
Projet tournoi de physique : tube de papier

Yann Bourdin, Bastien Imbert Grenoble INP - Phelma

<https://github.com/renared/papertube>

If most people may have rolled a piece of paper, not as many may have seen this strange phenomenon: if one lands a rolled piece of paper vertically, then the paper unwinds in jerks, and not in a continuous movement. Our objective was to research what causes and determines the period of the jerks.

In order to determine the influence of different parameters, a database of experimental results was built, and enabled to infer causes to the phenomenon. To analyse the movement of this phenomenon, the paper is sliced into even pieces, then rolled automatically by a motor. It is then set free to unroll while being filmed, and the capture is automatically analysed by a software we developed. The aim was to be able to control most of the parameters of the experiment and see their influence on the jerks.

The period of the jerks increases linearly with time and does not depend on the type of surface used, and the phenomenon can be reproduced in a vacuum chamber, without a support: which suggests that friction would not be at the core of the phenomenon. The jerks had different evolution as the paper was changed, as well as when its length was modified. As intrinsic parameters were shown to have an influence, a study on the difference between static and dynamic friction coefficients may help understanding the causes of the phenomenon.

Introduction

Ce phénomène a été étudié pour répondre à un problème du tournoi *French Physicist Tournament* (FPT), auquel nous avons participé, au sein de l'équipe représentant l'école Grenoble INP - Phelma. Ce tournoi consiste en l'étude de différents problèmes de physique ouverts, permettant aux élèves de s'initier à la recherche en physique, et c'est avec cette motivation que nous avons abordé le problème du tube de papier.

Le problème du tube de papier repose sur une observation simple : lorsqu'on laisse se dérouler un rouleau de papier, posé à la verticale, sur une table, celui-ci va se dérouler, non pas continuellement, mais par à-coups. (cf Figure 1)

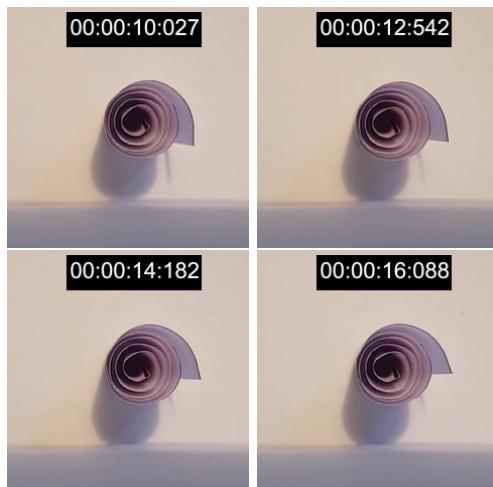
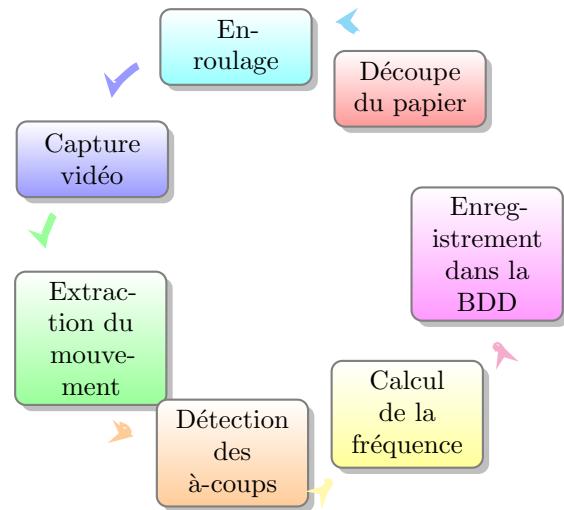


Figure 1: Illustration du phénomène. La feuille ne bouge qu'un instant précédent chaque image lors d'un à-coup.

Face à la difficulté à répondre à ce problème de façon théorique, il a été décidé d'opter pour une approche purement expérimentale. Les mesures consistent à déterminer l'évolution de la fréquence des à-coups en fonction du temps pendant que le tube se déroule. On effectue plusieurs fois les mesures d'un même ensemble de paramètres, où seul un des paramètres est isolé, de sorte à déterminer son influence sur la fréquence des à-coups.

Méthode



Une machine à enrouler a été imprimée en 3D et est pilotée avec une carte Arduino (Figure 2). On découpe une bande de papier dont on fixe une extrémité au rotor du moteur à courant continu (partie droite). Le servomoteur (partie gauche) permet de tenir l'autre extrémité de la bande pendant que le moteur à courant continu l'enroule. Une fois le papier enroulé, le servomoteur peut le relâcher, et alors le tube de papier se déroule.

