

Exercices et révision TD 1 – Arithmétique binaire, algèbre de Boole, portes logiques, comparaison et simplification de fonctions logiques

• **Exercice 1 – Conversions entre bases numériques et opérations arithmétiques**

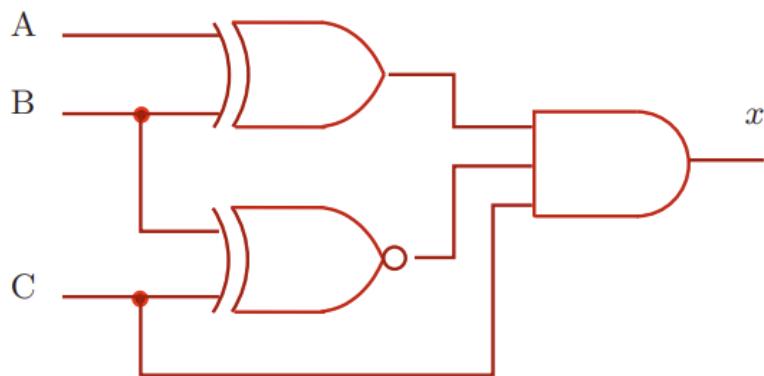
Convertir les nombres décimales 55, 650, -77 en binaire avec de 11 bits dans les représentations suivantes :

- 1.1 Représentation binaire signée exacte (signe et magnitude).
- 1.2 Vérifier vos résultats de l'item précédent avec la conversion de retour dans le système décimal.
- 1.3 Représentation binaire en complément de deux.
- 1.4 Vérifier vos résultats de l'item précédent avec la conversion de retour dans le système décimal.
- 1.5 Combien de chiffres vous avez besoin pour représenter en octal non-signé des nombres entiers positifs plus petits que le décimal 3000 ?

Calculez les opérations suivantes en utilisant des nombres de 8 bits et vérifiez le résultat en les convertissant en décimal.

- 1.6 Addition entre $(19)_{10}$ et $(-18)_{10}$ en complément de 2.
- 1.7 Addition entre $(19)_{10}$ et $(-18)_{10}$ en binaire signée exacte (signe et magnitude).
- 1.8 Soustraction entre $(20)_{10}$ et $(-14)_{10}$ en complément de 2.

• **Exercice 2 – Considérez le circuit numérique suivant :**

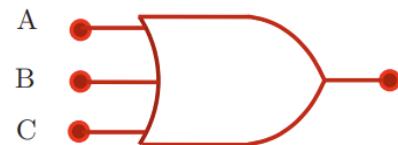
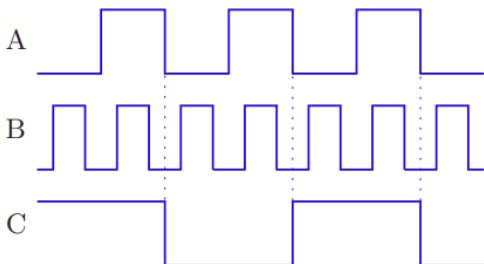


- 2.1 Écrivez l'expression booléenne (fonction logique) pour la sortie x .
- 2.2 Obtenez la table de vérité qui relie les entrées A, B, C à la sortie x .
- 2.3 Écrire les formes canoniques SOP et PDS pour la fonction logique de x .
- 2.4 Simplifiez ce circuit avec la table de Karnaugh (utilisez la somme des mintermes - SOP).

2.5 Concevez le circuit (logigramme) de la fonction logique simplifiée, obtenue dans l'item précédent, avec portes logiques OR (OU), AND (ET) et NOT (NON).

• **Exercice 3 – Signaux et portes logiques**

Considérez les entrées binaires A, B, C et leur combinaison avec une porte OU (OR) comme suit :



3.1 Dessinez la forme de la sortie résultante $F = A + B + C$.

3.2 Supposons que l'entrée A soit court-circuitée à la terre ($A=0$). Dessinez la forme de la sortie F résultante.

3.3 Supposons maintenant que l'entrée A soit court-circuitée à la ligne d'alimentation +5 [volts] ($A=1$). Dessinez la forme de la sortie F résultante.

