COE-835 Controle adaptativo

Trabalho 7

Grupo: Guilherme Pires Sales de Carvalho
Matheus Ferreira dos Reis
Renan Salles de Freitas

Algoritmo: Adaptive Backstepping Control

Caso: $n = 2$ (ordem da planta)
$n^* = 2$ (grau relativo)
$n_p = 3$ (# de parâmetros)

Conteúdo

1 Backstepping - Formulação teórica sem observador

Backstepping é um método recursivo de controle adaptativo baseado em Lyapunov e proposto no começo da década de 90. A ideia é projetar um controle recursivo considerando algumas das variáveis de estado como "controle virtuais" e implementar para elas leis de controle intermediárias. Com esta técnica é possível resolver problemas de estabilidade e rastreamento. Neste trabalho, desenvolveremos a fundamentação teórica para o caso de um sistema de segunda ordem com parâmetros desconhecidos:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + \phi_1^{\intercal}(x_1)\,\theta \\ \dot{x}_2 &= k_p\, u + \phi_2^{\intercal}(x_1, x_2)\,\theta \end{aligned} \tag{1}$$

onde θ é o vetor de parâmetros desconhecidos e k_p é o ganho de alta frequência, também desconhecido. As não linearidades do sistema são representadas pela variável ϕ. Para o desenvolvimento do algoritmo, assume-se:

- o sinal de k_p é conhecido;
- o sinal de referência y_r e suas derivadas são contínuas e limitadas.

Introduzem-se as variáveis $\mathbf{z}$ (mudança de coordenadas):

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 - y_r \\ z_2 &= x_2 - \alpha_1 - \dot{y}_r, \end{aligned} \tag{2}$$

onde α é a variável de controle virtual. O primeiro passo para a elaboração do método é começar pela equação 2, considerando x_2 como uma variável de controle virtual. A derivada do erro de rastreamento z_1 é dada por:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{y}_r \\ &= z_2 + \alpha_1 + \phi_1^{\intercal}\,\theta \end{aligned} \tag{3}$$

Podemos projetar a primeira função estabilizante α_1 como:

$$\alpha_1 = -c_1 z_1 - \phi_1^{\intercal}\,\hat{\theta}, \tag{4}$$

onde c_1 é uma constante positiva e $\hat{\theta}$ é uma estimativa de θ. Consideremos a função de Lyapunov:

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2}\tilde{\theta}^{\intercal}\,\Gamma^{-1}\,\tilde{\theta}, \tag{5}$$

onde Γ é uma matriz positiva definida e $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$. Derivando a função de Lyapunov, temos:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= z_1 \dot{z}_1 - \tilde{\theta}^{\intercal}\,\Gamma^{-1}\,\dot{\hat{\theta}} \\ &= z_1(z_2 + \alpha_1 + \phi_1^{\intercal}\,\theta) - \tilde{\theta}^{\intercal}(\Gamma^{-1}\,\dot{\hat{\theta}} - \phi_1 z_1) \\ &= -c_1 z_1^2 + \tilde{\theta}^{\intercal}(\tau_1 - \Gamma^{-1}\,\dot{\hat{\theta}}) + z_1 z_2 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\tau_1 = \phi_1 z_1 \tag{7}$$

Observe que se escolhermos a variação dos parâmetros como $\dot{\hat{\theta}} = \Gamma\,\tau_1$ anulamos um dos termos, mas ainda falta considerar a dinâmica de z_2. Devemos deixar a escolha da lei de adaptação em aberto. Pela segunda equação, temos:

$$\begin{aligned}\dot{z}_2 &= k_p u + \phi_2^\intercal\,\theta - \dot{\alpha_1} - \ddot{y}_r \\ &= k_p u + \phi_2^\intercal\,\theta - \frac{\partial\alpha_1}{\partial x_1}(x_2 + \phi_1^\intercal\,\theta) - \frac{\partial\alpha_1}{\partial\hat{\theta}}\dot{\hat{\theta}} - \frac{\partial\alpha_1}{\partial y_r}\dot{y}_r - \ddot{y}_r\end{aligned} \tag{8}$$

Escolhemos a função Lyapunov:

$$V = V_1 + \frac{1}{2}z_2^2 + \frac{|k_p|}{2\gamma}\tilde{p}^2, \tag{9}$$

onde $\tilde{p} = p - \hat{p}$ e $\hat{p}$ é estimativa de $p = \frac{1}{k_p}$, e $\gamma > 0$. Derivando a função Lyapunov, obtemos:

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 + \tilde{\theta}^\intercal(\tau_1 - \Gamma^{-1}\dot{\hat{\theta}}) + z_2\dot{z}_2 + \frac{|k_p|}{\gamma}\tilde{p}\dot{\tilde{p}} \\ &= -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 + \tilde{\theta}^\intercal(\tau_1 - \Gamma^{-1}\dot{\hat{\theta}}) + z_2\left(k_p u + \phi_2^\intercal\,\theta - \frac{\partial\alpha_1}{\partial x_1}(x_2 + \phi_1^\intercal\,\theta) - \frac{\partial\alpha_1}{\partial\hat{\theta}}\dot{\hat{\theta}} - \frac{\partial\alpha_1}{\partial y_r}\dot{y}_r - \ddot{y}_r\right) + \frac{|k_p|}{\gamma}\tilde{p}\dot{\tilde{p}} \\ \theta &= \tilde{\theta} + \hat{\theta} \\ \dot{V} &= -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 + \tilde{\theta}^\intercal(\tau_1 - \Gamma^{-1}\dot{\hat{\theta}}) + z_2\left(k_p u + (\tilde{\theta}^\intercal + \hat{\theta}^\intercal)(\phi_2 - \frac{\partial\alpha_1}{\partial x_1}\phi_1) - \frac{\partial\alpha_1}{\partial x_1}x_2\right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial\alpha_1}{\partial\hat{\theta}}\dot{\hat{\theta}} - \frac{\partial\alpha_1}{\partial y_r}\dot{y}_r - \ddot{y}_r\right) + \frac{|k_p|}{\gamma}\tilde{p}\dot{\tilde{p}} \\ \tau_2 &= \tau_1 + \left(\phi_2 - \frac{\partial\alpha_1}{\partial x_1}\phi_1\right)z_2 \\ \dot{V} &= -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 + \tilde{\theta}^\intercal(\tau_2 - \Gamma^{-1}\dot{\hat{\theta}}) + z_2\left(k_p u + \hat{\theta}^\intercal(\phi_2 - \frac{\partial\alpha_1}{\partial x_1}\phi_1) - \frac{\partial\alpha_1}{\partial x_1}x_2\right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial\alpha_1}{\partial\hat{\theta}}\dot{\hat{\theta}} - \frac{\partial\alpha_1}{\partial y_r}\dot{y}_r - \ddot{y}_r\right) + \frac{|k_p|}{\gamma}\tilde{p}\dot{\tilde{p}}\end{aligned} \tag{10}$$

Escolhemos a lei de controle:

$$u = \hat{p}\bar{u} \tag{11}$$

$$\bar{u} = \alpha_2 + \ddot{y}_r \tag{12}$$

Note que:

$$k_p u = k_p\hat{p}\bar{u} = \bar{u} - k_p\tilde{p}\bar{u} \tag{13}$$

Substituindo a eq.13 em eq.10, temos:

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 + \tilde{\theta}^\intercal(\tau_2 - \Gamma^{-1}\dot{\hat{\theta}}) + z_2 \bigg(\bar{u} - k_p \tilde{p}\bar{u} + \hat{\theta}^\intercal(\phi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}\phi_1) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 \\
&\quad - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}}\dot{\hat{\theta}} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r}\dot{y}_r - \ddot{y}_r\bigg) + \frac{|k_p|}{\gamma}\tilde{p}\dot{\hat{p}} \\
&= -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 + \tilde{\theta}^\intercal(\tau_2 - \Gamma^{-1}\dot{\hat{\theta}}) + z_2 \bigg(\bar{u} + \hat{\theta}^\intercal(\phi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}\phi_1) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 \\
&\quad - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}}\dot{\hat{\theta}} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r}\dot{y}_r - \ddot{y}_r\bigg) + \frac{|k_p|}{\gamma}\tilde{p}\ \big(\dot{\hat{p}} - \mathrm{sign}(k_p)\gamma\bar{u}z_2\big) \qquad (14) \\
&= -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 + \tilde{\theta}^\intercal(\tau_2 - \Gamma^{-1}\dot{\hat{\theta}}) + z_2 \bigg(\alpha_2 + \hat{\theta}^\intercal(\phi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}\phi_1) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 \\
&\quad - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}}\dot{\hat{\theta}} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r}\dot{y}_r\bigg) - \frac{|k_p|}{\gamma}\tilde{p}\ \Big(\dot{\hat{p}} + \mathrm{sign}(k_p)\gamma\bar{u}z_2\Big) \qquad (15)
\end{aligned}$$

Escolhemos α_2 como:

$$\alpha_2 = -c_2 z_2 - z_1 - \hat{\theta}^\intercal(\phi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}\phi_1) + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}}\dot{\hat{\theta}} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r}\dot{y}_r \qquad (16)$$

Substituindo a eq.16 em eq.15, obtemos:

$$\dot{V} = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + \tilde{\theta}^\intercal(\tau_2 - \Gamma^{-1}\dot{\hat{\theta}}) - \frac{|k_p|}{\gamma}\tilde{p}\ \Big(\dot{\hat{p}} + \mathrm{sign}(k_p)\gamma\bar{u}z_2\Big) \qquad (17)$$

A lei de atualização dos parâmetros é, portanto:

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{p}} &= -\gamma \mathrm{sign}(k_p)\bar{u}z_2 \qquad (18) \\
\dot{\hat{\theta}} &= \Gamma\tau_2 \qquad (19)
\end{aligned}$$

2 Backstepping - Formulação teórica com observador

Neste trabalho, consideramos o sistema:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 - a_1 y \qquad (20) \\
\dot{x}_2 &= k_p\, u - a_0 y
\end{aligned}$$

onde os parâmetros a_1, a_0 e k_p são desconehcidos. Para esta formulação apenas a saída do sistema y está disponível, portanto x_2 não é conhecido e deve ser estimado. Podemos reescrever o sistema 21:

$$\begin{aligned}
&\dot{x} = Ax - F(y,u)^\intercal\theta \\
&A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, F(y,u)^\intercal = \begin{bmatrix} B(u) & \Phi(y) \end{bmatrix}, \Phi(y) = \begin{bmatrix} -y & 0 \\ 0 & -y \end{bmatrix}, B(u) = \begin{bmatrix} 0 \\ u \end{bmatrix}, \theta = \begin{bmatrix} k_p \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} \\
&y = e_1^\intercal x \\
&e_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \qquad (21)$$

Para estimar os estados, utilizamos os filtros abaixo:

$$\begin{aligned}
\dot{\xi} &= A_0\xi + ky \\
\dot{\Xi}^\intercal &= A_0\Xi^\intercal + \Phi(y) \\
\dot{\lambda} &= A_0\lambda + e_2 u \\
v_i &= A_0^i\lambda \\
k &= \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix}, A_0 = A - ke_1^\intercal = \begin{bmatrix} -k_1 & 1 \\ -k_2 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{22}$$

Os valores de k devem ser escolhidos de forma que A_0 seja Hurwitz. O estado estimado é dado por:

$$\hat{x} = \xi + \Xi^\intercal\theta + \sum_{i=0}^{m} b_i v_i \tag{23}$$

Porém, este estimador não pode ser usado, pois θ não é conhecido. A dinâmica do observador pode ser descrita como:

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{x}} &= \dot{\xi} + \dot{\Xi}^\intercal\theta + \sum_{i=0}^{m} b_i \dot{v}_i \\
&= (A_0\xi + ky) + (A_0\Xi^\intercal + \Phi)\theta + \sum_{i=0}^{m} b_i A_0^i(A_0\lambda + e_2 u) \\
&= A_0(\xi + \Xi^\intercal\theta + \sum_{i=0}^{m} b_i v_i) + ky + \Phi\theta + Bu \\
&= A_0\hat{x} + ky + \Phi\theta + Bu
\end{aligned} \tag{24}$$

Podemos reescrever a dinâmica da saída y:

$$\begin{aligned}
\dot{y} &= x_2 + \phi^\intercal\theta \\
&= k_p v_{0,2} + \xi_2 + \bar{\omega}^\intercal\theta + \epsilon_2 \\
\bar{\omega}^\intercal &= \begin{bmatrix} 0 & (\Xi_2 + \phi_1^\intercal) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{25}$$

Desta forma, o sistema 21 pode ser representado com os estados do observador:

$$\dot{y} = k_p v_{0,2} + \xi_2 + \bar{\omega}^\intercal\theta + \epsilon_2 \tag{26}$$
$$\dot{v}_{0,2} = u - k_2 v_{0,1} \tag{27}$$

O projeto backstepping agora segue como na seção anterior. Primeiro, fazemos a mudança de coordenadas em $\mathbf{z}$:

$$\begin{aligned}
z_1 &= y - y_r \\
z_2 &= v_{0,2} - \alpha_1 - \hat{\rho}\dot{y}_r
\end{aligned} \tag{28}$$

onde ρ é estimativa de $\frac{1}{k_p}$. Nessas condições, é possível mostrar por Lyapunov, usando o mesmo procedimento do caso com observador completo, que as variáveis de controle são:

$$
\begin{aligned}
\alpha_1 &= \hat{\rho}\bar{\alpha}_1 && (29)\\
\bar{\alpha}_1 &= -c_1 z_1 - d_1 z_1 - \xi_2 - \bar{\omega}^\intercal \hat{\theta} && (30)\\
\beta &= k_2 v_{0,1} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y}(\xi + \omega^\intercal \hat{\theta}) + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \eta}(A_0 \eta + e_2 y) + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r}\dot{y}_r + (\dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\rho}})\hat{\rho} && (31)\\
u &= -c_2 z_2 + \beta + \hat{\rho}\ddot{y}_r + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}}\hat{\theta} - d_2 z_2 \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial y}\right)^2 - \hat{k}_p z_1 && (32)
\end{aligned}
$$

