

INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO  
PROCESSAMENTO DIGITAL DE SINAIS

---

**Filtragem com Filtro LTI e Filtro Mediano**  
3º Trabalho de Laboratório

---

Mestrado Integrado em Engenharia Aeroespacial

Renato Loureiro, 89708  
Miguel Félix, 87083

2020/21

# 1 Observação do sinal corrompido

## R1.a)

Ao ouvir o sinal, verifica-se facilmente que o sinal não apresenta boa qualidade. Além dos vários “estalidos” recorrentes ao longo do áudio, a voz e os instrumentais encontram-se com alguma interferência, parecendo também que os sons mais agudos e graves são atenuados. O som ouvido assemelha-se bastante ao som reproduzido por leitor de discos de vinil.

## R1.b)

Na imagem 2 podemos ver que o sinal tem uma duração de quase 300 segundos e numa fase inicial (primeiros 30 segundos) as amplitudes são muito inferiores ao restante áudio, o que coincide com o ouvido na canção. Podemos também visualizar a existência de vários picos que poderão corresponder aos “estalidos” ouvidos.

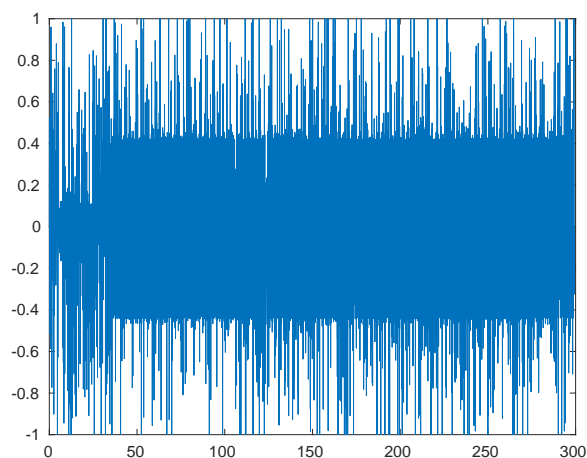
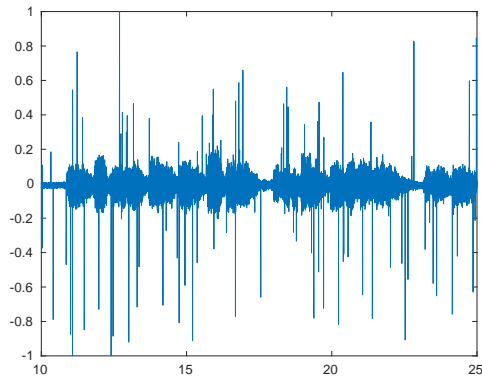
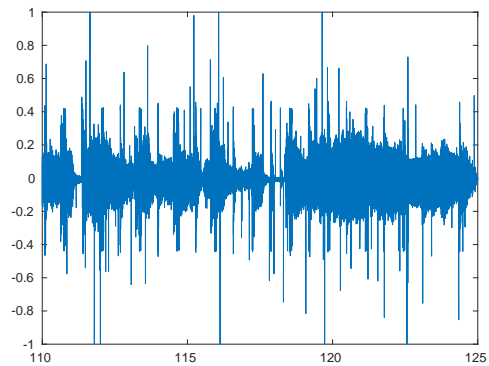


Figura 1: Gráfico da amplitude do sinal do áudio *fugee.wav* em função do tempo.

Aproximando, observamos que além do próprio sinal e de algum ruído presente, se encontram aleatoriamente colocados com amplitudes bastante superiores ao sinal, os tais picos, responsáveis pelo efeito ouvido.



(a) Gráfico ?? visualizado entre os 10 e os 25 segundos.



(b) Gráfico 2 visualizado entre os 110 e os 125 segundos.

Figura 2

### R1.c)

Através da análise do gráfico da figura 3, é possível afirmar que a intensidade do sinal está distribuída ao longo das frequências de forma quase uniforme, sendo que nas frequências mais baixas tende a apresentar intensidades um pouco superiores.

