Estatística Inferencial Aula 12

Testes de Hipóteses

Hipótese Estatística: Uma afirmação sobre o parâmetro da população Ex: $\mu = 30$

Teste de Hipótese: Uma regra de decisão que nos possibilita refutar ou não uma hipótese nula. Esse procedimento é feito com base em informações que estão contidas na amostra

Hipótese nula: É o "status quo". Matematicamente, ela sempre está relacionada c/ sinal de igualdade

Por exemplo: $H_0: \mu = \mu_0$, ou $H_0: \mu \leq \mu_0$ ou

$H_0: \mu \geq \mu_0$

Hipótese Alternativa: É a hipótese complementar a hipótese nula, ou seja, p/ $H_0: \mu = \mu_0$ (nula) tem $H_a: \mu \neq \mu_0$; p/ $H_0: \mu \leq \mu_0$ (nula), $H_a: \mu > \mu_0$

Tipo de Erros

Situação

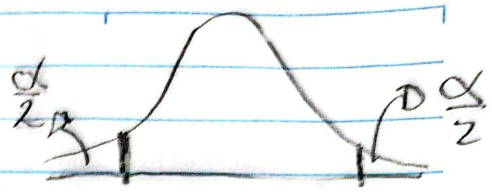
Decisão	H_0 verdadeira	H_0 falsa
Não rejeitar H_0	Decisão Correta	Erro II
Rejeitar H_0	Erro I	Decisão Correta

Nível de Significância P(Rejeitar H_0 | H_0 seja verdadeira

Região Crítica

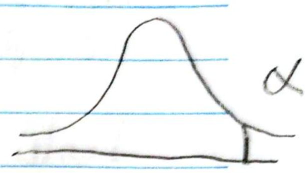
Teste

1- Bilateral $H_0: \mu = \mu_0$
$H_a: \mu \neq \mu_0$

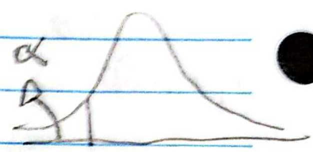


2- Unilateral

A direita $H_0: \mu \leq \mu_0$
$H_a: \mu > \mu_0$



A esquerda $H_0: \mu \geq \mu_0$
$H_a: \mu < \mu_0$



Procedimento p/ a construção de um teste de hipóteses

Passo 1 - Definir H_0 e H_1

Passo 2 - Definir a estatística do teste

Passo 3 - Fixar α

Passo 4 - Calcular a estatística do teste

Passo 5 - Se o valor da estatística calculado c/ os dados da amostra não pertencer à região crítica, não rejeite H_0, caso contrário, rejeite H_0.

Valor p: Probabilidade de ocorrer valores da estatística mais extremos do que o observado, sob a hipótese de H_0 ser verdadeira.

D S T Q Q S S
D L M M J V S

Resumo

Use Z

- Quando σ^2 é conhecido
  - $X \sim$ Normal ou $n \geq 30$

$$Z = \sqrt{n}\,\frac{(\bar{X} - \mu)}{\sigma}$$

Use T

- Quando σ^2 é desconhecido
  - $X \sim$ Normal ou $n \geq 30$

Não use esses testes qdo a população não é normal e $n < 30$

O R base somente disponibiliza o teste t de Student porque na vida real, não conhecemos σ^2.

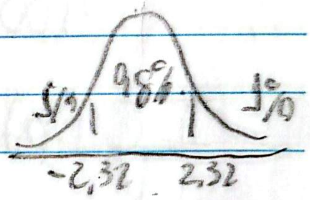
Estatística Inferencial — Aula 12

1- Uma amostra de 10000 itens de um lote de produção foi inspecionada, e o número de defeitos por item foi registrado na tabela abaixo.