3.4 Considérez maintenant que vous avez une porte ET (AND) à la place de la porte OU, i.e., $F = ABC$. Dessinez la forme de la sortie F avec les entrées indiquées dans la figure.

• **Exercice 4 – Formes canoniques et comparaison de fonctions logiques**

Écrire les fonctions logiques suivantes sous forme canonique de somme de produits (SOP):

$$4.1 \quad F_1 = A + B(AC + (B + \bar{C})D)$$

$$4.2 \quad F_2 = AB(\bar{B} \bar{C} + BD)$$

En utilisant les notions de l'algèbre de Boole et la forme canonique SOP, montrez que les identités suivantes sont vérifiées:

$$4.3 \quad f(x, y, z) = \bar{x} \bar{z} + \bar{x} \bar{y} + \bar{x}yz = \bar{x}$$

$$4.4 \quad f(x, y, z) = (y + \bar{z})(\bar{y} + z) + \bar{x} + y\bar{z} = x\bar{y} + yz + \bar{y} \bar{z}$$

• **Exercice 5 – Formes canoniques et simplification**

Un système de surveillance possède 3 capteurs (A,B,C) qui peuvent produire une sortie avec valeur 0 ou 1. Le système fonctionne correctement lorsqu'un seul de ses capteurs a une sortie égale à 1. Une alarme (S) doit être déclenchée (S = 1) lorsque deux ou plusieurs capteurs ont des sorties égales à 1.

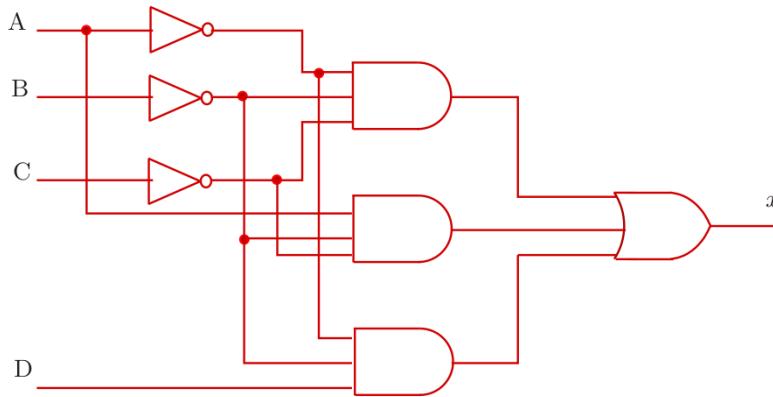
5.1 Obtenir la table de vérité pour ce système.

5.2 Écrire les formes canoniques SOP et PDS.

5.3 Obtenir la fonction logique la plus simple avec la table de Karnaugh (utilisez SOP).

5.4 Concevez le circuit (logigramme) de l'item précédent avec portes logiques OR (OU), AND (ET) et NOT (NON).

• **Exercice 6** – Considérez le circuit numérique suivant :



6.1 Écrivez l'expression booléenne (fonction logique) pour la sortie x .

6.2 Obtenez la table de vérité qui relie les entrées A, B, C, D à la sortie x .

6.3 Écrire les formes canoniques SOP et PDS pour la fonction logique de x .

6.4 Simplifiez ce circuit avec la table de Karnaugh (utilisez la somme des mintermes - SOP).

6.5 Concevez le circuit (logigramme) de la fonction logique simplifiée, obtenue dans l'item précédent, avec portes logiques OR (OU), AND (ET) et NOT (NON).

• **Exercice 7** – Un nombre binaire de quatre bits est représenté comme $A_4A_3A_2A_1$, où A_1 est le bit le moins significatif. Vous voulez concevoir un circuit logique S qui fournit un niveau HAUT en sortie ($S = 1$) chaque fois que le nombre binaire d'entrée $A_4A_3A_2A_1$ est supérieur à 0010 et inférieur à 1000.

7.1 Obtenir la table de vérité pour le circuit S.

7.2 Écrire les formes canoniques SOP et PDS.

7.3 Obtenir la fonction logique la plus simple avec la table de Karnaugh (utilisez la forme SOP).

7.4 Concevez le circuit (logigramme) de l'item précédent avec portes logiques OR (OU), AND (ET) et NOT (NON).