LA DECISION CON APOYO CUANTITATIVO



EL PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO (AHP)

1. Características Principales

El Proceso Analítico Jerárquico (Analytic Hierarchy Process, AHP), propuesto por Saaty en 1980, se basa en la idea de que la complejidad inherente a un problema de toma de decisión con criterios múltiples, se puede resolver mediante la jerarquización de los problemas planteados.

Este método puede considerarse, según la orientación dada al mismo, de muy diversas maneras. Su contribución es importante en niveles operativos, tácticos y estratégicos, sirviendo para mejorar el proceso de decisión debido a la gran información que aporta y a la mejora en el conocimiento del problema. Se puede entender como:

- Una técnica que permite la resolución de problemas multicriterio, multientorno y multiactores, incorporando en el modelo los aspectos tangibles e intangibles, así como el subjetivismo y la incertidumbre inherente en el proceso de toma de decisión.
- Una teoría matemática de la medida generalmente aplicada a la influencia entre alternativas respecto a un criterio o atributo.
- Una filosofía para abordar, en general, la toma de decisión.

La principal característica del AHP es que el problema de decisión se modeliza mediante una jerarquía en cuyo vértice superior está el principal objetivo del problema, meta a alcanzar y, en la base, se encuentran las posibles alternativas a evaluar. En los niveles intermedios se representan los criterios (los cuales a su vez se pueden estructurar también en jerarquías) en base a los cuales se toma la decisión. El diseño de las jerarquías requiere experiencia y conocimiento del problema que se plantea, para la cual es indispensable disponer de toda la información necesaria.

La segunda característica del método es que, en cada nivel de la jerarquía, se realizan comparaciones entre pares de elementos de ese nivel, en base a la importancia o contribución de cada uno de ellos al elemento de nivel superior al que están ligados. Este proceso de comparación conduce a una escala de medida relativa de prioridades o pesos de dichos elementos. Las

comparaciones por pares se realizan por medio de ratios de preferencia (si se comparan alternativas) o ratios de importancia (si se comparan criterios), que se evalúan según una escala numérica propuesta por el método, que más adelante se presenta. Los pesos o prioridades relativas deben sumar la unidad.

La tercera característica del AHP es que la información obtenida es generalmente redundante y más o menos inconsistente. Las matrices de comparaciones por pares contienen juicios redundantes en el sentido de que en una matriz de tamaño $n \times n$ se suelen emitir $n \times (n-1) / 2$ juicios (ya que conocido un término a_{ij} se obtiene fácilmente el término a_{ji} por la propiedad de reciprocidad), cuando de hecho solo se necesitaran n-1 juicios si se utilizase el álgebra (pues si se conoce el término a_{ij} y el término a_{jk} es posible conocer, mediante sencillos cálculos, el término a_{ik}). Esta diferencia en el número de juicios supone tiempo invertido que se podría haber evitado y puede producir inconsistencias dentro de la matriz. Sin embargo, desde otro punto de vista, esta redundancia resulta útil para mejorar la exactitud de los juicios y se aprovecha para, mediante la técnica matemática, reducir los errores y mejorar la consistencia de la matriz.

Por último, una vez evaluada la contribución de cada elemento a los elementos del nivel de la jerarquía inmediatamente superior, se calcula la contribución global de cada alternativa al objetivo principal o meta mediante una agregación de tipo aditivo.

En resumen, según Saaty, el método AHP es un modelo de decisión que interpreta los datos y la información directamente mediante la realización de juicios y medidas en una escala de razón dentro de una estructura jerárquica establecida. Es un método de selección de alternativas (estrategias, inversiones, etc.) en función de una serie de criterios o variables, las cuales suelen estar en conflicto.

2. Axiomas Básicos

Los axiomas básicos en los que se basa la teoría AHP son:

 Axioma de comparación recíproca: El decisor debe ser capaz de realizar comparaciones y establecer la fuerza de sus preferencias. La intensidad de estas preferencias debe satisfacer la condición recíproca: "Si A es x veces preferido que B, entonces B es 1/x veces preferido que A".

- Axioma de homogeneidad: "Las preferencias se representan por medio de una escala limitada".
- Axioma de independencia: "Cuando se expresan preferencias, se asume que los criterios son independientes de las propiedades de las alternativas".
- Axioma de las expectativas: "Para el propósito de la toma de una decisión, se asume que la jerarquía es completa".

