

Universidade Federal de Alfenas

Linguagens Formais e Autômatos

Aula 12 – Linguagens Livres do Contexto

humberto@bcc.unifal-mg.edu.br



Linguagens Livres do Contexto

- Para as LLC, temos as Gramáticas Livres do Contexto;

Linguagens Livres do Contexto

- Para as LLC, temos as Gramáticas Livres do Contexto;
- Tais gramáticas **podem descrever certas características que possuem estrutura recursiva**, o que as torna úteis em uma variedade de aplicações;

Linguagens Livres do Contexto

- Para as LLC, temos as Gramáticas Livres do Contexto;
- Tais gramáticas podem descrever certas características que possuem estrutura recursiva, o que as torna úteis em uma variedade de aplicações;
- GLC foram **primeiramente utilizadas no estudo de linguagens humanas**;

Linguagens Livres do Contexto

- Para as LLC, temos as Gramáticas Livres do Contexto;
- Tais gramáticas podem descrever certas características que possuem estrutura recursiva, o que as torna úteis em uma variedade de aplicações;
- GLC foram primeiramente utilizadas no estudo de linguagens humanas;
- Exemplo de estudo:
 - *“Tribo do Amazonas causa guerra na lingüística”*
<http://www1.folha.uol.com.br/folha/ciencia/ult306u16297.shtml>

Linguagens Livres do Contexto

- Uma aplicação importante de GLC ocorre na especificação e compilação de linguagens de programação;

Linguagens Livres do Contexto

- Uma aplicação importante de GLC ocorre na especificação e compilação de linguagens de programação;
- A maioria dos compiladores e interpretadores contém um **componente chamado analisador sintático que extrai o significado de um programa antes e gerar o código compilado** ou realizar a execução interpretada;

Linguagens Livres do Contexto

- Várias metodologias facilitam a construção de um analisador uma vez que a GLC esteja disponível;

Linguagens Livres do Contexto

- Várias metodologias facilitam a construção de um analisador uma vez que a GLC esteja disponível;
- Algumas **ferramentas até geram automaticamente o analisador a partir da gramática;**

