



Universidade Federal do Rio de Janeiro
Departamento de Ciência da Computação

Data: 12 de Agosto de 2017

Análise de EDO

Métodos para encontrar o valor aproximado da EDO

Renan Hozumi Barbieri - 111201610

Análise de EDO

Objetivo do projeto

Escolher uma Equação Diferencial Ordinária para aplicar os métodos de cálculo de uma EDO aprendidos em sala de aula e exibir os resultados comparando com o valor real da função.

Descrição do Projeto

Escolha da EDO

A equação escolhida foi a de crescimento exponencial de uma população. Esta equação pode ser descrita da seguinte forma:

Seja $P(t)$ a quantidade que aumenta com o tempo t e a taxa de crescimento é proporcional à mesma quantidade de P seguindo a seguinte fórmula:

$$\frac{dP}{dt} = kP$$

onde $\frac{dP}{dt}$ é a primeira derivada de P , $k > 0$ e t é o tempo.

A solução para a equação diferencial de primeiro grau acima é:

$$P(t) = P_0 e^{kt}$$

onde P_0 é a população inicial.

Implementação

A partir da escolha da EDO, podemos modelar a sua equação de acordo com os métodos dados em aula. O código, em python, implementado para realizar a análise pode ser encontrado em anexo a este arquivo ou em github.com.

Primeiro Método

Pelo primeiro método, temos:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{P(t+dt) - P(t)}{dt}$$

Sendo assim, podemos chegar à conclusão que:

$$\frac{dP}{dt} dt + P(t) = P(t + dt)$$

Sendo dt uma constante que determina o intervalo de análise ao redor do ponto.

Segundo Método

Pelo segundo método, temos:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{P(t+dt) - P(t-dt)}{2 dt}$$

Sendo assim, podemos chegar à conclusão que:

$$\frac{dp}{dt} 2dt + P(t - dt) = P(t + dt)$$

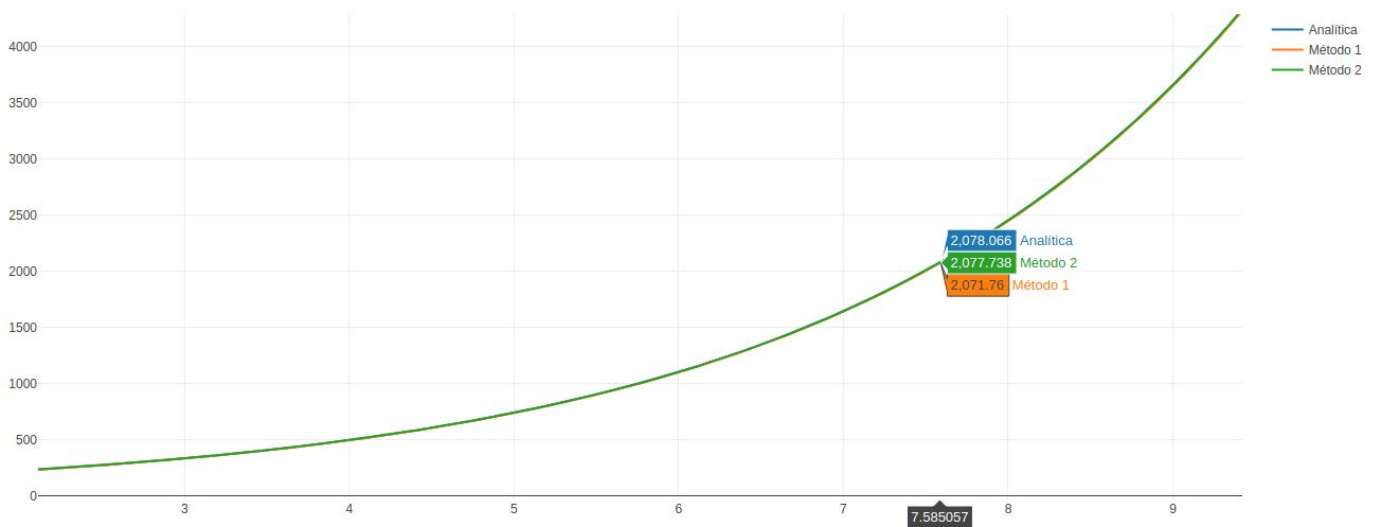
Sendo dt uma constante que determina o intervalo de análise ao redor do ponto.

Resultados

Em um primeiro teste foram utilizados os seguintes parâmetros:

População inicial: 100; *k:* 0.4; *dt:* 0.2

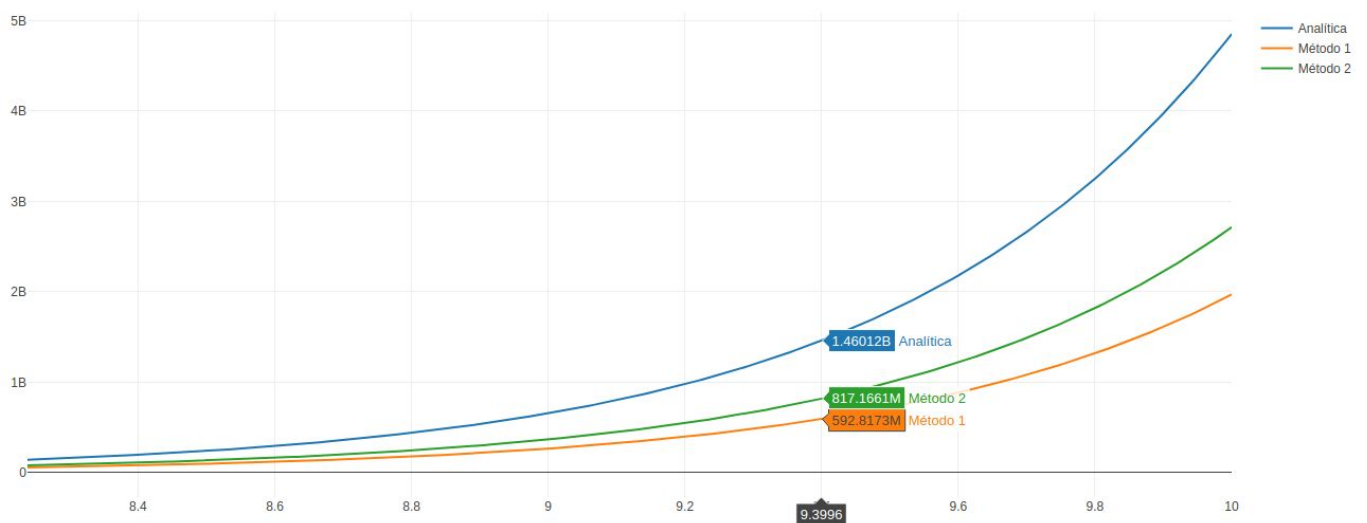
O resultado é mostrado no gráfico abaixo:



Em um segundo teste foram utilizados os seguintes parâmetros:

População inicial: 10; *k:* 2; *dt:* 1

O resultado é mostrado no gráfico abaixo:



Como podemos observar, ao aumentar o Δt e o valor de k , os métodos utilizados para desenhar a função aumentaram o seu erro muito mais rápido. Sendo assim, esses métodos são mais eficazes para valores de Δt e k menores.