3. Metodología del Proceso Analítico Jerárquico

Las etapas generales de la metodología AHP propuestas por Saaty en su formulación inicial son:

- 1° etapa) Modelización: En esta etapa se construye una estructura jerárquica en la que quedan representados todos los aspectos considerados relevantes en el proceso de resolución: actores, escenarios, factores, elementos e interdependencias. La jerarquía resultante debe ser completa, representativa, no redundante y minimalista. Su construcción es la parte más creativa del proceso de resolución, pudiendo aparecer posiciones enfrentadas entre los distintos participantes.
- 2ª etapa) Valorización: En la segunda etapa se incorporan las preferencias, gustos y deseos de los actores mediante los juicios incluidos en las denominadas matrices de comparación por pares. Estas matrices cuadradas reflejan la dominación relativa de un elemento frente a otro respecto a un atributo o propiedad común. El significado teórico es el siguiente, de los dos elementos comparados, se toma como referencia el que posee en menor medida o grado la característica en estudio y se da un valor numérico de las veces que "el mayor" incluye, recoge, domina o es más preferido que "el menor" respecto al atributo estudiado.
- 3ª etapa) Priorización y síntesis: Esta última etapa proporciona las diferentes prioridades consideradas en la resolución del problema. Se entiende por prioridad una unidad abstracta válida para cualquier escala en la que se integran las preferencias que el individuo tiene al comparar aspectos tangibles

e intangibles. En el problema de decisión se consideran tres tipos de prioridades:

- Las prioridades locales: Que son las prioridades de los elementos que cuelgan de un nodo común.
- Las prioridades globales: Que son la importancia de esos elementos respecto a la meta global fijada para el problema. La forma de calcularlas prioridades globales consiste en aplicar el principio de composición jerárquica: multiplicando los diferentes pesos que aparecen en el recorrido de la jerarquía desde el elemento inferior hasta la meta.
- La prioridad final o total: De una alternativa se obtiene agregando las prioridades globales obtenidas para esa alternativa en los diferentes camino a que la unen con la meta. El método habitualmente empleado en AHP para la agregación es el equivalente a la suma ponderada.

4ª etapa) Análisis de sensibilidad: Se suele hacer para examinar el grado de sensibilidad del resultado obtenido en una decisión al realizar cambios en las prioridades de los criterios principales de un problema. Lo que se lleva a cabo es un cambio en la prioridad de un determinado criterio manteniendo las proporciones de las prioridades de los otros criterios, de manera que todos ellos, incluido el criterio alterado, al modificarse sigan sumando la unidad.

Estas etapas generales se pueden concretar en una serie de pasos, los que se resumen en el diagrama flujo de la Figura 1:

Paso 1: Estructurar el problema como una jerarquía

El primer paso del método AHP consiste en modelar el problema de decisión que se pretende resolver como una jerarquía. Este hecho es una de las principales características del método, de ahí que el término "jerárquico" aparece en su denominación. En la Figura 2, se presenta la forma general que adopta una jerarquía.

En el vértice superior de la jerarquía se sitúa la meta u objetivo que se pretende alcanzar. El problema de decisión consiste en elegir la alternativa que mejor contribuye a la consecución de la meta del nivel superior de la jerarquía.

Desarrollo de la jerarquía del El objetivo global, criterios y problema mediante una alternativas están en diferentes representación gráfica niveles de la jerarquía Se inicia a nivel de criterios, Construir la Matriz de para determinar cuál es el más Comparación Pareada importante (mayor peso) Se calcula la prioridad de cada Sintetización criterio NO Realizar la prueba de Comprobar que los juicios del consistencia decisor son consistentes NO ¿Todos los juicios son consistentes? Deben compararse todos los ¿Se compararon criterios, subcriterios y todos los niveles? alternativas Basado en la prioridad de cada Determinar el ranking de alternativa y en la prioridad del prioridad global criterio correspondiente Fuente: Ho, Dey y Higson. Artículo citado

Figura 1: Diagrama de Flujo del Proceso Analítico Jerárquico

En el siguiente nivel, en orden descendente desde la meta, se sitúan los criterios. Como ya se comentó, los criterios de decisión corresponden a aspectos tales como atributos, objetivos o parámetros que constituyen los ejes fundamentales a partir de los cuales el decisor justifica, transforma y argumenta sus preferencias. La selección adecuada de los criterios constituye una etapa

fundamental en cualquier proceso de toma de decisión, ya que un planteamiento inadecuado de los mismos puede llevar a resultados poco satisfactorios o incluso a invalidar todo el proceso: se deben definir los criterios que son importantes en el problema.