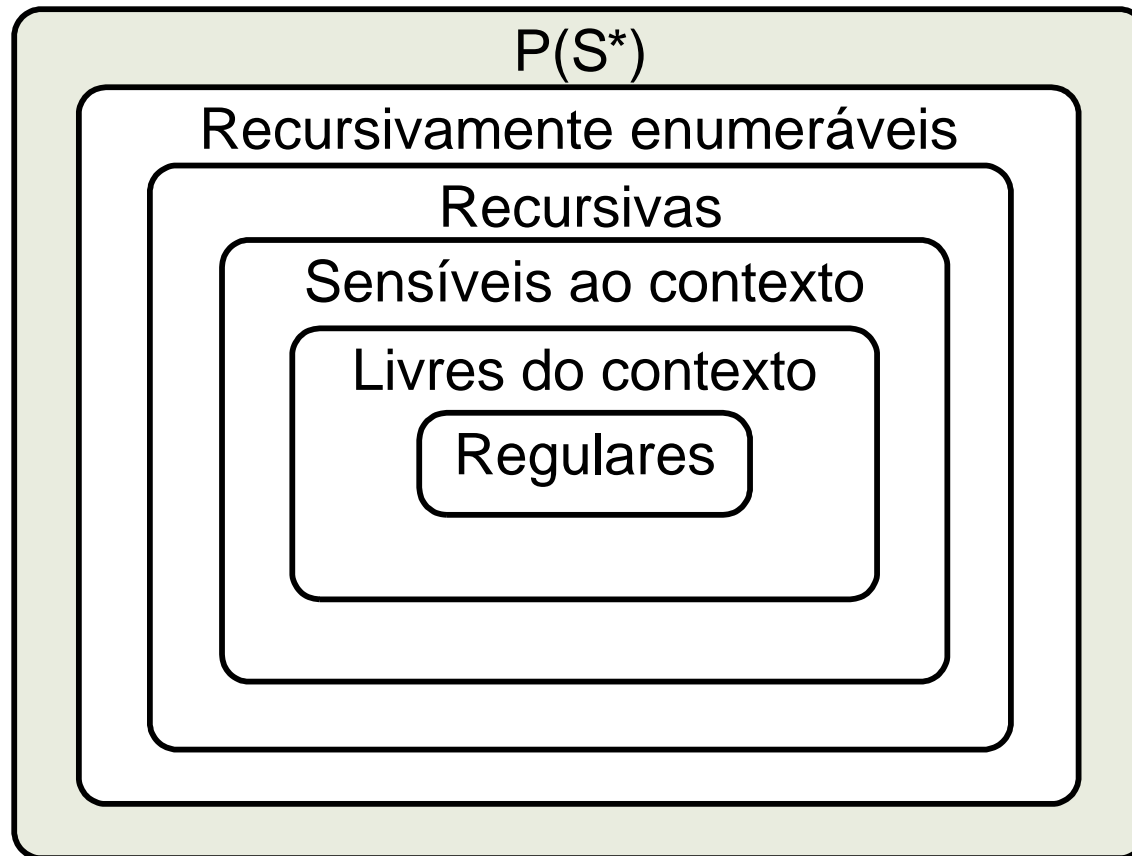
Linguagens Livres do Contexto

- Várias metodologias facilitam a construção de um analisador uma vez que a GLC esteja disponível;
- Algumas ferramentas até geram automaticamente o analisador a partir da gramática;
- A coleção de linguagens associadas com GLC são denominadas Linguagens Livres do Contexto (LLC);

Linguagens Livres do Contexto

- Várias metodologias facilitam a construção de um analisador uma vez que a GLC esteja disponível;
- Algumas ferramentas até geram automaticamente o analisador a partir da gramática;
- A coleção de linguagens associadas com GLC são denominadas Linguagens Livres do Contexto (LLC);
- Elas **incluem todas as linguagens regulares e muitas linguagens adicionais**;

Linguagens Livres do Contexto



Linguagens Livres do Contexto

- Um exemplo de GLC:

$$\begin{array}{lcl} A & \rightarrow & 0A1 \\ A & \rightarrow & B \\ B & \rightarrow & \# \end{array}$$

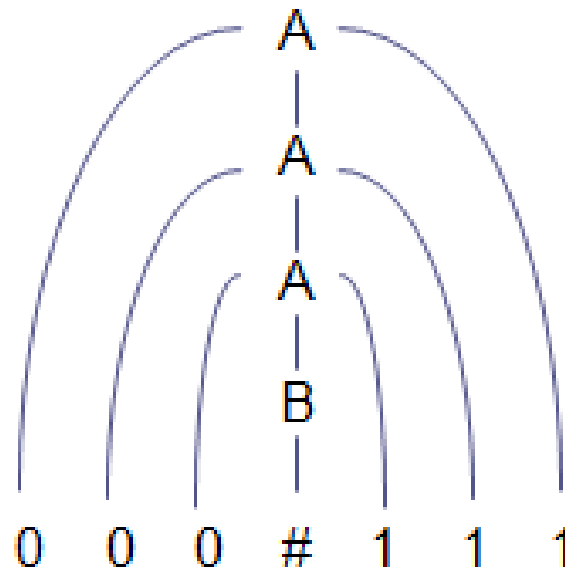
- Por exemplo, a gramática apresentada gera a cadeia 000#111.

Linguagens Livres do Contexto

- Um exemplo de GLC:

A	\rightarrow	$0A1$
A	\rightarrow	B
B	\rightarrow	$\#$

- Cadeia:
 - $000\#111$



Exemplos de LLC

A series of horizontal lines in teal and light blue colors, with varying lengths and offsets, creating a modern, layered effect across the width of the slide.

Exemplos de LLC

Considere a gramática $G_4 = (V, \Sigma, R, \langle \text{EXPR} \rangle)$.

V é $\{\langle \text{EXPR} \rangle, \langle \text{TERMO} \rangle, \langle \text{FATOR} \rangle\}$ e Σ é $\{a, +, \times, (,)\}$. As regras são

$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$

Exemplos de LLC

Considere a gramática $G_4 = (V, \Sigma, R, \langle \text{EXPR} \rangle)$.

V é $\{\langle \text{EXPR} \rangle, \langle \text{TERMO} \rangle, \langle \text{FATOR} \rangle\}$ e Σ é $\{a, +, \times, (,)\}$. As regras são

$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$

- **As cadeiras**
 - $a+a*a$
 - $(a+a)*a$
- **podem ser geradas com a gramática** apresentada;

Exemplos de LLC

Considere a gramática $G_4 = (V, \Sigma, R, \langle \text{EXPR} \rangle)$.

