

TD n° 3 – Corrélation et Convolution

• **Exercice 1** – *Convolution continue*

1.1 Soient $e(t) = \Gamma(t)$ fonction échelon et $h(t) = \frac{1}{\tau_c} e^{-t/\tau_c} \Gamma(t)$. Calculez $s(t) = h * e(t)$

1.2 Représentez les étapes de calcul pour différents instants t

• **Exercice 2** – *Corrélation de signaux discrets.*

2.1 Soient le signal $s = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ et la signature $f = [1 \ 2 \ 1]$. Calculez la fonction d'intercorrélation

$$R_{sf}[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s[k]f[k-n] \quad (1)$$

$$= \sum_{p=-\infty}^{+\infty} s[p+n]f[p] \quad (2)$$

$$(3)$$

2.2 Le signal s est maintenant perturbé par le signal de bruit:

$b = [1 \ 0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ -1 \ 0 \ -1 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0 \ 1]$. Calculez la fonction d'intercorrélation entre le signal $(s + b)$ et la signature f . Conclusion ?

• **Exercice 3** – *Corrélation 2D.*

3.1 Soit l'image :

$$I_m = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 13 & 12 & 13 & 14 & 3 & 0 \\ 1 & 14 & 12 & 13 & 21 & 11 & 1 \\ 3 & 13 & 11 & 23 & 23 & 24 & 1 \\ 0 & 1 & 15 & 10 & 25 & 13 & 1 \\ 4 & 5 & 11 & 13 & 10 & 10 & 4 \\ 4 & 0 & 2 & 10 & 10 & 10 & 3 \\ 5 & 2 & 4 & 4 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

et la signature $f = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Ecrivez la fonction d'intercorrélation 2D entre l'image et la signature.

3.2 Calculez les valeurs prises par cette fonction d'intercorrélation.

• **Exercice 4** – *Signal périodique, signal borné*

4.1 Quelle est la relation générale entre $R_{sf}(\tau)$ et $R_{fs}(\tau)$?

4.2 Soient la signature $f(t) = \sin \omega t$ définie sur l'intervalle $[-\frac{\pi}{\omega}, \frac{\pi}{\omega}]$ (0 en dehors de cet intervalle) et le signal $s(t) = \sin \omega t$ pour tout t . Calculez la fonction d'intercorrélation.

4.3 Idem avec $f(t) = \sin \omega t$ définie sur l'intervalle $[-K\frac{\pi}{\omega}, K\frac{\pi}{\omega}]$ avec K entier positif.

4.4 On suppose que le signal $s(t)$ est noyé dans du bruit dont la moyenne convergera vers 0 avec le temps. Quelle est la meilleure solution dans le choix de f pour mesurer la phase du signal s ?

4.5 Le signal sinusoïdal f est utilisé pour de la mesure de distance sous la forme d'un train d'ondes. Quelle est la distance maximale que l'on peut mesurer sans ambiguïté avec une onde ultra-sonore ($c = 340m.s^{-1}$) ?

4.6 Si on tient compte de la limitation temporelle du train d'onde (quelques périodes), cette limitation est-elle levée ?