

Lista 3 Matemática Discreta

Professor: Diego Nunes Brandao

Aluno: Nicolas Vycas Nery

1 – Pesquise sobre funções parciais e totais. Defina funções parciais, funções totais. Relacione tais definições com a definição de Relação. Apresente um diagrama em formato de conjuntos e mostrando a relação que existe entre as três definições. Dê exemplos de funções parciais e totais.

1)

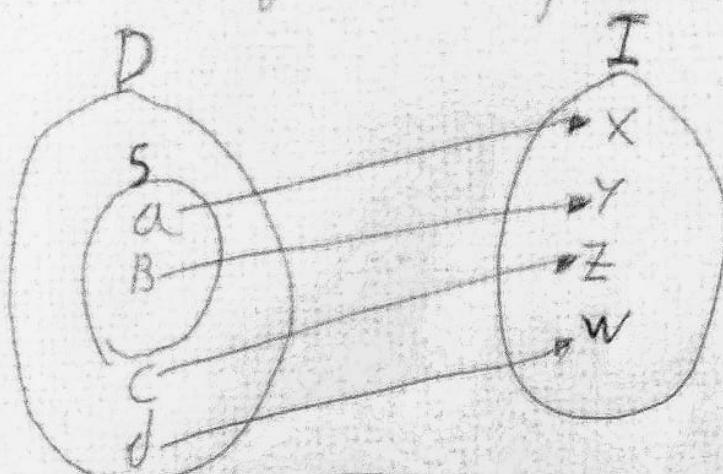
função parcial: Uma função que não é definida para todos os elementos no domínio.

função total: Uma função que está definida para todos os elementos do domínio.

As funções são relações entre um conjunto total, o um subconjunto, conjunto parcial, que define um ~~sub~~ domínio, a um conjunto imagem.

S seja $f: D \rightarrow I$ e $g: S \rightarrow I; S \subseteq D$

Relação:



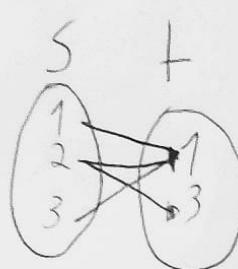
f é uma função total

g é uma função parcial

2 – Quais itens a seguir são funções do domínio no contradomínio indicados? Para os que não forem, justifique. Defina também para cada função seu conjunto imagem.

- $f : S \rightarrow T$, onde $S = T = \{1, 2, 3\}$, $f = \{(1, 1), (2, 3), (3, 1), (2, 1)\}$
- $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$, onde $g(x) = |x|$ (módulo de x)
- $h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, onde $h(x) = x - 4$
- $u : S \rightarrow T$, onde $S = \mathbb{R}$, $T = \mathbb{R}$ e $u(x) = (2x + 1)/(x + 1)$.

2)

a) 

seja f a imagem da função

R: Não é uma função
Porque o elemento 2 está ligado a dois elementos do contradomínio

b) $\text{im } g = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$
R: é uma função

c) $h(x) = x - 4$ ~~$x \in \mathbb{N}$~~
 $\forall x \in \mathbb{N} \rightarrow h(0) = -4 \notin \mathbb{N}$
R: Não é função, os elementos $\{0, 1, 2, 3\}$ não possuem imagem no contradomínio

$h(1) = -3 \notin \mathbb{N}$
 $h(2) = -2 \notin \mathbb{N}$
 $h(3) = -1 \notin \mathbb{N}$

Possuem imagem no contradomínio

d) $u(x) = \frac{2x+1}{x+1}$ " $x = -1 \rightarrow \frac{2(-1)+1}{-1+1} = \frac{-1}{0}$ é indefinido"

há é uma função pois o contradomínio não está definido em -1

3 -

Sejam $S = \{1, 2, 3\}$ e $T = \{1, 4, 9\}$.

A função $f : S \rightarrow T$ é definida por $f = \{(1, 1), (2, 4), (3, 9)\}$.

A função $g : S \rightarrow T$ é definida pela equação

$$g(n) = \frac{\sum_{k=1}^n (4k - 2)}{2}$$

Prove que $f = g$.

3)

Seja $S = \{1, 2, 3\}$

$$g(n) = \frac{\sum_{k=1}^n (4k - 2)}{2} \quad T = \{1, 4, 9\}$$

$$f = \{(1, 1), (2, 4), (3, 9)\}$$

$$\cdot \quad g(1) = \frac{(4 \times 1 - 2)}{2} = \frac{2}{2} = 1 \quad ; \quad \underline{g(1) = 1}$$

$$\cdot \quad g(2) = \frac{(4 \times 1 - 2) + (4 \times 2 - 2)}{2} = \frac{2 + 6}{2} = 4 \quad ; \quad \underline{g(2) = 4}$$

$$\cdot \quad g(3) = \frac{(4 \times 1 - 2) + (4 \times 2 - 2) + (4 \times 3 - 2)}{2} = \frac{2 + 6 + 10}{2} = 9 \quad ; \quad \underline{g(3) = 9}$$

$$\therefore \quad g(1) = 1 \quad ; \quad g(2) = 4 \quad ; \quad g(3) = 9$$

$$\therefore \quad f = g$$

4 – Usando a notação $f(x) = 2x - 1$ para descrever a associação da função, escreva um conjunto de pares ordenados para os casos do contradomínio ser R e

