Fonctions Logiques

- Il existe plusieurs facons d’ecrire une meme fonction logique.

- Alors si vous avez deux fonctions logiques, comment savoir si elles sont equivalentes ?

- Par example :

$$X = (\overline{A} + BC) \cdot (\overline{B}C) + (A\overline{C} + B) \cdot (AB)$$

$$Y = (AB) \cdot (C + AB\overline{C}) + (AB) \cdot (C + B\overline{C})$$

Fonctions Logiques

- Alors si vous avez deux fonctions logiques, comment savoir si elles sont equivalentes ?

- **Methode 1** : verification par la table de verite

  - Construire une table de verite pour chaque fonction

  - Comparer les tables ligne par ligne. **Les fonctions logiques sont equivalentes si leurs tables de verite sont les memes.**

Exercice

Verifier si les deux fonctions logiques suivantes sont eqivalentes par table de verite :

$$X = (\overline{A} + BC) \cdot (\overline{B}C) + (A\overline{C} + B) \cdot (AB)$$

$$Y = (AB) \cdot (C + AB\overline{C}) + (AB) \cdot (C + B\overline{C})$$

Fonctions Logiques

- Alors si vous avez deux fonctions logiques, comment savoir si elles sont equivalentes ?

- **Methode 1** : verification par la table de verite
  - Construire une table de verite pour chaque fonction
  - Comparer les tables ligne par ligne. **Les fonctions logiques sont equivalentes si leurs tables de verite sont les memes.**
  - **Quel est le probleme avec cette approche ?**

Fonctions Logiques

- Alors si vous avez deux fonctions logiques, comment savoir si elles sont equivalentes ?

- **Methode 2** : Representer les fonctions en forme canonique

  - Forme canonique est unique pour une fonction logique donne

  - Ainsi si deux **fonctions logiques** **ont les memes formes canoniques alors elles sont equivalentes.**

  - Methode moins dependante du nombre de variables...

Formes Canoniques

- On appelle forme canonique d'une fonction la forme où chaque terme de la fonction comporte toutes les variables.

- Exemple :

$$F(A,\ B,\ C) = AB\overline{C} + A\overline{C}B + \overline{A}BC$$

- Deux formes canoniques souvent utilisées :
  - **1ere forme canonique : Somme des produits (SDP)**
  - **2eme forme canonique: Produit des sommes (PDS)**

SDP - Première Forme Canonique

- Première forme canonique (forme disjonctive - OU) : somme de produits

- Exemple :

$$F(A,B,C) = \overline{A}.B.C + A.\overline{B}.C + A.B.\overline{C} + A.B.C$$

- C'est la somme des **min termes** ou une **disjonction (OU) de conjonctions (ET)**.

- Chaque terme de la fonction comporte toutes les variables !

- Question a suivre : Comment ecrire une fonction logique en forme canonique SDP ?

PDS - Deuxième Forme Canonique

- Deuxième forme canonique (conjonctive - ET): produit de sommes
- Exemple :

$$F(A,B,C)=(A+B+C)\,(A+B+\overline{C})(A+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+C)$$

- Le produit des **max termes** ou conjonction (ET) de disjonctions (OU).

- Chaque terme de la fonction comporte toutes les variables !

- Question a suivre : Comment ecrire une fonction logique en forme canonique PDS ?

Formes Canoniques

- On peut toujours ramener n'importe qu'elle fonction logique à l'une des formes canoniques.

- Comment ecrire une fonction logique en forme canonique ?

Methode 1 : Manipulations algebriques

- Cela revient à rajouter les variables manquants dans les termes qui ne contiennent pas toutes les variables (les termes non canoniques).

- Utiliser les règles de l'algèbre de Boole :
  - Multiplier un terme avec une expression qui vaut 1 $(a+\bar{a})$
  - Additionner à un terme avec une expression qui vaut 0 $(a.\bar{a})$
  - Par la suite faire la distribution des termes

Exemples - SDP

$$1.\ F(A,B) = A + B$$

$$= A\,(B+\overline{B}) + B(\,A+\overline{A})$$

$$= AB + A\overline{B} + AB + \overline{A}B$$

$$= \ AB + A\overline{B} + \overline{A}B$$

$$2.\ F(A,B,C) = AB + C$$

Formes Canoniques

Comment ecrire une fonction logique en forme canonique ?

- **Methode 2** : A partir de la **table de verite**

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- **Min termes** : un terme est vrai (1) pour seulement une seule combinaison (ET) d’entrees

- **Max termes** : un terme est faux (0) pour seulement une seule combinaison (OU) d’entrees

Table de Vérité - Mintermes et Maxtermes

A	B	C		S		
0	0	0		**0**	→	$A+B+C$: max terme
0	0	1		**0**	→	$A+B+\overline{C}$: max terme
0	1	0		**0**	→	$A+\overline{B}+C$: max terme
0	1	1		**1**	→	$\overline{A}.B.C$: min terme
1	0	0		**0**	→	$\overline{A}+B+C$: max terme
1	0	1		**1**	→	$A.\overline{B}.C$: min terme
1	1	0		**1**	→	$A.B.\overline{C}$: min terme
1	1	1		**1**	→	$A.B.C$: min terme

Formes Canoniques : Table de Vérité

- F = somme des min termes

$$F(A,B,C) = \overline{\mathrm{A}}\,.\,\mathrm{B}\,.\,\mathrm{C} + \mathrm{A}\,.\,\overline{\mathrm{B}}\,.\,\mathrm{C} + \mathrm{A}\,.\,\mathrm{B}\,.\,\overline{\mathrm{C}} + \mathrm{A}\,.\,\mathrm{B}\,.\,\mathrm{C}$$

- F = produit des max termes

$$\mathrm{F(A,B,C)} = (\mathrm{A}+\mathrm{B}+\mathrm{C})\ (\mathrm{A}+\mathrm{B}+\overline{\mathrm{C}})(\mathrm{A}+\overline{\mathrm{B}}+\mathrm{C})\ (\overline{\mathrm{A}}+\mathrm{B}+\mathrm{C})$$

Exercice

- Déterminer la SDP et la PDS canoniques de la fonction F à partir de la TV suivante :

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Formes Canoniques

- Comment choisir entre la SDP et la PDS pour representer une fonction logique ?

