

8 8 8 8 8

Estatística Inferencial Aula 4

J. Una v.a $X \sim N(100, 100)$

a) Qual a $P(90 < X < 110)$?

$$\begin{aligned}
 P(90 < X < 110) &= P\left(\frac{90-100}{\sqrt{100}} < \frac{X-100}{\sqrt{100}} < \frac{110-100}{\sqrt{100}}\right) \\
 &= P(-1 < Z < 1) \\
 &= P(-1 < Z < 0) + P(0 < Z < 1) \\
 &= 2P(0 < Z < 1) = 2 \times 0,34134 \\
 &= 0,68268
 \end{aligned}$$

b) Se \bar{X} for a média de uma amostra de 16 elementos retirados dessa população, calcule $P(90 < \bar{X} < 110)$.

Se $X \sim N(100, 100)$, então $\bar{X} \sim N(100, \frac{100}{16})$

$$\begin{aligned}
 P(90 < \bar{X} < 110) &= P\left(\frac{90-100}{\sqrt{\frac{100}{16}}} < \frac{\bar{X}-100}{\sqrt{\frac{100}{16}}} < \frac{110-100}{\sqrt{\frac{100}{16}}}\right) \\
 &= P\left(-\frac{10}{4} < Z < \frac{10}{4}\right) \\
 &= P(-4 < Z < 4) \approx 1
 \end{aligned}$$

D S T C G S S
D L M V

2 - Suponha uma população $X \sim N(500, 100)$.
Seja uma a.a.c/ n ≥ 100 calcule $P(|\bar{X} - \mu| < 2)$

Se $X \sim N(500, 100)$, então $\bar{X} \sim N\left(500, \frac{100}{100}\right) = \bar{X} \sim N(500, 1)$

$$P(|\bar{X} - \mu| < 2) = P(-2 < \bar{X} - \mu < 2)$$

$$= P(-2 < \bar{X} - 500 < 2)$$

$$= P\left(\frac{-2}{\sqrt{1}} < \frac{\bar{X} - 500}{\sqrt{1}} < \frac{2}{\sqrt{1}}\right)$$
$$= P(-2 < Z < 2)$$

$$\geq 2 P(0 < Z < 2)$$
$$= 2 \times 0,47725 = 0,9545.$$

3 - A máquina de empacotar uma determinada produto
e faz segundo uma distribuição normal, c/ média
 μ e desvio padrão 10 g

a) Em quanto deve ser regulado o peso médio μ
para que apenas 10% dos pacotes fiquem menos de que
500g

1º Passo: I dentifique a população $X \sim N(\mu, 100)$

2º Passo: I dentifique a probabilidade

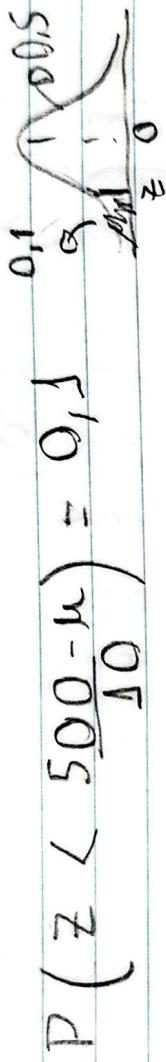
Qual valor de μ tal que $P(X < 500) = 0,1$,
pois $0,1$

Jandaia

D S T O J Q S
D L M

$$P(X < 500) = 0,1$$

$$P\left(\frac{X-\mu}{10} < \frac{500-\mu}{10}\right) = 0,1$$

$$P\left(Z < \frac{500-\mu}{10}\right) = 0,1$$


$$P(Z < z) = 0,1 \Rightarrow$$

$$P(0 < Z < z) = 0,4, \text{ logo } z = 1,28, \text{ pôr tanto}$$

$$-1,28 = \frac{500-\mu}{10} \Rightarrow -12,8 = 500-\mu \\ \mu = 500 + 12,8 = 512,8$$

b) Com a mesma regrada qual a probabilidade de que o peso total de 4 pacotes escolhidos ao acaso seja inferior a 2 kg?