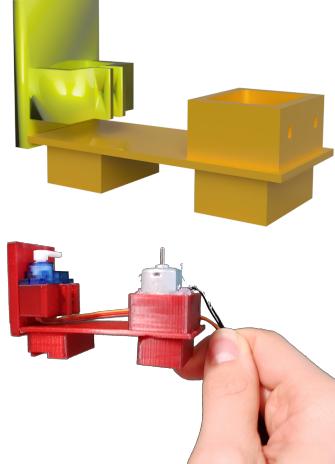


Figure 2: Machine à enrouler



Figure 3: Image tirée de la vidéo d'une mesure

Cette machine permet une bien meilleure répétabilité des mesures et est un premier pas vers l'automatisation des mesures. Elle est contrôlée avec une télécommande, et permet notamment d'effectuer des mesures sous cloche à vide.

On démarre la capture vidéo dès que l'on relâche la feuille. Notre programme Python extrait le mouvement de la vidéo, détecte les à-coups, et en déduit leur fréquence (en fonction du temps), qui est enregistrée dans un fichier ; enfin il ajoute la mesure dans la base de données.

Largeur	Longueur	Type de papier
- Type de papier : $70\text{g}/\text{cm}^2$ - Conditions expérimentales : normales - Support : nesquik - Diamètre : 4 mm - Longueur : 21 cm - Largeur : 5, 3, 2 cm - Temps de tenue : 20 s	- Type de papier : $70\text{g}/\text{cm}^2$ - Conditions expérimentales : normales - Support : nesquik - Diamètre : 4 mm - Longueur : 14,9, 21, 29,7 cm - Largeur : 3 cm - Temps de tenue : 20 s	- Type de papier : $70\text{g}/\text{cm}^2$, $160\text{g}/\text{cm}^2$, papier sulfurisé - Conditions expérimentales : normales - Support : nesquik - Diamètre : 4 mm - Longueur : 29,7 cm - Largeur : 2 cm - Temps de tenue : 20 s
Diamètre	Temps de tenue	Support
- Type de papier : $70\text{g}/\text{cm}^2$ - Conditions expérimentales : normales - Support : nesquik - Diamètre : 4, 10, 20 mm - Longueur : 29,7 cm - Largeur : 3 cm - Temps de tenue : 20 s	- Type de papier : $70\text{g}/\text{cm}^2$ - Conditions expérimentales : normales - Support : nesquik - Diamètre : 4 mm - Longueur : 21 cm - Largeur : 2 cm - Temps de tenue : 10, 20, 30 s	- Type de papier : $70\text{g}/\text{cm}^2$ - Conditions expérimentales : normales - Support : nesquik, carton, papier, cuir - Diamètre : 4 mm - Longueur : 21 cm - Largeur : 2 cm - Temps de tenue : 20 s

Figure 4: Mesures prévues

Plan d'expériences

On souhaite évaluer l'influence de 7 paramètres :

- Propres au papier : type, longueur, largeur, épaisseur
- Expérimentaux : diamètre du tube, temps de maintien, type de support

Le plan d'expériences prévu est détaillé dans la Figure 4. Nous effectuons 4 fois la même mesure pour chaque ensemble de paramètres, selon le processus décrit précédemment.

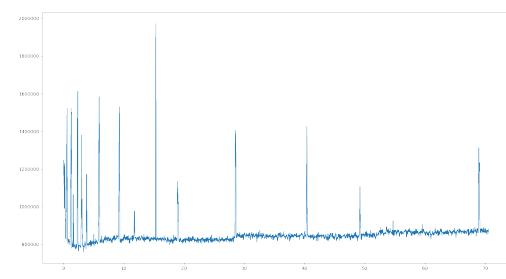
Traitement des vidéos

Extraction du mouvement

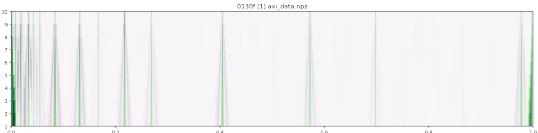
La vidéo est convertie en nuances de gris. Entre deux images, i.e. entre deux matrices de pixels I_{i+1} et I_i , on calcule la distance d_i entre ces deux images selon :

$$d_i = \sum_{i,j} (I_{i+1}(i,j) - I_i(i,j))^2 \quad (1)$$

On obtient la courbe Figure 5a, les pics importants correspondent à des à-coups.



(a) Distance entre deux images (unité arbitraire) en fonction du temps (s).



(b) Transformée en ondelettes continue de la Figure 5a sur 9 niveaux, l'ondelette mère est un chapeau mexicain. Les pics détectés sont représentés par des barres bleues verticales.

