Instituto Superior Técnico

Processamento Digital de Sinais

Deteção de Anomalias em Dados de Produção de Energia

Mestrado Integrado em Engenharia Aeroespacial

Renato Loureiro, 89708
Miguel Félix, 87083

2020/21

1 Estimadores de máxima verosimilhança

1.1 R1.a)

Distribuição exponencial

A função de densidade probabilidade é dada por

$$p(x,\beta) = \frac{1}{\beta} e^{\frac{-x_i}{\beta}}.$$

Define-se a função logarítmica de verosimilhança

$$l(\beta) = -N log(\beta) - \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{\beta}$$

sendo que o parâmetro β é dado por

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}.$$

Distribuição de Rayleigh

A função de densidade probabilidade é dada por

$$p(x,f) = \frac{x_i}{f} e^{-\frac{x_i^2}{2f}}.$$

Define-se a função logarítmica de verosimilhança

$$l(f) = \sum_{i=1}^{N} log(x_i) - N log(f) - \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2}{2f}$$

sendo que o parâmetro f é dado por

$$\hat{f} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2}{2N}.$$

Distribuição normal

Nesta distribuição, ao contrário das vistas anteriormente, temos dois parâmetros para estimar. A função de densidade probabilidade é dada por

$$p(x,\mu,\sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}.$$

Define-se a função logarítmica de verosimilhança

$$l(\mu,\sigma^2) = -\frac{N}{2} log(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{N}(x-\mu)^2$$

sendo que os parâmetros μ e σ^2 são dados por

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \hat{\mu})^2}{N}.$$

1.2 R1.b)

Depois de carregada, a imagem visualizada encontra-se na figura.

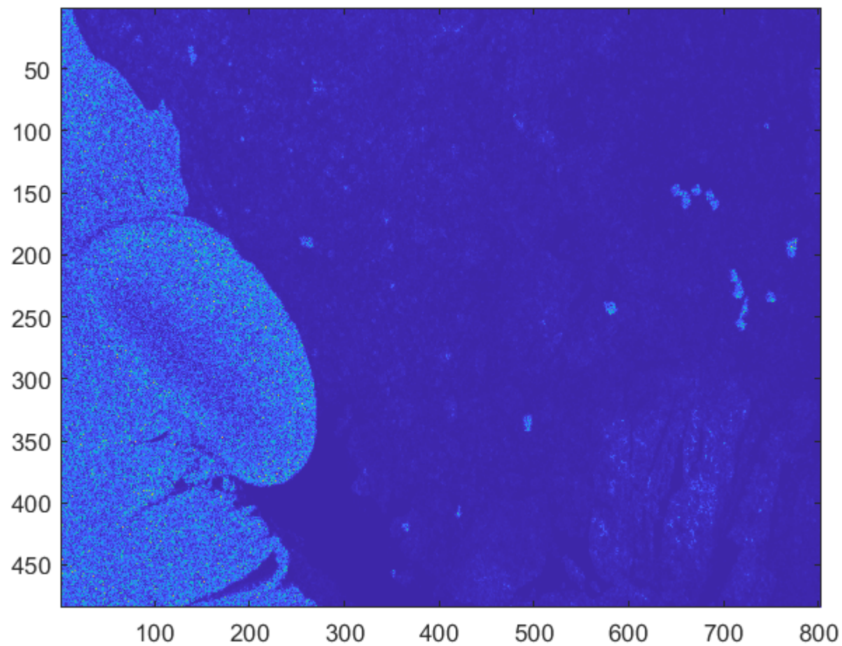
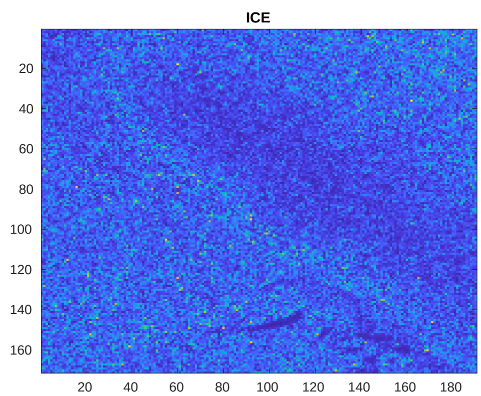
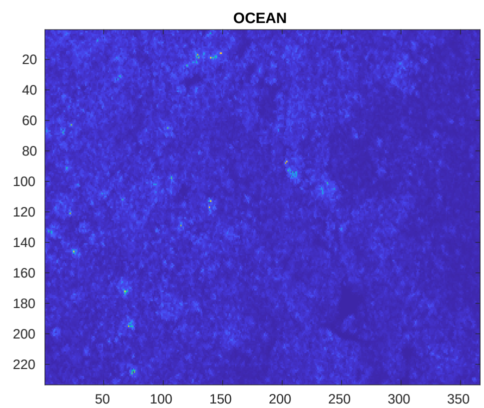