E as atualizações dos parâemtros são:

$$
\begin{aligned}
\hat{\rho} &= -\gamma z_1 \mathrm{sign}(k_p)(\dot{y}_r + \bar{\alpha}_1) && (33)\\
\hat{\theta} &= \Gamma \tau_2 && (34)\\
\tau_1 &= (\omega - \hat{\rho}(\dot{y}_r + \bar{\alpha}_1)e_1)z_1 && (35)\\
\tau_2 &= \tau_1 - z_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial y}\omega && (36)
\end{aligned}
$$

3 Implementação

Para a implementação, só é preciso computar os filtros:

$$
\begin{aligned}
\dot{\lambda} &= A_0 \lambda + e_2 u && (37)\\
\dot{\eta} &= A_0 + e_2 y && (38)
\end{aligned}
$$

Pois é possível demonstrar que:

$$
\begin{aligned}
\Xi &= -\begin{bmatrix} A_0 \eta & \eta \end{bmatrix} && (39)\\
\xi &= -A_0 \eta && (40)\\
v_0 &= \lambda && (41)
\end{aligned}
$$

Temos ainda que $\alpha = \hat{\rho}(-c_1 z_1 - d_1 d_1 - \xi_2 - \bar{\omega}^\intercal \hat{\theta})$. Logo:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \alpha_1}{\partial y} &= -\hat{\rho}(c_1 + d_1) + \hat{\rho} e_2^\intercal \hat{\theta} && (42)\\
\frac{\partial \alpha_1}{\partial \eta} &= e_2^\intercal A_0^2 \hat{\rho} && (43)\\
\frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} &= \hat{\rho}(c_1 + d_1) && (44)\\
\frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} &= -\rho \bar{\omega} && (45)\\
\frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\rho}} &= -(c_1 + d_1)(y - y_r) + e_2^\intercal A_0 \eta - \bar{\omega}^\intercal \hat{\theta} && (46)
\end{aligned}
$$

```
%-----------------------------------------------------------------------
%
%  COE-835  Controle adaptativo
%
%  Script para simular o trabalho 7
%
```

```
%  Backstepping  :  n   = 2     Second and third order plant
%                   n*  = 2     Relative degree
%                   np  = 3     Adaptive parameters
% Caso com observador completo
%-----------------------------------------------------------------------

function dx = backstepping_obs(t,x)

global A B thetas A0 c1 c2 d1 d2 Gamma gamma kp a w e1 e2 k;

y           = x(1:2);
theta       = x(3:5);
lambda      = x(6:7);
eta         = x(8:9);
rho         = x(10);

%% Input
yr = a(1) * sin(w(1)*t) + a(2) * sin(w(2)*t);
dyr = a(1) * w(1) * cos(w(1)*t) + a(2) * w(2) * cos(w(2)*t);
ddyr = -a(1) * w(1)^2 * sin(w(1)*t) - a(2) * w(2)^2 * sin(w(2)*t);

Phi = [-y(1) 0;0 -y(1)];

%% Variables 1
xi = -A0^2 * eta;
Xi = -[A0*eta eta];
v1 = lambda(1);
v2 = lambda(2);
omega_bar = [0, (Xi(2,:) - y(1)*e1')]';
omega = [v2, (Xi(2,:) - y(1)*e1')]';

%% Z
z1 = y(1) - yr;
alpha_bar = -c1*z1 - d1*z1 - xi(2) - omega_bar'*theta;
alpha_1 = rho * alpha_bar;
z2 = v2 - rho*dyr - alpha_1;

%% dalpha/dt
dady = rho * (- c1 - d1 + [0,e1']*theta);
dadeta = rho * e2' * A0^2;
dadyr = rho*(c1 + d1);
dadtheta = - rho * omega_bar';
dadrho = -(c1 + d1)*(y(1) - yr) + e2'*A0^2*eta - omega_bar'*theta;


%% Variables 2
tau_1 = (omega - rho*(dyr + alpha_bar)*[e1',0]')*z1;
tau_2 = tau_1 - z2 * (dady * omega);

%% Atualização dos parâmetros
dtheta = Gamma * tau_2;
drho = - gamma * z1 * sign(kp) * (dyr + alpha_bar);
beta = k(2)*v1 + dady * (xi(2) + omega'*theta) + ...
    dadeta * (A0*eta + e2*y(1)) + dadyr * dyr + (dyr + dadrho) * drho;
u = -c2*z2 + beta + rho*ddyr + dadtheta*dtheta - d2*z2*(dady)^2 - ...
    theta(1)*z1;

%% Filtros
dlambda = A0*lambda + e2*u;
```

```
deta = A0*eta + e2*y(1);


%% Planta
F = [B*u Phi];
dy = A*y + F*thetas;

%% Translation
dx = [dy' dtheta' dlambda' deta' drho]';
```

4 Resultados das simulações

Nas simulações, procuramos avaliar o comportamento do sistema para as seguintes condições: (i) condições iniciais $\theta(0)$ e $y(0)$; (ii) Parâmetros da planta e do modelo; (iii) ganho de adaptação Γ.

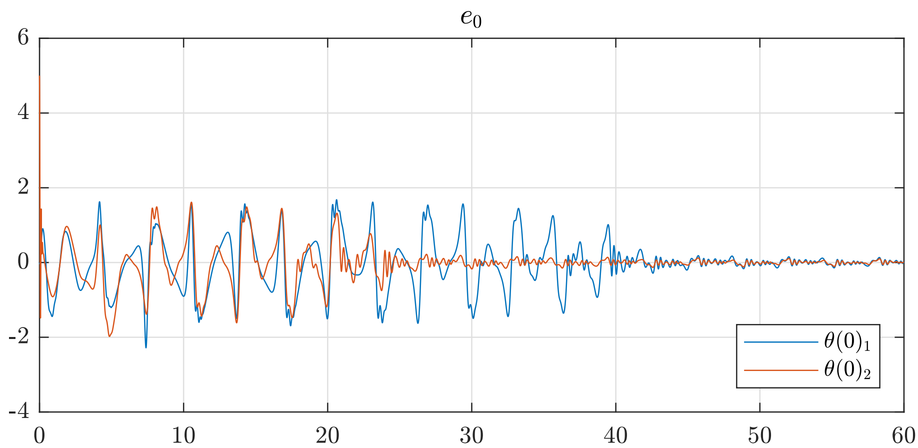
Apresentaremos os resultados obtidos através de simulações no ambiente `Matlab/Simulink` e os discutiremos na próxima seção.