Figure 5: Traitement des vidéos

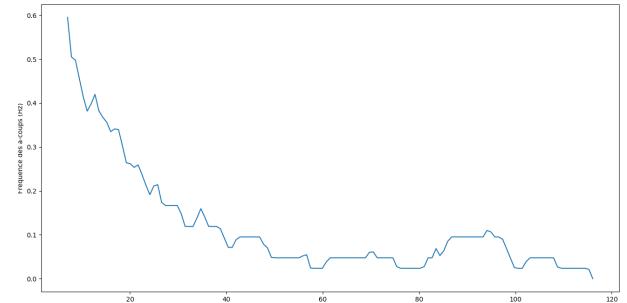


Figure 6: Fréquence des à-coups (Hz) de la Figure 5 en fonction du temps (s)

Détection des à-coups

On applique une transformation continue en ondelettes, particulièrement adaptée à l'analyse de discontinuités (et donc d'à-coups), la transformée est représentée Figure 5b. On détecte ensuite les maxima locaux dont l'amplitude dépasse un seuil : ce sont les à-coups. Ce seuil est d'abord déterminé automatiquement, mais chaque figure de pics est vérifiée manuellement, et le seuil est alors redéfini si nécessaire.

Calcul de la fréquence des à-coups

On calcule la fréquence à un instant t en comptant le nombre $N(t)$ d'à-coups dans une fenêtre de largeur $T = 10\text{s}$ centrée sur t . La fréquence $f(t)$ vaut $N(t)/T$. Un exemple est représenté en Figure 6.

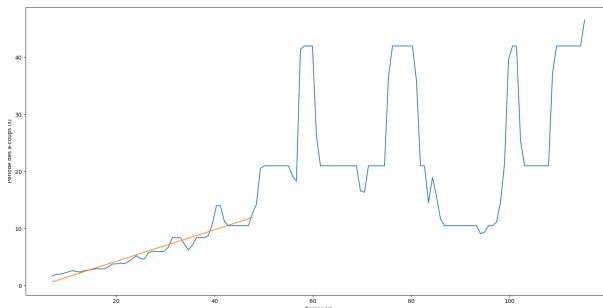


Figure 7: Période des à-coups (s) de la Figure 5 en fonction du temps (s), et régression linéaire (en orange)

Observations expérimentales

En observant non pas la fréquence mais la période des à-coups, on rend compte d'une dépendance linéaire avec le temps, jusqu'à un certain point où le comportement semble aléatoire. On décide donc d'étudier la période des à-coups et d'appliquer une régression linéaire sur le plus grand intervalle pour lequel le coefficient de régression $r^2 \geq 0.9$, la durée de cet intervalle est la durée caractéristique des à-coups.

Les figures suivantes représentent les régressions linéaires effectuées sur les courbes moyennes de période des à-coups (pour une même mesure répétée) en fonction du temps. Les nuages colorés correspondent aux écart-types de chaque groupe de 4 mesures.

Les mesures étudiées ont été réalisées en fixant les paramètres en suivant ceux indiqués par le tableau de la Figure 4.

Influence du type de papier

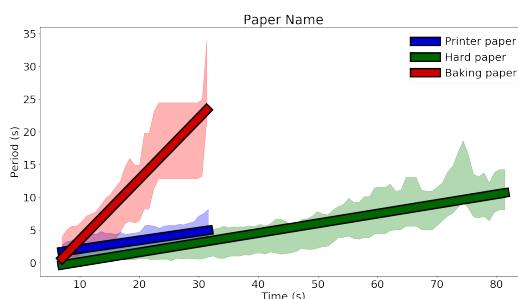


Figure 8: Évolution des périodes dans le temps en fonction du type de papier.

La période des à-coups ne semble à priori pas dépendre du grammage (masse surfacique) de la feuille, bien que leur durée est bien supérieure pour le papier cartonné ($160\text{g}/\text{cm}^2$ contre $70\text{g}/\text{cm}^2$ pour le papier d'impression). La période décroît très vite pour le papier sulfurisé.

Influence de la longueur

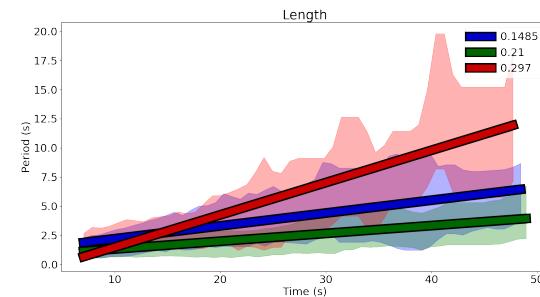


Figure 9: Évolution des périodes dans le temps en fonction de la longueur du papier.

Ces mesures ont été réalisées en fixant la largeur des bandes à 3 cm, et montrent que le rapport longueur/largeur donnant le plus d'à-coups est proche de $21/3$.

