

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

RENATO LOPES MOURA RA163050

Estudo sobre Inferência Fuzzy baseada em medidas de
subsethood

CAMPINAS

2016

1 Definições

Definição 1. Seja uma função $S : \mathcal{F}(X) \times \mathcal{F}(X) \rightarrow [0, 1]$. $S(A, B)$ é uma medida de subsethood se para $A, B, C \in \mathcal{F}(X)$ temos:

1. $S(A, B) = 1 \Leftrightarrow A \subseteq B$
2. $S(X, \emptyset) = 0$
3. Se $A \subseteq B \subseteq C$, então $S(C, A) \leq S(B, A)$ e $S(C, A) \leq S(C, B)$

Definição 2. A medida de subsethood de Kosko é definida da seguinte forma:

$$S_k(A, B) = \frac{\int_{x \in X} \min(\mu_A(x), \mu_B(x))}{\int_{x \in X} \mu_A(x)}$$

Definição 3. A medida de subsethood de Willmott é definida da seguinte forma:

$$S_w(A, B) = \frac{\int_{x \in X} \mu_B(x)}{\int_{x \in X} \max(\mu_A(x), \mu_B(x))}$$

Definição 4. As medidas de subsethood S_p^\cap (meet) e S_p^\cup (join) são definidas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} S_p^\cap(A, B) &= I_p(v_p(A), v_p(A \cap B)), \\ S_p^\cup(A, B) &= I_p(v_p(A \cup B), v_p(B)) \end{aligned}$$

Onde I_p denota a implicação de Goguen e v_p é uma função $\mathcal{F}(X) \rightarrow [0, 1]$ definida por:

$$v_p = \sum_{i=1}^k \frac{1 - \cos(\pi \frac{[\mu_C(x^i)]^p}{k})}{k}, \quad X = \{x^1, \dots, x^k\}$$

2 Experimentos

2.1 Caso 1

Entrada triangular quase discreta (3.4,3.5,3.6)

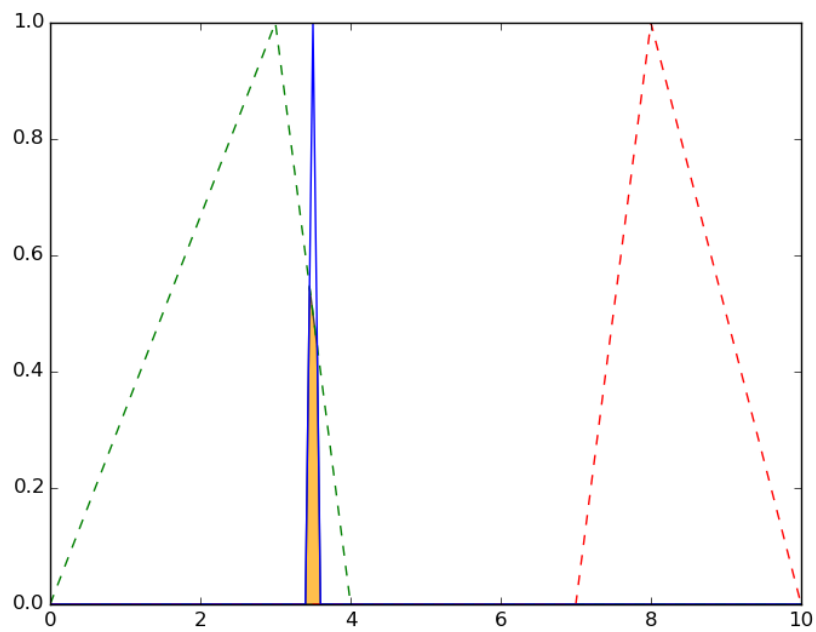


Figure 1: Entrada do caso 1

| Medida | Regra 1 | Regra 2 | Defuzzificação |
|-----------------|---------|---------|----------------|
| S_k | 0 | 0.738 | 2.297 |
| S_w | 0.938 | 0.988 | 4.996 |
| $S_{0.25}^\cap$ | 0 | 0.974 | 2.333 |
| $S_{0.25}^\cup$ | 0.938 | 0.999 | 4.996 |
| $S_{0.5}^\cap$ | 0 | 0.901 | 2.327 |
| $S_{0.5}^\cup$ | 0.938 | 0.995 | 4.996 |
| S_1^\cap | 0 | 0.678 | 2.281 |
| S_1^\cup | 0.938 | 0.984 | 4.996 |
| S_2^\cap | 0 | 0.281 | 2.133 |
| S_2^\cup | 0.937 | 0.965 | 4.997 |
| S_{10}^\cap | 0 | 0 | 0 |
| S_{10}^\cup | 0.937 | 0.952 | 4.998 |
| S_{100}^\cap | 0 | 0 | 0 |
| S_{100}^\cup | 0.936 | 0.951 | 4.998 |
| S_{1000}^\cap | 0 | 0 | 0 |
| S_{1000}^\cup | 0.714 | 0.769 | 4.966 |