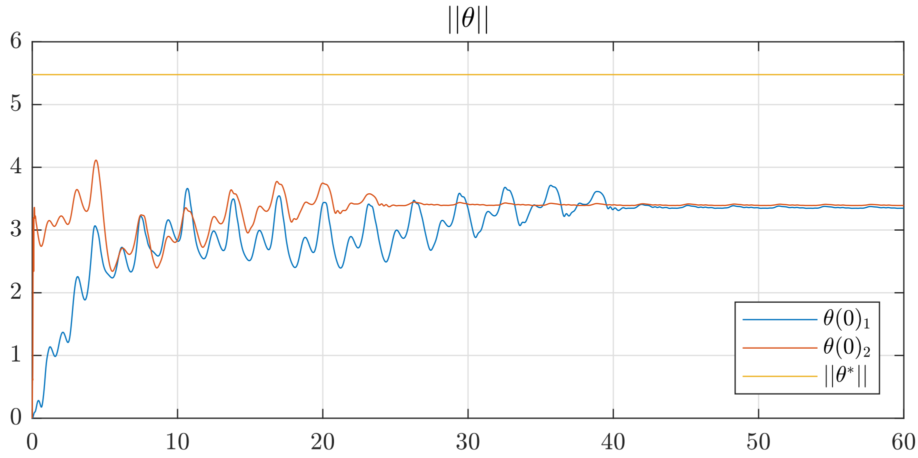
4.1 Simulação #1

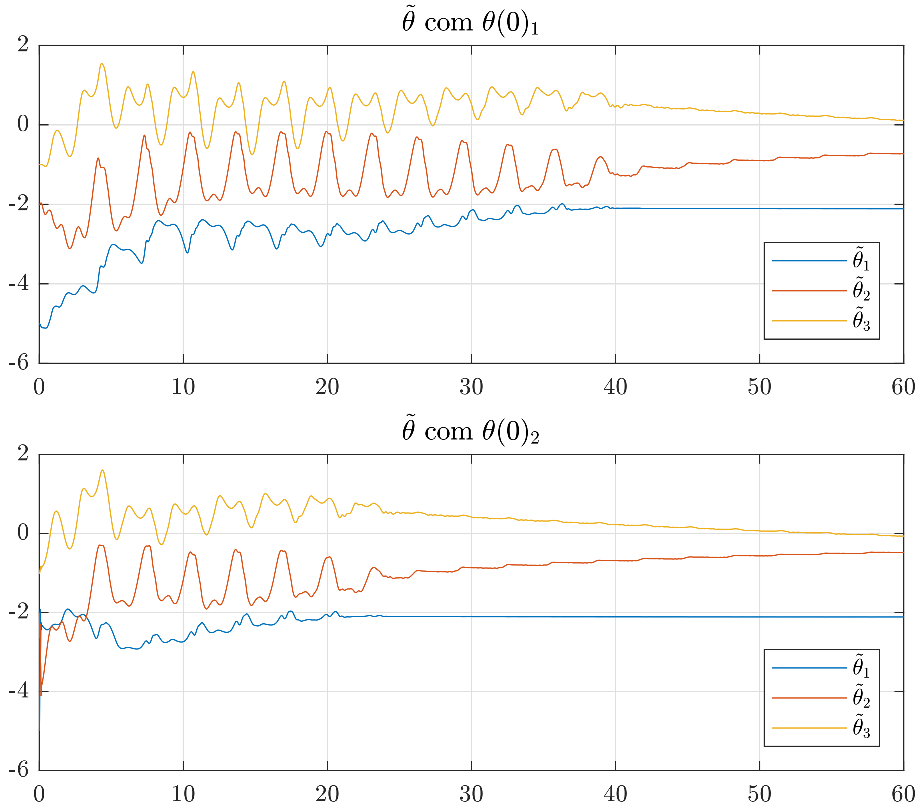
Inicialmente, desejamos verificar o comportamento do sistema para variações nas condições iniciais.

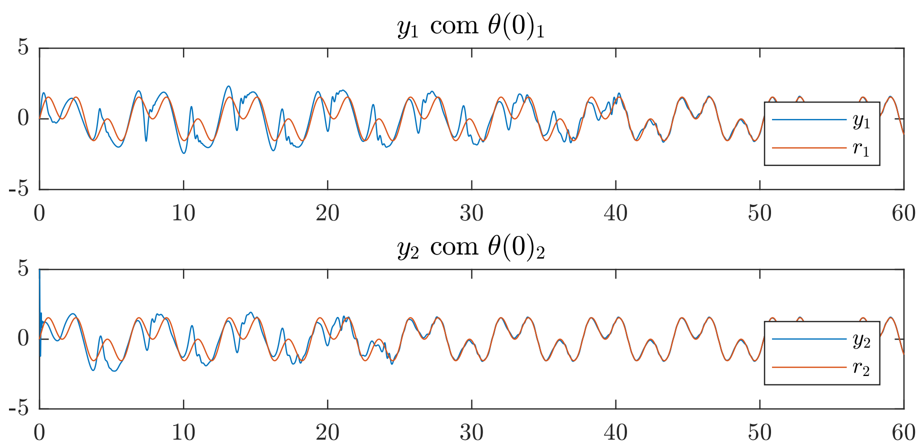
Simulação 1.1: $\theta(0)$

$$y = \frac{5}{s^2 + 2s + 1} u\,, \qquad \theta(0) = 0 \text{ e } 1\,, \qquad y(0) = 0\,, \qquad \Gamma = 1\,\mathbf{I}_3\,,$$
$$y_r = \sin(t) + \sin(3t)\,.$$



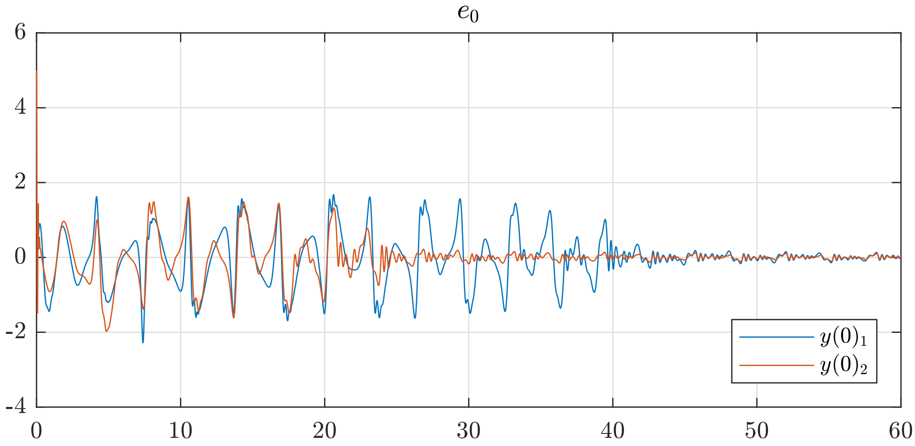

$||\theta||$
$\theta(0)_1$
$\theta(0)_2$
$||\theta^*||$

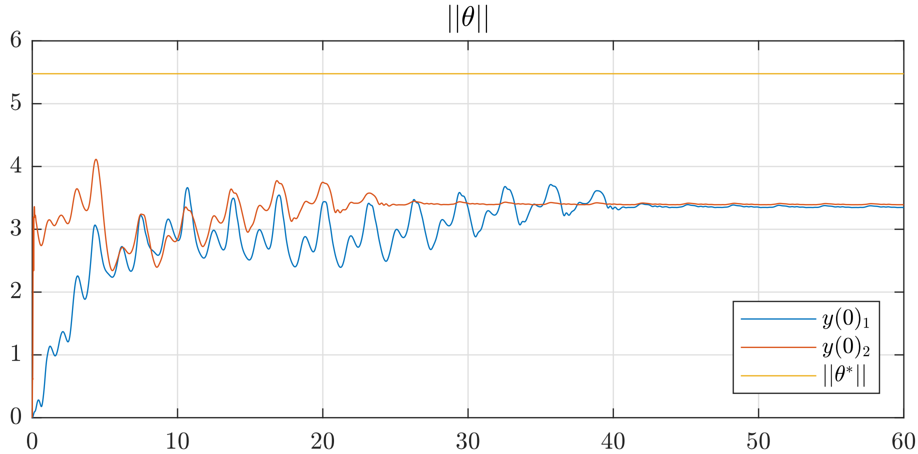

$\tilde{\theta}$ com $\theta(0)_1$
$\tilde{\theta}_1$
$\tilde{\theta}_2$
$\tilde{\theta}_3$
$\tilde{\theta}$ com $\theta(0)_2$
$\tilde{\theta}_1$
$\tilde{\theta}_2$
$\tilde{\theta}_3$

