LISTA MCC

SEÇÃO 0.4

ALUNA: **RENATA CRISTINA GOMES DA SILVA** **11721BCC012**

Lista MCC

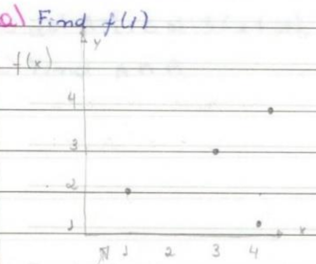
Aluna: Renata Cristina Gomes da Silva 11721BCC012

Seção 0.4

01. Consider the function $f: \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4\}$ given by:

$$\begin{array}{c|cccc} x & 1 & 2 & 3 & 4 \\ f(x) & 4 & 1 & 3 & 4 \end{array}$$

a) Find $f(1)$



$f(1) = 4$

b) Find an element n in the domain such that $f(n) = 1$.

2.

c) Find an element n of the domain such that $f(n) = n$.

4, 3.

d) Find and element of the codomain that is not the range.

O elemento 2.

02. The following functions all have $\{1,2,3,4,5\}$ as both their domain and codomain. For each, determine whether it is (only) injective, (only) surjective, bijective, or neither injective or surjective.

a) $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

Nem injetora nem sobrejetora.

b) $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$

Bijetora.

c) $f(x) = 6 - x$

Bijetora.

d) $f(x) = x/2$ if x is even

$(x+1)/2$ if x is odd

Nem injetora nem sobrejetora

04. The following functions all have domain $\{1, 2, 3, 4\}$ and codomain $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. For each, determine whether it is (only) injective, (only) surjective, bijective, or neither injective nor surjective.

a) $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ Injetora

b) $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ Nenhum injetora nem sobrejetora.

c) $f(x)$ gives the number of letters in the English word for the number x. For example, $f(1) = 3$ since "one" contains three letters.

Nenhum injetora nem sobrejetora

05. Write out all functions $f: \{1, 2, 3\} \to \{a, b\}$ (using two-line notation). How many functions are there?

Há 8 funções.

How many are injective?

0. Nenhum é injetora

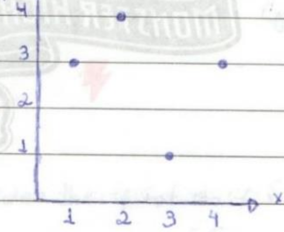
How many are surjective?

6 são sobrejetivas.

How many are bijective?

0. Nenhuma é bijetora.

08. Consider the function $f:\{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4\}$ given by the graph below.



a) Is f injective? Explain

f é injetora. Já que tem um elemento diferente para cada saída.

b) Is f surjective? Explain.

f é sobrejetiva já que cada elemento do co-domínio é um elemento do intervalo.

c) Write the function using two-line notation.

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

12. For each function given below, determine whether or not the function is injective and whether or not the function is surjective.

a) $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ given by $f(n) = n + 4$.

f é injetora mas não sobrejetora pois 0 nunca é uma saída.

b) $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ given by $f(n) = n + 4$.

f é injetora e sobrejetora pois todos os números inteiros são uma saída.

c) $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ given by $f(n) = 5n - 8$.

f é injetora mas não sobrejetora

d) $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ given by $f(n) = \begin{cases} n/2 & \text{if } n \text{ is even} \\ (n+1)/2 & \text{if } n \text{ is odd} \end{cases}$

f não é injetora mas é sobrejetora pois cada inteiro é uma saída mas alguns inteiros são saídas de mais de uma entrada.

$f(5) = 3 = f(6)$.

13- Let $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$. Consider the function $f: P(A) \to \mathbb{N}$ given by $f(B) = |B|$. That is, f takes a subset of A as an input and outputs the cardinalty of that set.

a) Is f injective? Prove your answer.

f não é injetora. Para provar deve-se encontrar dois elementos diferentes do domínio que mapeia para o mesmo elemento do co-domínio. Desde a $f(\{1\}) = 1$ e $f(\{2\}) = 1$ vemos que f não é injetora.

b) Is f surjective? Prove your answer

f não é sobrejetora. O maior conjunto de A em A em si é $|A| = 10$. Então nenhum número natural maior que 10 será uma saída.

c) Find $f^{-1}(1)$.

$f^{-1}(1) = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \dots \{10\}\}$. O conjunto de todos subconjuntos de A.

d) Find $f^{-1}(0)$

$f^{-1}(0) = \{\emptyset\}$. Observe que seria errado escrever $f^{-1}(0) = \emptyset$ pois alega que não há entrada que tenha 0 como saída.

e) Find $f^{-1}(12)$.

$f^{-1}(12) = \emptyset$. Uma vez que não há subconjuntos de A com cardinalidade 12.

21- Consider the function $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ given by $f(n) = \begin{cases} n+1 & \text{if } n \text{ is even} \\ n-3 & \text{if } n \text{ is odd} \end{cases}$

a) Is f injective? Prove your answer.

f é injetora. Deixando x e y serem elementos do domínio $\mathbb{Z}$. Presumimos $f(x) = f(y)$. Se x e y são pares então $f(x) = x+1$ e $f(y) = y+1$. Desde $f(x) = f(y)$ temos $x+1 = y+1$ o que implica $x = y$. Então se x e y forem impares $x-3 = y-3$, novamente $x = y$. A outra possibilidade é que x é par e y impar (ou vice-versa). Mas $x+1$ seria impar e $y-3$ seria par, então não pode ser $f(x) = f(y)$. Portantos se

$f(x) = f(y)$. teremos $x = y$. O que prova f ser injetora.

b) Is f surjective? Prove your answer.

f é sobrejetora. Deixando x e y ser um elemento do co-domínio $\mathbb{Z}$. Vamos ver que existe um elemento n do domínio $\mathbb{Z}$ de tal modo que $f(n) = y$. Existem dois casos: 1º se y é par então $n = y + 3$. Desde y é par e n é impar então $f(n) = n - 3 = y + 3 - 3 = y$ como desejado. 2º se y é impar então $n = y - 1$. Desde que y é impar e n par, então $f(n) = n + 1 = y - 1 + 1 = y$. Então f é sobrejetora.

30. Let $f: X \to Y$ be a function and $A, B \subseteq Y$ be subsets of the domain

a) Is $f^{-1}(A \cup B) = f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B)$? Always, sometimes or never? Explain.