

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

RENATO LOPES MOURA RA163050

Estudo sobre Inferência Fuzzy baseada em medidas de  
subsethood

CAMPINAS

2016

# 1 Definições

*Definição 1.* Seja uma função  $S : \mathcal{F}(X) \times \mathcal{F}(X) \rightarrow [0, 1]$ .  $S(A, B)$  é uma medida de subsethood se para  $A, B, C \in \mathcal{F}(X)$  temos:

1.  $S(A, B) = 1 \Leftrightarrow A \subseteq B$
2.  $S(X, \emptyset) = 0$
3. Se  $A \subseteq B \subseteq C$ , então  $S(C, A) \leq S(B, A)$  e  $S(C, A) \leq S(C, B)$

*Definição 2.* A medida de subsethood de Kosko é definida da seguinte forma:

$$S_k(A, B) = \frac{\int_{x \in X} \min(\mu_A(x), \mu_B(x))}{\int_{x \in X} \mu_A(x)}$$

*Definição 3.* A medida de subsethood de Willmott é definida da seguinte forma:

$$S_w(A, B) = \frac{\int_{x \in X} \mu_B(x)}{\int_{x \in X} \max(\mu_A(x), \mu_B(x))}$$

*Definição 4.* As medidas de subsethood  $S_p^\cap$ (meet) e  $S_p^\cup$ (join) são definidas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} S_p^\cap(A, B) &= I_p(v_p(A), v_p(A \cap B)), \\ S_p^\cup(A, B) &= I_p(v_p(A \cup B), v_p(B)) \end{aligned}$$

Onde  $I_p$  denota a implicação de Goguen e  $v_p$  é uma função  $\mathcal{F}(X) \rightarrow [0, 1]$  definida por:

$$v_p = \sum_{i=1}^k \frac{1 - \cos(\pi \frac{[\mu_C(x^i)]^p}{k})}{k}, \quad X = \{x^1, \dots, x^k\}$$

## 2 Experimentos

### 2.1 Caso 1

Entrada triangular quase discreta (3.4,3.5,3.6)

