

MODELO COSECHA

GRUPO 07

model.computeIIS(), para ver los errores en gurobi de infactibilidad

1 Índices

- $i, j \in N$: Nodos: hectáreas ($i \neq j$)
- $(i, j) \in A$: Arcos: conexión entre nodos, posibles conexiones de caminos.
- $r \in R$: Rodales: Conjuntos de nodos
- $t \in T$: Períodos de tiempo (meses)
- $u \in U$: Temporadas de cosecha:
- $k \in K$: Tipos de maquinarias, $k = 1$ skidder y $k = 2$ torre de madereo.
- $d \in D$: nodos de destino

2 Conjuntos (definidos de nuevo algunos)

- R : Conjunto de rodales: $\{1, 2, 3, \dots, 19\}$
- T : Conjunto de periodos de tiempo: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}$
- U : Conjunto de temporadas de cosecha : $\{1, 2\}$
- N : Conjunto de nodos (hectáreas). $|N| = 210$
- A : Conjunto de arcos (conexión entre nodos): $|A| = 279$
- $D \subset N$: Conjunto de nodos de salida (hectáreas de destino) : $|D| = 2$
- $N_r \subset N$: Subconjunto de nodos (hectáreas) que pertenecen al rodal r .
- $N_k \subset N$: Subconjunto de nodos (hectáreas) donde se puede instalar faena tipo k .
- RA_r : Conjunto de rodales con restricción de adyacencia para el rodal r . Es decir, para el rodal r , se define $RA_r \subset R$ como el conjunto de otros rodales que tienen restricción de adyacencia con r .
- $XA \subset A$: Subconjunto de arcos que destruyen el camino construido en él, transcurrida la temporada de cosecha
- $R_{ki} \subset N$: Subconjunto de nodos que pertenecen al radio de operación de una base faena i de maquinaria tipo k .

3 Parámetros

Generales

- P : Precio de venta de madera por metro cúbico.
- M : Número suficientemente grande.
- C : Costo de construir 100m de camino, \$200 por camino

Relacionados a cosecha

- v_i : Volumen máximo en m^3 de madera disponible en la hectárea i .
- mcc_k : Capacidad máxima de volumen de cosecha de la maquinaria tipo k en m^3 , (skidder o torre de madereo)
- cf_{ik} : Costo fijo de instalación de la maquinaria k , en la hectárea i .
- cv_{ijk} Costo variable de cosecha para la hectárea j sobre la maquinaria k instalada en la base faena i . Estos datos están preprocesados según R_{ki}

Relacionados a transporte y caminos

- ct : Costo de transportar madera por caminos en m^3 . El costo para 100m (es decir por cada arco) es \$2, 6.

4 Variables de Decisión

- $\mu_{ikt} = \begin{cases} 1 & \text{si se instala la maquinaria } k \text{ en la hectárea } i \text{ en el mes } t \text{ (para} \\ & \text{costos de instalación) (Variable de activación)} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $f_{ikt} = \begin{cases} 1 & \text{si existe una maquinaria } k \text{ en la hectárea } i \text{ en el mes } t \text{ (para} \\ & \text{costos de cosecha mensual) (Variable de estado)} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $x_{ijkt} = \begin{cases} 1 & \text{si la hectárea base faena } i \text{ cosecha la hectárea } j, \text{ ocupando} \\ & \text{una maquinaria } k \text{ en el mes } t . \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $s_{ru} = \begin{cases} 1 & \text{si alguna hectárea del rodal } r \text{ se cosecha en la temporada } u. \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

- $y_{(ij)t} = \begin{cases} 1 & \text{si se construye el camino } (i, j) \text{ en el período } t \text{ (Variable de activación).} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $l_{(ij)t} = \begin{cases} 1 & \text{si existe el camino } (i, j) \text{ en el mes } t \text{ (Variable de estado).} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $w_{ijkt} \geq 0$: cantidad de madera en m^3 cosechada en la hectárea j , por la base faena i , con la maquinaria k , en el mes t . ($i \neq j$)
- $p_{it} \geq 0$: cantidad de madera en m^3 , acumulada en hectárea i en el mes t , lista para transportarse (inventario).
- $z_{(ij)t} \geq 0$: cantidad de madera en m^3 que se transporta por el camino (i, j) en el mes t .
- $q_{dt} \geq 0$: cantidad de madera en que sale por la hectárea de destino $d \in D$ en el mes t .