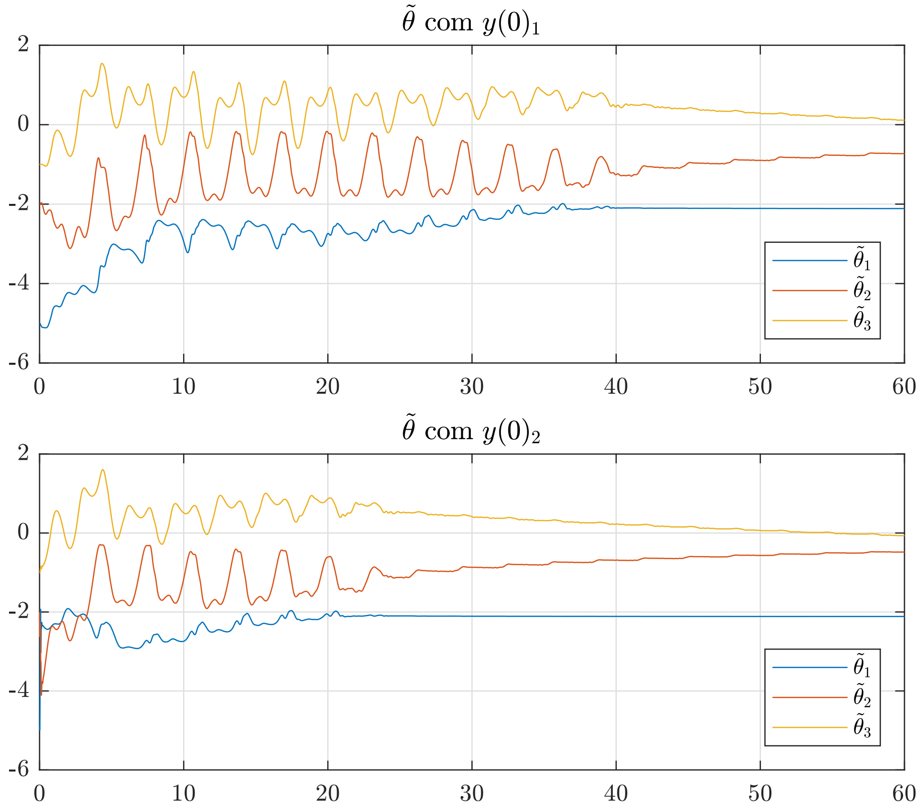

y_1 com $\theta(0)_1$
y_1
r_1
y_2 com $\theta(0)_2$
y_2
r_2

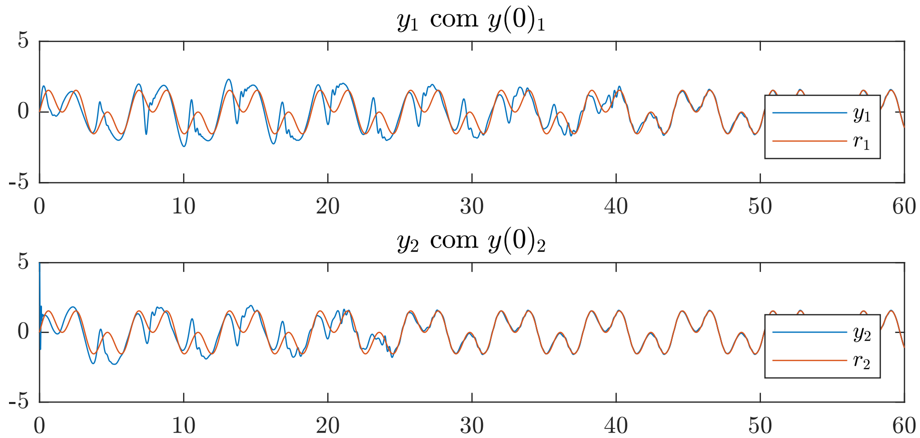
Simulação 1.2: $y(0)$

$$y = \frac{5}{s^2 + 2s + 1} u\,, \qquad \theta(0) = 0\,, \qquad y(0) = \boxed{0} \text{ e } \boxed{5}\,, \qquad \Gamma = 1\,\mathbf{I}_3\,,$$
$$y_r = \sin(t) + \sin(3t)\,.$$