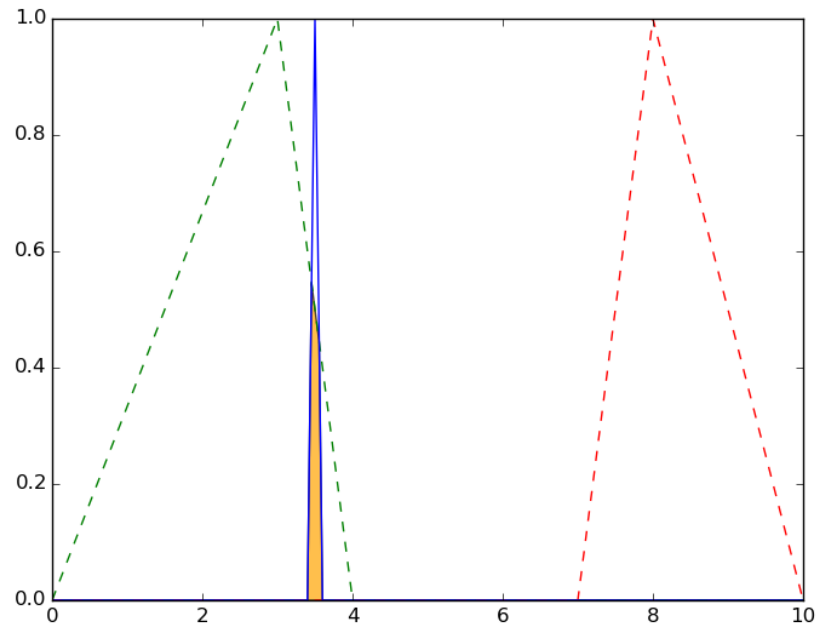


Figure 1: Entrada do caso 1

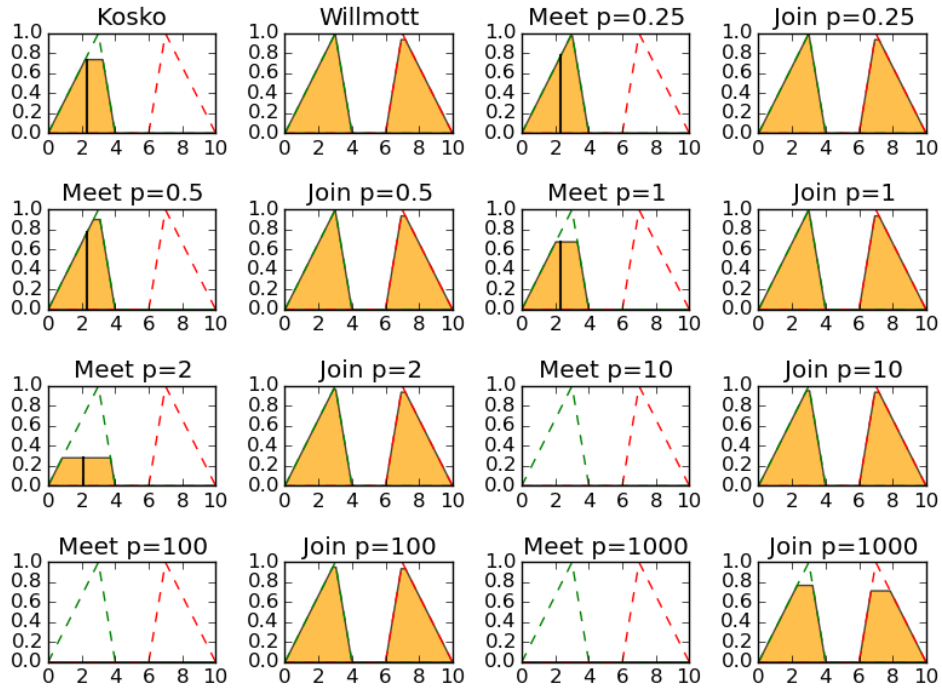


Figure 2: Resultados do caso 1

Medida	Regra 1	Regra 2	Defuzzificação
$S_k$	0	0.738	2.297
$S_w$	0.938	0.988	4.996
$S_{0.25}^\cap$	0	0.974	2.333
$S_{0.25}^\cup$	0.938	0.999	4.996
$S_{0.5}^\cap$	0	0.901	2.327
$S_{0.5}^\cup$	0.938	0.995	4.996
$S_1^\cap$	0	0.678	2.281
$S_1^\cup$	0.938	0.984	4.996
$S_2^\cap$	0	0.281	2.133
$S_2^\cup$	0.937	0.965	4.997
$S_{10}^\cap$	0	0	0
$S_{10}^\cup$	0.937	0.952	4.998
$S_{100}^\cap$	0	0	0
$S_{100}^\cup$	0.936	0.951	4.998
$S_{1000}^\cap$	0	0	0
$S_{1000}^\cup$	0.714	0.769	4.966

## 2.2 Caso 2

Entrada triangular quase igual ao antecedente (0.0,3.3,4.0)

