COE-835 Controle adaptativo

Simulações do Trabalho 2

Grupo: Guilherme Pires Sales de Carvalho
Matheus Ferreira dos Reis
Renan Salles de Freitas

Algoritmo: Identificação de parâmetros

Caso: $n = 1, 2, 3$ (ordem da planta)
$n^* = 1$ (grau relativo)
$n_p = 2, 4, 6$ (# de parâmetros)

Conteúdo

1 Resumo das equações do método

Abaixo, resumimos algumas das principais equações utilizadas no método.

2 Identificação de parâmetros

Identificação de parâmetros é usar a coleção de sinais disponíveis do sistema, baseado em algum critério de otimalidade e informação da estrutura, para produzir uma estimativa dos parâmetros desconhecidos da planta. Identificação adaptativa dos parâmetros é um procedimento de estimação dinâmica que faz uso da atualização dos sinais do sistema para estimar os parâmetros desconehcidos, atualizados on-line. A identificação adaptativa de parâmetros é crucial para o projeto de controladores adaptativos, onde os parâmetros de controle devem ser atualizados on-line ao mesmo tempo em que o sistema está em operação.

Considere um sistema linear invariante no tempo descrito pela equação diferencial (Eq. 1):

$$P(s)[y](t) = Z(s)[u](t), \tag{1}$$

onde $y(t) \in \mathbb{R}$ e $u(t) \in \mathbb{R}$ são os sinais medidos de saída e entrada do sistema e

$$P(s) = s^n + p_{n-1}s^{n-1} + \ldots + p_1 s + p_0, \tag{2}$$

$$Z(s) = z_m s^m + z_{m-1}s^{m-1} + \ldots + z_1 s + z_0 \tag{3}$$

são os polinômios em s, s sendo o operador de diferencial $s[x](t) = \dot{x}(t)$; e $p_i, i = 0, 1, \ldots, n-1$, $z_i, i = 0, 1, \ldots, m$ com $n > m$, são os parâmetros desconhecidos da planta.

Escolhe-se um polinômio estável $\Lambda(s) = s^n + \lambda_{n-1}s^{n-1} + \ldots + \lambda_1 s + \lambda_0$. Multiplicando ambos os lados da equação 1 pelo filtro $\frac{1}{\Lambda(s)}$, temos:

$$y(t) = \frac{Z(s)}{\Lambda(s)}[u](t) + \frac{\Lambda(s) - P(s)}{\Lambda(s)}[y](t). \tag{4}$$

Introduzindo o vetor de parâmetros e regressor:

$$\theta* = [z_0, z_1, \ldots, z_{m-1}, z_m, \lambda_0 - p_0, \lambda_1 - p_1, \ldots, \lambda_{n-2} - p_{n-2}, \lambda_{n-1} - p_{n-1}]^\intercal \in \mathbb{R}^{n+m+1}, \tag{5}$$

$$\begin{aligned}\phi(t) = \Bigg[&\frac{1}{\Lambda(s)}[u](t), \frac{s}{\Lambda(s)}[u](t), \ldots, \frac{s^{m+1}}{\Lambda(s)}[u](t), \frac{s^m}{\Lambda(s)}[u](t), \\ &\frac{1}{\Lambda(s)}[y](t), \frac{s}{\Lambda(s)}[y](t), \ldots, \frac{s^{n-2}}{\Lambda(s)}[y](t), \frac{s^{n-1}}{\Lambda(s)}[y](t)\Bigg]^\intercal \in \mathbb{R}^{n+m+1},\end{aligned} \tag{6}$$

podemos expressar 4 como:

$$y(t) = \theta^{*\intercal}\phi(t). \tag{7}$$

A implementação do filtro é realizada pela construção de dois sistemas dinâmicos, na realização de estados:

$$\dot{\omega}_1(t) = A_\lambda \omega_1(t) + bu(t) \tag{8}$$

$$\dot{\omega}_2(t) = A_\lambda \omega_2(t) + by(t), \tag{9}$$

onde $\omega_1(t) \in \mathbb{R}^n$, $\omega_2(t) \in \mathbb{R}^n$ e

$$A_\lambda = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & \ldots & 0 & 1 \\ -\lambda_0 & -\lambda_1 & \ldots & \ldots & -\lambda_{n-2} & -\lambda_{n-1} \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n \tag{10}$$

E o vetor regressor $\phi(t)$ pode ser escrito como:

$$\phi(t) = \left[(C_m \omega_1(t))^\intercal, \omega_2^\intercal(t)\right]^\intercal, \tag{11}$$

$$C_m = \left[I_{m+1}, 0_{(m+1)\times(n-m-1)}\right] \in \mathbb{R}^{(m+1)\times n}. \tag{12}$$

Onde, I_{m+1} é a matriz identidade de dimensão $(m+1)\times(m+1)$.

Considere $\theta(t)$ a estimativa dos parâmetros θ^*. O erro de estimação pode ser definido como:

$$\epsilon(t) = \theta^\intercal(t)\phi(t) - y(t) = \tilde{\theta}^\intercal(t)\phi(t), t \geq t_0. \tag{13}$$

Neste trabalho, serão considerados dois algoritmos para a atualização da estimação dos parâmetros (θ): método do gradiente normalizado e método *least-square*.

O algoritmo do gradiente normalizado para atualização da estimação dos parâmetros corresponde escolher a derivada de $\theta(t)$ na direção do gradiente descendente, minimizando a função custo normalizada:

$$J(\theta) = \frac{\epsilon^2}{2m^2} = \frac{\tilde{\theta}^\intercal \phi \phi^\intercal \tilde{\theta}}{2m^2}, \tag{14}$$

$$m^2 = 1 + \kappa \phi^\intercal(t)\phi \tag{15}$$

Derivando-se a função custo, obtém-se a lei de adaptação paramétrica:

$$\dot{\theta}(t) = -\frac{\Gamma\phi(t)\epsilon(t)}{m^2(t)}, \theta(t_0) = \theta_0, t \geq t_0, \tag{16}$$

onde $\Gamma = \Gamma^\intercal > 0$ é uma matrix de ganhos. Vale observar que é possível provar por Lyapunov a estabilidade e convergência de $\epsilon = \theta^\intercal(t)\phi(t) - y(t)$ para zero. Porém, esta condição não garante $\tilde{\theta} = 0$, apenas garante a ortogonalidade entre os vetores dos parâmetros e regressor. A convergência é garantida quando há excitação persistente no sistema.

No caso do algoritmo *least-square* normalizado, a atualização paramétrica é dada pela equação:

$$\dot{\theta}(t) = -\frac{P(t)\phi(t)\epsilon(t)}{m^2(t)}, \theta(t_0) = \theta_0, t \geq t_0, \tag{17}$$

$$\dot{P}(t) = -\frac{P(t)\phi(t)\phi^\intercal(t)P(t)}{m^2(t)}, P(t_0) = P_0 = P_0^\intercal > 0, t \geq t_0, \tag{18}$$

$$m^2(t) = 1 + \kappa\phi^\intercal(t)P(t)\phi(t), \kappa > 0. \tag{19}$$

3 Diagramas de blocos

4 Discussão