Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET/RJ)

Departamento Acadêmico de Informática (DEPIN)

Matemática Discreta

Lista de Exercícios 06 - Técnicas de Contagem

Prof. Diego Brandão

- **1.** Uma pessoa entra num restaurante. No menu, existem 4 entradas, 5 pratos principais e 2 sobremesas. Quantas são as possíveis maneiras de escolher uma jantar completo?
- **2.** Um homem possui cinco camisas, quatro calças, três paletós e dois pares de sapatos. De quantos modos diferentes pode se vestir?
- **3.** Quantos números inteiros de quatro algarismos podem ser formados com os dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 9, se cada dígito pode ser usado apenas uma vez?
- **4.** Quantos números inteiros pares de quatro algarismos podem ser formados com os dígitos 0, 1, 2, 5, 6 e 9, se cada dígito pode ser usado apenas uma vez?
- **5.** Em um grupo de 8 pessoas, quantas comissões de 3 pessoas existem?
- **6.** Um grupo de 8 pessoas é formado por 5 homens e 3 mulheres. Quantas comissões de 3 pessoas podem ser formadas incluindo exatamente 2 homens?
- 7. Deseja-se fazer uma viagem para a cidade A ou para a cidade B. Existem 5 caminhos possíveis para a cidade A e 3 possíveis caminhos para a cidade B. De quantas maneiras possíveis esta viagem pode ser realizada?
- **8.** Quantas pessoas devem estar na mesma festa para garantirmos que duas pessoas têm nomes que começam com a mesma letra?
- 9. Mostre que, em uma festa com n pessoas, existem pelo menos duas que conhecem o mesmo número de pessoas (não necessariamente as mesmas pessoas). Considere que (i) a relação conhecer é simétrica, e que (ii) não há penetras na festa (ou seja, toda pessoa na festa conhece pelo menos outra pessoa).
- **10.** Prove que se 4 números são escolhidos do conjunto {1, 2, 3, 4, 5, 6}, então a soma de 2 deles é 7.
- **11.** Qual é o número mínimo de pessoas que devemos ter para garantir que quatro delas nasceram no mesmo dia da semana?
- 12. Quantas soluções inteiras não negativas tem a equação $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3$?
- 13. Quantas soluções inteiras não negativas tem a equação $x_1 + x_2 + x_3 = 5$?
- **14.** Um presidente e um vice-presidente precisam ser escolhidos para a diretoria de uma organização. Existem 17 voluntários da Região Leste e 24 voluntários da Região Sul. Se ambos não devem pertencer à mesma região, de quantas maneiras diferentes esses funcionários podem ser selecionados?
- 15. O sistema Braille foi inventado em 1821 e é utilizado para comunicação entre pessoas com deficiência visual. Um documento escrito no sistema Braille consiste de uma seqüência de células, onde posições são marcadas em altorelevo, em cada célula, de uma a seis posições. A presença ou ausência do alto-relevo determina o símbolo correspondente de um célula. Por exemplo, a célula ao lado corresponde ao símbolo (letra) A (o ponto preto corresponde à única posição marcada em alto relevo). Quantos símbolos podem ser formados no sistema Braille? Justifique sua resposta.
- **16.** Um novo alojamento para oficiais do exército é criado com 12 dormitórios. No momento, há apenas dois oficiais, João e Maria. De quantas maneiras é possível alocar um dormitório para cada um desses dois oficiais?
- 17. As cadeiras de um auditório devem ser rotuladas com uma letra maiúscula seguida de um inteiro positivo que não deve exceder 100. Qual é a quantidade máxima de cadeiras que podem ser rotuladas de forma única?

Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET/RJ)

Departamento Acadêmico de Informática (DEPIN)

Matemática Discreta

Lista de Exercícios 06 - Técnicas de Contagem

Prof. Diego Brandão

- 18. Quantas identificações de veículos podem existir se cada placa de carro deve conter uma sequência de três letras em maiúsculas seguida por três dígitos? (Nessa contagem, considere que mesmo sequências obscenas de letras são aproveitadas!)
- 19. Quantas funções podem ser definidas de um conjunto com m elementos para um conjunto com n elementos?
- **20.** Qual o valor de k após o programa apresentado na Figura ter sido executado?

```
k := 0
for i_1 := 1 to n_1
for i_2 := 1 to n_2

.

for i_m := 1 to n_m
k := k + 1
```

