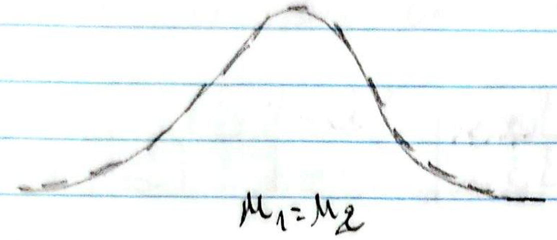
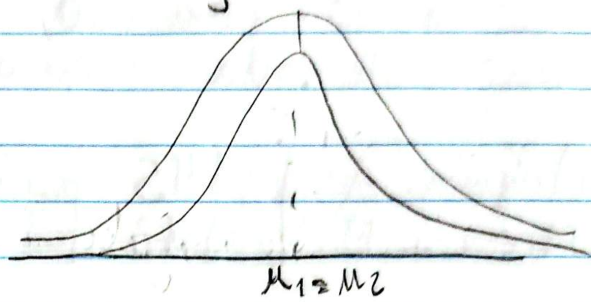
Estatística Inferencial Aula 18

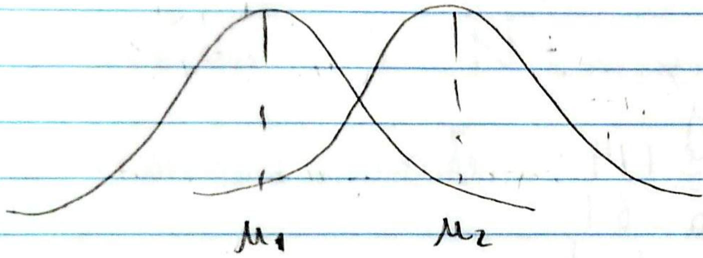
Inferência p/ duas populações



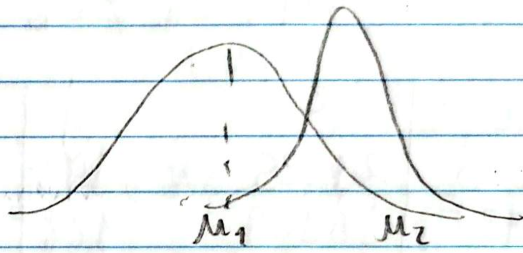
$\mu_1 = \mu_2$, $\sigma_1 = \sigma_2$



$\mu_1 = \mu_2$, $\sigma_1 \neq \sigma_2$



$\mu_1 \neq \mu_2$, $\sigma_1 = \sigma_2$



$\mu_1 \neq \mu_2$, $\sigma_1 \neq \sigma_2$

Comparação das Variâncias de Duas Populações Normais

Passo 1 -

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2 \quad vs \quad H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

Passo 2 - $W = \dfrac{S_1^2}{S_2^2} \sim F(n-1, m-1)$

Fixado α, encontramos dois números f_1 e f_2, da Tabela VI tais que:

$$P(W \in RC) = P(W < f_1 \text{ ou } W > f_2) = \alpha$$

Os valores f_1 e f_2 são determinados de modo que

$$P(W < f_1) = \frac{\alpha}{2} = P(W > f_2).$$

Na prática, consideramos o quociente $W = \dfrac{S_1^2}{S_2^2}$ de tal sorte que $\dfrac{S_1^2}{S_2^2} > 1$.

Exemplo: Queremos verificar se duas máquinas produz[em] peças c/a mesma homogeneidade quanto à resistência à tensão. Para isso, sorteamos duas amostras de seis peças de cada máquina, e obtivemos as seguintes resistências:

Máquina A	145	127	136	142	141	137	x
Máquina B	143	128	132	138	142	132	y

$H_0: \sigma_A^2 = \sigma_B^2 = \sigma^2$ $\qquad \alpha = 0{,}10$

$H_1: \sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$

x	x^2	y	y^2
145	21025	143	20449
127	16129	128	16384
136	18496	132	17424
142	20164	138	19044
141	19881	142	20164
137	18769	132	17424
828	114464	815	110889

$$s_x^2 = \frac{1}{5}\left[114464 - \frac{(828)^2}{6}\right] = \frac{1}{5}\left[114464 - \frac{685584}{6}\right]$$

$$= \frac{1}{5}\left[114464 - 114264\right]$$

$$= \frac{200}{5} = 40$$

$$s_y^2 = \frac{1}{5}\left[110889 - \frac{(815)^2}{6}\right] = \frac{1}{5}\left[110889 - \frac{664225}{6}\right]$$

$$= \frac{1}{5}\left[110889 - 110704{,}2\right]$$

$$= \frac{184{,}8333}{5} = 36{,}96667$$

$$W_{calc} = \frac{S_x^2}{S_y^2} = \frac{40{,}000}{36{,}9667} = 1{,}08$$

$F_{tab} = 5{,}05$

Uma vez que $W_{calc} > F_{tab}$, não existem evidências estatísticas para rejeitar H_0, ao n.s. de 5%

Comparação de Duas Populações: Amostras Independentes

Suponha $P_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ e $P_2(\mu_2, \sigma_2^2)$

Possíveis hipóteses $H_0: \mu_1 = \mu_2$ versus $H_0: \mu_2 > \mu_1$

$H_0: \mu_1 \neq \mu_2$

Mesma Variância, Desconhecida

Suponha que ao testar a hipótese de igualdade de variâncias, esta não seja rejeitada, isto é $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$. Então procedemos da seguinte forma:

$$S_p^2 = \frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 + \sum_{i=1}^{m}(Y_i - \bar{Y})^2}{n+m-2}$$

Estatística do Teste

$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{S_p\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}} \sim t_{(n+m-2)}$$

Exemplo

Duas técnica de venda são aplicadas por dois grupos de vendedores: a técnica A, por 12 vendedores, e a técnica B, por 15 vendedores. Espera-se que a técnica B produza melhores resultados

Dados	Vendas Técnica A	Vendas Técnica B
Média	68	76
Variância	50	75
Vendedores	12	15

Suponha distribuição normal e variância comum desconhecida

Hipóteses

$H_0: \mu_A = \mu_B$; $H_1: \mu_B > \mu_A$

$$S_p = \frac{1}{15+12-2}\left[(12-1)\,50 + (15-1)\,75\right]$$

$$= \frac{1}{25}\left[550 + 1050\right] = \frac{1600}{25} = 64$$

$$t_{calc} = \frac{76-68}{8\sqrt{\frac{1}{12}+\frac{1}{15}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{12}+\frac{1}{15}}} = 2{,}58$$

$t_{tabelado\ 25,\ \alpha=5\%} = 1{,}708$ $\quad p = 10 \Rightarrow \alpha = \frac{p}{2}$ (unilateral)

Uma vez que $t_{calc} > t_{tabelado}$, t_{calc} pertence a região crítica. Portanto, existem evidências estatísticas p/ rejeitar a hipótese nula, ao n.s de 5%.