Figura 1: Imagem `sar_image.mat` visualizada com o auxílio das funções `colormap` (*parula* - 200 cores) e `imagesc`.

Tendo sido escolhidos, os seguintes pedaços para representar o gelo e o oceano.



(a) Pedaço da imagem escolhido para representar o gelo.



(b) Pedaço de imagem escolhido para representar o oceano.

Figura 2

1.3 R1.c)

As estimações dos parâmetros obtidas tanto para a zona de gelo como a de oceano são as demonstradas na tabela.

Distribuição	**Parâmetro**	**Valor estimado**
Rayleigh	f	0.1486
Exponencial	β	0.1755
Normal	σ	0.1157
	μ	0.1755

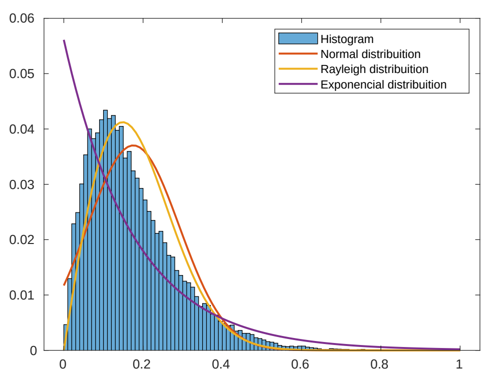
Tabela 1: Parâmetros das distribuições, referentes ao gelo.

Distribuição	**Parâmetro**	**Valor estimado**
Rayleigh	f	0.0406
Exponencial	β	0.0460
Normal	σ	0.0345
	μ	0.0460

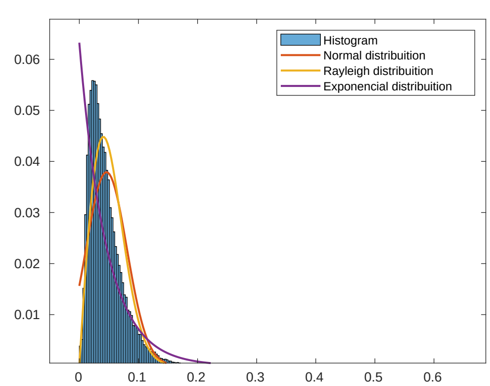
Tabela 2: Parâmetros das distribuições, referentes ao oceano.

1.4 R1.d)

Para averiguar qual a distribuição que melhor se adapta aos parâmetros, fizeram-se os *plots* das diferentes distribuições sobrepostas às distribuições tanto do gelo como do oceano, como demonstrado nas imagens.



(a) Referente ao gelo.



(b) Referente ao oceano.

Figura 3

Pelas imagens, conclui-se que as melhores distribuições tanto para o gelo como para o oceano são as distribuições de Rayleigh, pois são aquelas que visualmente mais se aproximam aos dados representados na forma de histograma.

2 Segmentação da imagem

2.1 R2.a)

A imagem obtida para ilustrar os resultados obtidos nesta alínea é a representada em 4.

