

Lista 2 MCC

Aluna: RENATA CRISTINA GOMES DA SILVA

11721BCC012

Lista 2 MCC

Aluna: Renata Cristina Gomes da Silva 11721BCC012

02- A é um conjunto com 5 elementos e $R = \{(0,1); (1,2); (2,3); (3,4)\}$ é uma relação sobre A. Pode-se obter:

a) os elementos de A:
 $A = \{0,1,2,3,4\}$

b) domínio e imagem de R:
 $D(f) = \{0,1,2,3\}$
 $D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$
 $Im(f) = \{1,2,3,4\}$

c) os elementos, domínio e imagem de R^{-1} .

elementos R^{-1}

R^{-1}	A
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4

$D(f) = \{1,2,3,4\}$
 $D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$
 $Im(f) = \{0,1,2,3\}$

© Mattel

03- Seja $R = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, 4x^2 + 9y^2 = 36\}$. Achar:

a) o domínio de R e a imagem de R ;

$$A = \mathbb{R} \quad R = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 4x^2 + 9y^2 = 36\}$$

$$\text{Dom}(R) = [-3, 3] \quad \text{Im}(R) = [-2, 2]$$

$$R^{-1} = \{(y, x) \in \mathbb{R}^2 \mid 4x^2 + 9y^2 = 36\}$$

05- Sejam A e B dois conjuntos com m e n elementos, respectivamente.

Calcule o número de elementos de $A \times B$ e os elementos de relações de A em B .

$$A \quad B \quad |A| = m \quad |B| = n \quad A \times B \quad |A \times B| = m \cdot n$$

Uma relação R de A em B é um subconjunto de $A \times B$

$$R \subseteq A \times B$$



$$R \in \mathcal{P}(A \times B)$$

possíveis relações = possíveis subconjuntos de $A \times B$.

$$\text{Número total das relações de } A \text{ em } B = |\mathcal{P}(A \times B)| = 2^{|A \times B|} = 2^{m \cdot n}$$

09- Determinar todas as relações binárias sobre o conjunto $A = \{a, b\}$.

Quais são reflexivas? E simétricas? E transitivas? E antissimétricas?

$$A = \{a, b\} \quad |A| = 2 \quad |A \times A| = 4 \quad |\mathcal{P}(A \times A)| = 16$$

Reflexiva: a ? b R é reflexiva $\Leftrightarrow \{(a, a), (b, b)\} \subseteq R$

$$\{(a, a), (b, b)\} \subseteq R \subseteq \{(a, a), (b, b), (b, a), (a, b)\}$$

$$A \subseteq B \subseteq C$$

$$\text{Simétrica} = x R y \Rightarrow y R x$$

$$\text{Transitiva} = x R y, y R z \Rightarrow x R z$$



$$\text{Antissimétrica} = x R y, y R x \Rightarrow x = y$$



10. Seja $A = \{1, 2, 3\}$. Considere-se as seguintes relações sobre A :

$$R_1 = \{(1, 2); (1, 1); (2, 2); (2, 1); (3, 3)\}$$

$$R_2 = \{(1, 1); (2, 2); (3, 3); (1, 2); (2, 3)\}$$

$$R_3 = \{(1, 1); (2, 2); (1, 2); (2, 3); (3, 1)\}$$

$$R_4 = A \times A$$

$$R_1, R_4, R_5$$

$$R_5 = \emptyset$$

$$R_1, R_2, R_3$$

$$R_1, R_4, R_5$$

$$R_2, R_3, R_5$$

Quais são reflexivas? Simétricas? Transitivas? Antissimétricas?

