Estatística Inferencial - Aula 1

Respostas do Exercício 1

a) Amostra não aleatória: opinião do operário está relacionada com sua chegada

b) alturas são amostras aleatórias

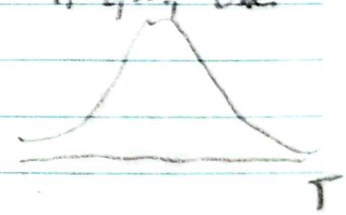
c) amostra viesada

d) não há problemas se os supermercados forem inicialmente homogêneos quanto à venda de sabão

Estatística Inferencial - Aula 2

Amostra $(x_1, \dots, x_n)$ $\xrightarrow{\text{Inferência}}$ População $X \sim F_X(\theta)$

População	Estatísticas Baseadas em Amostras	População das Estatísticas
$X \sim F_X(\theta)$	$\to t_1$	$t_1, t_2, \dots, t_k$
	$\to t_2$	
	$\vdots$	
	$\to t_k$	



Ex: Altura dos Brasileiros

Distribuições Amostrais

Seja uma população composta por uma urna c/ 5 bolas {1, 3, 5, 5, 7}, no qual SELECIONAMOS TODAS AMOSTRAS DE TAMANHO 2. Vamos estudar a distribuição da média

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2}{2}$$

Distribuição da v.a X que assume os valores das bolas nas urnas

x	1	3	5	7
$P(X=x)$	1/5	1/5	2/7	1/5

Distribuição das probabilidades de todas amostras de tamanho 2

1º Extração → X_1; 2º Extração → X_2

$X_1 \backslash X_2$	1	3	5	7	Total
1	1/25	1/25	2/25	1/25	1/5
3	1/25	1/25	2/25	1/25	1/5
5	2/25	2/25	4/25	2/25	2/5
7	1/25	1/25	2/25	1/25	1/5
Total	1/5	1/5	2/5	1/5	

OBS: $P(X_1 = x) = P(X_2 = x) = P(X = x), \forall x$

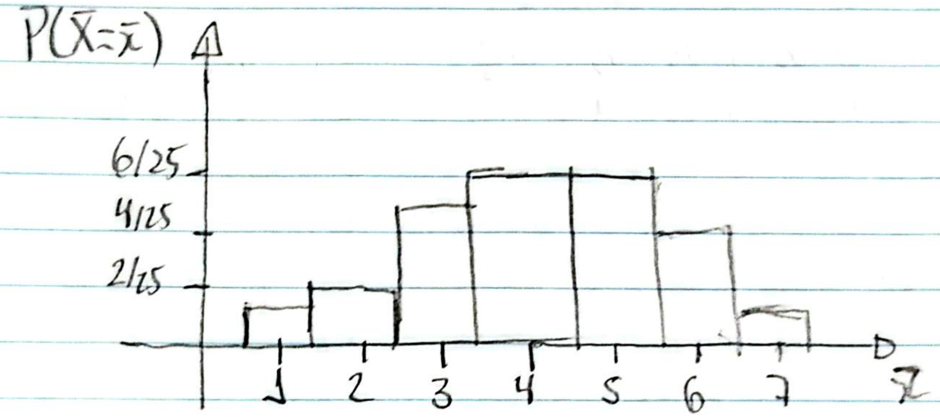
↳ Amostra Aleatória Simples

↳ Sequência de v.a's independentes e identicamente distribuídas!!

Distribuição amostral da estatística $\bar{X}$

Quais possíveis valores de $\bar{X}$?

$\bar{x}$	1	2	3	4	5	6	7
$P(\bar{X}=\bar{x})$	1/25	2/25	5/25	6/25	6/25	4/25	1/25



Cálculo da Esperança Matemática e Variância de X

x	$P(X=x)$	$x\,P(X=x)$	$x^2\,P(X=x)$
1	1/5	1/5	1/5
3	1/5	3/5	9/5
5	2/5	10/5	50/5
7	1/5	7/5	49/5
Total	1	21/5	109/5

$E[X] = \sum_{i=1}^{n} x_i P(X=x_i) = \frac{21}{5}$; $E[X^2] = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 P(X=x_i) = \frac{109}{5}$

$$Var[X] = E[X^2] - E^2[X] = \frac{109}{5} - \left(\frac{21}{5}\right)^2$$

$$= \frac{109}{5} - \frac{441}{25} = \frac{545-441}{25}$$

$$= \frac{104}{25}$$

Cálculo da Esperança Matemática e Variância de $\bar{X} = \frac{X_1 + X_2}{2}$

$\bar{x}$	$P(\bar{X} = \bar{x})$	$\bar{x}P(\bar{X} = \bar{x})$	$\bar{x}^2 P(\bar{X} = \bar{x})$
1	1/25	1/25	1/25
2	2/25	4/25	8/25
3	5/25	15/25	45/25
4	6/25	24/25	96/25
5	6/25	30/25	150/25
6	4/25	24/25	144/25
7	1/25	7/25	49/25
Total		105/25	493/25

$E[\bar{X}] = \frac{21}{5}$ $\quad Var[\bar{X}] = \frac{493}{25} - \left(\frac{21}{5}\right)^2 = \frac{493 - 441}{25} = \frac{52}{25}$

Teorema

Seja X uma v.a c/ média μ e variância σ^2,
Então $E[\bar{X}] = \mu$ e $Var[\bar{X}] = \frac{\sigma^2}{n}$

TLC $\rightarrow$ Se $X \sim F_X(x)$, então, p/ n suficientemente grande
$\bar{X} \approx N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$

Corolário Se $X \sim F_X(x)$, então p/ n suficientemente grande, $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0, 1)$.

Jandaia

Digitalizado com CamScanner