Meta u Objetivo Criterio 2 Criterio n Criterio 1 Criterio 3 Criterio 4 Alternativa 1 Alternativa 1 ➤ Alternativa 1 Alternativa 1 Alternativa 1 Alternativa 2 Alternativa 2 → Alternativa 2 → Alternativa 2 Alternativa 2 Alternativa 3 Alternativa 3 ◆ Alternativa 3 Alternativa 3 Alternativa 3 ◄ Alternativa n Alternativa n Alternativa n Alternativa n Alternativa n

Figura 2: Jerarquía en AHP

Una vez definidos los criterios puede darse el caso en que éstos a su vez se puedan descomponer en otros subcriterios formando otra jerarquía descendente. Durante la construcción de esta jerarquía de criterios y subcriterios se debe analizar el problema en profundidad con el fin de representarlo de la forma más completa y global posible (aunque dejando abierta la posibilidad de algunos cambios en los elementos), considerar el entorno que rodea al problema, identificar los atributos que contribuyen a la solución y considerar a las personas interesadas en el problema.

Finalmente, en el último nivel de la jerarquía se sitúan las alternativas, que son el conjunto de posibles opciones definidas sobre las que la unidad decisora realiza una decisión. El Proceso Analítico Jerárquico pretende ser una herramienta de ayuda al decisor en el proceso de elección de la alternativa que mejor contribuye a alcanzar la meta del problema planteado.

Paso 2: Establecimiento de las prioridades entre los criterios

El objetivo de este paso es construir un **vector de prioridades o pesos** que evalúa la importancia relativa que la unidad decisora otorga a cada criterio. El problema clave que se plantea en este punto es responder a cómo se puede

asignar un valor numérico a cada criterio que represente, del modo más ajustado posible, la preferencia del decisor de un criterio frente a otro.

El método AHP utiliza una estrategia de asignación indirecta por la que el decisor sólo tiene que realizar una valoración sobre la importancia del criterio verbalizada en términos cualitativos y después acudir a una escala, que previamente ha sido establecida, para obtener los valores numéricos que se corresponden con su valoración. Por tanto, como paso previo a la resolución del problema de asignación de pesos, se debe definir la correspondencia entre la valoración cualitativa del decisor y la asignación numérica.

La escala sugerida por Saaty es la siguiente:

Tabla 1: Escala Fundamental

Escala numérica		Explicación				
1	Igual importancia.	Dos actividades contribuyen por igual al objetivo.				
3	Importancia moderada de un elemento sobre otro.	La experiencia y el juicio están a favor de un elemento sobre otro.				
5	Importancia fuerte de un elemento sobre otro.	Un elemento es fuertemente favorecido.				
7	Importancia muy fuerte de un elemento sobre otro.	Un elemento es muy dominante.				
9	Extrema importancia de un elemento sobre otro.	Un elemento es favorecido por al menos un orden de magnitud de diferencia.				
2, 4, 6, 8	Valores intermedios entre dos juicios adyacentes.	Se usan como compromiso entre dos juicios.				
Incrementos 0,1	Valores intermedios en incrementos.	Utilización para graduación más fina de juicios.				

Luego el decisor debe establecer las prioridades mediante comparación entre pares y, así, determinar los pesos relativos de los criterios. Los números de la escala representan la proporción en la que uno de los elementos que se consideran en la comparación pareada domina al otro respecto a una propiedad o criterio que tienen en común. El elemento menor tiene el valor recíproco o inverso respecto al mayor, es decir, si x es el número de veces que un elemento domina a otro, entonces este último es x^{-1} veces dominado por el primero, de tal modo que $x^{-1} \cdot x = x \cdot x^{-1} = 1$. Este es el principio del axioma de comparación recíproca que ya se ha comentado.

