

Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca

Matemática Discreta - Prof. Diego Brandão

PF – 04 de novembro de 2021 – Duração: 02 horas

Nome: \_\_\_\_\_ Nota: \_\_\_\_\_

**Leia atentamente as seguintes instruções:**

- Em todas as questões, **explique passo a passo** as etapas do desenvolvimento da sua resposta. Não se limite à aplicação de fórmulas;
- Suas soluções devem ser manuscritas e digitalizadas para entrega via plataforma;
- A avaliação é individual;
- Será atribuída a **nota ZERO** a Prova, sempre que constatado plágio.

**Questão 1 (2,0 pontos)** - Considere que  $f: \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função cuja equação é  $f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$ .

- Forneça a definição (domínio, contradomínio e equação) da função  $g(x)$  inversa de  $f(x)$ .
- Verifique  $(f \circ g)(r) = (g \circ f)(r) = r$ , para qualquer  $r \in \mathbb{R} - \{-1\}$

**Questão 2 (2,0 pontos)** - Prove por indução matemática que, para todo número natural  $n > 0$ , a seguinte expressão sempre gera um número divisível por 7:

$$2^{3n} - 1$$

**Questão 3 (2,0 pontos)** - Um site da internet exibe todo dia uma imagem proveniente de um banco de dados com 30 imagens. Dado um período qualquer de 100 dias, mostre que alguma imagem deve ser exibida quatro vezes.

**Questão 4 (2,0 pontos)** - Seja  $X$  um conjunto finito com  $n$  elementos. Ache uma relação de recorrência  $C(n)$  para o número de elementos do conjunto das partes  $P(X)$ .

**Questão 5 (2,0 pontos)** - Existe um teorema na área de Teoria de Grafos com o seguinte enunciado: "Seja  $G$  um grafo não orientado. A soma dos graus dos vértices de  $G$  é igual a duas vezes o número de arestas em  $G$ ."

Agora analise a seguinte situação:

Existem 11 times em uma liga de futebol no subúrbio do Rio de Janeiro. O presidente desta liga decide que cada time irá jogar cinco jogos contra diferentes oponentes. A partir do teorema acima, explique o porquê essa ideia não irá funcionar.