

Estadística Inferencial Aula 4

Exercícios

1. Uma var. $X \sim N(100, 100)$

a) Qual a $P(90 < X < 110)$?

$$\begin{aligned} P(90 < X < 110) &= P\left(\frac{90-100}{\sqrt{100}} < \frac{X-100}{\sqrt{100}} < \frac{110-100}{\sqrt{100}}\right) \\ &= P(-1 < Z < 1) \\ &= P(-1 < Z < 0) + P(0 < Z < 1) \\ &= 2P(0 < Z < 1) = 2 \times 0,34134 \\ &= 0,68268 \end{aligned}$$

b) Se \bar{X} for a média de uma amostra de 16 elementos retirados dessa população, calcule $P(90 < \bar{X} < 110)$.

Se $X \sim N(100, 100)$, então $\bar{X} \sim N\left(100, \frac{100}{16}\right)$

$$\begin{aligned} P(90 < \bar{X} < 110) &= P\left(\frac{90-100}{\sqrt{\frac{100}{16}}} < \frac{\bar{X}-100}{\sqrt{\frac{100}{16}}} < \frac{110-100}{\sqrt{\frac{100}{16}}}\right) \\ &= P\left(\frac{-10}{\frac{5}{4}} < Z < \frac{10}{\frac{5}{4}}\right) \\ &= P(-4 < Z < 4) \approx 1 \end{aligned}$$

2- Suponha uma população $X \sim N(500, 100)$.
 Seja uma a.a c/ $n = 100$ calcule $P(\bar{X} - \mu < 2)$

Se $X \sim N(500, 100)$, então $\bar{X} \sim N\left(500, \frac{100}{100}\right) = \bar{X} \sim N(500, 1)$

$$P(\bar{X} - \mu < 2) = P(-2 < \bar{X} - 500 < 2)$$

$$= P(-2 < \bar{X} - 500 < 2)$$

$$= P\left(\frac{-2}{\sqrt{1}} < \frac{\bar{X} - 500}{\sqrt{1}} < \frac{2}{\sqrt{1}}\right)$$

$$= P(-2 < Z < 2)$$

$$= 2P(0 < Z < 2)$$

$$= 2 \times 0,47725 = 0,9545$$

3 - A máquina de empacotar uma determinado produto e faz segundo uma distribuição normal, c/ média μ e desvio padrão 10 g

a) Em quanto deve ser regulado o peso médio μ para que apenas 10% dos pacotes tenham menos de que 500 g


1º Passo: Identifique a população $X \sim N(\mu, 100)$

2º Passo: Identifique a pergunta

Qual valor de μ tal que $P(X < 500) = 0,1$, pois 0,1

$$P(X < 500) = 0,1$$

$$P\left(\frac{X - \mu}{10} < \frac{500 - \mu}{10}\right) = 0,1$$

$$P\left(Z < \frac{500 - \mu}{10}\right) = 0,1$$


$$P(Z < z) = 0,1 \Rightarrow$$

$$P(0 < Z < z) = 0,4, \text{ logo } z = 1,28, \text{ portanto}$$

$$-1,28 = \frac{500 - \mu}{10} \Rightarrow -128 = 500 - \mu$$

$$\mu = 500 + 128 = 512,8$$

b) Com a máquina regulada, qual a probabilidade de que o peso total de 4 pacotes, escolhidos ao acaso, seja inferior a 2 kg?

1º Passo Identificar a pop $X \sim N(487,2, 100)$

2º Passo Identificar a distribuição de \bar{X}

Se $X \sim N(512,8; 100)$, então $\bar{X} \sim N(512,8; \frac{100}{4})$

3º Passo Identifique a pergunta

$$P\left(\sum_{i=1}^4 X_i < 2000\right)$$

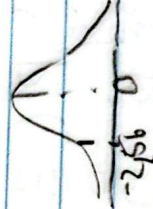
$$P\left(\sum_{i=1}^4 X_i < 2000\right)$$

$$= P\left(\sum_{i=1}^4 X_i < \frac{2000}{4}\right)$$

$$= P(\bar{X} < 500)$$

$$= P\left(\frac{\bar{X} - 500}{\sqrt{\frac{100}{4}}} < \frac{500 - 512,8}{\sqrt{\frac{100}{4}}}\right)$$

$$= P(Z < -2,56)$$



$$= 0,5 - P(-2,56 < Z < 0) = 0,5 - 0,49477$$

$$= 0,00523 \text{ ou } 0,523\%$$

Exercícios

1- Considere a população do exemplo anterior. Após a máquina estar regulada, programou-se uma carta de controle de qualidade. De hora em hora, será retirada uma amostra de 4 pacotes e seus pesos serão medidos. Se a média da amostra for inferior a 495g ou superior a 520g, envia-se a produção para ajustar a máquina.

a) Qual é a probabilidade de se obter uma produção defeituosa?

$$\text{Se } X \sim N(512,8; 100) \sim \bar{X} \sim N\left(512,8; \frac{100}{4}\right)$$

Parada desnecessária: Para a produção, sendo que a máquina está regulada.

$$P(\bar{X} < 495) \text{ ou } P(\bar{X} > 520)$$

$$P(\bar{X} < 495) \quad \text{ou} \quad P(\bar{X} > 520)$$

$$= P\left(\frac{\bar{X} - 512,8}{5} < \frac{495 - 512,8}{5}\right) + P\left(\frac{\bar{X} - 512,8}{5} > \frac{520 - 512,8}{5}\right)$$

$$= P(Z < -3,56) + P(Z > 1,44)$$

$$= 0,5 - P(-3,56 < Z < 0) + 0,5 - P(0 < Z < 1,44)$$

$$= 1 - [0,49981 + 0,42507] = 0,07512$$

$$= 7,512\%$$

2- A capacidade máxima de um elevador é de 500 Kg. Se a distribuição X dos pesos das pessoas for suposta $N(70, 100)$

a) Qual a probabilidade de 7 passageiros ultrapassarem esse limite?

b) É 6 passageiros?

a)

1º Passo identificar a população e a distribuição amostral
Se $X \sim N(70, 100)$, então $\bar{X} \sim N\left(70, \frac{100}{7}\right)$

2º Passo I identificar a pergunta

$$P\left(\sum_{i=1}^7 X_i > 500\right)$$

$$= P\left(\bar{X} > \frac{500}{7}\right) = P\left(\frac{\bar{X} - 70}{\sqrt{\frac{100}{7}}} > \frac{\frac{500}{7} - 70}{\sqrt{\frac{100}{7}}}\right)$$

$$= P(Z > 0,38)$$

$$= 0,5 - P(0 < Z < 0,38)$$

$$= 0,5 - 0,14803 = 0,35197$$

D S T O O S S
 O L M M J V S

$$P\left(\sum_{i=1}^6 X_i > 500\right)$$

$$= P\left(\bar{X} > \frac{500}{6}\right) = P\left(\frac{\bar{X} - 70}{\frac{\sqrt{100}}{6}} > \frac{500 - 70}{\frac{\sqrt{100}}{6}}\right)$$

$$= P(Z > 3,52)$$

$$= 0,5 - P(0 < Z < 3,27)$$

$$= 0,5 - 0,49946$$

$$= 0,00054 = 0,054\%$$