

**Lista 4 de MATCC**  
**21 de novembro de 2021**

1. Demonstre que  $1^2 + 3^2 + \dots + (2n+1)^2 = \frac{(n+1)(2n+1)(2n+3)}{3}$  sempre que  $n$  for um número natural.
2. Demonstre que  $3^n < n!, n > 6$ .
3. Demonstre que  $1 + 2 + \dots + n \leq n^2$  sempre que  $n$  for um número inteiro positivo.
4. Demonstre que  $1^2 + 2^3 + \dots + n^2 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$  sempre que  $n$  for um número inteiro positivo.
5. Sejam  $a_0 = 1, a_n = 2a_{n-1} + 1, n \geq 1$ . Prove que  $a_n = 2^{n+1} - 1$ .
6. sejam  $d_0 = 2, d_1 = 5, d_n = 5d_{n-1} - 6d_{n-2}, n \geq 2$ . Prove que  $d_n = 2^n + 3^n$ .
7. Ache a soma de  $5 + 7 + 9 + 11 + \dots + 521$ .
8. Ache a soma de  $5 + 15 + 45 + \dots + 5 \cdot 3^{20}$ .
9. Ache  $x$  e  $y$  tais que  $\{27, x, y, 1\}$  seja uma parte de (a) progressão aritmética; (b) progressão geométrica.
10. Ache  $x$  e  $y$  tais que  $\{5, x, y, 32\}$  seja uma parte de (a) progressão aritmética; (b) progressão geométrica.
11. Calcule:  $M.D.C(20, 25), M.D.C(0, 10), M.D.C(123, -123), M.D.C(-89, -98), M.D.C(54321, 50), M.D.C(1739, 29341)$ .
12. Calcule em  $Z_{10} : 3 \oplus 3, 6 \oplus 6, 7 \oplus 3, 9 \oplus 8, 3 \otimes 3, 7 \otimes 3, 5 \otimes 2, 6 \otimes 6, 4 \otimes 6, 4 \otimes 1, 2 \otimes 5, 5 \otimes 8, 5 \otimes 9$ .
13. Resolva: (a)  $2 \otimes x = 3$  in  $Z_{10}$ ; (b)  $9 \otimes x = 4$  in  $Z_{12}$ ; (c)  $9 \otimes x = 6$  in  $Z_{12}$ ; (d)  $x \otimes x = 1$  in  $Z_{13}$ ; (e)  $x \otimes x = 11$  in  $Z_{13}$ ; (f)  $x \otimes x = 12$  in  $Z_{13}$ ; (g)  $x \otimes x = 4$  in  $Z_{15}$ ; (h)  $x \otimes x = 10$  in  $Z_{15}$ .
14. Calcule:  $A(4, 2), A(5, 3), A(7, 4), A(13, 2), A(8, 4)$ .
15. Calcule:  $C(9, 0), C(9, 0), C(9, 9), C(9, 1), C(9, 8), C(9, 6), C(9, 3)$ .
16. Ache o coeficiente de  $x^3$  em  $(1+x)^6$ .
17. Ache o coeficiente de  $x^3$  em  $(2x-3)^6$ .

18. Seja  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Ache: (a) O número dos subconjuntos de  $S$ ; (b) O número dos subconjuntos de  $S$  que tenha  $\{2, 3, 5\}$  com subconjunto; (c) O número dos subconjuntos de  $S$  que contém pelo menos um número ímpar; (d) O número dos subconjuntos de  $S$  que contém exatamente um número par.
19. Ache o coeficiente de  $x^{12}$  em  $(x + 1)^{15}$ .
20. Considere os conjuntos  $A$  e  $B$ , com  $|A| = 10$ , e  $|B| = 17$ . (a) Existem quantas funções de  $A$  em  $B$ ? (b) Existem quantas funções injetoras de  $A$  em  $B$ ?