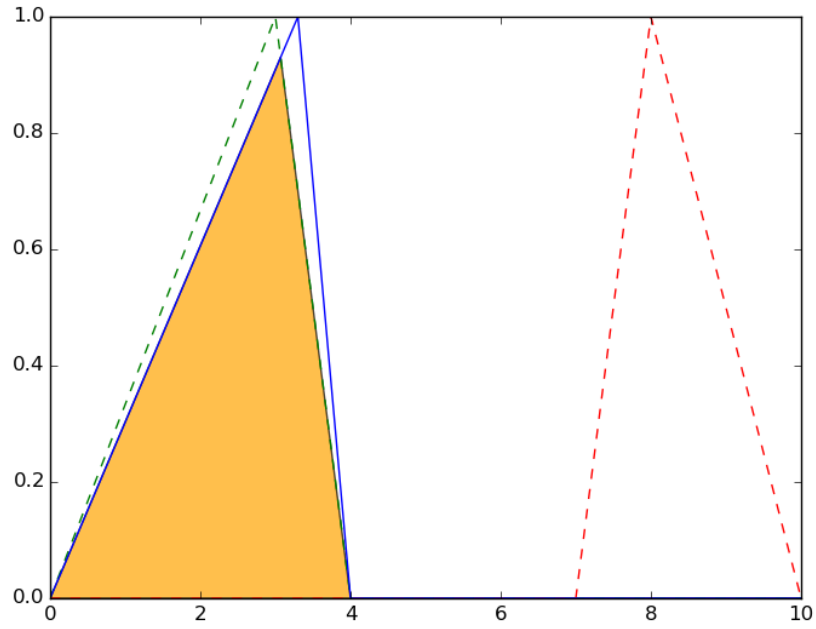


Figure 3: Entrada do caso 2

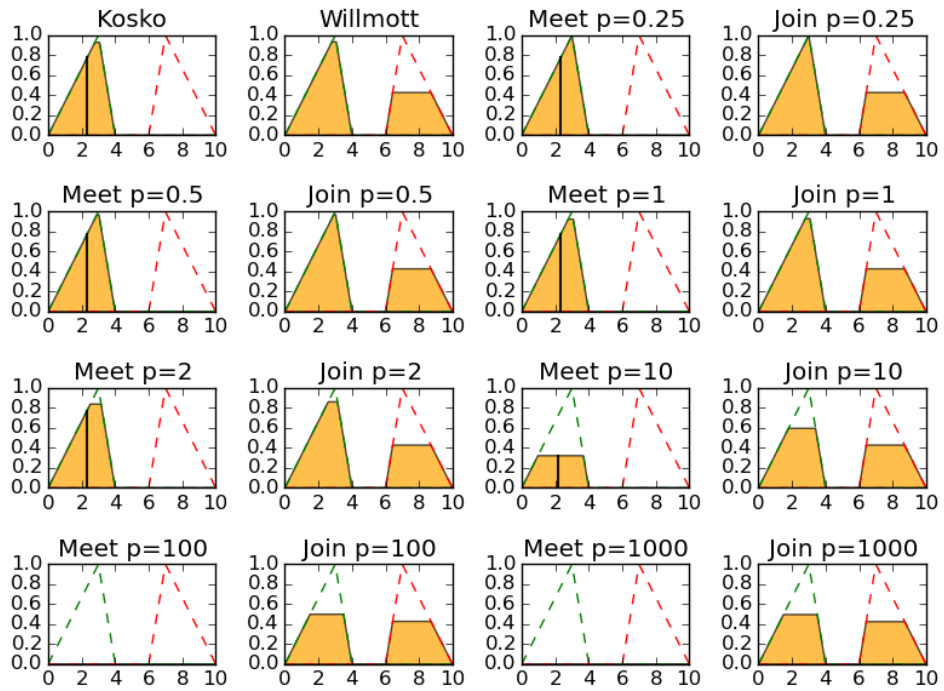


Figure 4: Resultados do caso 2

Medida	Regra 1	Regra 2	Defuzzificação
$S_k$	0	0.929	2.330
$S_w$	0.429	0.935	4.539
$S_{0.25}^\cap$	0	0.988	2.333
$S_{0.25}^\cup$	0.429	0.988	4.536
$S_{0.5}^\cap$	0	0.968	2.333
$S_{0.5}^\cup$	0.429	0.969	4.536
$S_1^\cap$	0	0.926	2.330
$S_1^\cup$	0.429	0.931	4.540
$S_2^\cap$	0	0.839	2.318
$S_2^\cup$	0.429	0.861	4.554
$S_{10}^\cap$	0	0.323	2.151
$S_{10}^\cup$	0.429	0.596	4.730
$S_{100}^\cap$	0	0	0
$S_{100}^\cup$	0.429	0.5	4.864
$S_{1000}^\cap$	0	0	0
$S_{1000}^\cup$	0.426	0.497	4.864

### 2.3 Caso 3

Entrada triangular com pouca interseção (3.8,4.0,5.0)