2.2 Caso 2

Entrada triangular quase igual ao antecedente (0.0,3.3,4.0)

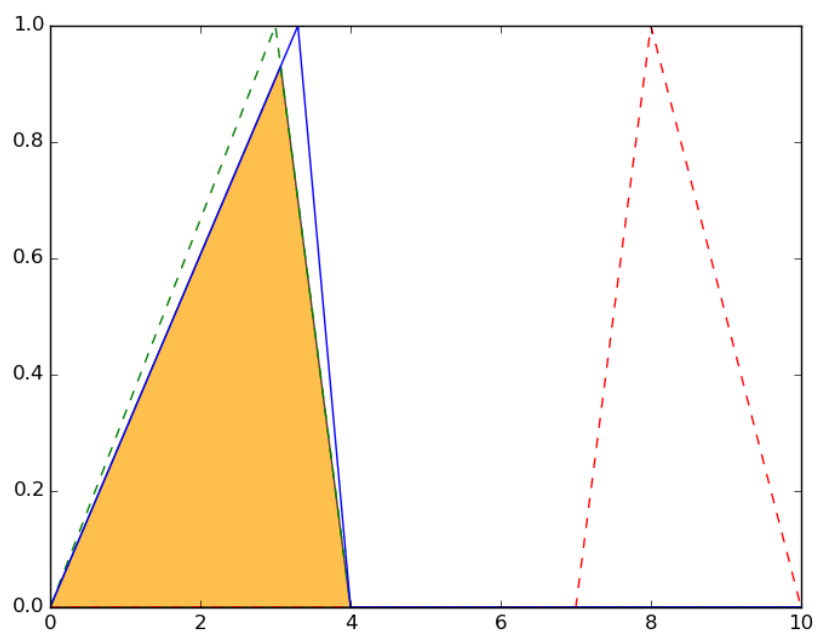


Figure 2: Entrada do caso 2

| Medida | Regra 1 | Regra 2 | Defuzzificação |
|-----------------|---------|---------|----------------|
| S_k | 0 | 0.929 | 2.330 |
| S_w | 0.429 | 0.935 | 4.539 |
| $S_{0.25}^\cap$ | 0 | 0.988 | 2.333 |
| $S_{0.25}^\cup$ | 0.429 | 0.988 | 4.536 |
| $S_{0.5}^\cap$ | 0 | 0.968 | 2.333 |
| $S_{0.5}^\cup$ | 0.429 | 0.969 | 4.536 |
| S_1^\cap | 0 | 0.926 | 2.330 |
| S_1^\cup | 0.429 | 0.931 | 4.540 |
| S_2^\cap | 0 | 0.839 | 2.318 |
| S_2^\cup | 0.429 | 0.861 | 4.554 |
| S_{10}^\cap | 0 | 0.323 | 2.151 |
| S_{10}^\cup | 0.429 | 0.596 | 4.730 |
| S_{100}^\cap | 0 | 0 | 0 |
| S_{100}^\cup | 0.429 | 0.5 | 4.864 |
| S_{1000}^\cap | 0 | 0 | 0 |
| S_{1000}^\cup | 0.426 | 0.497 | 4.864 |

2.3 Caso 3

Entrada triangular com pouca interseção (3.8,4.0,5.0)