13. Seja A um conjunto finito com n elementos:

a) Quantas são as relações binárias sobre A ?

$$2^{n^2}$$

b) Quantas são as relações reflexivas sobre A ?

$$n = 2^{(n^2 - n)}$$

c) Quantas são as relações simétricas sobre A ?

$$2^{\frac{n(n+1)}{2}}$$

17. Quais das relações abaixo são relações de equivalência sobre $E = \{a, b, c\}$?

$$R_1 = \{(a, a); (a, b); (b, a); (b, b); (c, c)\}$$

$$R_2 = \{(a, a); (a, b); (b, a); (b, b); (b, c)\}$$

$$R_3 = \{(a, a); (b, b); (b, c); (c, b); (a, c); (c, a)\}$$

$$R_4 = E \times E$$

$$R_5 = \emptyset$$

São relações de equivalência R_1 e R_4 .

19. Seja A um conjunto dos triângulos do espaço euclidiano. Seja R a relação sobre A definida por: $x R y \Leftrightarrow x$ é semelhante a y . Mostre que R é uma relação de equivalência.

$$1. x R x \quad \text{reflexiva}$$

$$\text{Logo, } x R x$$

$$x \sim x, \forall x \in A \quad (x^*) \in R$$



2) $x \sim y \wedge y \sim z \Rightarrow x \sim z$

Transitiva

$x R y, y R z \Rightarrow x R z$

$x R y \Rightarrow y R z$

$x R z \Rightarrow z R y$ } $z R x$ pois R é transitiva

3) $x R y \Rightarrow y R x$

Simétrica

x é semelhante a y , então R é simétrica.

21. Mostre que a relação R sobre $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ tal que $(a,b) R (c,d) \Leftrightarrow a+d=b+c$ é uma relação de equivalência.

$R \subset \mathbb{N} \times \mathbb{N}$

def. $(a,b) R (c,d) \Leftrightarrow a+d=b+c$

(I) $(a,b) R (a,b)$

$c=a \quad d=b$

$a+b=b+a$

reflexiva

(II) $(a,b) R (c,d) \Rightarrow (c,d) R (a,b)$

$a+d=b+c \Rightarrow c+b=d+a$

Simétrica

(III) $(a,b) R (c,d), (c,d) R (e,f) \Rightarrow (a,b) R (e,f)$

\Downarrow

\Downarrow

\Downarrow

$a+d=b+c$

$c+f=d+e$

$a+f=b+e$

①

②

③

①+② $= (a+d)+(c+f) = (b+c)+(d+e)$ cancela $a+f+d+e=b+e+d+c$

$a+f=b+e$ ← ③

24. Seja $A = \{x \in \mathbb{Z}; 0 \leq x \leq 10\}$ e R a relação sobre A definida por $x R y \Leftrightarrow$ existe $k \in \mathbb{Z}; x-y=4k$. Determinar o conjunto quociente A/R .

$[a] = \{x \in A \mid x R a\}$

$A/R = \{[0], [1], [2], [3]\}$ cada um é subconjunto de A .

$[0] = \{0, 4, 8\}; [1] = \{1, 5, 9\}; [2] = \{2, 6, 10\}; [3] = \{3, 7\}$

25. Seja $R = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x, y \in \mathbb{Q}\}$. Prove que R é uma relação de equivalência e descreva as classes representadas por $1/2$ e $\sqrt{2}$.

$$[\sqrt{2}] = \mathbb{Q}$$

$$[\sqrt{2}] = \{\sqrt{2} + r : r \in \mathbb{Q}\}$$

$$\sqrt{2} = \{x \mid x - \sqrt{2} \in \mathbb{Q}\}$$

$$x - \sqrt{2} \in \mathbb{Q} \Leftrightarrow x = \sqrt{2} + r \quad \text{é uma relação de equivalência}$$



32- Enumera todas as relações de equivalência sobre $A = \{a, b, c\}$?

$$R_1 = \{(a, a); (a, b); (b, a); (b, b); (c, c)\}$$

$$R_2 = A \times A$$

$$R_3 = \{(a, a); (a, c); (c, a); (b, b); (c, c)\}$$

$$R_4 = \{(a, a); (b, c); (c, b); (b, b); (c, c)\}$$

$$R_5 = \{(a, a); (b, b); (c, c)\}$$