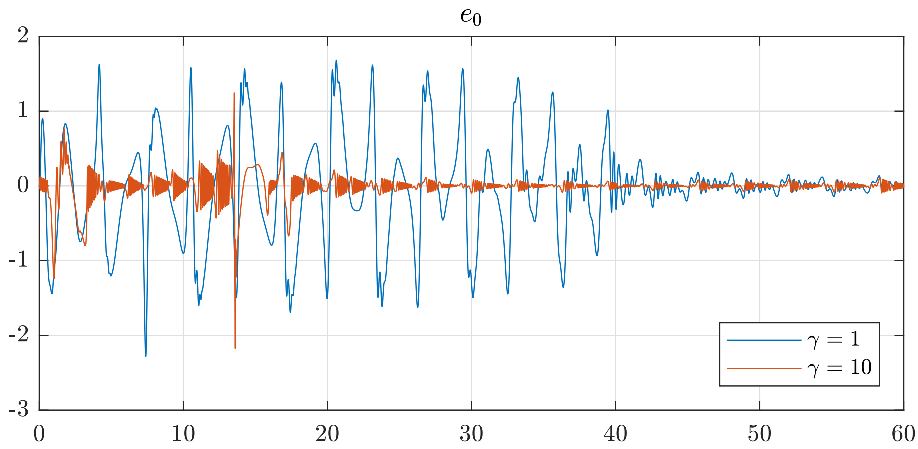


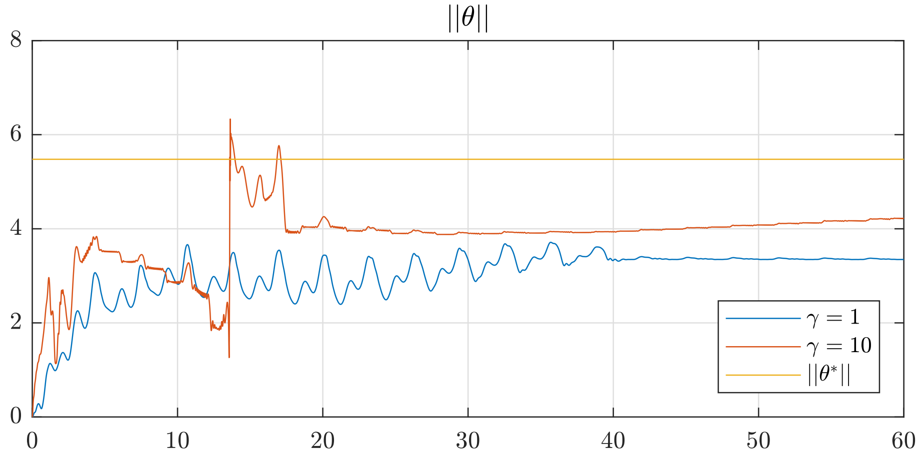
4.2 Simulação #2

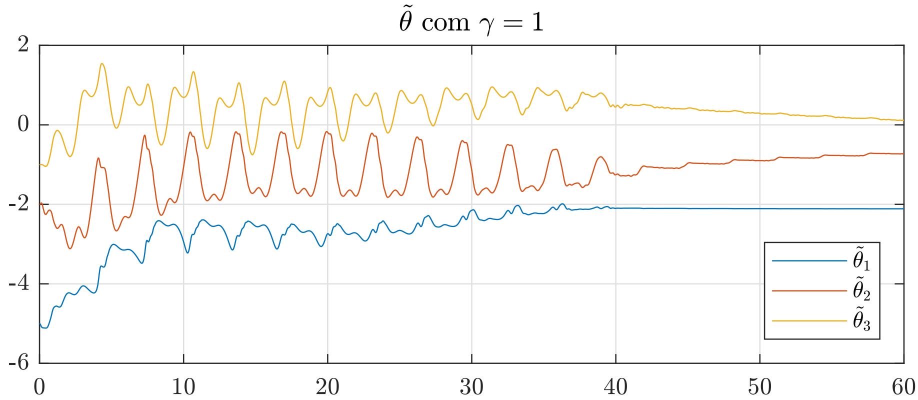
Verificamos o comportamento do sistema para variações no parâmetro de adaptação Γ.

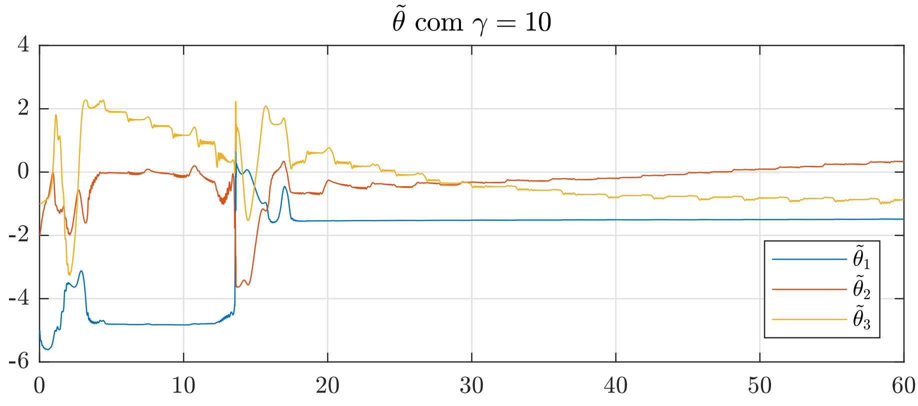
$$y = \frac{5}{s^2 + 2s + 1} u\,, \qquad \theta(0) = 0\,, \qquad y(0) = 0\,, \qquad \Gamma = 1 \text{ e } 10\, \mathbf{I}_3\,,$$

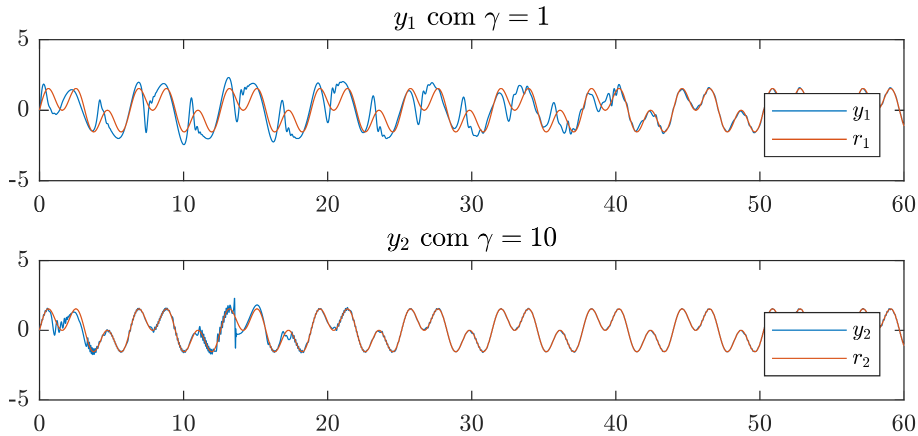
$$y_r = \sin(t) + \sin(3t)\,.$$


e_0
2
1
0
-1
-2
-3
0
10
20
30
40
50
60
$\gamma = 1$
$\gamma = 10$


$||\theta||$
8
6
4
2
0
0
10
20
30
40
50
60
$\gamma = 1$
$\gamma = 10$
$||\theta^*||$


$\tilde{\theta}$ com $\gamma = 1$
2
0
-2
-4
-6
0
10
20
30
40
50
60
$\tilde{\theta}_1$
$\tilde{\theta}_2$
$\tilde{\theta}_3$


$\tilde{\theta}$ com $\gamma = 10$
4
2
0
-2
-4
-6
0
10
20
30
40
50
60
$\tilde{\theta}_1$
$\tilde{\theta}_2$
$\tilde{\theta}_3$

