4. Calcul arithmétique

Dans cette partie, on définit :

- ✓ Les nombres binaires non signés (pas de bit de signe) et le calcul arithmétique se fait comme dans le système décimal (base 10).
- ✓ Les nombres binaires signés dont on tient comptent de signe positif ou négatif du nombre et on considère un bit de signe.

1- Opérations arithmétiques pour les nombres non signés

On procède de la même façon que celle utilisée dans la base décimale. Ainsi, on peut effectuer l'opération dans la base 10, ensuite convertir le résultat par colonne à la base B.

1.1 Opérations d'addition

Cas du système binaire:

- Exemple :

  $N1= (254)_{10}$ ➔

  $N2= (187)_{10}$ ➔

- N1 + N2 = ?

	somme	retenue
0+0	0	0
0+1	1	0
1+1	0	1

4. Calcul arithmétique

Dans cette partie, on définit :

- ✓ Les nombres binaires non signés (pas de bit de signe) et le calcul arithmétique se fait comme dans le système décimal (base 10).
- ✓ Les nombres binaires signés dont on tient comptent de signe positif ou négatif du nombre et on considère un bit de signe.

1- Opérations arithmétiques pour les nombres non signés

On procède de la même façon que celle utilisée dans la base décimale. Ainsi, on peut effectuer l'opération dans la base 10, ensuite convertir le résultat par colonne à la base B.

1.1 Opérations d'addition

Cas du système binaire:

- Exemple :

  N1= $(254)_{10}$ ➔ $(11111110)_2$, N1 est représenté en 8 bits

  N2= $(187)_{10}$ ➔ $(10111011)_2$, N2 est représenté en 8 bits

- N1 + N2 = ?

	somme	retenue
0+0	0	0
0+1	1	0
1+1	0	1

4. Calcul arithmétique

Cas du système octal

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 34_8 \\ +45_8 \\ \hline 101_8 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 3_8+1_8 = 4_8 \\ 4_8+4_8 = 10_8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (2\ \ 5\ \ 3)_8 \\ +\ (7\ \ 1\ \ 6)_8 \\ \hline \end{array}$$

Cas du système héxadecimal

$$\begin{array}{r} (5\ 3\ 0\ 4)_{16} \\ +\ (CC\ 3\ B)_{16} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} (89A27)_{16} \\ +\ (EE54)_{16} \\ \hline \end{array}$$

Exercice 1 :

a) $$\begin{array}{r} 1111 \\ +\ 0101 \\ \hline \boxed{} \end{array}$$

b) $$\begin{array}{r} 10101010 \\ +\ 00110011 \\ \hline \boxed{} \end{array}$$

c) $$\begin{array}{r} 11001101 \\ +\ 11100011 \\ \hline \boxed{} \end{array}$$

Exercice 2 :

$$326_8 + 735_8 =$$

$$BB_{16} + 36_{16} \simeq$$

$$19B9_{16} + C7E6_{16} \simeq$$

4. Calcul arithmétique

4.2 Opérations de soustraction

- Cas d'une opération de soustraction de deux opérandes non signées A et B, il faut que A<B.
- On peut soustraire les nombres dans les systèmes, binaire, octal ou hexadécimal, en utilisant la même méthode que le système décimal.

Exemples :

- Cas du système binaire

$$
\begin{array}{r} 11111110 \\ -\ 10111011 \\ \hline \boxed{} \end{array}
\qquad
\begin{array}{r} 101101 \\ -\ 11011 \\ \hline \boxed{} \end{array}
$$

0-0	0
1-0	1
1-1	0
0-1	1, Il faut prendre 1 de la gauche

4. Calcul arithmétique

4.2 Opérations de soustraction

- Cas d'une opération de soustraction de deux opérandes non signées A et B, il faut que A<B.
- On peut soustraire les nombres dans les systèmes, binaire, octal ou hexadécimal, en utilisant la même méthode que le système décimal.

Cas du système octal :

$$
\begin{array}{r}
 (7\ \ 3\ \ 5)_8 \\
- \ (4\ \ 7\ \ 6)_8 \\
\hline
\end{array}
$$

Cas du système hexadecimal :

$$
\begin{array}{r}
 (1\,5\ \ C\ \ E)_{16} \\
- \ (7\ \ D\ \ 5)_{16} \\
\hline
\end{array}
$$

4. Calcul arithmétique

4.2 Opérations de soustraction

- Cas d'une opération de soustraction de deux opérandes non signées A et B, il faut que A<B.
- On peut soustraire les nombres dans les systèmes, binaire, octal ou hexadécimal, en utilisant la même méthode que le système décimal.