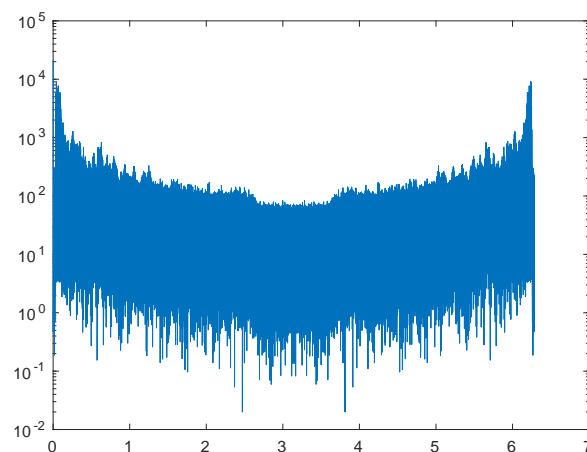


Figura 3: Gráfico da amplitude dos coeficientes da transformada de Fourier do sinal áudio para cada frequência normalizada.

## 2 Filtragem com um filtro LTI

### R2.a)

No gráfico da figura 4, encontra-se a magnitude da resposta em frequência do filtro, que irá ser multiplicado pela magnitude da resposta em frequência do sinal no processo de filtragem. Fica então evidente que para frequências abaixo de  $\frac{\pi}{2} \approx 1.57 \text{ rad/s}$ , o sinal não é atenuado. Já para frequências acima da frequência de corte, o sinal começa a ser atenuado de forma gradual, até ser “cortado” por completo para frequências superiores a  $2.2 \text{ rad/s}$ . Se se tratasse de um filtro ideal, em vez de uma queda gradual, encontraria-se uma recta vertical na frequência de corte.

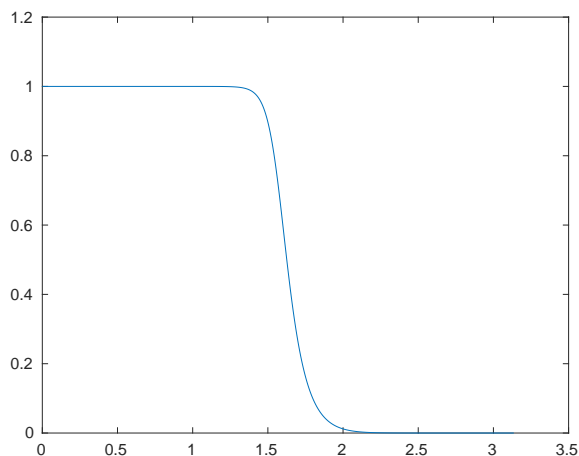


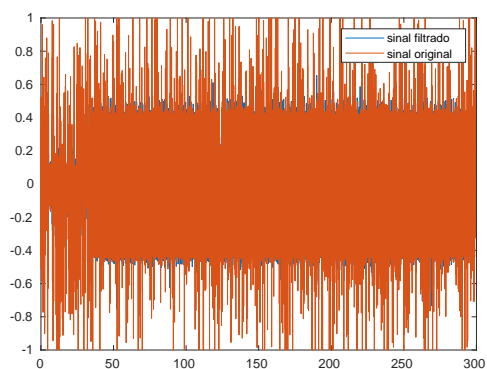
Figura 4: Gráfico da magnitude da resposta em frequência do filtro de Butterworth com frequência de corte em  $\frac{\pi}{2}$  em função da frequência.

### R2.b)

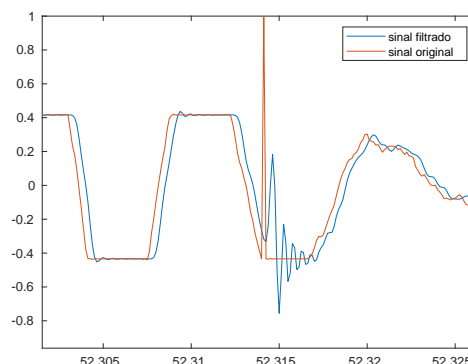
A frequência de corte do filtro em tempo contínuo equivalente à operação realizada em tempo discreto pode ser calculada usando a frequência de amostragem do sinal, sendo que bastaria multiplicá-la pela frequência de corte do filtro. Pelo facto da frequência de corte estar normalizada a metade na aplicação do filtro de Butterworth e da frequência de amostragem para este sinal ser 8000Hz, a frequência de corte do filtro em tempo contínuo é 2000Hz.