- (a) o domínio ser $S = \{0, 1, 2\}$
- (b) o domínio ser $S = \{1, 2, 4, 5\}$

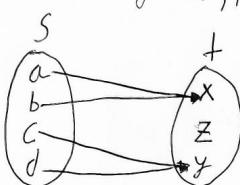
4) $f(x) = 2x - 1$ a) $S = \{0, 1, 2\}$ $\text{Imagem} = \{-1, 1, 3\}$ $R = \{(0, -1), (1, 1), (2, 3)\}$	b) $S = \{1, 2, 4, 5\}$ $\text{Imagem} = \{1, 3, 7, 9\}$ $R = \{(1, 1), (2, 3), (4, 7), (5, 9)\}$
---	---

5 – Sejam $S = \{a, b, c, d\}$ e $T = \{x, z, y\}$

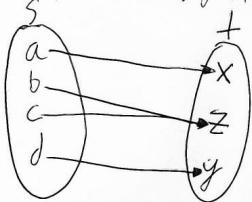
- a) Apresente um exemplo de função de S em T que não seja sobrejetiva e nem injetiva.
- b) Apresente um exemplo de função de S em T que seja sobrejetiva, mas não seja injetiva.
- c) É possível encontrar uma função de S em T que seja injetiva? Caso seja, descreva. Caso contrário, crie uma função bijetiva qualquer e mostre que ela é bijetiva.

5) Seja $S = \{a, b, c, d\}$ e $T = \{x, z, y\}$

a) Não sobrejetiva, não injetiva

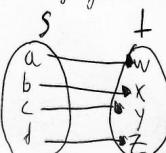


b) Sobrejetiva, não injetiva



c) Não, porque não há elementos
o suficiente em T para que cada
uma das quatro relações que ligam todos os elementos
de S a um elemento em T

Ex: função injetiva seja $S = \{a, b, c, d\}$ e $T = \{w, x, y, z\}$; S em T



6 - Seja $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ definida por $f(x) = x-4$. Seja $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ definida por $g(x) = 3x$. Calcule o seguinte:

- (a) $(g \circ f)(5)$
- (b) $(f \circ g)(5)$
- (c) $(g \circ f)(x)$
- (d) $(f \circ g)(x)$
- (e) $(f \circ f)(x)$
- (f) $(g \circ g)(x)$

6) Seja $f(x) = x-4$ e $g(x) = 3x$

a) $(g \circ f)(5) = 3 \cdot 5 - 12 \stackrel{=} 3$ | $f(g \circ g)(x) = 9x$

3 ∈ N

b) $(f \circ g)(5) = 3 \cdot 5 - 4 = 11$ | $3(3x) = 9x$

11 ∈ N

c) $(g \circ f)(x) = 3x - 12$

$3(x-4)$

$3x - 12$

d) $(f \circ g)(x) = 3x - 4$

$(3x) - 4 \rightarrow 3x - 4$

e) $(f \circ f)(x) = 4x + 16$

$(x-4) - 4 = -4x + 16$

7 – Para o item anterior descreva as funções inversas quando possível.

7)

a) $(g \circ f)^{-1}(5) = \frac{5}{3} + 4 = \frac{17}{3}$

$\frac{17}{3} \notin \mathbb{N}$

b) $(f \circ g)^{-1}(5) = \frac{5+4}{3} = 3$

$3 \in \mathbb{N}$

c) $(g \circ f)(x) = 3x - 12$

$x = 3y - 12$

$\frac{x+12}{3} = y$

$(g \circ f)^{-1} = \frac{x}{3} + 4$

d) $(f \circ g)(x) = 3x - 4$

$x = 3y - 4$

$\frac{x+4}{3} = y$

$(f \circ g)^{-1}(x) = \frac{x+4}{3}$

e) $(f \circ h)(x) = 4x + 16$

$x = 4y - 16$

$\frac{x-16}{4} = y$

$(f \circ h)^{-1}(x) = \frac{x}{4} - 4$

f) $(g \circ f)(x) = 9x$

$x = 9y$

$\frac{x}{9} = y$

$(g \circ f)^{-1}(x) = \frac{x}{9}$

8 – Quantos divisores tem o número $N = 2^3 \times 3^2 \times 5^4$?

8) $N = 2^3 \times 3^2 \times 5^4$

$$(3+1) \cdot (2+1) \cdot (4+1)$$
$$4 \cdot 3 \cdot 5 = 60 \text{ divisores}$$

9 – Um estudante recebe uma prova contendo 6 questões. Ele deve escolher 4 para resolver. De quantas maneiras diferentes ele pode fazer essa escolha?

9) 6 questões escolher 4

$$C_{6,4} = \frac{6!}{4!(6-4)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{4! \cdot 2!} = \frac{30}{2} = 15$$

R: 15 maneiras diferentes

10 – Considere os números de 3 algarismos distintos formados com os dígitos 2, 3, 5, 8 e 9.

- (a) Quantos são estes números?
- (b) Quantos são menores do que 800?
- (c) Quantos são múltiplos de 5?
- (d) Quantos são pares?
- (e) Quantos são ímpares?
- (f) Quantos são múltiplos de 2?

10)

a) $P_5 = 5! = 120$

$$5 \times 4 \times 3 = 60$$

b)

$$\frac{5 \times 4 \times 3}{2,8} = 24 \rightarrow 60 - 24 = 36$$

c) $\frac{5 \times 4 \times 3}{5} = 12$

d) $\frac{5 \times 4 \times 3}{2,8} = 24$

e) $\frac{5 \times 4 \times 3}{5,8,9} = 36$

f) Resposta da letra d 24