

TD 3 – Analyse des signaux discrets 1D et filtrage en fréquence

• **Question 1 – Opérations et manipulations de circuits de base**

1.1 Trouvez la présentation en fréquence de l'impédance d'un condensateur avec constante C . Pour rappel: $i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$.

1.2 Trouvez la présentation en fréquence de l'impédance d'une bobine inductrice avec constante L . Pour rappel: $v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$.

• **Question 2 – Filtrage avec filtres passifs**

On considère le filtre analogique RC en série avec entrée comme étant la tension $x(t)$ et la sortie comme la tension $v(t)$ aux bornes du condensateur. L'équation différentielle s'écrit alors :

$$RC \frac{dv(t)}{dt} + v(t) = x(t)$$

2.1 Utilisez la transformée de Fourier pour obtenir la fonction de transfert de ce filtre en fréquence.

2.2 Tracez la fonction de transfert en magnitude et discutez quel type de filtre il correspond.

Maintenant nous allons considérer la sortie du circuit comme étant la tension dans la résistance (montage CR en série).

2.3 Obtenir la fonction de transfert de ce filtre en fréquence.

2.4 Tracez la fonction de transfert en magnitude et discutez quel type de filtre il correspond.

Idem avec le système RL - C (C en parallèle).

• **Question 3 – Echantillonnage des signaux**

3.1 Quelle est la fréquence minimale d'échantillonnage que vous choisisriez pour échantillonner un signal, qui a une composante en fréquence maximale f_{max} , sans perte d'information dans sa version discrète ?

3.2 Soient $\sigma_2 > \sigma_1 > 0$ des scalaires, quelle est la fréquence minimale d'échantillonnage pour le signal $s(t) = \sin(8\pi\sigma_1 t) + \cos(14\pi\sigma_2 t)$ pour éviter des pertes ?

3.3 Idem pour le signal $s(t) = \sin(16\pi\sigma_1 t) \cos(\sigma_2 t)$.

3.4 Idem avec le signal, $s(t) = \sin(2\pi f_1 t) \cos(2\pi f_2 t)$ avec $f_2 > f_1 > 0$, sans perte d'information dans sa version discrète ?

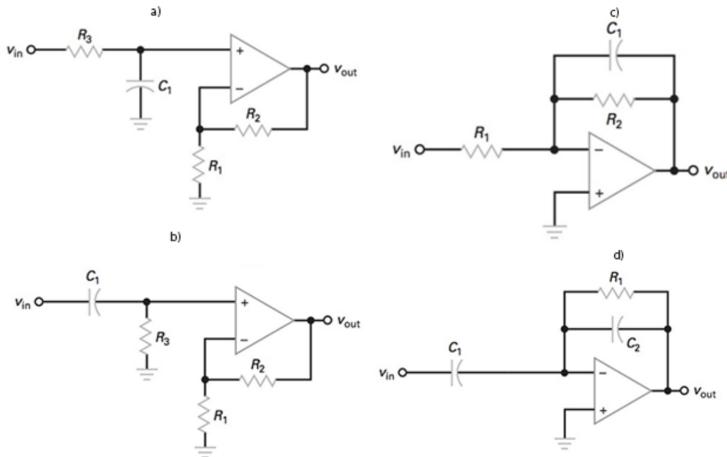
3.5 Et pour le signal continu carré de fréquence de motif f ?

• **Question 4** – Transformée de Fourier à temps discret

4.1 Soit la fenêtre-filtre $h_1[k] = \{\dots, 0, 1, -1, 0, \dots\}$. Calculez et représentez sa TFTD avec $T_e = 1$.

4.2 Soit la fenêtre-filtre $h_2[k] = \{\dots, 0, 1, 1, 0, \dots\}$. Calculez et représentez sa TFTD avec $T_e = 1$.

• **Question 5** – Pour chacun des quatre circuits actifs qui implémentent des filtres (vous pouvez assumer un amplificateur idéal avec les hypothèses typiques) :



5.1 Calculez la fonction de transfert en fréquence.

5.2 Analysez et tracez les spectres en indiquant le type de filtre.

Quelques rappels utiles :

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(x) e^{-i\omega x} dx; \quad S(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} s[k] e^{-i\omega k T_e}$$