### R2.c)

Com a aplicação do filtro passa baixo no áudio com ruído, verifica-se que este não é capaz de eliminar por completo a presença de ruído, i.e. o filtro não é capaz de eliminar os picos existentes, embora estes são atenuados pela presença do filtro. Verifica-se também que a aplicação do filtro muda a dinâmica do sinal, distorcendo-o, este fenómeno é observável na figura 5b, onde se gerou uma zona de oscilações que no sinal original não existia, para além de aplicar uma fase a cada frequência do sinal áudio original.



(a) Gráficos sobrepostos da amplitude do sinal antes (a vermelho) e após (a azul) a filtragem em função do tempo.



(b) Ampliação sobre uma parte do gráfico 5a.

Figura 5

### R2.d)

Com a aplicação deste tipo de filtro, podemos constatar que as frequências mais elevadas do sinal são atenuadas. Através da observação do gráfico 6, verificamos que as frequências a partir da frequência de corte se encontram com coeficientes próximos de zero, o que corresponde ao visto na análise anteriormente feita.

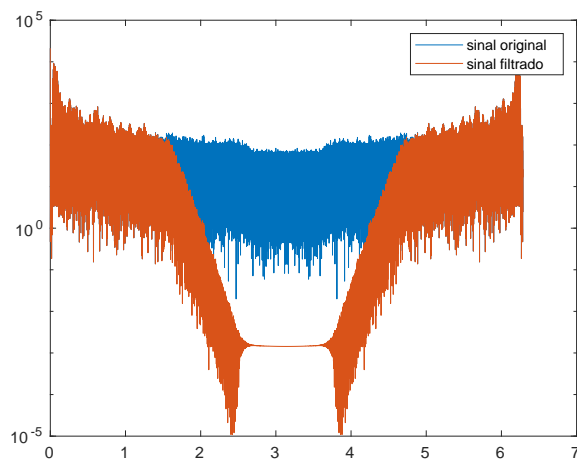


Figura 6: Gráficos sobrepostos das amplitude dos coeficientes da transformada de Fourier do sinal áudio original (a azul) e filtrado (a vermelho) para cada frequência normalizada.

### R2.e)

Ao ouvir o sinal depois de filtrado, fica evidente que este não tem sucesso na eliminação dos picos introduzidos ao longo de algumas amostras. Nota-se que o sinal fica com menos

ruído (que é geralmente caracterizado por altas frequências) e o som fica num registo um pouco mais grave, mas em relação aos estalidos apenas reduz um pouco a sua intensidade.

**R2.f)**

De forma a melhorar o sinal obtido por filtragem passa baixo aplicou-se várias frequências de corte, verificando-se que quanto menor a frequência de corte menor o ruído, ou seja ocorre a atenuação dos picos, mas o sinal áudio é distorcido, tornando-se menos perceptível quanto menor for a frequência de corte aplicada. Esta técnica de filtragem não é a mais adequada a este ruído, pois nunca é capaz de eliminar por completo a existência deste ruído (picos) e manter o áudio original sem grandes deformações.

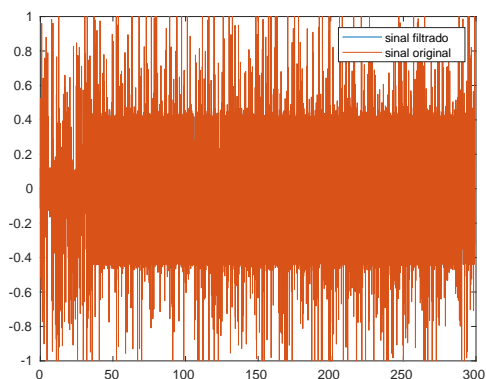
### 3 Filtragem com um filtro mediano

**R3.a)**

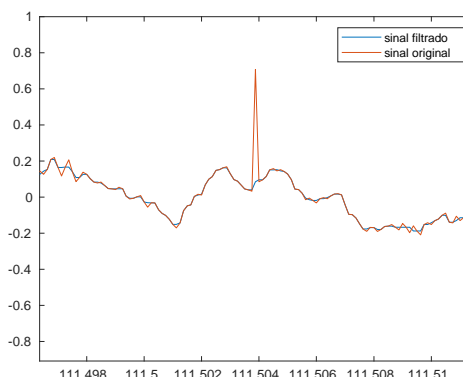
Comparativamente ao filtro visto anteriormente, o filtro de mediana, apesar de não ser linear pois o cálculo efetuado é a mediana de um certo conjunto de valores, é invariante no tempo pois qualquer desvio temporal nos valores de entrada provoca também um desvio temporal semelhante na resposta em magnitude. Em relação à causalidade, é possível afirmar que o filtro não é causal pois para calcular o valor do sinal na amostra  $n$  necessita de saber qual o valor em, pelo menos, e dependendo da ordem,  $n + 1$ , no futuro. Pode ainda afirmar-se que de modo geral, o filtro é estável pois a resposta a um impulso tende para 0.