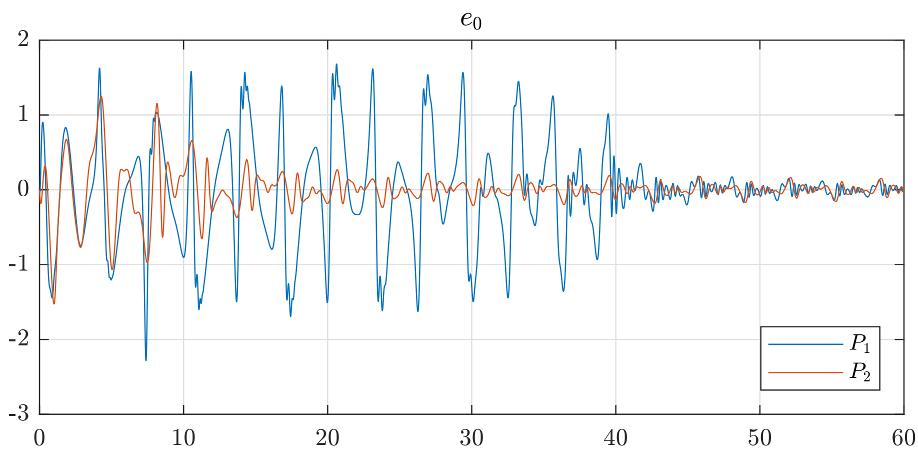


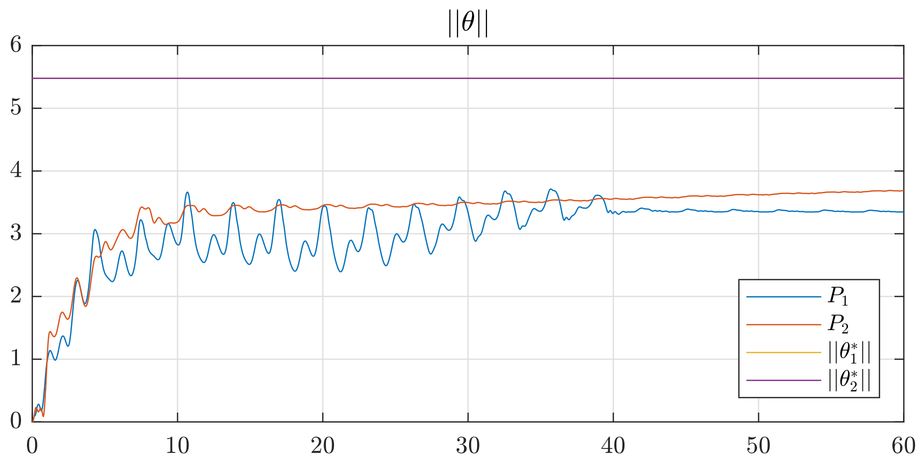
4.3 Simulação #3

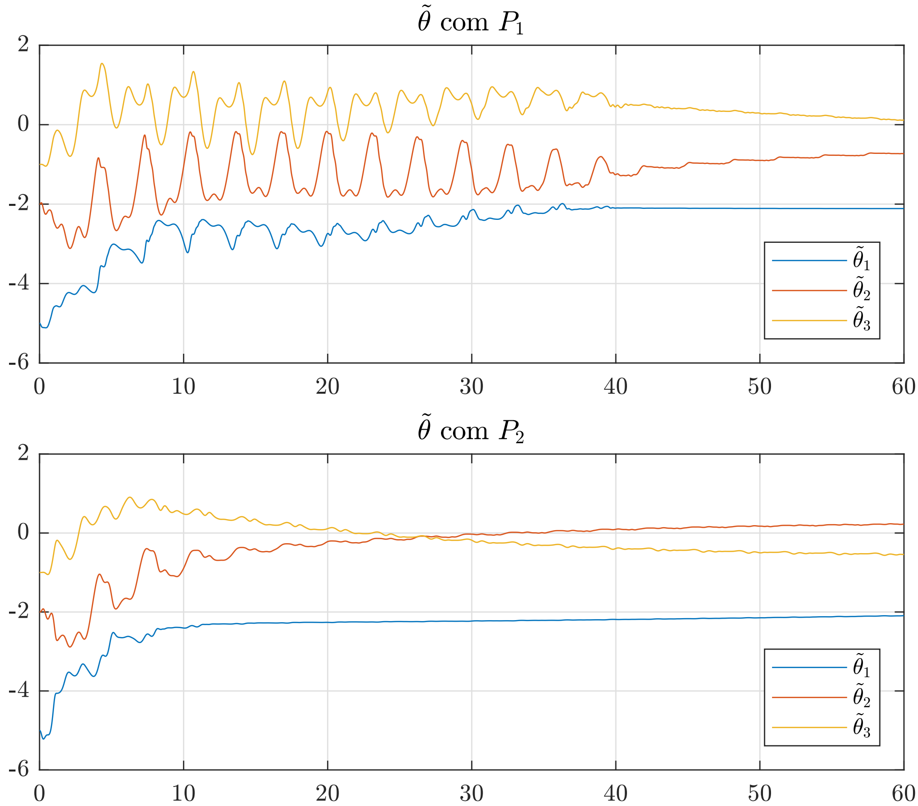
Verificamos o comportamento do sistema para variações na planta e modelo.

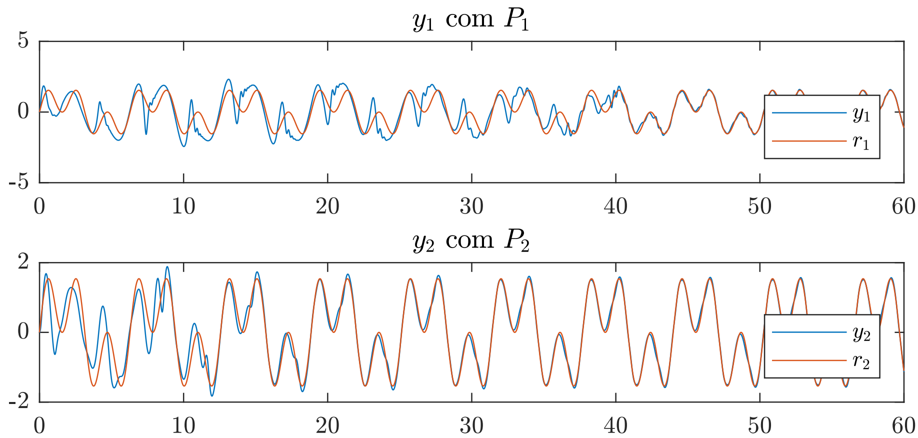
Simulação 3.1: planta

$$y = \frac{5}{s^2 + 2s + 1} u \text{ e } \frac{5}{s^2 - 2s + 1} u, \qquad \theta(0) = 0\,, \qquad y(0) = 0\,, \qquad \Gamma = 1\,\mathbf{I}_3\,,$$
$$y_r = \sin(t) + \sin(3t)\,.$$