5 Función Objetivo

La función objetivo es maximizar los ingresos percibidos producto de la venta de la madera, menos los costos de instalación de la faena, los costos variables de cosecha, los costos de construcción de caminos y los costos variables de transporte de madera a lo largo de los 2 años.

$$\begin{aligned}
& \max \quad \underbrace{\sum_{d \in D} \sum_{t \in T} P \cdot q_{dt}}_{\text{Ingresos por venta de madera}} \\
& - \underbrace{\sum_{t \in T} \sum_{k \in K} \sum_{i \in N_k} \sum_{j \in R_{ki}} (cv_{ijk} \cdot w_{ijkt})}_{\text{Costos variables de cosecha}} \\
& - \underbrace{\sum_{k \in K} \sum_{i \in N_k} \sum_{t \in T} (cf_{ik} \cdot \mu_{ikt})}_{\text{Costos fijos de instalación de faenas}} \\
& - \underbrace{\sum_{(i,j) \in A} \sum_{t \in T} C \cdot y_{(ij)t}}_{\text{Costo de construcción de caminos}} \\
& - \underbrace{\sum_{(i,j) \in A} \sum_{t \in T} ct \cdot z_{(ij)t}}_{\text{Costo de transporte de madera}}
\end{aligned}$$

Ingreso por venta de madera: $\sum_{d \in D} \sum_{t \in T} P \cdot q_{dt}$:

Precio de venta de madera por la cantidad de madera que sale de las hectáreas de destino d en el mes t . Esto sumado en todos los nodos de demanda y períodos.

Costos variables de cosecha: $\sum_{t \in T} \sum_{k \in K} \sum_{i \in N_k} \sum_{j \in R_{ki}} cv_{ijk} \cdot w_{ijkt}$:

Costo variable de cosecha para la hectárea j sobre la maquinaria k instalada en la base faena i por la cantidad de madera en m^3 cosechada en la hectárea j , por la base faena i , con la maquinaria k , en el mes t . Esto sumado en todos los períodos, para todos los tipos de maquinarias, para todas las bases faenas de cada tipo de maquinaria, y en todas las hectáreas que pertenecen al radio de la base faena con su maquinaria respectiva.

Costos fijos de instalación de faenas: $\sum_{k \in K} \sum_{i \in N_k} \sum_{t \in T} cf_{ik} \cdot \mu_{ikt}$:

Costo fijo de instalación de la maquinaria k , en la hectárea i por (1) si se instala la maquinaria k en la hectárea i en el mes t . Esto sumado en todos los períodos, en todos los tipos de maquinarias, y para todas las bases faenas de aquel tipo de maquinaria.

Costo de construcción de caminos: $\sum_{(i,j) \in A} \sum_{t \in T} C \cdot y_{(ij)t}$:

Costo de construir 100 m de camino, por (1) si se construye el camino (i, j) en el período t . Esto sumado en todos los períodos y en todas las conexiones posibles entre las hectáreas.

Costo de transporte de madera: $\sum_{(i,j) \in A} \sum_{t \in T} ct \cdot z_{(ij)t}$:

Costo de transportar madera por caminos en m^3 por la cantidad de madera en m^3 que se transporta por el camino (i, j) en el mes t . Esto sumado en todos los períodos y en todas las conexiones posibles entre las hectáreas.

La función objetivo puede ser reescrita agrupando las sumatorias:

$$\max \sum_{t \in T} \left(\sum_{d \in D} P \cdot q_{dt} - \sum_{k \in K} \sum_{i \in N_k} \left(\sum_{j \in R_{ki}} cv_{ijk} \cdot w_{ijkt} + cf_{ik} \cdot \mu_{ikt} \right) - \sum_{(i,j) \in A} \left(C \cdot y_{(ij)t} + ct \cdot z_{(ij)t} \right) \right)$$

6 Restricciones

- Definir el inventario

$$p_{i0} = 0 \quad \forall i \in N \quad (1)$$

$$p_{it} = p_{i(t-1)} + \sum_{k \in K} \sum_{j \in R_{ik}} w_{ijkt} - z_{(ij)t} \quad \forall i \in N, (i, j) \in A, t \in T \quad (2)$$

Es decir, la cantidad de madera cosechada por la faena instalada en la hectárea i para el mes t tiene que ser igual a lo que había más la suma de la madera que

cosechó en cada hectárea perteneciente a su radio de operación menos lo que se saca desde i hacia j por los caminos.

- **Cosechar hectáreas solo en el radio de cosecha de la faena**

$$w_{ijkt} \leq x_{ijkt} \cdot v_j \quad \forall i \in N_k, j \in R_{ki}, k \in K, t \in T \quad (3)$$

Por lo tanto si el x vale 0, es decir, no hay maquinaria k instalada en i cosechando en j (según su radio), no puedo cosechar. En este caso v_j funciona como big M.

- **Que no exista más de una faena por hectárea**

$$\sum_k f_{ikt} \leq 1 \quad \forall i \in N, t \in T \quad (4)$$

- **Definir relación entre instalación de faena y faena instalada:**

$$\mu_{ikt} = f_{ikt} \quad \forall i \in N, k \in K, t = 1, 13 \quad (5)$$

Es decir, para ambos inicios de temporada la decisión de instalación obliga a estado.

$$f_{ikt} = f_{ik(t-1)} + \mu_{ikt} \quad \forall i \in N, k \in K, t \in T \setminus \{1, 13\} \quad (6)$$

Es decir, para que haya una faena instalada en t , necesariamente se tuvo que instalar en ese t o ya existir en el periodo anterior.