Para determinar los pesos de los criterios el decisor, haciendo uso de la escala fundamental, debe construir una matriz R, de tal modo que el término r_{ij} representa la prioridad relativa entre el criterio C_i y el criterio C_j respecto a la meta del problema. Este término será mayor, igual o inferior a uno dependiendo de cual de los dos criterios sea más importante para el logro de la meta. La matriz obtenida es de la forma:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & 1 & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Donde r_{ij} . r_{ji} = 1. Una Matriz con esta propiedad se denomina *matriz* reciproca.

Para establecer las prioridades de los criterios (w_i), este método emplea los conceptos matemáticos de valor propio (autovalor) y vector propio (autovector).

Si los pesos $(w_i, i=1, 2, ..., n)$ fueran conocidos la matriz de comparaciones pareadas sería la siguiente:

$$W = \begin{bmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \cdots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \cdots & w_2/w_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \cdots & w_n/w_n \end{bmatrix}$$

Si se quisiera obtener el vector de pesos a partir de esta matriz se debe resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$W \cdot W = \lambda W$$

$$\begin{bmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \cdots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \cdots & w_2/w_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \cdots & w_n/w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}$$

Donde λ es un valor propio de W y w el vector propio asociado. La matriz W tiene una forma especial, además de ser una matriz reciproca, su rango es igual 1 debido a que cada fila es múltiplo constante de la primera. Por ello esta matriz tiene un **único valor propio distinto de cero**. Como la suma de los

valores propios de una matriz es igual a su traza (suma de los elementos de la diagonal principal) y todos los elementos de la diagonal principal son iguales a 1, puede afirmarse que el único valor propio distinto de cero de W es igual a la dimensión de la matriz, es decir igual a n ($\lambda = n$).

Se puede observar que la suma de los elementos de la matriz de cualquier columna j es igual a:

$$\frac{1}{w_j} \sum_{i=1}^n w_i = \frac{1}{w_j}$$

Por tanto, si se normaliza la matriz W mediante la suma de las columnas, en cada una de ellas se obtiene el vector w, por lo que el promedio de cualquier fila i será igual a w_i .

Dado que los pesos no son conocidos y la matriz de comparaciones R se construye con los juicios del decidor, los que no necesariamente serán totalmente consistentes, la matriz R puede concebirse como una perturbación de la matriz W. Por tanto puede que posea más de un valor propio distinto de cero. El máximo valor propio (λ_{max}) está asociado a un vector propio z y se considera que z es una buena aproximación del vector de prioridades o pesos w. Por tanto, puede escribirse:

$$R \cdot \hat{w} = \lambda_{max} \hat{w}$$

Basado en todos estos conceptos Saaty propone estimar el vector de pesos (vector propio) aplicando el siguiente procedimiento:

1º. Obtener la matriz normalizada (R_{Norm}), dividiendo cada elemento de la columna j-ésima por la suma de todos los elementos de dicha columna:

$$R_{Norm} = \begin{bmatrix} r_{ijNorm} = \frac{r_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} r_{ij}} \end{bmatrix}$$

2º. Estimar el vector de pesos (\hat{w}) calculando el promedio de cada fila de la matriz normalizada. El vector \hat{w} de pesos será igual a:

$$\hat{w} = \left[\hat{w}_1 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n r_{1jNorm}, \ \hat{w}_2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n r_{2jNorm}, \ \dots, \ \hat{w}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n r_{ijNorm}, \ \dots, \ \hat{w}_n = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n r_{njNorm}\right]$$

Paso 3: Comprobar la consistencia de los juicios

Si R fuera una matriz completamente consistente¹, entonces el λ_{max} sería igual a n. Sin embargo, el decidor cometerá ciertas inconsistencias en sus juicios y resulta conveniente medir el grado de inconsistencia de los juicios emitidos por el decidor, dado que si no se ha sido cuidadoso con las valoraciones, el vector de prioridades o pesos obtenido puede ser poco representativo.

La consistencia se puede medir mediante el índice de consistencia (IC), que tiene la siguiente expresión:

$$IC = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}$$

Esta medida puede utilizarse para mejorar la consistencia de los juicios si se la compara con el número apropiado de la Tabla 2, que recoge el índice de consistencia aleatorio (IA):

Tabla 2: Índice de consistencia aleatorio (IA) en función de la dimensión de la matriz (n)

				manız (m)				
n	1	2	3		5		7	8
RI	0	0	0.525	0.882	1.115	1.252	1.341	1.404
n	9	10	11	12	13	14	15	16
RI	1.452	1.484	1.513	1.535	1.555	1.570	1.583	1.595

El índice de consistencia aleatorio (IA) se define como el índice de consistencia aleatorio medio obtenido mediante la simulación de 100.000 matrices recíprocas generadas aleatoriamente utilizando la escala de Saaty (1/9, 1/8,...., 1,...., 8, 9).