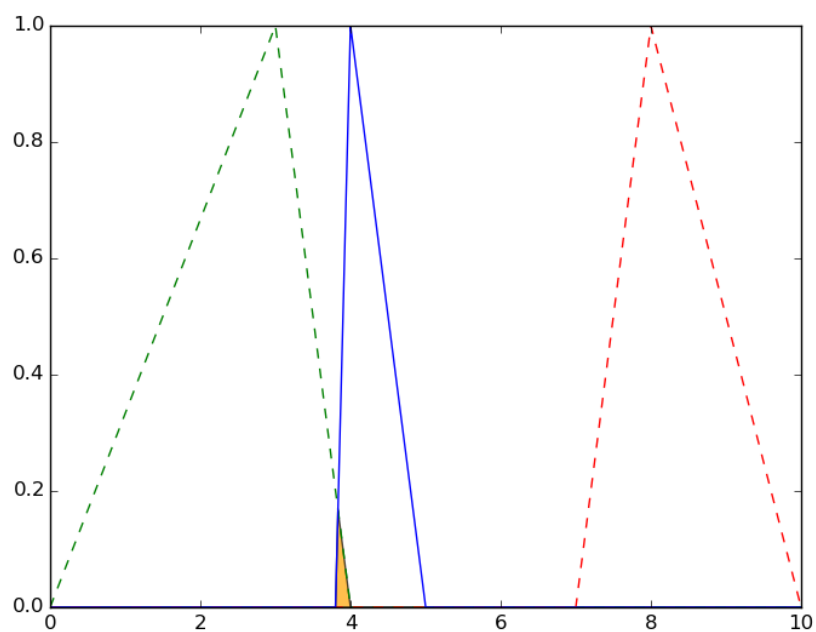


Figure 3: Entrada do caso 3

| Medida | Regra 1 | Regra 2 | Defuzzificação |
|-----------------|---------|---------|----------------|
| S_k | 0 | 0.028 | 2.014 |
| S_w | 0.714 | 0.774 | 4.963 |
| $S_{0.25}^\cap$ | 0 | 0.601 | 2.258 |
| $S_{0.25}^\cup$ | 0.714 | 0.787 | 4.956 |
| $S_{0.5}^\cap$ | 0 | 0.266 | 2.126 |
| $S_{0.5}^\cup$ | 0.714 | 0.777 | 4.961 |
| S_1^\cap | 0 | 0.045 | 2.022 |
| S_1^\cup | 0.714 | 0.771 | 4.965 |
| S_2^\cap | 0 | 0.001 | 2 |
| S_2^\cup | 0.714 | 0.769 | 4.966 |
| S_{10}^\cap | 0 | 0 | 0 |
| S_{10}^\cup | 0.714 | 0.769 | 4.966 |
| S_{100}^\cap | 0 | 0 | 0 |
| S_{100}^\cup | 0.714 | 0.769 | 4.966 |
| S_{1000}^\cap | 0 | 0 | 0 |
| S_{1000}^\cup | 0.649 | 0.711 | 4.949 |

2.4 Caso 4

Entrada triangular sem interseção mas próxima de um dos antecedentes (4.0,4.5,5.0)