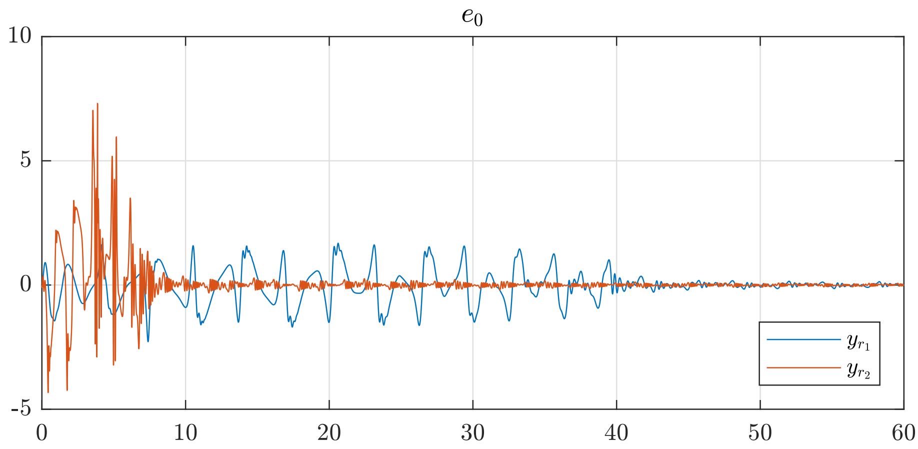


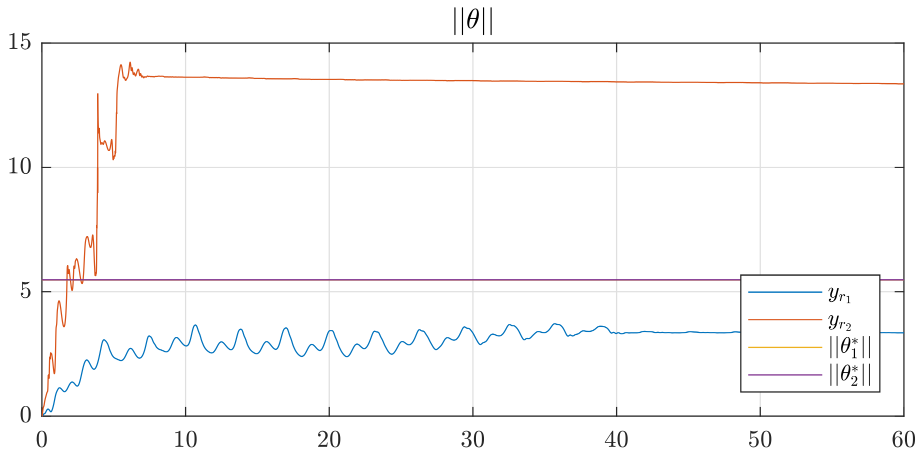


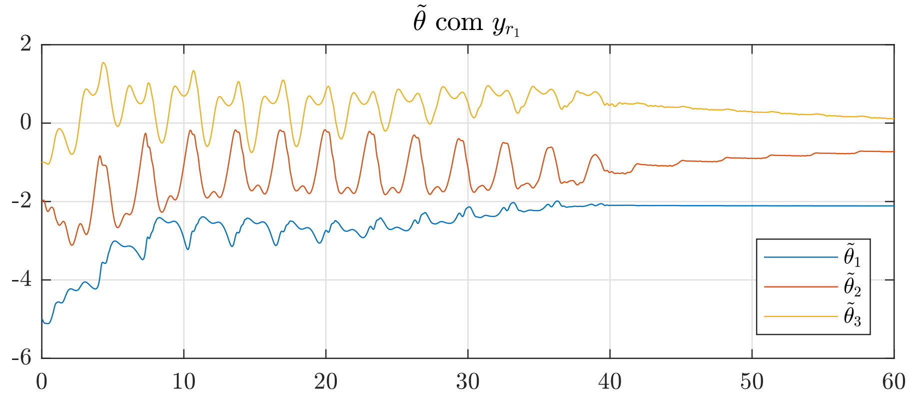
<u>Simulação 3.2</u>: modelo

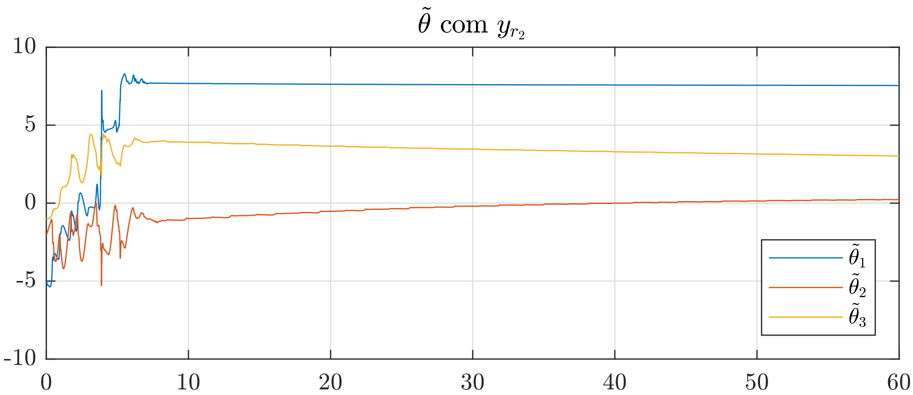
$$y = \frac{5}{s^2 + 2s + 1} u \qquad \theta(0) = 0\,, \qquad y(0) = 0\,, \qquad \Gamma = 1\,\mathbf{I}_3\,,$$

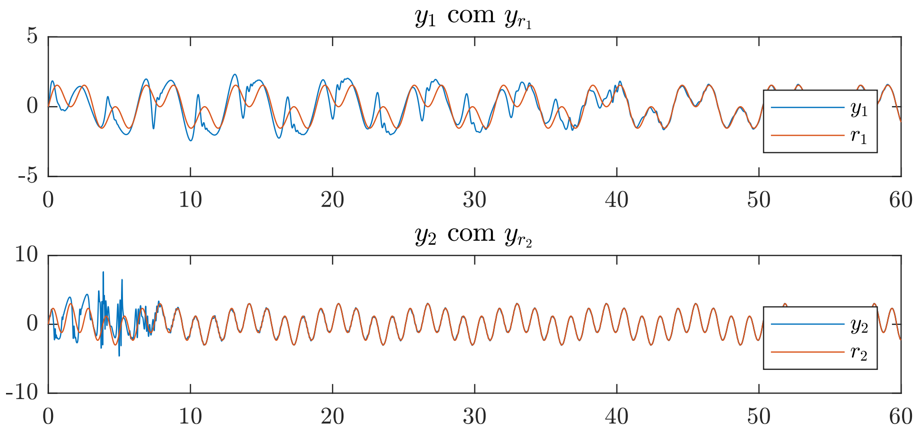
$y_r = \sin(t) + \sin(3t)$ e $\sin(t) + 2\sin(5t)$.


e_0
y_{r_1}
y_{r_2}


$||\theta||$
y_{r_1}
y_{r_2}
$||\theta_1^*||$
$||\theta_2^*||$


$\tilde{\theta}$ com y_{r_1}
$\tilde{\theta}_1$
$\tilde{\theta}_2$
$\tilde{\theta}_3$


$\tilde{\theta}$ com y_{r_2}
$\tilde{\theta}_1$
$\tilde{\theta}_2$
$\tilde{\theta}_3$


y_1 com y_{r_1}
5
0
-5
0
10
20
30
40
50
60
y_1
r_1
y_2 com y_{r_2}
10
0
-10
0
10
20
30
40
50
60
y_2
r_2

5 Discussão

A **simulação #1** mostra o comportamento do sistema para variações nas condições iniciais. A rapidez da convergência depende de quão próximo os parâmetros estimados estão dos parâmetros reais. A simulação mostrou um comportamento semelhante para ambos os casos. Quando deslocamos o $y(0)$, na simulação 1.2, os sistemas também apresentam comportamento semelhante, pois a variável de controle u é alterada e não apresenta saturação, compensando a condição inicial.

A **simulação #2** mostra o comportamento do sistema para variações no ganho de adaptação Γ. Podemos verificar convergência mais rápida quando o Γ é maior, porém também observamos maiores oscilações e picos de erro.

A **simulação #3** mostra o comportamento do sistema para variações na planta. Escolhemnos plantas instáveis e estáveis. Podemos observar que, em ambos os casos, o sinal de controle foi capaz de corrigir o erro, sem muitas dificuldades. O comportamento dos sistemas é semelhante. A alteração do modelo, na simulação 3.2, mostrou que modelos mais complexos, com frequências mais altas e maiores amplitudes, demoram mais para convergir.