Si se calcula el cociente entre el índice de consistencia (IC) y el índice de consistencia aleatorio (IA), se obtiene el denominado *ratio de consistencia* (RC).

$$RC = \frac{IC}{IA}$$

¹ Un matriz es consistente si satisface la condición \mathbf{r}_{ik} . $\mathbf{r}_{ki} = \mathbf{r}_{ii}$

- Si RC = 0, la matriz es consistente.
- Si RC ≤ 0,10, la matriz R tiene una inconsistencia admisible, lo que significa que se la considera consistente y el vector de pesos obtenidos se admite como válido.
- En caso de que RC > 0,10, la inconsistencia es inadmisible y se aconseja revisar los juicios.

Para calcular el índice de consistencia el valor de λ_{max} se obtiene de la ecuación

R.
$$\hat{w} = \lambda_{\text{max}} \hat{w}$$

Se multiplica la matriz R por el vector \hat{w} y se obtiene un vector columna, luego cada componente de él se divide por las del vector \hat{w} y se genera otro vector columna formado por los valores propios de la matriz R. Se promedian dichos valores y se obtiene λ_{max} .

Paso 4: Establecimiento de las prioridades locales entre los subcriterios

Si en la modelización del problema de decisión como una jerarquía se ha considerado la descomposición de algunos o todos los criterios en subcriterios, antes de continuar debe calcularse el vector de pesos asociado a dichos subcriterios.

El procedimiento es el mismo que el descrito en el paso anterior, pero en este caso se deberán realizar las comparaciones pareadas entre subcriterios para determinar su importancia relativa respecto al criterio inmediatamente superior en la jerarquía. De este modo, es posible calcular el vector de pesos asociados a un conjunto de subcriterios respecto a su criterio "padre".

Paso 5: Establecimiento de las prioridades locales entre las alternativas

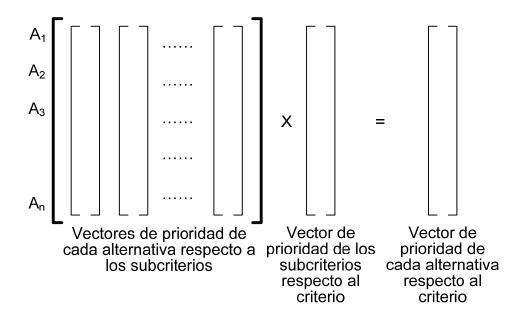
Una vez obtenida la ponderación de los criterios y subcriterios en los pasos anteriores, se procede a la valoración de las alternativas para así poder calcular las prioridades locales correspondientes. Para ello, con cada criterio o subcriterio del último nivel de la jerarquía se plantea la matriz R de juicios por comparación pareada entre alternativas. El procedimiento a seguir es el explicado en el paso 2, pero esta vez se establece el nivel de prioridad de una

alternativa sobre otra tomando como base de comparación el grado de cumplimiento o satisfacción de cada criterio o subcriterio. La escala a utilizar es la misma.

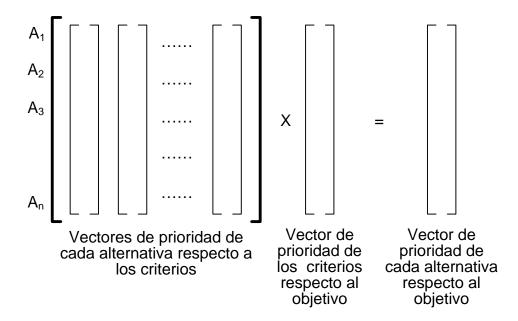
Una vez planteada la matriz R de comparación entre alternativas, se procede como ya se ha comentado: se calcula el vector de pesos o prioridades y el índice de consistencia de los juicios. Una vez realizadas estas operaciones, si el índice de consistencia es aceptable, para cada criterio o subcriterio se obtiene un vector de pesos locales de las alternativas.

