memenangkan apa pun. Anda memperkirakan bahwa peluang berhasil melemparkan cincin tepat ke leher botol sama dengan peluang memecahkan balon pada permainan pertama. Dianggap bahwa setiap lemparan cincin tidak dipengaruhi oleh pelemparan sebelumnya.

Berdasarkan deskripsi setiap permainan di atas, permainan mana yang akan Anda mainkan ? Jelaskan.

6. Terdapat dua pernyataan yaitu p dan q , tunjukkan bahwa kalimat berikut :

$$\sim (p \vee (\sim p \wedge q))$$

akan ekuivalen dengan kalimat $\sim p \wedge q$, menggunakan aturan yang berlaku!

7. Diberikan dua himpunan yaitu himpunan $M = \{999, 1000, x\}, N = \{1001, 1002, y\}$. Tentukan nilai $x + y$, jika diketahui $\{999, 1001\} \times \{1000, 1002\} \subseteq M \times N$
8. Diberikan kumpulan data numerik yang dinotasikan $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ dengan mean \bar{x} dan standar deviasi S . Apabila dari data tersebut akan dibentuk suatu data baru melalui dua macam metode yaitu :

- Metode 1 : Setiap data dikalikan dengan konstanta a lalu ditambahkan dengan konstanta $b, a \neq b$
- Metode 2 : Setiap data dikurangkan dengan mean nya lalu dibagi dengan standar deviasi

Tentukan mean dan standar deviasi data baru untuk kedua metode di atas!

9. Hitung nilai dari $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{\pi}{\sin \pi x} \right) !$

10. Tentukan luas area di dalam kurva $r = 1 - \cos \theta$ dan di luar $r = \cos \theta$.

"Selamat mengerjakan dan semoga sukses"