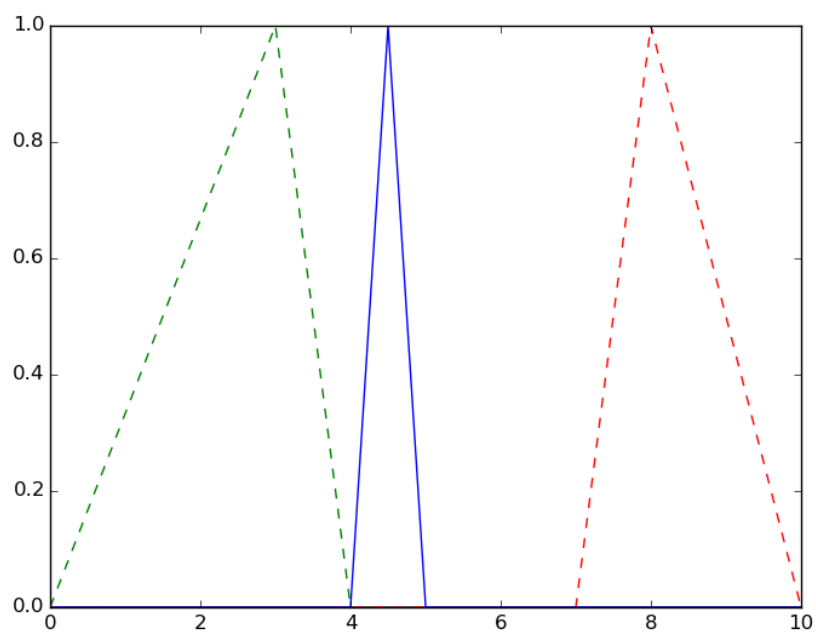


Figure 4: Entrada do caso 4

| Medida | Regra 1 | Regra 2 | Defuzzificação |
|-----------------|---------|---------|----------------|
| S_k | 0 | 0 | 0 |
| S_w | 0.750 | 0.800 | 4.974 |
| $S_{0.25}^\cap$ | 0 | 0 | 0 |
| $S_{0.25}^\cup$ | 0.750 | 0.800 | 4.974 |
| $S_{0.5}^\cap$ | 0 | 0 | 0 |
| $S_{0.5}^\cup$ | 0.750 | 0.800 | 4.974 |
| S_1^\cap | 0 | 0 | 0 |
| S_1^\cup | 0.750 | 0.800 | 4.974 |
| S_2^\cap | 0 | 0 | 0 |
| S_2^\cup | 0.750 | 0.800 | 4.974 |
| S_{10}^\cap | 0 | 0 | 0 |
| S_{10}^\cup | 0.750 | 0.800 | 4.974 |
| S_{100}^\cap | 0 | 0 | 0 |
| S_{100}^\cup | 0.750 | 0.800 | 4.974 |
| S_{1000}^\cap | 0 | 0 | 0 |
| S_{1000}^\cup | 0.696 | 0.753 | 4.962 |

2.5 Caso 5

Entrada triangular equidistante dos antecedentes (5.0,5.5,6.0). Obs: notar que os antecedentes não possuem o mesmo tamanho.

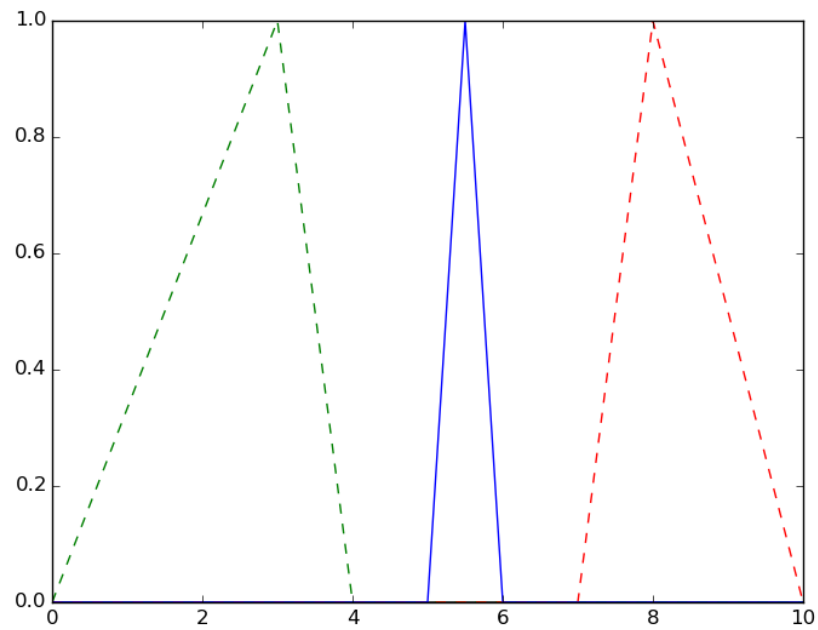


Figure 5: Entrada do caso 5

| Medida | Regra 1 | Regra 2 | Defuzzificação |
|-----------------|---------|---------|----------------|
| S_k | 0 | 0 | 0 |
| S_w | 0.750 | 0.800 | 4.974 |
| $S_{0.25}^\cap$ | 0 | 0 | 0 |
| $S_{0.25}^\cup$ | 0.750 | 0.800 | 4.974 |
| $S_{0.5}^\cap$ | 0 | 0 | 0 |
| $S_{0.5}^\cup$ | 0.750 | 0.800 | 4.974 |
| S_1^\cap | 0 | 0 | 0 |
| S_1^\cup | 0.750 | 0.800 | 4.974 |
| S_2^\cap | 0 | 0 | 0 |
| S_2^\cup | 0.750 | 0.800 | 4.974 |
| S_{10}^\cap | 0 | 0 | 0 |
| S_{10}^\cup | 0.750 | 0.800 | 4.974 |
| S_{100}^\cap | 0 | 0 | 0 |
| S_{100}^\cup | 0.750 | 0.800 | 4.974 |
| S_{1000}^\cap | 0 | 0 | 0 |
| S_{1000}^\cup | 0.696 | 0.753 | 4.962 |

References