

TD 6 – Convolution spatiale et en fréquence

• **Question 1** – Vous voulez enlever un bruit $b(t)$ d'un signal périodique $x(t)$ tel que le signal mesuré est $s(t) = x(t) + b(t)$. Vous formulez deux hypothèses pour les caractéristiques du bruit :

1. Bruit blanc et distribution de probabilité uniforme.
2. Bruit rose et distribution de probabilité gaussienne.

- 1.1 Tracez la forme de la fonction densité de probabilité pour chaque une des hypothèses.
- 1.2 Tracez la forme du spectre en fréquence pour les deux hypothèses.
- 1.3 Proposez une technique en utilisant la notion de corrélation pour le cas de bruit blanc.

• **Question 2** – On considère la fonction porte $\Pi_a(t)$ définie par

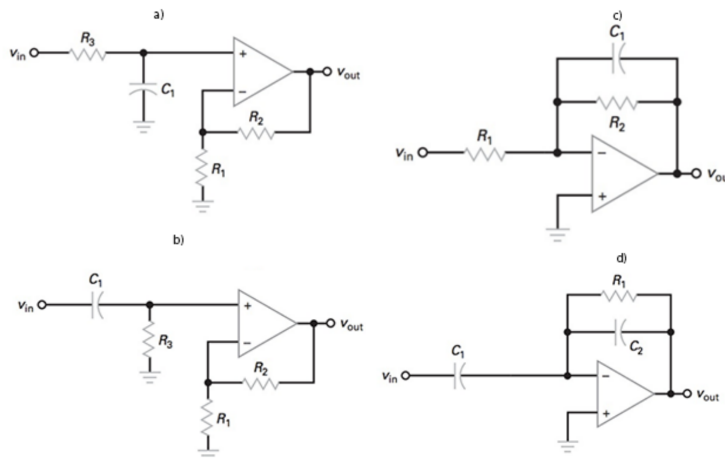
$$\Pi_a(t) = \begin{cases} 1/a, & \text{si } t \in [-a/2, a/2] \text{ et } a \neq 0. \\ 0, & \text{si } t \notin [-a/2, a/2]. \end{cases}$$

- 2.1 Tracer la forme de $\Pi_a(t)$.
- 2.2 Calculer $\Pi_1(t) * \Pi_1(t)$ en utilisant la définition de convolution.
- 2.3 Calculer $\Pi_a(t) * \Pi_b(t)$ en utilisant la définition de convolution pour $a > b > 0$.
- 2.4 Calculer $\Pi_1(t) * \Pi_1(t)$ en fréquence et obtenez le résultat dans le temps avec l'inverse.

• **Question 3** – Soient les fonctions échelon $g(t) = \Gamma(t)$ et $f(t) = \frac{1}{k} \exp(-t/k)g(t)$ pour $k \neq 0$.

- 3.1 Tracez la forme de $f(t)$.
- 3.2 Calculez le produit de convolution $I(t) = f(t) * g(t)$.
- 3.3 Calculez le produit de convolution $I(t) = f(t) * \Pi_k(t)$, avec Π_k la fonction porte définie précédemment.

• **Question 4** – Pour chacun des quatre circuits actifs qui implémentent des filtres (vous pouvez assumer un amplificateur idéal avec les hypothèses typiques) :



- 4.1 Calculez la fonction de transfert en fréquence.
- 4.2 Analysez et tracez le spectre en indiquant le type de filtre.