LISTA 4 MCC

ALUNA: RENATA CRISTINA GOMES DA SILVA 11721BCC012

Lista 4 - MCC

11721BCC012

Aluna: Renata Cristina Gomes da Silva

02- Demonstre que $3^n < n!$, $n > 6$

Dem. $P(1): 3^1 < 1!$ x $1 > 6$ x

$P(2): 3^2 < 2! \Rightarrow 9 < 2$ $2 > 6$ x

$P(0): 3^0 < 0! \Rightarrow 1 < 1$ $1 = 1$ $0 > 6 \Rightarrow$ $0 < 6$ x

$P(7): 3^7 < 7! \Rightarrow 2187 < 5040$ $7 > 6$ ✓✓

$P(8): 3^8 < 8! \Rightarrow 6581 < 40320$ $8 > 6$ ✓

Para todo $n \geq 7$, $3^n < n!$ e $n > 6$ serão verdadeiros

07- Ache a soma de $5+7+9+11+\dots+521$

$5+7+9+11+\dots+521 = \frac{5+521}{2} \cdot 259 \Rightarrow 263 \cdot 259 \Rightarrow \frac{521-5}{2} + 1 = 258 + 1 \Rightarrow 259$

11- Calcule MDC(20, 25); MDC(0,10); MDC(123, -123); MDC(-89, -98); MDC(54321, 50); MDC(1739, 29341).

20	25	5
4	5	5
4	1	4
1	1	

MDC (20, 25) = 5

0	10	10
0	1	

MDC(0, 10) = 10

123,	-123	123
1	-1	

MDC (123, -123) = 123

89	-89	89
1	-1	

MDC = 89

54321	50	1

MDC = 1

1739	29341	37

MDC = 37

17 - Ache o coeficiente de x^3 em $(2x-3)^6$.

$x^3 = (2x-3)^6 = (2x)^6 + \binom{6}{1}(2x)^5 \cdot (-3) + \binom{6}{2} \cdot (2x)^4 \cdot (-3)^2 + \binom{6}{3}(2x)^3(-3)^3$

O coeficiente de x^3 $\binom{6}{2} \cdot 2^3 \cdot x^3 \cdot (-3)^3$

$\binom{6}{3} = 20$ $\qquad 20 \cdot 8 \cdot (-27) = -4320.$

18 - Seja $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Ache: (a) O número dos subconjuntos de S; (b) O número dos subconjuntos de S que tenha $\{2, 3, 5\}$ com subconjunto; (c) O número dos subconjuntos de S que contem pelo menos um nº ímpar; (d) O número dos subconjuntos de S que contem exatamente um par.

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $\qquad |S| = 6$

a) $|P(S)| = 2^{|S|} = 2^6 = 64$

b) $2^3 = 8$

c) $2^3 = 8$

d) $8 \cdot 3 = 64$

04 - Demonstre que $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ sempre que n for um número inteiro positivo.

$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots$ $\qquad (n=1) \rightarrow \frac{1^2 \cdot (1+1)^2}{4} \rightarrow 1$

$\underbrace{1 + 8}_{9} + 27 + 64 + \dots$

$9 + 27 = 36$

$36 + 64 = 100$

$(n=2) \rightarrow \frac{2^2 \cdot (2+1)^2}{4} \rightarrow 9$

$(n=3) \rightarrow \frac{3^2 \cdot (3+1)^2}{4} \rightarrow 36$

$(n=4) = \frac{4^2 \cdot (4+1)^2}{4} = 100$. Ou seja, é possível estabelecer que a fórmula seria a resultante da soma dos anteriores até o n elemento.

05- Seja $a_0 = 1$, $a_n = 2a_{n-1} + 1$, $n \geq 1$. Prove que $a_n = 2^{n+1} - 1$.

$a_0 = 1$ $\quad (n=1) \Rightarrow a_1 = 2a_{1-1} + 1 \Rightarrow a_1 = 2a_0 + 1 \Rightarrow a_1 = 2 \cdot 1 + 1 \Rightarrow a_1 = 3$ //

$a_n = 2a_{n+1}$ $\quad a_n = 2^{n+1} - 1 \Rightarrow a_1 = 2^{1+1} - 1 \Rightarrow a_1 = 2^2 - 1 \Rightarrow a_1 = 4 - 1 = 3$ //

$n \geq 1$ $\quad (n=0) \Rightarrow a_0 = 2^{0+1} - 1 \Rightarrow 2^1 - 1 \Rightarrow a_0 = 2 - 1 = 1 \Rightarrow a_0 = 1$.