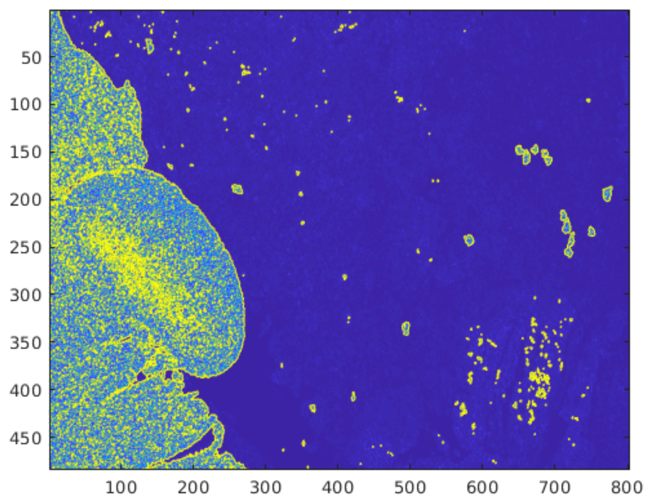


Figura 4: Segmentação da imagem usando a distribuição de Rayleigh 1x1

2.2 R2.b)

De igual forma, os resultados para esta alínea são apresentados na imagem 5.

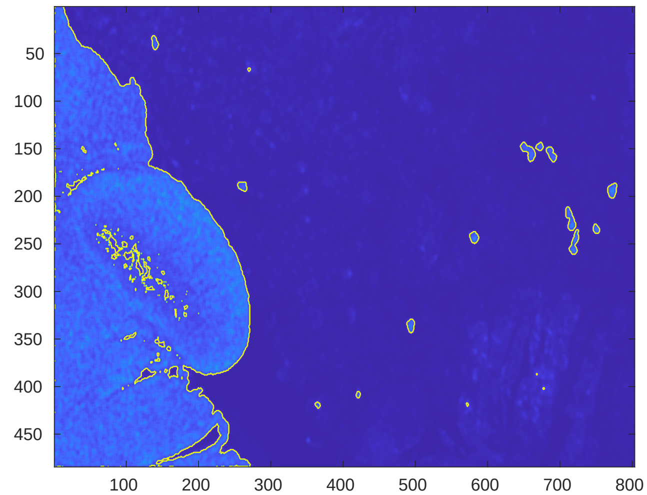


Figura 5: Segmentação da imagem usando a distribuição de Rayleigh 5×5

2.3 R2.c)

Nesta secção são usados dois métodos, visual e analítico, para decidir qual das duas abordagens apresentadas anteriormente demonstra melhores resultados.

Visualmente, de uma forma global, os resultados obtidos usando a segunda abordagem (*kernel* 5×5) são melhores, pois é possível analisar que o grande pedaço de gelo encostado à lateral esquerda da imagem está melhor caracterizado e corresponde com maior correcção à imagem real. Em relação ao oceano, a diferença principal é a existência de pequenas "ilhas" de gelo que estão em maior número na primeira abordagem, não sendo no entanto claro se o resultado é melhor ou pior.

Tabela 3: Tabela com os *rates* calculados para o gelo e o oceano, para *kernel* 1×1 e 5×5

	1x1 kernel	**5x5 kernel**
$\textbf{rate}_{ICE}$	72.56 %	95.93 %
$\textbf{rate}_{OCEAN}$	93.13 %	97.28 %

Analisando a tabela, é possível verificar que no caso do gelo, o *kernel* 5×5 apresenta muito melhores resultados comparativamente ao de 1×1 (um aumento de cerca de 23%). Já no caso do oceano, o mesmo pode ser dito, visto que o *rate* aumenta cerca de 4%, de 93.13% para 97.28%. Estes resultados são congruentes com a análise visual feita no parágrafo anterior, exceptuando o aumento do *rate* do oceano que, visivelmente, não é muito perceptível, mas também não surpreende.

Seria expectável que em ambos os casos houvesse melhorias quando o *kernel* de maior dimensão fosse usado, o que aconteceu em ambas as análises efectuadas.

A utilização de um *kernel* maior tem vantagens pois reduz o ruído e detecta mais facilmente os pedaços maiores de gelo e oceano, negligenciado os pequenos pontos que são visíveis na primeira abordagem. Assumindo que os pequenos pontos de gelo na seção oceânica (lateral direita) poderão ser ruído, visto que o gelo normalmente existe em grandes pedaços na natureza, a utilização de um *kernel* mais elevado revela-se vantajosa.