A	b	C	$\bar{a}$	$\bar{c}$	$b\bar{c}$	$\bar{a}b$	$b\bar{c}+\bar{a}b$	S
0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0

Formes Canoniques

- Comment choisir entre la SDP et la PDS pour representer une fonction logique ?

- Si la TV a majoritairement de “1”s : choisir la PDS

- Si la TV a majoritairement de “0”s : choisir la SDP

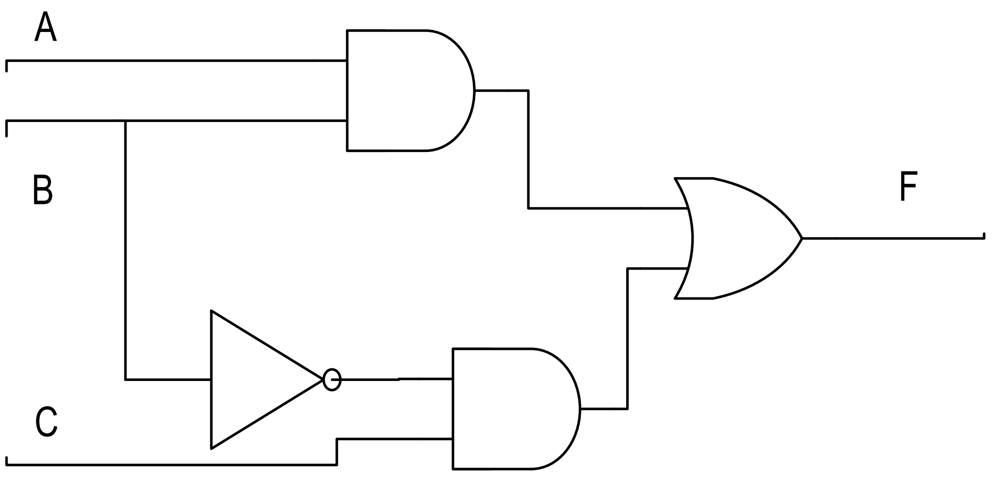
A	b	C	$\bar{a}$	$\bar{c}$	$b\bar{c}$	$\bar{a}b$	$b\bar{c}+\bar{a}b$	S
0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0

Logigramme

- Schéma d'un circuit logique (Logigramme) : C'est la traduction de la **fonction logique** en un schéma électronique.
- Le principe consiste à remplacer chaque opérateur logique par la porte logique qui lui correspond.

- Exemple :

$$F(A,B,C) = A.B + \overline{B}.C$$



Exercice

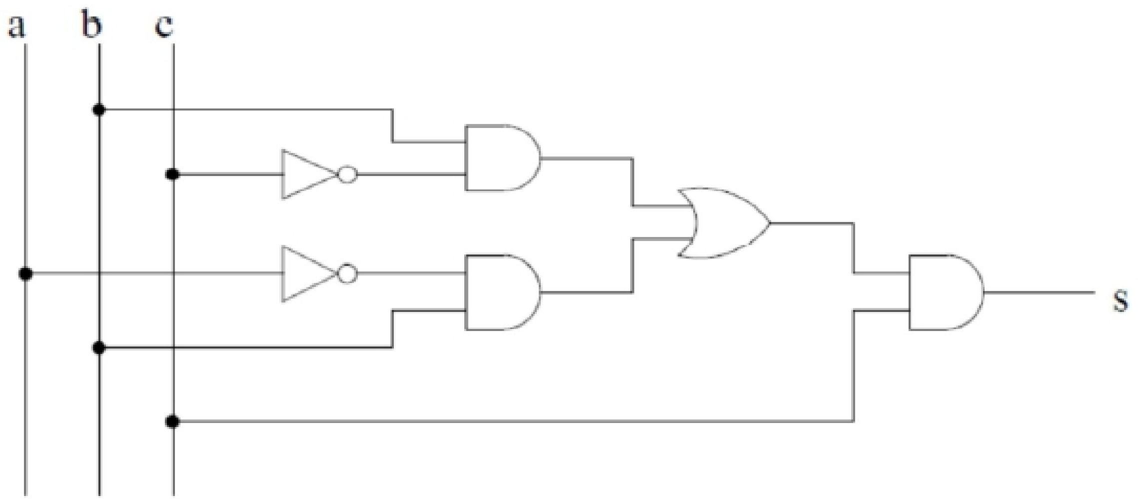
- Donner le logigramme des fonctions suivantes

$$F(A,B,C)=(A+B).(A+\overline{C})$$

$$F(A,B,C)=(A+B).(\overline{A}+C).(B+\overline{C})$$

Exercice

- Soit le circuit logique de la fonction de sortie S :



1. Trouver la table de vérité correspondante à S.
2. Donner la première forme canonique de S (SDP).
3. Tracer le logigramme de S en forme canonique SDP.

Simplification Fonctions Logiques

- L'objectif de la simplification des fonctions logiques est de :
  - réduire le nombre de termes dans une fonction
  - et de réduire le nombre de variables dans un terme

- Cela afin de réduire le nombre de portes logiques utilisées
  réduire le coût du circuit

- Plusieurs méthodes existent pour la simplification :
  - Méthodes algébriques
  - Méthodes graphiques : **table de karnaugh**