Influence de la largeur

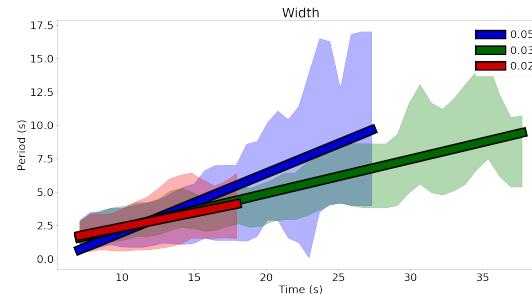


Figure 10: Évolution des périodes dans le temps en fonction de la largeur du papier.

Moins le papier est large, plus la fréquence et la durée du phénomène sont grandes.

Influence du diamètre

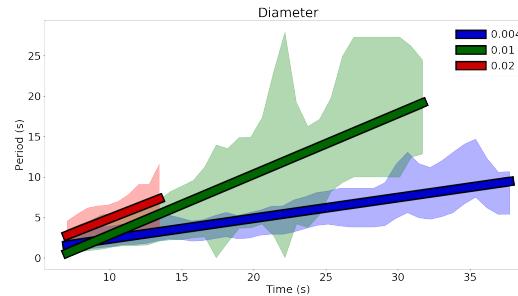


Figure 11: Évolution des périodes dans le temps en fonction du diamètre du tube.

Plus le diamètre du tube de papier est petit, plus la fréquence des à-coups est grande et plus le phénomène perdure.

Influence du temps de maintien

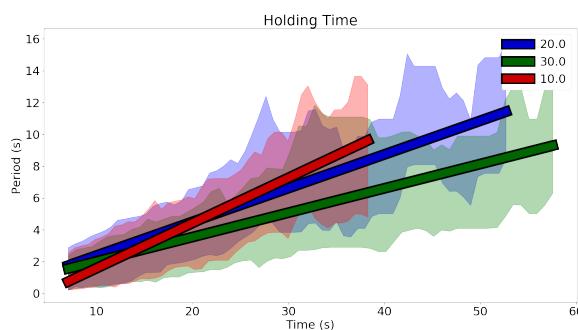


Figure 12: Évolution des périodes dans le temps en fonction du temps de maintien.

Plus le tube est maintenu longtemps, plus la fréquence et la durée des à-coups est grande.

Influence du type de support

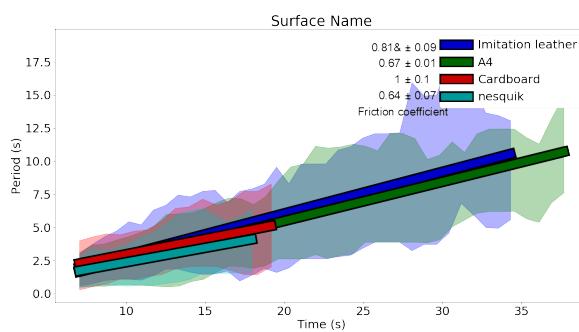


Figure 13: Évolution des périodes dans le temps en fonction du type de support.

Malgré des durées d'à-coups différentes, la fréquence des à-coups ne semble pas dépendre du support sur lequel est posé le tube, ce qui remet en cause l'hypothèse des frottements étant la cause du phénomène d'à-coups. Ce phénomène a d'ailleurs pu être observé simplement en tenant le tube dans l'air, sans contact feuille/support ni feuille/feuille. Une expérience sous chambre à vide a été réalisée, et le lecteur est invité à regarder la présentation qui a été diffusée le jour du tournoi. [1]

Conclusion

Cette approche expérimentale donne des pistes de réflexion quant à l'origine du phénomène. Si l'hypothèse des frottements (stick-slip) est privilégiée au sein de la communauté scientifique, nos résultats la remettent en cause.

Toutefois, une étude sur l'influence de la différence entre coefficients de frottement statique et dynamique feuille/support pourrait mettre en évidence le phénomène de stick-slip. Un problème majeur de notre méthode est le temps nécessaire à l'expérimentation qui ne permet pas d'effectuer un grand nombre de mesures. Pourtant, beaucoup de mesures sont nécessaires car les résultats varient beaucoup parmi les essais d'un même groupe de mesures, d'autant qu'il est très difficile d'effectuer ces mesures avec la rigueur nécessaire à l'invariance des paramètres expérimentaux, car beaucoup de manipulations sont effectuées à la main.

Références

- [1] Y. Bourdin, B. Imbert, Présentation diffusée au FPT, *Tube de papier*, 2020.
- [2] Y. Bourdin, B. Imbert, Dépôt du programme Python, <https://github.com/renared/papertube>.