

**Avaliação Final de Matemática Discreta – 2020.2**

**Professor: Diego Brandão**

**Obs.: As respostas devem ser postadas na plataforma em formato PDF**

1 – (2,0 pontos) Sobre relações, responda os itens a seguir. Seja  $S = \{1, 2, 3\}$

- a) (0,15) Se uma relação  $\rho$  em  $S$  é reflexiva, quais pares ordenados devem pertencer a  $\rho$ ?
- b) (0,15) Se uma relação  $\rho$  em  $S$  é simétrica, quais pares ordenados devem pertencer a  $\rho$ ?
- c) (0,2) Se uma relação  $\rho$  em  $S$  é simétrica e se  $(a,b)$  pertencem a  $\rho$ , então quais outros pares ordenados devem pertencer a  $\rho$ ? Justifique.
- d) (0,25) Se uma relação  $\rho$  em  $S$  é anti-simétrica e se  $(a,b)$  e  $(b,a)$  pertencem a  $\rho$ , o que podemos afirmar? Explique sua resposta.
- e) (0,25) A relação  $\rho = \{(1,2)\}$  em  $S$  é transitiva? Justifique.
- f) (1,0) Mostre que o par ordenado  $(\mathbb{Z}, \leq)$ , em que  $\mathbb{Z}$  é o conjunto dos números inteiro.

2 – (2,0 pontos) Sobre técnicas de demonstração, responda os itens a seguir.

- a) (1,0 ponto) Prove que o quadrado de um número inteiro ímpar é da forma  $8k+1$  para algum inteiro  $k$
- b) (1,0 ponto) Prove por indução que, para todo natural  $n \geq 1$ ,  $1 + 2 + \dots + n \leq n^2$

3 – (2,0 pontos) Sobre grafos resolva os itens a seguir.

- a) (0,5 ponto) Desenhe um grafo que tenha o conjunto de vértices  $V = \{1,2,3,4,5\}$ , o conjunto de arestas  $E = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$  e a função  $g(a_1) = \{1,2\}$ ,  $g(a_2) = \{1,3\}$ ,  $g(a_3) = \{3,4\}$ ,  $g(a_4) = \{3,4\}$ ,  $g(a_5) = \{4,5\}$  e  $g(a_6) = \{5,5\}$ .
- b) (0,5 ponto) Encontre um isomorfismo para o grafo do item (a).
- c) (0,5 ponto) Determine a matriz de adjacências para o grafo do item (a).
- d) (0,5 ponto) Determine a lista de adjacências para o grafo do item (a).

4 – Sobre técnicas de contagem, responda:

- a) (1,0 ponto) Quantas são as palavras de 5 letras de um alfabeto de 26 letras nas quais a letra A figura mas não é a letra inicial da palavra?
- b) (1,0 ponto) Quantos números de 3 e 4 algarismos maiores do que 300 podem ser formados com os algarismo 0,1,3,5 e 7?

5 – Sobre conjuntos, responda:

- a) (1,0 ponto) Prove a identidade  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- b) (1,0 ponto) Por que a reversibilidade do produto cartesiano nem sempre é válida quando o conjunto resultante é vazio?