- **21.** Suponha que ou um aluno ou um professor da Escola de Informática seja selecionado para representar o CEFET/RJ em uma comissão. De quantas formas diferentes esse representante pode ser selecionado se há 37 professores e 87 alunos, e nenhum desses é professor e aluno ao mesmo tempo?
- 22. Em uma versão da linguagem de programação BASIC, o nome dado a uma variável é uma cadeia de um ou dois caracteres alfanuméricos. Nessa linguagem, caracteres em maiúsculas e minúsculas não são diferenciados. (Um caracter alfanumérico é ou uma das 26 letras do alfabeto ou um dos 10 dígitos.) Além disso, o nome de uma variável deve necessariamente começar com um letra e deve ser diferente das cinco cadeias de dois caracteres que são reservadas. Quantos nomes diferentes de variáveis podem existir em um programa escrito em BASIC?
- 23. Cada usuário em um sistema de computadores possui uma senha. Cada senha possui tamanho entre 6 e 8 caracteres, em que cada caracter é uma letra maiúscula ou um dígito. Cada senha deve necessariamente conter no mínimo um dígito. Quantas são as senhas possíveis nesse sistema?
- **24.** Uma quitanda vende apenas brocólis, cenoura e quiabo. Em um determinado dia, a quitanda atende a 208 pessoas. Dessas pessoas, 114 compram brocólis, 152 compram cenoura, 17 compram quiabos, 64 compram brocólis e cenoura, 12 compram cenouras e quiabos e 9 compram os três produtos. Quantas compram brocólis e quiabo?
- **25.** No elevador de um edifício, entram 6 pessoas. De quantas maneiras essas pessoas podem saltar nos andares 2, 3 e 4, de modo que pelo menos uma pessoa salte em cada andar?
- **26.** Quantas cadeias de bits de tamanho 8 ou começam com um 1 ou terminam com dois bits 00?
- **27.** Se uma gaveta contém 10 meias pretas e 10 meias azuis, quantas meias devem ser retiradas aleatoriamente de modo a garantir que se obtenha duas meias da mesma cor?
 - a) 20?
 - b) 19?
 - c) 11?
 - d) 3?

Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET/RJ) Departamento Acadêmico de Informática (DEPIN) Matemática Discreta Lista de Exercícios 06 - Técnicas de Contagem Prof. Diego Brandão

- e) 2?
- **28.** Um pacote com jujubas contém dúzias delas. Há jujubas de oito cores diferentes. Quantas jujubas devemos retirar do pacote de forma a garantir que tenhamos
 - (a) no mínimo duas jujubas da mesma cor?
 - (b) três da mesma cor?
 - (c) quatro da mesma cor?
- 29. Se selecionamos 6 inteiros distintos de 1 até 9,
 - (a) para no mínimo um par deles, a soma resulta em 10. Por que?
 - (b) para no mínimo dois delesa, a soma resulta no mesmo valor. Por que?

Quantos inteiros devemos selecionar de 1 até 99 de forma a garantir que no mínimo dois pares distintos irão resultar no mesmo valor?

- **30.** Suponha que números binários sejam resultantes de um experimento aleatório.
 - a) Suponha que o experimento aleatório gere números binários com 3 dígitos. Enumere todos esses números. Supondo que cada número tem a mesma probabilidade de ocorrência, calcule a probabilidade de ser gerado um número menor que do 6 (na base decimal).
 - b) Suponha que o experimento aleatório gere números binários com 32 dígitos. Supondo que cada número tem a mesma probabilidade de ocorrência, qual a probabilidade de ser gerado um número menor do que 6 (na base decimal).
- 31. Quantos números inteiros de quatro algarismos podem ser formados com os dígitos
 - a) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 9, se cada dígito pode ser usado apenas uma vez?
 - b) 0, 1, 2, 5, 6 e 9, se cada dígito pode ser usado apenas uma vez?
- 32. Considere um grupo de 8 pessoas.
 - a) Quantas comissões de 3 pessoas podem ser formadas?
 - b) Considere que o grupo é formado por 5 homens e 3 mulheres. Quantas comissões de 3 pessoas podem ser formadas incluindo exatamente 2 homens?