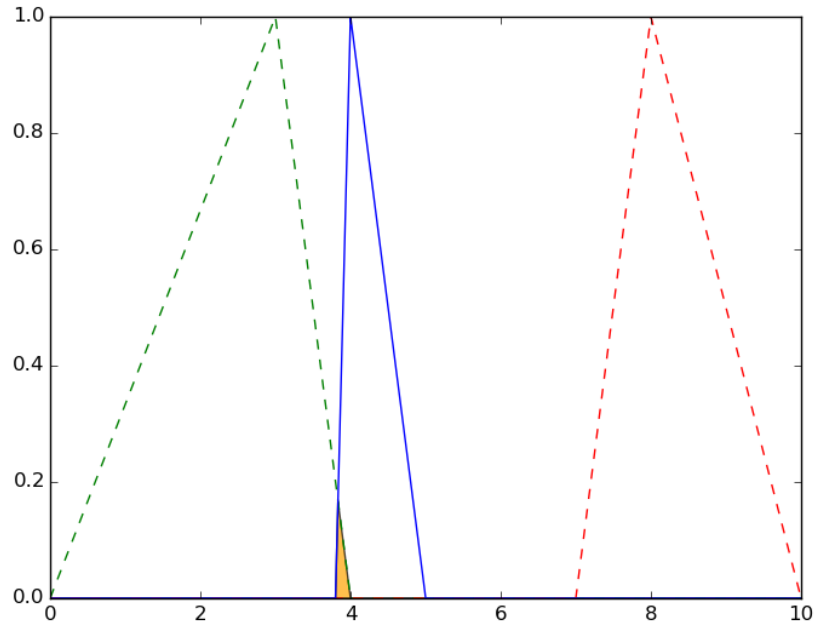


Figure 5: Entrada do caso 3

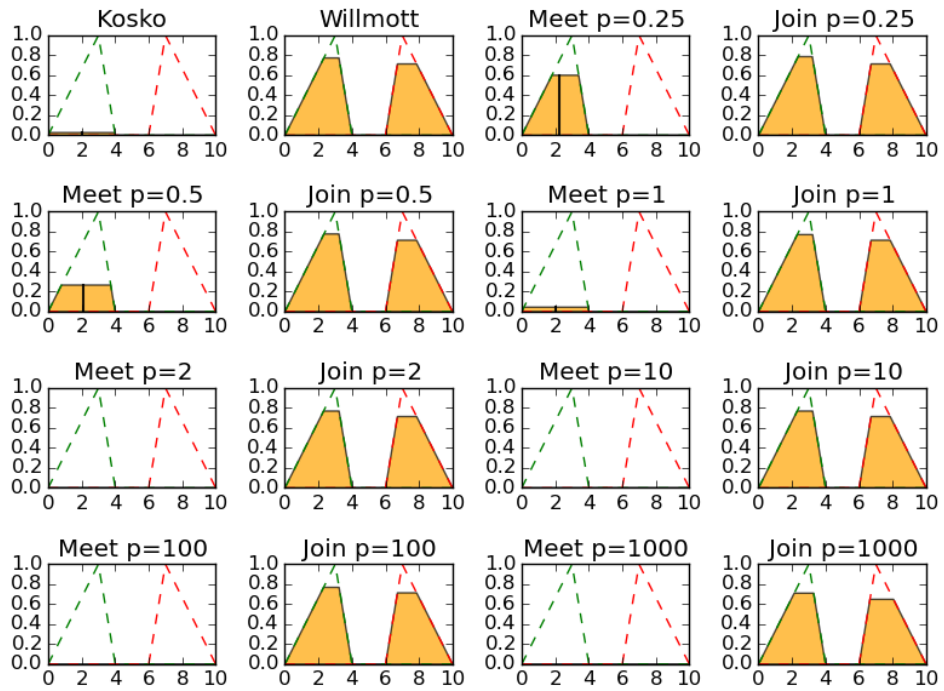


Figure 6: Resultados do caso 3

Medida	Regra 1	Regra 2	Defuzzificação
$S_k$	0	0.028	2.014
$S_w$	0.714	0.774	4.963
$S_{0.25}^\cap$	0	0.601	2.258
$S_{0.25}^\cup$	0.714	0.787	4.956
$S_{0.5}^\cap$	0	0.266	2.126
$S_{0.5}^\cup$	0.714	0.777	4.961
$S_1^\cap$	0	0.045	2.022
$S_1^\cup$	0.714	0.771	4.965
$S_2^\cap$	0	0.001	2
$S_2^\cup$	0.714	0.769	4.966
$S_{10}^\cap$	0	0	0
$S_{10}^\cup$	0.714	0.769	4.966
$S_{100}^\cap$	0	0	0
$S_{100}^\cup$	0.714	0.769	4.966
$S_{1000}^\cap$	0	0	0
$S_{1000}^\cup$	0.649	0.711	4.949



## 2.4 Caso 4

Entrada triangular sem interseção mas próxima de um dos antecedentes (4.0,4.5,5.0)

