

## Lista 4 Matemática Discreta

**Professor: Diego Nunes Brandao**

**Aluno: Nicolas Vycas Nery**

- 3) Quantos números inteiros de quatro algarismos podem ser formados com os dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 9, se cada dígitos pode ser usado apenas uma vez?

**Resposta:**

digitos = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9}  
Limitos = 8.  
 $\frac{D}{8} \frac{P}{7} \frac{D}{6} \frac{P}{5} = 1680$

- 6) Um grupo de 8 pessoas é formado por 5 homens e 3 mulheres. Quantas comissões de 3 pessoas podem ser formadas incluindo exatamente 2 homens?

**Resposta:**

5 homens  
3 mulheres  
 $\frac{5 \times 4 \times 3}{2} = 30$   
R: 30 comisões

- 9) Mostre que, em uma festa com pessoas, existem pelo menos duas que conhecem o mesmo número de pessoas (não necessariamente as mesmas pessoas). Considere que (i) a relação conhecer é simétrica, e que(ii) não há penetras na festa (ou seja, toda pessoa na festa conhece pelo menos outra pessoa).

**Resposta:**

Seja:

$P$  o conjunto de pessoas;

$n$  o número de pessoas

$C: (p, q)$  o conjunto da relação Pessoa conhece pessoa onde  $p \in P$  e  $q \in P - p$ , já que uma pessoa não pode conhecer ela mesma;

Então: Como cada pessoa não pode conhecer ela mesma, essa pessoa sempre irá conhecer no máximo  $n - 1$  pessoas, concluído que sempre  $x$  pessoas têm a mesma quantidade de conhecidos.

12) Quantas soluções inteiras não negativas tem a equação  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3$

**Resposta:**

$$\begin{aligned} a+b+c+d &= 3 \\ p^{(3,3)}_6 &= \frac{6!}{3! 3!} \\ \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3! 3!} &= \frac{120}{6} = \underline{\underline{20}} \\ \underline{\underline{20 \text{ Soluções}}} \end{aligned}$$

15) O sistema Braille foi inventado em 1821 é utilizado para comunicação entre pessoas com deficiência visual. Um documento escrito no sistema Braille consiste de uma sequência de células, onde posições são marcadas em alto relevo, em cada célula, de uma a seis posições. A presença ou ausência do alto-relevo determina o símbolo correspondente de uma célula. Por exemplo, a célula ao lado corresponde ao símbolo(letra) **A** (o ponto preto corresponde à única posição marcada em alto relevo). Quantos símbolos podem ser formados no sistema Braille? Justifique sua resposta.

**Resposta:**

$$\begin{aligned} \text{Posições: } & \begin{array}{c} 00 \\ 00 \\ 00 \end{array} \\ \text{Cada posição pode ser 1, relevo, ou 0, ausência de relevo.} \\ \underline{\underline{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6 = 64}} \\ \underline{\underline{\text{R: 64 Símbolos diferentes}}} \end{aligned}$$

18) Quantas identificações de veículos podem existir se cada placa de carro deve conter uma sequência de três letras em maiúsculas seguida por três dígitos? (Nessa contagem, considere que mesmas sequências obscenas de letras são aproveitadas!)

**Resposta:**

$$\begin{aligned} \text{Placa: 3 dígitos e 3 letras maiúsculas} \\ \text{N dígitos} &= 10 \\ \text{N letras} &= 26 \quad \begin{array}{cccccc} L & L & L & D & D & D \end{array} \\ & 26 \times 26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 10 \\ & 17576 \times 1000 \\ \underline{\underline{\text{R: 17.576.000 identificações}}} \end{aligned}$$

**21)** Suponha que um aluno ou um professor da Escola de Informática seja selecionado para representar o CEFET/RJ em uma comissão. De quantas formas diferentes este representante pode ser selecionado se há 37 professores e 87 alunos, e nenhum desses é professor e aluno ao mesmo tempo?

**Resposta:**

$$\begin{aligned}
 & \text{Professores: } 37 \\
 & \text{Alunos: } 87 \\
 & \text{Professor ou aluno: } 37 + 87 \\
 & \text{Comitê formado: } 124 \\
 & \text{1 Pessoa} \\
 & \text{R: } 124 \text{ maneiras}
 \end{aligned}$$

**24)** Uma quitanda vende apenas brócolis, cenoura e quiabo. Em um determinado dia, a quitanda atende a 208 pessoas. Dessas pessoas, 114 compram brocólis, 152 compram cenoura, 17 compram quiabos, 64 compram brócolis e cenoura, 12 compram cenouras e quiabos e 9 compram os três produtos. Quantas compram brocólis e quiabo?

**Resposta:**

$$\begin{aligned}
 & \text{total = 208} \quad b + c = 64 \\
 & \text{brocolis = 114} \quad b + c + q = 9 \\
 & \text{cenoura = 152} \\
 & \text{quiabo = 17} \quad q = 12 \\
 & \text{b + q = } \underline{\underline{-1}} \\
 & \text{b + q = } \underline{\underline{-1}} \\
 & \text{B} \\
 & \text{C} \quad b \\
 & \text{B} \cap \text{C} \quad b \\
 & \text{B} \cap \text{Q} \quad x \\
 & \text{C} \cap \text{Q} \quad q \\
 & \text{B} \cap \text{C} \cap \text{Q} \quad 9 \\
 & \text{B} \cap \text{C} \cap \text{Q} \quad 3 \\
 & \text{B} \cap \text{Q} \quad q \\
 & \left\{ \begin{array}{l} b + x + q = 56 \\ b + x = 50 \\ q + x = 5 \end{array} \right. \\
 & R: x = -1 \\
 & \text{IMACC}
 \end{aligned}$$

**27)** Se uma gaveta contém 10 meias pretas e 10 meias azuis, quantas meias devem ser retiradas aleatoriamente de modo a garantir que se obtenha duas meias da mesma cor?

- a) 20?
- b) 19?
- c) 11?
- d) 3?

**Resposta:** Letra D: 3 meias. No pior caso as duas primeiras meias serão diferentes então é necessário somente mais uma meia de qualquer cor para completar um par.

**30)** Suponha que números binários sejam resultantes de um experimento aleatório.

- a) Suponha que o experimento aleatório gere números binários com 3 dígitos. Enumere todos esses números. Supondo que cada número tem a mesma probabilidade de ocorrência, calcule a probabilidade de ser gerado um número menor que do 6 (na base decimal).

**Resposta:**  $6_{10} = 110_2$ ; Os números gerados são entre:  $7_{10}, 111_2$ , e  $0_{10}, 000_2$ ; então a probabilidade de um número ser menor do que 6 é de 6 em 7 ou 85%;

- b) Suponha que o experimento aleatório gere números binários com 32 dígitos. Supondo que cada número tem a mesma probabilidade de ocorrência, qual a probabilidade de ser gerado um número menor do que 6 (na base decimal).

**Resposta:**

Os números gerados são entre:

$2^{31} - 1_{10}, 111111111111111111111111111111_2$ ,

e  $0_{10}, 00000000000000000000000000000000$ ;

então a probabilidade de um número ser menor do que 6 é de 6 em  $2^{31} - 1$