**R3.b)**

Através da análise do gráfico ampliado 7b, é possível observar que o pico que existia no instante tempo representado foi anulado totalmente depois do processo de filtragem. É ainda possível observar que o filtro não introduz uma desfasagem no sinal e que tende em tornar as curvas mais suaves, o que, se for demasiado evidente, poderá vir a trazer problemas na reprodução do sinal, distorcendo-o.



(a) Gráficos sobrepostos da amplitude do sinal antes (a vermelho) e após (a azul) a filtragem em função do tempo.



(b) Ampliação sobre uma parte do gráfico 7a

Figura 7

### R3.c)

Na figura 8, pode observar-se que os gráficos são de algum modo semelhantes, mas o filtro de mediana alterou a intensidade de, principalmente, frequências médias/altas, diminuindo-as. Pode teorizar-se que a faixa azul que se observa poderá estar relacionada com os picos que aparecem ao longo do sinal, visto que ambos desaparecem após a filtragem.

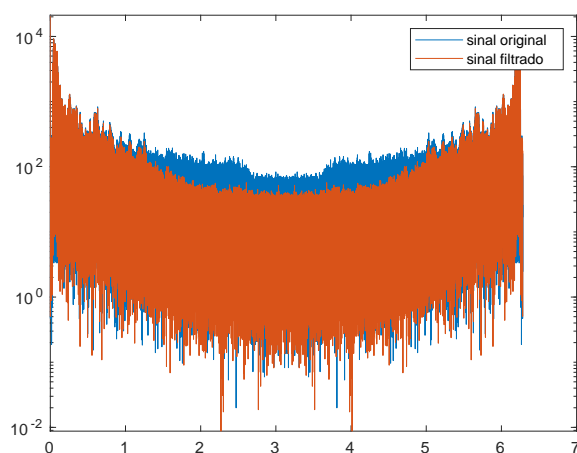


Figura 8: Gráficos sobrepostos das amplitudes dos sinais antes (a azul) e após (a vermelho) a filtragem em função do tempo.

### R3.d)

Ao ouvir o sinal, é perceptível que os estalidos que se ouviam no sinal original não estão presentes após o processo de filtragem. Pode concluir-se que, para esta situação específica, o

filtro de mediana apresenta bons resultados e consegue de algum modo eliminar ou atenuar bastante os picos introduzidos no sinal.

**R3.e)**

De modo a melhorar o sinal obtido por aplicação do filtro mediano, iteraram-se vários valores de ordem deste filtro, verificando-se que para ordens pequenas, por volta da ordem 3, o filtro é capaz de anular a existência dos picos sem grande dano no sinal áudio, mas ao aumentar a ordem do filtro o sinal gerado apenas se degrada sem adicionar vantagens relevantes com este aumento.

**R3.f)**

O filtro que apresentou melhores resultados foi o filtro mediano. Existem vários factores que podem explicar a razão pela qual este é melhor nesta situação específica, comparativamente ao filtro de Butterworth. No fundo, o que é pretendido é melhorar a qualidade do sinal ouvido e para isso, é necessário eliminar os estalidos ouvidos durante a gravação. Estes picos no tempo podem ser vistos como quase impulsos, que apresentam na sua transformada coeficientes em todas as frequências. Para o filtro de Butterworth ser eficaz a eliminar este tipo de artefacto, ter-se-ia de colocar a frequência de corte em 0, o que acabaria por cortar todo o sinal e inutilizar o ficheiro. Além disso, este filtro implica uma desfasagem em relação ao sinal original.

Apesar do filtro mediano ser mais vantajoso nesta situação, também apresenta algumas desvantagens. A principal é a necessidade de ler amostras futuras do sinal antes para se poder realizar a filtragem. Isto significa que não se podem realizar filtrações em quase tempo real, sendo que o *delay* está associado diretamente com a ordem do filtro. Quanto maior a ordem, mais amostras terão de ser analisadas no “futuro”, o que implica um maior *delay*.