Cas du système octal :

$$\begin{array}{r} (7\ 3\ 5)_8 \\ -\ (4\ 7\ 6)_8 \\ \hline \end{array}$$

Résultat : $(237)_8$

Cas du système hexadecimal :

$$\begin{array}{r} (1\ 5\ C\ E)_{16} \\ -\ (7\ D\ 5)_{16} \\ \hline \end{array}$$

Résultat : $(DF9)_{16}$

Exercice1

$$\begin{array}{r} 1010011 \\ -\quad 1111 \\ \hline \boxed{} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 110101 \\ -\quad 1001 \\ \hline \boxed{} \end{array}$$

Exercice2

$642_8 - 267_8$

$23_{16} - 1B_{16}$

Exercice

Effectuer les additions suivantes dans les différentes bases mentionnées :

(279)10 = (. . .)8 = (. . .)2 = (. . .)H
+ (29)10 = (. . .)8 = (. . .)2 = (. . .)H
__________ = _______ = _______ = _______
résultats ...

(E85,89)H = (. . . .)2 = (. . .)8 = (. . .)10
+ (5,B)H = (. . . .)2 = (. . .)8 = (. . .)10
__________ = _______ = _______ = _______
résultats ...

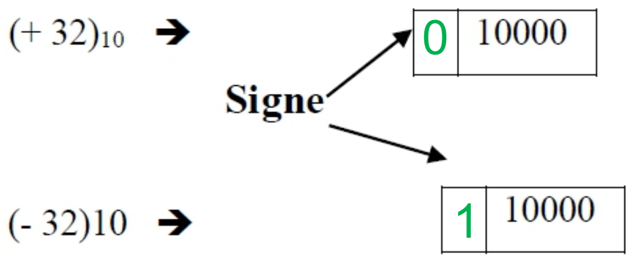
2- Opérations arithmétiques pour les nombres signés

Pour représenter des nombres négatifs et positifs dans une machine, on utilise généralement des représentations spécifiques. Dans cette partie, on s'intéresse au système binaire.

2.1 Représentation exacte

Elle consiste à affecter un bit pour le signe. Par convention : + ➔ 0 et - ➔ 1

Exemple:



2.2 Représentation en complément à 2

Cette représentation n'est pas valable par des calculs arithmétiques car elle possède 2 représentions possibles de zéro (+0 ➔00) et (-0 ➔ 10). D'ou il y a recours à l'utilisation de la notion complément (CMP).

D'une manière générale, le complément à "b" d'un nombre écrit dans la base "b" est la valeur qu'il faut ajouter à ce nombre pour obtenir la valeur maximale +1 que l'on peut exprimer (en tenant compte du format de la base).

2.2 Représentation en complément à 2

Méthode 1

Pour calculer le complément à 2 d'un nombre N, on effectue le CMP_1+1. Sachant le complément à 1 se détermine comme suit :

CMP_1(N) =$\overline{(N)}$ cad 0 si 1 et 1 si 0

Exemple :

CMP_1(10110) =..

CMP_2(10110) =..

Remarque: Maintenant on doit dire combien de bits on répresente le nombre (5, 8, 16 ou 32 bits ?)

2.3 Utilisation du complément à 2

Les opérations des nombres signés.

Exemple 1 : $+9_{10} - 4_{10}$, dans ce cas le résultat s'écrit sur 5 bits.

$$+9_{10} \rightarrow \overbrace{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}^{5bits}$$

$$+$$

$$-4_{10} \rightarrow \underline{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}$$

$$en\ effet : CMP_2(+4) = CMP_2(00100) = \ldots\ldots\ldots$$

Exemple 2 : $-9_{10} - 4_{10}$, dans ce cas le résultat s'écrit sur 5 bits.

$$-9_{10} \rightarrow CMP_2(+9) = CMP_2(01001) = \overbrace{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}^{5bits}$$

$$+$$

$$-4_{10} \rightarrow CMP_2(+4) = CMP_2(00100) = \underline{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}$$

On remarque que le signe de bit est **1** alors le résultat est négatif. Il faut complémenter à 2 pour retrouver la valeur absolue.

$10011 \xrightarrow{CMP_2} 01101 \rightarrow$

Exercice

- **Exercice 2** – *Conversions entre bases numériques et opérations arithmétiques*

Convertir les nombres décimales 77, 1096, -85, et -1530 en binaire avec de 12 bits dans les représentations suivantes :

2.1 Représentation binaire signée exacte (signe et magnitude).

2.2 Vérifier vos résultats de l'item précédant avec la conversion de retour dans le système décimal.

2.3 Représentation binaire en complément de deux.

2.4 Vérifier vos résultats de l'item précédant avec la conversion de retour dans le système décimal.

2.5 Combien de chiffres vous avez besoin pour représenter en hexadécimal non-signé des nombres entiers positifs plus petits que le décimal 4000 ?

Calculez les opérations suivantes en utilisant des nombres de 8 bits et vérifiez le résultat en les convertissant en décimal.

2.6 Addition entre $(14)_{10}$ et $(-17)_{10}$ en complément de 2.

2.7 Addition entre $(14)_{10}$ et $(-17)_{10}$ en binaire signée exacte (signe et magnitude).

2.8 Soustraction entre $(21)_{10}$ et $(-13)_{10}$ en complément de 2.