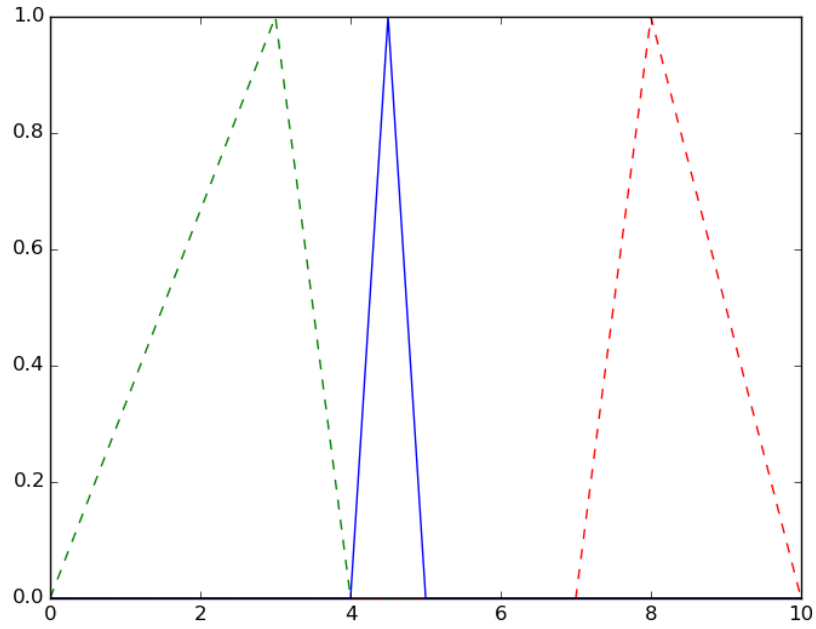


Figure 7: Entrada do caso 4

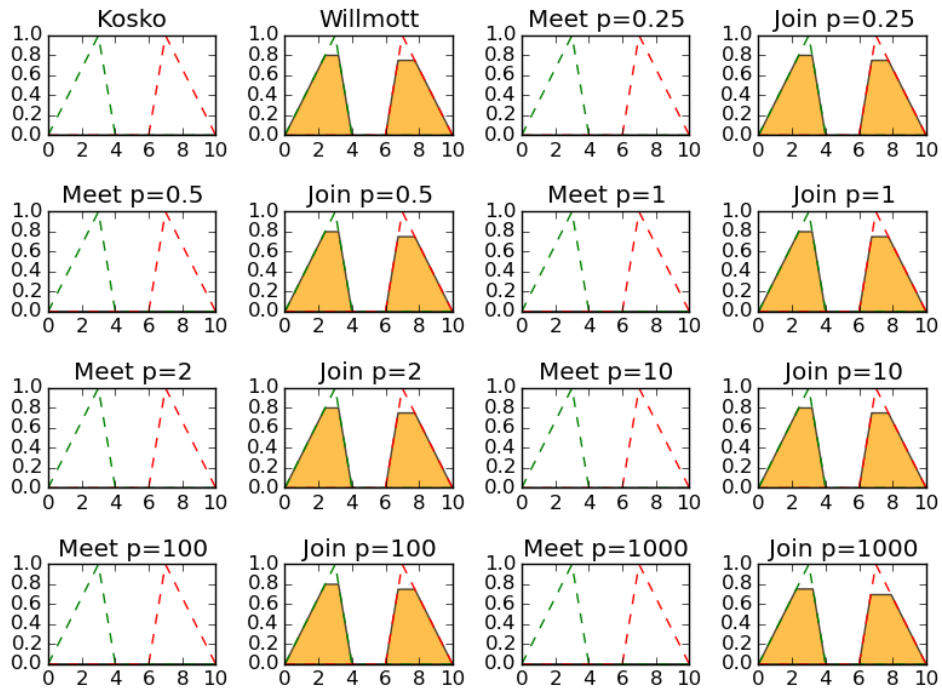


Figure 8: Resultados do caso 4

Medida	Regra 1	Regra 2	Defuzzificação
$S_k$	0	0	0
$S_w$	0.750	0.800	4.974
$S_{0.25}^\cap$	0	0	0
$S_{0.25}^\cup$	0.750	0.800	4.974
$S_{0.5}^\cap$	0	0	0
$S_{0.5}^\cup$	0.750	0.800	4.974
$S_1^\cap$	0	0	0
$S_1^\cup$	0.750	0.800	4.974
$S_2^\cap$	0	0	0
$S_2^\cup$	0.750	0.800	4.974
$S_{10}^\cap$	0	0	0
$S_{10}^\cup$	0.750	0.800	4.974
$S_{100}^\cap$	0	0	0
$S_{100}^\cup$	0.750	0.800	4.974
$S_{1000}^\cap$	0	0	0
$S_{1000}^\cup$	0.696	0.753	4.962

## 2.5 Caso 5

Entrada triangular equidistante dos antecedentes (5.0,5.5,6.0). Obs: notar que os antecedentes não possuem o mesmo tamanho.