- **Asignación de cosecha de hectáreas sin base faena a una base faena**

$$x_{ijkt} \leq f_{ikt} \quad \forall i \in N, k \in K, t \in T, j \in R_{ik} \quad (7)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ijkt} \leq 1 \quad \forall j \in R_{ik}, k \in K, t \in T \quad (8)$$

Es decir, si existe instalada una faena tipo k , en el tiempo t , en la hectárea i , todas las hectáreas j que pertenezcan al subconjunto de su radio de alcance son asignadas a ella (siempre y cuando que no estén siendo ya cosechadas por otra base faena i).

- **No cosechar más de la cantidad disponible por hectárea**

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in N} \sum_{t \in T} w_{ijkt} \leq v_j \quad \forall j \in N, \quad (9)$$

Es decir, para cada hectárea j que pertenece al radio de operación de alguna base faena i , sumo la madera que cosecharon todas las bases faenas que la tienen en su radio de operación en todo el horizonte de tiempo. Esto debe ser menor o igual a la madera disponible en esa hectárea.

- No cosechar más de la capacidad de la faena cada mes

$$\sum_{j \in R_{ik}} w_{ijkt} \leq m_{cc_k} \quad \forall t \in T, k \in K, i \in N \quad (10)$$

Es decir, la suma de la madera cosechada en todas las hectáreas j que están en el radio de operación de la base faena i debe ser menor o igual a la capacidad máxima de dicha maquinaria k para todo t .

- Durante cada temporada, está prohibido cosechar hectáreas pertenecientes a rodales que tengan restricción de adyacencia

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in N_r} \sum_{j \in N_r} \sum_{t \in T_u} x_{ijkt} \leq (|N_r|^2 \cdot |T| \cdot |K|) \cdot s_{ru} \quad \forall r \in R, u \in U \quad (11)$$

$$s_{ru} + s_{qu} \leq 1 \quad \forall r \in R, q \in RA_r, u \in U \quad (12)$$

Es decir, primero definimos s_{ru} a partir de si hay alguna hectárea que pertenezca a su rodal r en cualquier t de su temporada u que se esté cosechando. (Restricción 11). Ojo: $|T_u| = 6$, $|K| = 2$ y $|N_r|$ es un parámetro distinto para cada r ; es similar a un modelamiento con M. Luego nos aseguramos que dos rodales con restricción de adyacencia no sean cosechados en la misma temporada (Restricción 12).

- Definir la relación entre construcción de camino y camino construido (activación y estado)

$$l_{(ij)t} = l_{(ij)(t-1)} + y_{(ij)t} \quad \forall (i, j) \in A, t \in T \setminus \{1, 13\} \quad (13)$$

$$l_{(ij)13} = l_{(ij)6} + y_{(ij)13} \quad \forall (i, j) \in A \setminus XA \quad (14)$$

$$y_{(ij)1} = l_{(ij)1} \quad \forall (i, j) \in A \quad (15)$$

$$y_{(ij)13} = l_{(ij)13} \quad \forall (i, j) \in XA \quad (16)$$

Es decir, para diciembre de la primera temporada la de decisión de construcción del camino define su estado (Restricción 15). Para el primer mes de la segunda temporada la decisión de construcción de camino depende si pertenecía a zona en que se destruye o no en la intertemporada (Restricción 16, 14). Para los demás periodos se hace una restricción de recursividad de modo que si en cierto t , ya hay camino (estado) entonces necesariamente en el anterior hay o se construye en ese mismo periodo (Restricción 13).

A diferencia de las faenas no todos los caminos inician en 0 para la segunda temporada, por lo tanto igual tenemos que mirar si es que hay o no en el t previo al inicio de la segunda temporada.

- **Relación entre asignación de cosecha y modelo de red**

Para nodos ofertas es decir bases faenas i y para nodos de paso:

$$\sum_{(l,i) \in A} z_{(li)t} - \sum_{(i,j) \in A} z_{(ij)t} = -p_{it} \quad t \in T \forall i \in N \setminus D \quad (17)$$

Es decir, lo que sale menos lo que entra en i debe ser igual a menos la suma de la madera acumulada en i para cada periodo.

Para nodos demanda, de salida:

$$\sum_{(d,i) \in A} z_{(di)t} - \sum_{(i,d) \in A} z_{(id)t} = q_{dt} \quad d \in D, t \in T \quad (18)$$

Es decir, lo que sale menos lo que entra en i debe ser igual a menos la suma de la madera que sale del nodo d para cada periodo.

- **Flujo de madera requiere camino construido**

$$z_{(ij)t} \leq M \cdot y_{(ij)t} \quad \forall (i,j) \in A, t \in T \quad (19)$$

$$M = \sum_{j \in N} v_j$$

- **Restricciones de tipo de variables**

$$\mu_{jkt}, f_{jkt}, x_{ikt}, y_{(i,j)t}, l_{(i,j)t}, s_{ru} \in \{0,1\} \quad \forall i,j \in N, k \in K, r \in R, (i,j) \in A, u \in U, t \in T \quad (20)$$

$$z_{(i,j)t}, p_{jkt}, w_{ijt}, q_{dt} \geq 0 \quad \forall i,j \in N, k \in K, d \in D, (i,j) \in A, t \in T \quad (21)$$