10- Ache x e y tais que $\{5, x, y, 32\}$ seja uma parte de

a) progressão aritmética

$a_2 = a_1 + R$

$a_3 = a_2 + R \Rightarrow (a_1 + R) + R \Rightarrow a_3 = a_1 + 2R$

$a_4 = (a_1 + 2R) + R \Rightarrow a_4 = a_1 + 3R \quad \therefore 32 = 5 + 3 \cdot R \Rightarrow R = 9$

$(x) = a_2 = 5 + 9 = 14$ //

$(y) = a_3 = 14 + 9 = 23$ //

b) progressão geométrica

$5 \cdot 32 = x \cdot y \Rightarrow x \cdot y = 160$

$q = \frac{32}{y} \Rightarrow q = \frac{x}{5} \Rightarrow q = \frac{y}{x} \Rightarrow \frac{32}{y} = \frac{y}{x} \Rightarrow 32x = y^2 \Rightarrow 32x - y^2 = 0$

$x \cdot y = 160 \Rightarrow x = 160/y$

$32x - y^2 = 0 \Rightarrow \frac{32 \cdot 160}{y} - y^2 = 0 \Rightarrow \frac{5120}{y} - y^2 = 0 \qquad y^2 = \frac{5120}{y} \; (\cdot y)$

$y^3 = 5120 \Rightarrow y \cong 17{,}24$ // $\qquad x \cdot y = 160 \Rightarrow x \cdot 17{,}24 = 160 \Rightarrow x \cong 9{,}3$ //

12- Calcule em $\mathbb{Z}_{10}$: $3 | \oplus 3 | 6 \oplus 6 | 7 \oplus 3 | 9 \oplus 8 | 3 \otimes 3 | 7 \otimes 3 | 5 \otimes$
$2 | 6 \otimes 6 | 4 \otimes 6 | 4 \otimes 1 | 2 \otimes 5 | 5 \otimes 8 | 5 \otimes 9 |$

$3 \oplus 3 = 3+3 \mod 10 \to 6 \mod 10 \to 0$

$6 \oplus 6 = 6+6 \mod 10 \to 12 \mod 10 \to 2$ $\qquad 12 = 10 \cdot 1 + 2$

$7 \oplus 3 = 7+3 \mod 10 \to 10 \mod 10 \to 0$ $\qquad 10 = 10 \cdot 1 + 0$

$9 \oplus 8 = 9+8 \mod 10 \to 17 \mod 10 \to 7$ $\qquad 17 = 10 \cdot 1 + 7$

$3 \otimes 3 = 3 \times 3 \mod 10 \to 9 \mod 10 \to 0$

$7 \otimes 3 = 7 \times 3 \mod 10 \to 14 \mod 10 \to 4$ $\qquad 14 = 10 \cdot 1 + 4$

$5 \otimes 2 = 5 \times 2 \mod 10 \to 10 \mod 10 \to 0$ $\qquad 10 = 10 \cdot 1 + 0$

$6 \otimes 6 = 6 \times 6 \mod 10 \to 36 \mod 10 \to 6$ $\qquad 36 = 10 \cdot 3 + 6$

$4 \otimes 6 = 4 \times 6 \mod 10 \to 24 \mod 10 \to 4$ $\qquad 24 = 10 \cdot 2 + 4$

$4 \otimes 1 = 4 \times 1 \mod 10 \to 4 \mod 10 \to 0$ $\qquad 4 = 10 \cdot x + y$

$2 \otimes 5 = 2 \times 5 \mod 10 \to 10 \mod 10 \to 0$ $\qquad 10 = 10 \cdot 1 + 0$

$5 \otimes 8 = 5 \times 8 \mod 10 \to 40 \mod 10 \to 0$ $\qquad 40 = 10 \cdot 4 + 0$

$5 \otimes 9 = 5 \times 9 \mod 10 \to 45 \mod 10 \to 5$ $\qquad 45 = 10 \cdot 4 + 5$

19- Ache o coeficiente de x^{12} em $(x+1)^{15}$

$x^{15} + \binom{15}{1} \cdot x^{14} \cdot 1 + \binom{15}{2} \cdot x^{13} \cdot 1^{2} + \binom{15}{3} \cdot x^{12} \cdot 1^{3}$

coeficiente de $x^{12} \to \binom{15}{3} \cdot x^{12} \cdot 1^{3} \cdot \binom{15}{3} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{1 \cdot 2 \cdot 3} \to \frac{2730}{6} \to$

455