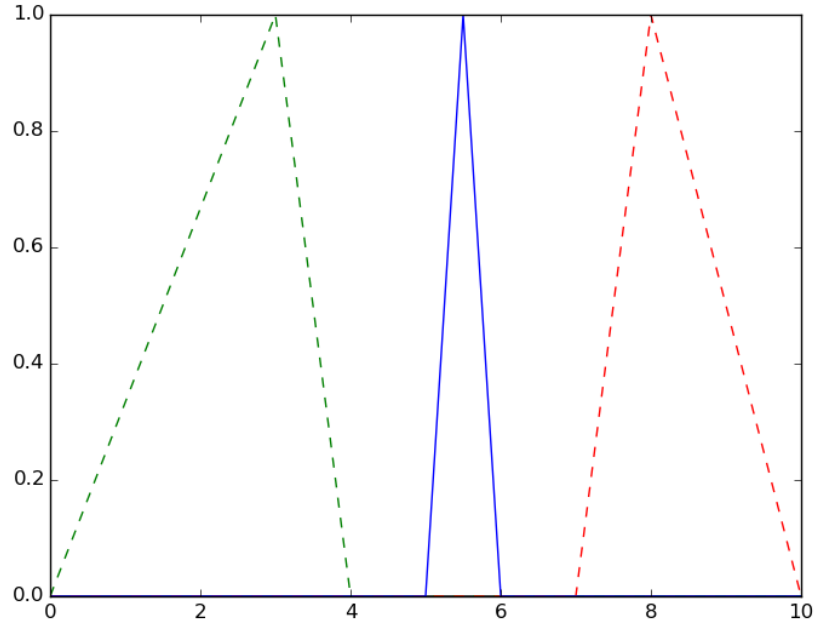


Figure 9: Entrada do caso 5

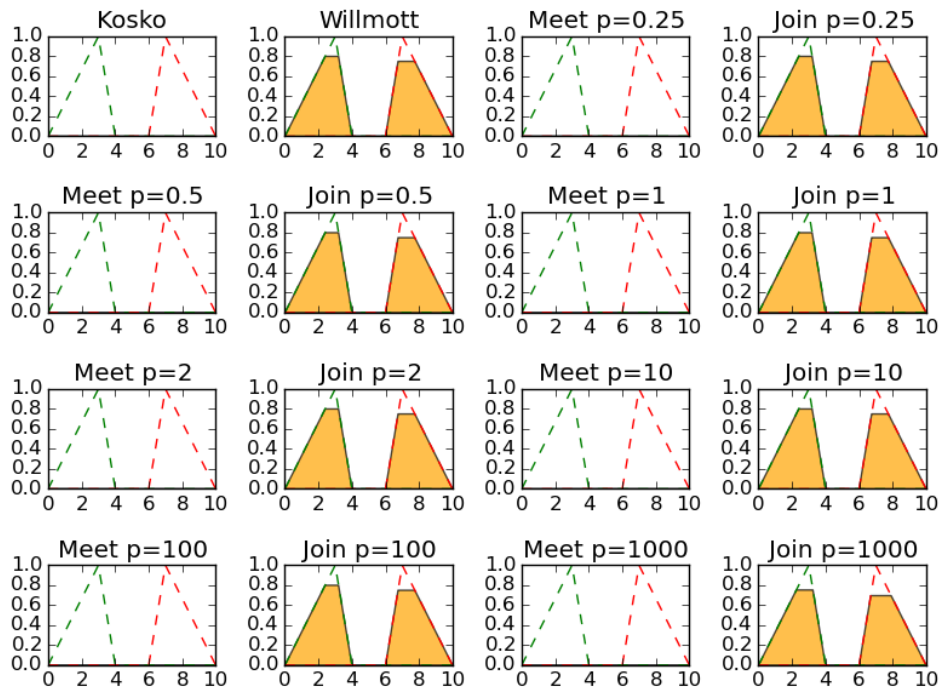


Figure 10: Resultados do caso 5

Medida	Regra 1	Regra 2	Defuzzificação
$S_k$	0	0	0
$S_w$	0.750	0.800	4.974
$S_{0.25}^\cap$	0	0	0
$S_{0.25}^\cup$	0.750	0.800	4.974
$S_{0.5}^\cap$	0	0	0
$S_{0.5}^\cup$	0.750	0.800	4.974
$S_1^\cap$	0	0	0
$S_1^\cup$	0.750	0.800	4.974
$S_2^\cap$	0	0	0
$S_2^\cup$	0.750	0.800	4.974
$S_{10}^\cap$	0	0	0
$S_{10}^\cup$	0.750	0.800	4.974
$S_{100}^\cap$	0	0	0
$S_{100}^\cup$	0.750	0.800	4.974
$S_{1000}^\cap$	0	0	0
$S_{1000}^\cup$	0.696	0.753	4.962

## References