1º Ponto Identifican a pop $X \sim N(487,2, 100)$

2º Ponto I distilluan a distribuição de \bar{X}

Se $X \sim N(512,8; 100)$, então $\bar{X} \sim N(512,8; \frac{100}{4})$

3º Ponto I distilluan a probabilita

$$P\left(\sum_{i=1}^4 X_i < 2000\right)$$

D S T O O S S
D S T O O S S
D L W V S

$$P\left(\sum_{n=1}^4 X_n < 2000\right)$$

$$= P\left(\frac{\sum X_n}{4} < \frac{2000}{4}\right)$$

$$= P\left(\bar{X} < 500\right)$$

$$= P\left(\frac{\bar{X}-500}{\sqrt{\frac{100}{4}}} < \frac{500-512,8}{\sqrt{\frac{100}{4}}}\right)$$

$$= P(Z < -2,56)$$



$$= 0,5 + P(-2,56 < Z < 0) = \\ = 0,5 - 0,49471 = 0,00523 \text{ ou } 0,523\%$$

Exercícios

1 - Considere a população do exemplo anterior. Após a máquina estiver regularizada, programou-se uma caixa de controle da qualidade. De forma um horário, selecionou-se uma amostra de 4 peças e teve os seguintes resultados:
Se a média das amostras por inferior a 495 g. Será superior a 520 g, em vez de a produção produzir a máquina.

- a) Qual é a probabilidade de ser feita uma parada demorada?

$$Se X \sim N(512,8; 100) \sim X \sim N(512,8; \frac{100}{4})$$

Parada demorada: Para a produção, quando que a máquina estiver regularizada $P(\bar{X} < 495)$ ou $P(\bar{X} > 520)$



|
 S S S S S
 O L M M V S

$$P(\bar{X} < 495) \text{ ou } P(\bar{X} > 520)$$

$$= P\left(\frac{\bar{X} - 512,8}{S} < \frac{495 - 512,8}{S}\right) + P\left(\frac{\bar{X} - 512,8}{S} > \frac{520 - 512,8}{S}\right)$$

$$= P(-z < -3,56) + P(z > 1,44)$$

$$\begin{aligned} &= 0,5 - P(-3,56 < z < 0) + 0,5 - P(0 < z < 1,44) \\ &= 0,5 - [0,49981 + 0,42507] = 0,07512 \\ &\approx 7,512\% \end{aligned}$$

2 - A capacidade máxima de um elevador é de 500 kg. Se a distribuição X das pessoas das pessoas é $N(70, 100)$

- Qual a probabilidade de 7 passageiros ultrapassarem esse limite?
- E 6 passageiros?

a) Para identificar a população e a distribuição amostral
 Se $X \sim N(70, 100)$, então $\bar{X} \sim N(70, \frac{100}{7})$

2º Passo Identificar a pergunta

$$\begin{aligned} &P\left(\sum_{n=1}^7 X_n > 500\right) = P\left(\bar{X} - 70 - \frac{500 - 70}{\sqrt{\frac{100}{7}}}\right) \\ &= P(z > \frac{500}{\sqrt{\frac{100}{7}}}) \xrightarrow{\text{z} \sim N(0, 1)} \\ &= P(z > 0,38) \\ &= 0,5 - P(0 < z < 0,38) \xrightarrow{0,6938} \\ &= 0,5 - 0,14803 = 0,35197 \end{aligned}$$

Jandaia

D	S
S	T
I	Q
W	Q
J	S
V	S
G	S

$$P\left(\sum_{i=1}^6 X_i > 500\right)$$

$$= P\left(\bar{X} > \underline{500}\right) = P\left(\bar{X} - 70 > 500 - 70\right)$$

$$= P(Z > 3,52)$$

$$= 0,5 - P(0,2Z < 3,22) \\ = 0,5 - 0,499496 \\ = 0,00054 = 0,054\%$$