Paso 6: Establecimiento de las prioridades totales asociadas a cada alternativa.

Obtenidos los vectores de prioridad de todas las alternativas respecto de cada subcriterio, se obtiene una matriz, la que se multiplica por el vector de prioridad de los subcriterios respecto al criterio del cual se desprenden. Así se obtiene el vector de preferencias de cada alternativa con respecto a ese criterio. Este procedimiento se repite para cada criterio.



Luego se obtendrán tantos vectores de prioridad de las alternativas respecto de los criterios como criterios existan y con ellos se construye una matriz que se multiplica por el vector de prioridad de los criterios respecto del objetivo general, lo que da por resultado el vector de prioridades de cada alternativa respecto del objetivo principal. Esto permite determinar cuál alternativa es la más conveniente para la solución del problema planteado.



Si no existieran subcriterios, se confecciona directamente la matriz conteniendo los vectores de prioridades de las alternativas con respecto a cada criterio. Esta matriz se multiplica por el vector de prioridades de los criterios respecto al objetivo, obteniendo el vector de prioridades de las alternativas con respecto al objetivo, llegando así al vector de prioridades totales.

Paso 7: Análisis de sensibilidad.

Como último paso de la metodología AHP puede realizarse un análisis de sensibilidad que confirme que realmente los resultados obtenidos son robustos y no son fruto del azar.

La realización de este análisis puede facilitarse y agilizarse si se emplea para ello herramientas informáticas de cálculo. Este análisis consiste en realizar variaciones en el valor de un peso y observar numérica y gráficamente cómo este cambio afecta al resto de los pesos del problema y a la priorización de alternativas.

4. Ventajas e Inconvenientes del AHP

En todas las técnicas de decisión multicriterio se pueden encontrar aspectos positivos y negativos, bien desde un punto de vista teórico o bien desde la práctica. Algunas de las ventajas del método AHP son:

- Teoría: El AHP es una de las pocas técnicas multicriterio que ofrece una axiomática teórica.
- *Práctica:* El AHP es una de las técnicas multicriterio que mejor comportamiento práctico tiene.
- *Unidad:* El AHP proporciona un modelo único fácilmente comprensible, flexible, para una amplia gama de problemas estructurados.
- Complejidad: El AHP integra enfoques deductivos y de sistemas para resolver problemas complejos.
- Estructura jerárquica: El AHP refleja la tendencia natural de la mente a clasificar elementos de un sistema en diferentes niveles y a agrupar elementos similares en cada nivel.
- Medida: El AHP proporciona una escala para medir imponderables y un método para esclarecer prioridades.
- Síntesis: El AHP conduce a una estimación completa de la conveniencia de cada alternativa.
- Compensaciones: El AHP toma en consideración las prioridades relativas de los factores en un sistema y permite seleccionar la mejor alternativa en virtud de objetivos.
- *Juicio y consenso:* El AHP no insiste en el consenso, pero sintetiza un resultado representativo de diversos juicios.
- Repetición del proceso: El AHP permite que la gente afine su definición de un problema y mejore su juicio y comprensión mediante la repetición del proceso.

No obstante, el método AHP también presenta una serie de inconvenientes, como se cita a continuación:

- La justificación de la independencia exigida en la modelización jerárquica.
- La escala fundamental empleada para expresar los juicios relativos en las comparaciones pareadas.
- Los procedimientos de priorización de los elementos mediante el cálculo del autovector.
- La forma de evaluar la consistencia de los juicios emitidos.
- La interpretación de las prioridades totales obtenidas en el procedimiento.
- La introducción de una nueva alternativa puede hacer variar la estructura de preferencias del decisor o poner de manifiesto alguna inconsistencia

5. Bibliografía:

Saaty, T (1980): The analytic hierarchy process. McGraw-Hill, New York.

Ho, W., Dey, P. K. y Higson, H. (2006): Multiple criteria decision-making techniques in higher education, *International Journal of Educational Management*, vol. 20, no. 5, pp. 319-337.

Alberto C y Carignano C. (2007): *Apoyo Cuantitativo a las Decisiones*. Asociación Cooperadora de la FCE de la UNC.

García Cascales, M. (2009): *Métodos para la comparación de alternativas mediante un Sistema de Ayuda a la Decisión (S.A.D.) y "Soft Computing.* Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Cartagena.