Nº de defeitos	0	1	2	3	4
Qtde de peças	6000	3200	600	150	50

a) Determine os limites de confiança para a proporção de itens defeituosos na população, c/ $\gamma = 0{,}98$

$$IC(p) = \left]\hat{p} - z_\gamma \frac{1}{\sqrt{4n}} ; \hat{p} + z_\gamma \frac{1}{\sqrt{4n}}\right[$$



$$\hat{p} = \frac{4000}{10000} = 0{,}4 \qquad z_\gamma = 2{,}32$$

$$IC(p) = \left]0{,}4 - 2{,}32 \frac{1}{\sqrt{40000}} ; 0{,}4 + 2{,}32 \sqrt{\frac{1}{40000}}\right[$$

$$= \left]0{,}4 - 0{,}0116 + 0{,}4 + 0{,}0116\right[$$

$$= \left]0{,}3884 ; 0{,}4116\right[$$

Digitalizado com CamScanner

2- Antes de uma eleição em que existiam dois candidatos, A e B, foi feita uma pesquisa com 400 eleitores escolhidos ao acaso, e verificou-se que 208 deles pretendiam votar no candidato A. Construa um intervalo de 95% de confiança.

$$IC(p) = \left]\hat{p} - z_\gamma \frac{1}{\sqrt{4n}} ; \hat{p} + z_\gamma \frac{1}{\sqrt{4n}}\right[$$

$$\hat{p} = \frac{208}{400} = 0{,}52$$

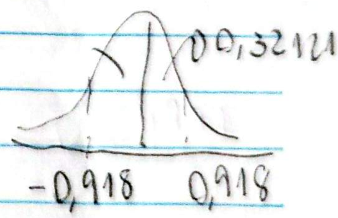
$$IC(p) = \left]0{,}52 - 1{,}96 \frac{1}{\sqrt{1600}} ; 0{,}52 + 1{,}96 \frac{1}{\sqrt{1600}}\right[$$

$$= \left]0{,}52 - 0{,}049 ; 0{,}52 + 0{,}049\right[$$

$$= \left]0{,}471 ; 0{,}569\right[$$

3- Encontre o coeficiente de confiança γ de um intervalo de confiança para p, se $n = 100$, $\hat{p} = 0{,}6$ e amplitude do intervalo deve ser igual a $0{,}090$.

$$\text{Amplitude} = 2 \times z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$



$$2 \times z_\gamma \sqrt{\frac{0{,}6 \; 0{,}4}{100}} = 0{,}090$$

$$z_\gamma = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\frac{0{,}6 \; 0{,}4}{100}}} 0{,}090$$

$$= 0{,}045 \frac{1}{\sqrt{0{,}0024}} =$$

$z_\gamma = 0{,}918$ $\quad \gamma = 0{,}64242$

Estatística Inferencial Aula 12

Suponha que uma amostra de tamanho n seja obtida de uma grande coleção de parafusos, 3% dos quais sejam defeituosos.

Qual será a probabilidade de que no máximo 5% dos parafusos selecionados sejam defeituosos, se n = 60?

$$\hat{p} \sim N\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right) \qquad p = 0{,}03 \quad n = 60$$

$$P(\hat{p} \leq 0{,}05) = P\left(\frac{(\hat{p} - 0{,}05)\sqrt{60}}{\sqrt{0{,}03\ 0{,}97}} < \frac{\sqrt{60}(0{,}05 - 0{,}03)}{\sqrt{0{,}03\ 0{,}97}}\right)$$

$$= P(Z < 0{,}908) \simeq 0{,}8181$$

Suponha que um processo de fabricação produza arruelas, cerca de 5% das quais são defeituosas. Se 100 arruelas forem inspecionadas, qual será a probabilidade de que até 3 arruelas sejam defeituosas?

R: $\qquad p = 0{,}05 \qquad n = 100$

$$\hat{p} \sim N\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right)$$

$$P(\Sigma X_i \leq 3) = P(\hat{p} < 0{,}03)$$

$$= P\left(\frac{\sqrt{100}(\hat{p} - 0{,}05)}{\sqrt{0{,}05\ 0{,}95}} < \frac{\sqrt{100}(0{,}03 - 0{,}05)}{\sqrt{0{,}05\ 0{,}95}}\right)$$

$$\simeq P(Z < -0{,}9176629) \simeq 0{,}1793.$$