

Contrôle Continu I – Numérisation, comparaison et simplification de circuits logiques
Durée 1h30 – Documents, calculatrice, ordinateur et téléphone portable ne sont pas autorisés.
Cette épreuve contient 28 questions de valeur égale, dont 8 questions bonus.

• **Exercice 1 – Questions génériques**

- 1.1 Quels sont les avantages de la représentation binaire signée en complément à deux par rapport à la représentation binaire signée exacte ?
- 1.2 Indiquez au moins deux manières pour montrer que deux fonctions logiques sont équivalentes.
- 1.3 Quelle est la valeur entière maximale dans le système décimal qui est possible d'être encodé avec une représentation binaire signée avec 12-bits ? Et avec 12-bits en binaire non-signée ? Expliquez votre démarche.
- 1.4 Quelle est la principale utilité des formes canoniques de fonctions logiques ?

• **Exercice 2 – Conversions entre bases numériques et opérations arithmétiques**

Convertir les nombres suivants $-(77)_8$, $(4431)_5$ et $(256)_{10}$ en binaire avec 12 bits dans les représentations suivantes :

- 2.1 Représentation binaire signée exacte (signe et magnitude).
- 2.2 Vérifier vos résultats de l'item précédent avec la conversion de retour dans le système décimal.
- 2.3 Représentation binaire en complément de deux.
- 2.4 Vérifier vos résultats de l'item précédent avec la conversion de retour dans le système décimal.
- 2.5 Combien de chiffres vous avez besoin pour représenter en hexadécimal non-signé des nombres entiers positifs plus petits que le décimal 1000 ? Justifier votre raisonnement et calcul pour le cas d'un numéro positif N générique.

Calculez les opérations suivantes en utilisant des nombres de 10 bits et vérifiez le résultat en les convertissant en décimal.

- 2.6 Addition entre $(18)_{10}$ et $(-17)_{10}$ en complément de 2.
- 2.7 Addition entre $(18)_{10}$ et $(-17)_{10}$ en binaire signée exacte (signe et magnitude).
- 2.8 Soustraction entre $(19)_{10}$ et $(-13)_{10}$ en complément de 2.

• **Exercice 3 – Analyse de fonctions et circuits logiques**

Considérez la fonction logique $f(x, y, z) = (x + y)\bar{z}$.

- 3.1 Proposez un circuit (logigramme) pour cette fonction avec les portes logiques OR (OU), AND (ET) et NOT (NON).
- 3.2 Obtenir la table de vérité pour cette fonction.

3.3 Écrire les deux formes canoniques SOP et PDS pour cette fonction à partir de la table de vérité de l'item précédent.

Maintenant nous allons considérer la fonction logique $f(A, B, C) = (\bar{A} + B)(A + B + C)\bar{C}$.

3.4 Proposez un circuit (logigramme) pour cette fonction avec les portes logiques OR (OU), AND (ET) et NOT (NON).

3.5 Obtenir la table de vérité pour cette fonction.

3.6 Écrire les deux formes canoniques SOP et PDS pour cette fonction à partir de la table de vérité de l'item précédent.

3.7 Obtenir la fonction logique la plus simple avec la table de Karnaugh (utilisez la forme SOP).

3.8 Concevez le circuit (logigramme) de la fonction logique simplifié l'item précédent avec portes logiques OR (OU), AND (ET) et NOT (NON).

• **Exercice 4** – Nous aimerais projeter un circuit M qui réalise la multiplication arithmétique décimale de deux nombres entiers positifs. Ce circuit reçoit les deux nombres en binaire de deux bits chacun ($X_1X_0)_2$ et ($Y_1Y_0)_2$, où X_0 et Y_0 sont les bits les moins significatifs, et donne comme sortie le résultat de la multiplication avec quatre bits ($Z_3Z_2Z_1Z_0)_2$, Z_0 étant le bit le moins significatif. Ce circuit aura donc quatre entrées et quatre sorties. Par exemple avec $(X_1X_0) = (01)$ et $(Y_1Y_0) = (10)$, donne comme résultat $M(X_1X_0Y_1Y_0) = (Z_3Z_2Z_1Z_0) = (0010)$.

4.1 Quelle est la valeur maximale en binaire que ce circuit donnera comme résultat ?

4.2 Obtenir la table de vérité pour l'énoncé de ce problème. Vous devez considérer $X_1X_0Y_1Y_0$ comme l'ordre des bits d'entrée dans la table et les quatre sorties dans l'ordre $Z_3Z_2Z_1Z_0$.

4.3 Écrire les formes canoniques SOP et PDS pour la sortie Z_0 .

4.4 Obtenir la fonction logique la plus simple pour la sortie Z_0 avec la table de Karnaugh (utilisez la forme SOP).

4.5 Concevez le circuit (logigramme) de l'item précédent avec portes logiques OR (OU), AND (ET) et NOT (NON).

4.6 Écrire les formes canoniques SOP et PDS pour la sortie Z_3 .

4.7 Obtenir la fonction logique la plus simple pour la sortie Z_3 avec la table de Karnaugh (utilisez la forme SOP).

4.8 Concevez le circuit (logigramme) de l'item précédent avec portes logiques OR (OU), AND (ET) et NOT (NON).

Bonne épreuve !