Aula 11 - Estimando Integrais através de MC

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad -\infty < x < +\infty$

Objetivo calcular $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} dx = ?$

Codigo em R

```
x<- runif(1000, min=0, max=1)
y<-runif(1000, min=0, max= sqrt(1/2*pi)))

densidade_normal <- function(x){
   return (sqrt(1/(2*pi))* exp(-0,5*(x^2))))}

curve(densidade_normal(x), to=-0, from=1)
plot(x, y, pch=16, type="n")

dentro <- y <= densidade_normal(x)

points(x[dentro], y[dentro], pch=16, col="orange")
points(x[!dentro], y[!dentro], pch=16, col="blue")

mean(dentro)* sqrt(1/(2*pi))
```

24/01/22

X discreto : $x_1, x_2, x_3 \ldots$

$$E[X] = \sum_{i=1}^{\infty} x_i \cdot P(X = x_i)$$

Y contínua

$$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) \cdot dx$$

$f(x) \longrightarrow$ Função densidade de Y

$f(x) \geq 0, \ \forall x \in \mathbb{R}$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx = 1 \quad ; \quad P(Y \in A) = \int_A f(x)\, dx$$

$X \sim U[0,1]$

$$f(x) \begin{cases} 1, & x \in [0,1] \\ 0, & c.c \end{cases}$$

$$P(1/3 \leq x \leq 2/3) = \int_{1/3}^{2/3} f(x) \cdot dx = x \Big]_{1/3}^{2/3} = 2/3 - 1/3 = 1/3$$

$$E[X] = \int_0^1 x\, f(x)\, dx = \int_0^1 x \cdot 1\, dx = \int_0^1 x\, dx = \frac{x^2}{2}\Big]_0^1 = \frac{1}{2}$$

tilibra

Generalizando: $\int_0^1 g(x)\,dx = ?$

$$\frac{g(x_1)+g(x_2)+g(x_3)+\ldots+g(x_n)}{n} = E[g(x)]$$

$$E[g(x)] = \int_0^1 g(x).f(x).dx = \int_0^1 g(x)\,dx$$

Receita de Bolo

$\int_0^1 g(x) = ?$

I) sortei muitos pontos dentro do intervalo $[0,1]$
II) aplique a função g nos pontos de I
III) façais a media dos pontos obtidos em II. Esta é a resposta

Calcular para qualquer intervalo

$\int_a^b g(x)\,dx \quad , a<b \qquad f(x) \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{se } x\in[a,b] \\ 0, & c\,c \end{cases}$

i) $X \sim U[a,b]$

$$\frac{g(x_1)+g(x_2)+\ldots g(x_n)}{n} = \int_a^b g(x).\frac{1}{b-a}\,dx = \boxed{\frac{1}{b-a}.\int_a^b g(x)\,dx}^{*}$$

~~no final será~~ *Seguir receita do bolo e multiplicar por $b-a$ no final

tilibra