V é $\{\langle \text{EXPR} \rangle, \langle \text{TERMO} \rangle, \langle \text{FATOR} \rangle\}$ e Σ é $\{a, +, \times, (,)\}$. As regras são

$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$

- As cadeiras
 - $a+a*a$
 - $(a+a)*a$
- podem ser geradas com a gramática apresentada;
- Um **compilador traduz o código** escrito em uma linguagem de programação **para outra forma mais adequada para a execução**;

Exemplos de LLC

Considere a gramática $G_4 = (V, \Sigma, R, \langle \text{EXPR} \rangle)$.

V é $\{\langle \text{EXPR} \rangle, \langle \text{TERMO} \rangle, \langle \text{FATOR} \rangle\}$ e Σ é $\{a, +, \times, (,)\}$. As regras são

$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$

- As cadeiras
 - $a+a*a$
 - $(a+a)*a$
- podem ser geradas com a gramática apresentada;
- Um compilador traduz o código escrito em uma linguagem de programação para outra forma mais adequada para a execução;
- Para fazer isso, o compilador extrai o significado do código em um processo chamado análise sintática;

Exemplos de LLC

Considere a gramática $G_4 = (V, \Sigma, R, \langle \text{EXPR} \rangle)$.

V é $\{\langle \text{EXPR} \rangle, \langle \text{TERMO} \rangle, \langle \text{FATOR} \rangle\}$ e Σ é $\{a, +, \times, (,)\}$. As regras são

$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$

- $a+a*a$
- $(a+a)*a$
- Para extrair o significado real (executável) da expressão, o compilador geralmente utiliza de uma das duas estratégias:
 - *Top-down*
 - *Bottom-up*

$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$
 $\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$
 $\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$

- Derivação para a cadeia:
 - $a + a * a$

$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$
 $\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$
 $\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$

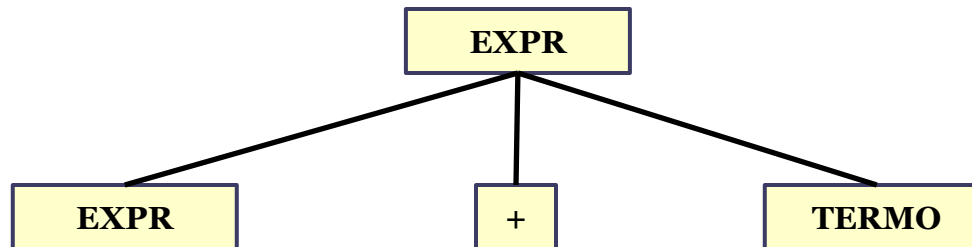
- Derivação para a cadeia:
 - $a + a * a$

EXPR

$$\begin{aligned}
 \langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\
 \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\
 \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a
 \end{aligned}$$

- Derivação para a cadeia:

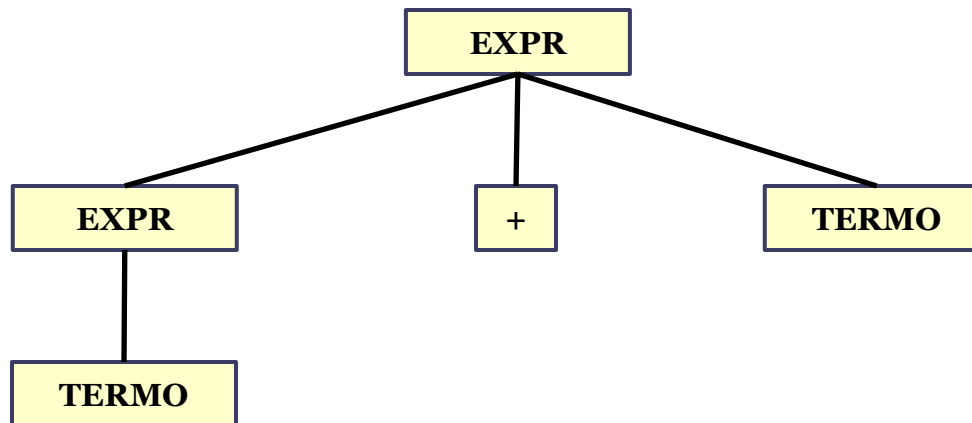
- $a + a * a$



$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$
 $\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$
 $\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$

- Derivação para a cadeia:

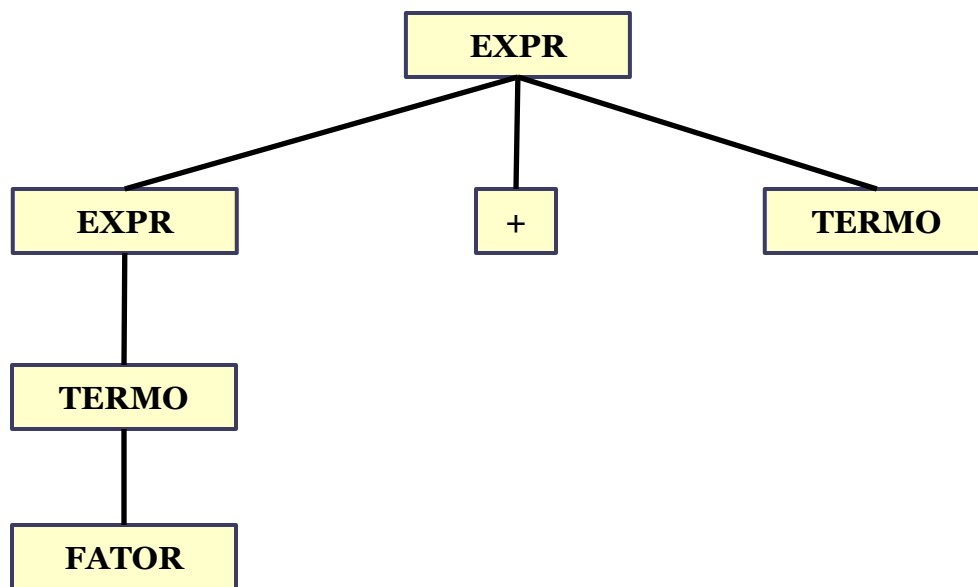
- $a + a * a$



$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$

- Derivação para a cadeia:

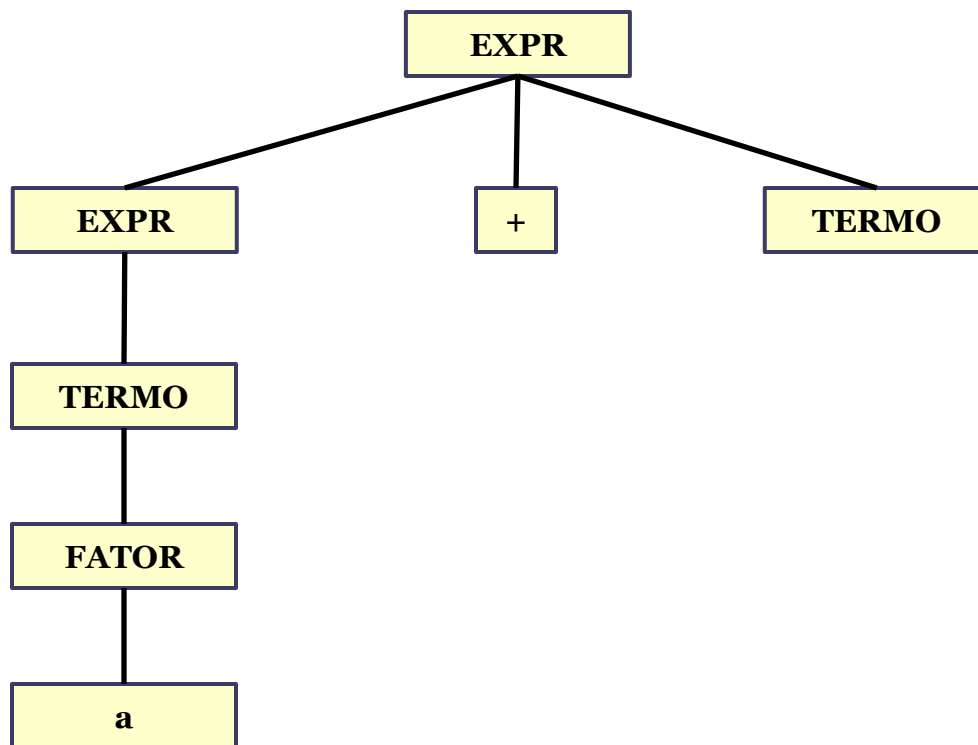
- $a + a * a$



$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$
 $\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$
 $\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid \text{a}$

- Derivação para a cadeia:

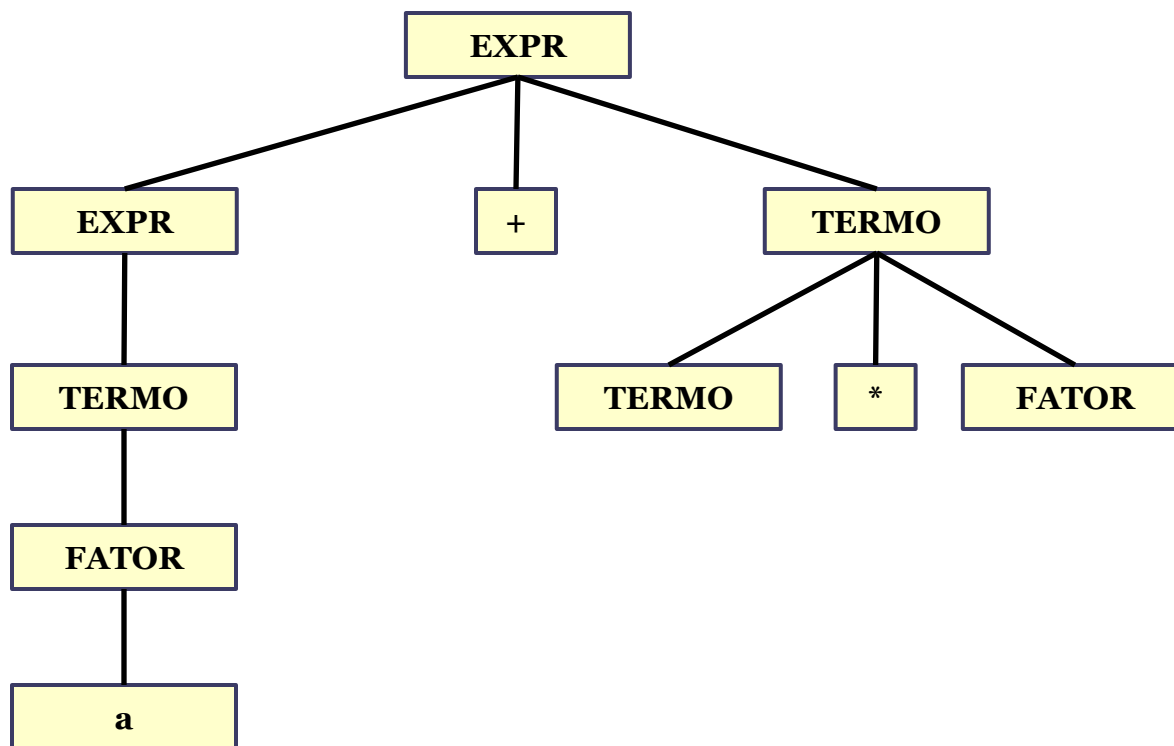
▣ $a + a * a$



$$\begin{aligned}
 \langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\
 \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\
 \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a
 \end{aligned}$$

- Derivação para a cadeia:

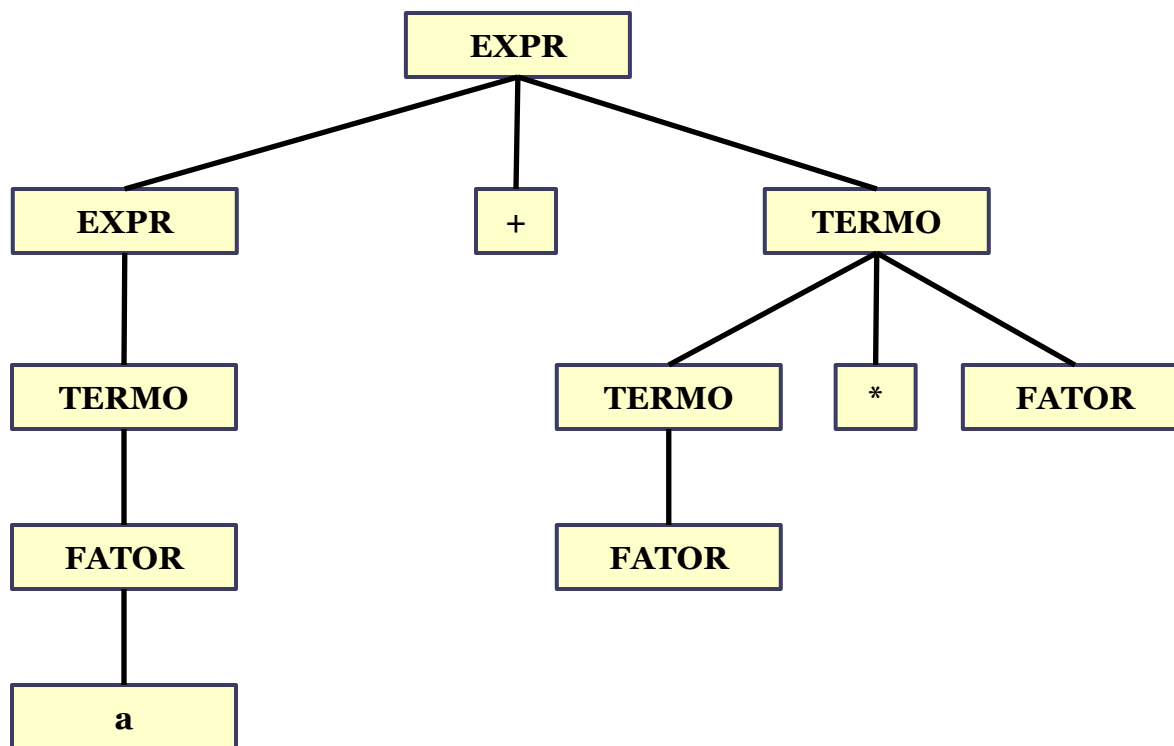
- $a + a * a$



$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$

- Derivação para a cadeia:

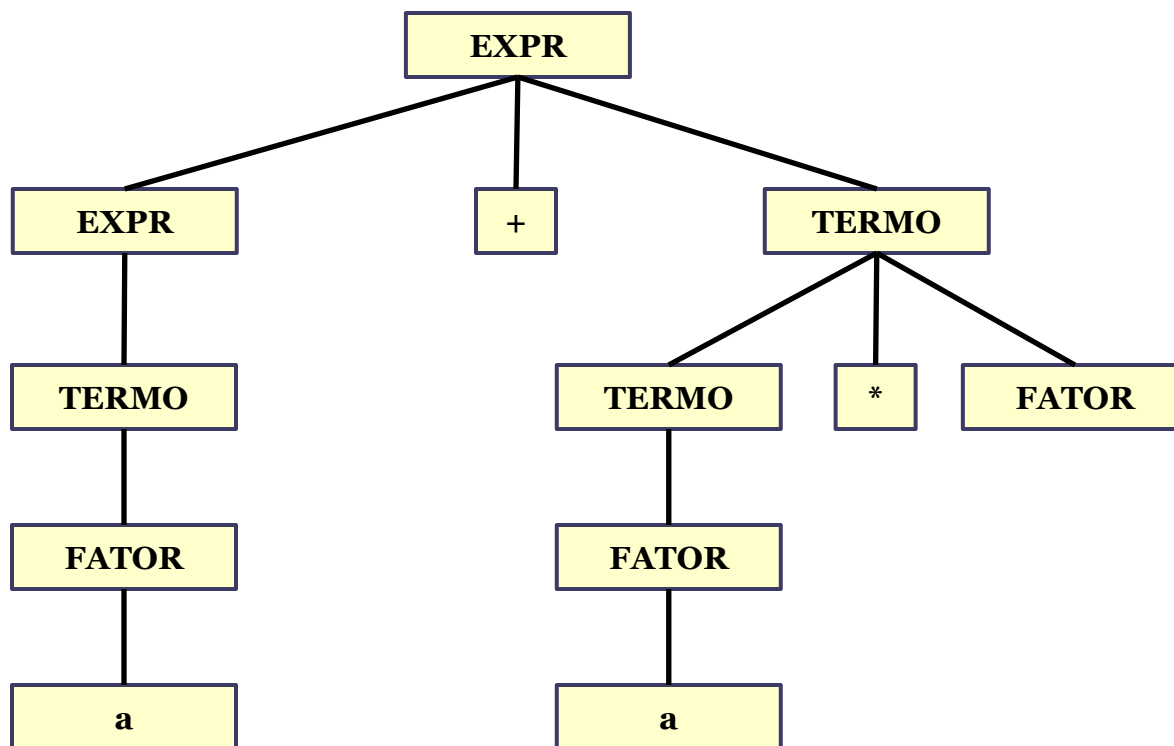
- $a + a * a$



$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$
 $\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$
 $\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid \text{a}$

- Derivação para a cadeia:

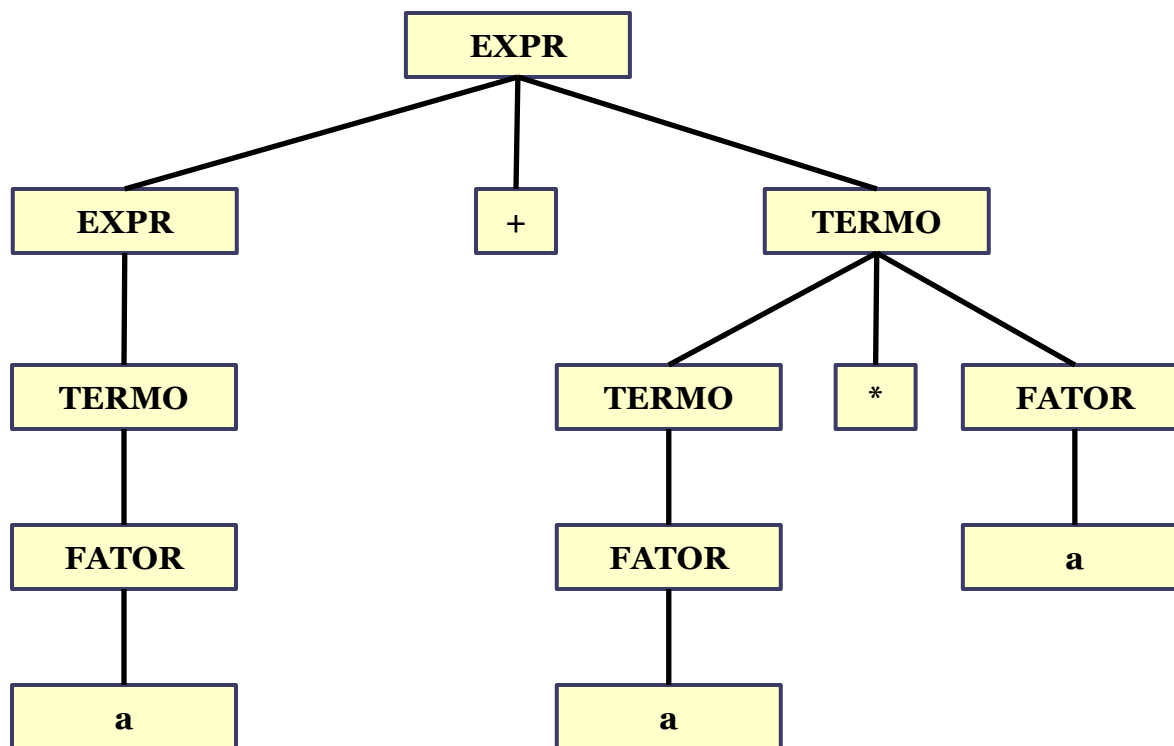
▣ $a + a * a$



$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid \text{a}\end{aligned}$$

- Derivação para a cadeia:

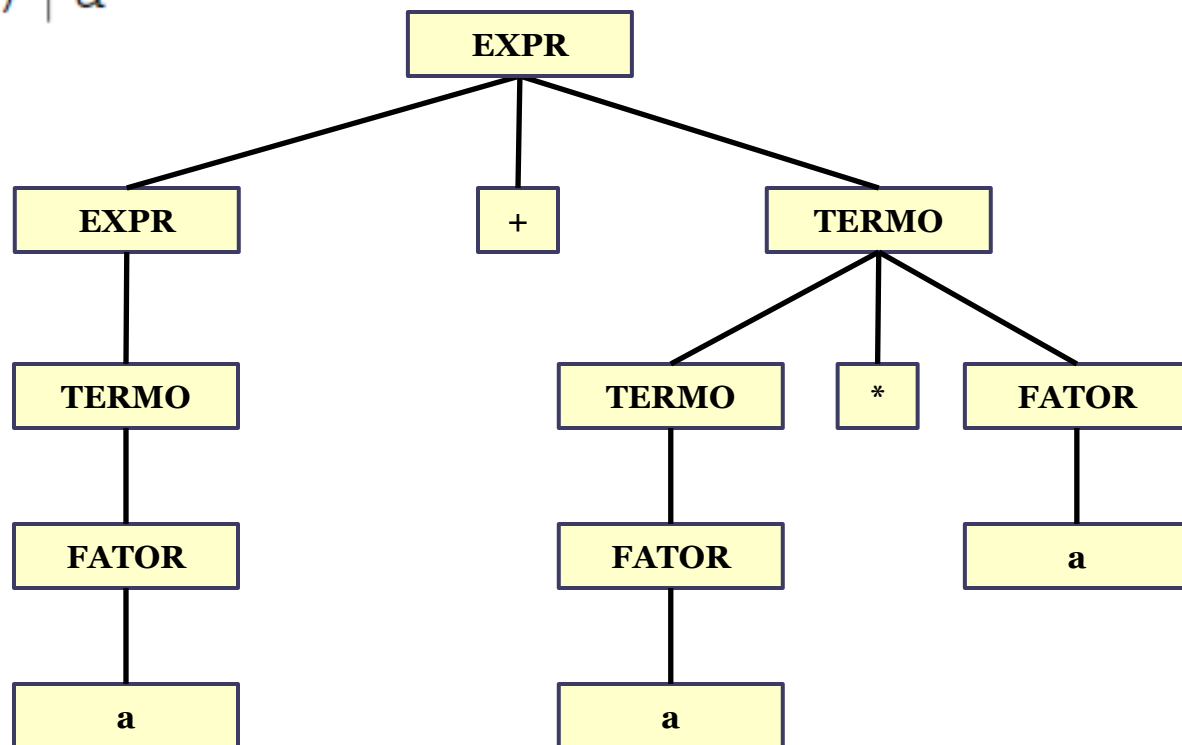
- $a + a * a$



$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$

$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$

$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$

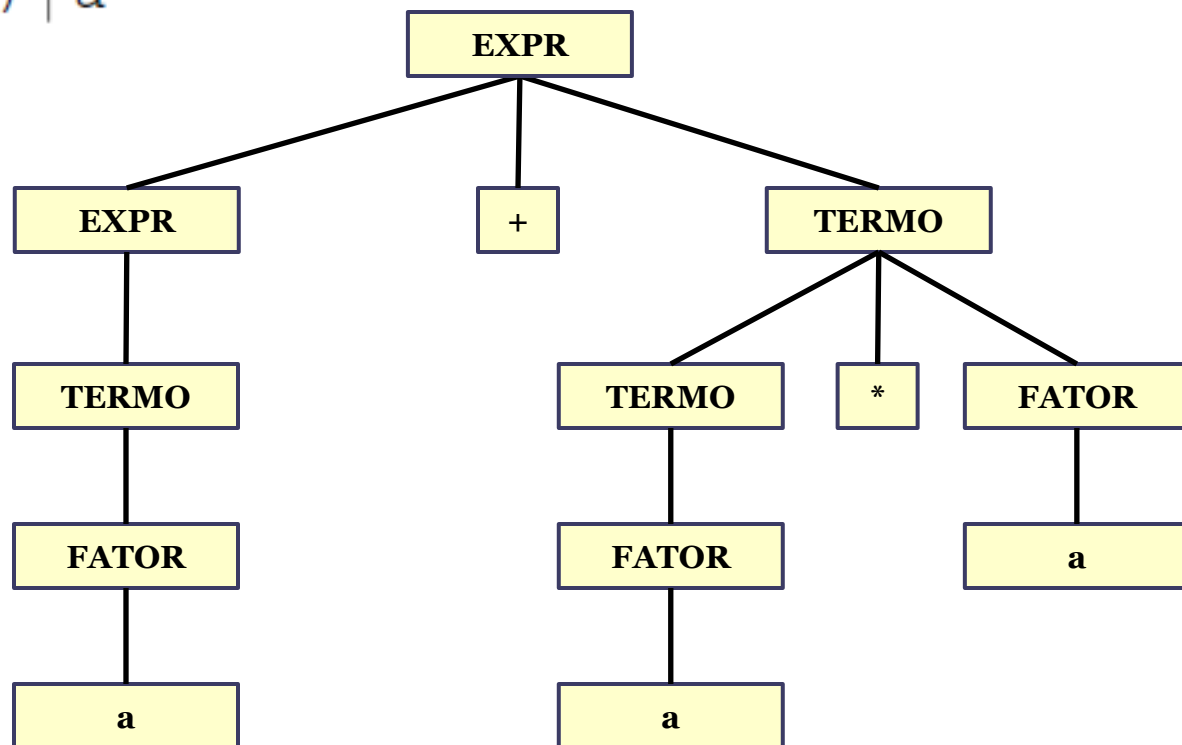


- Feita uma sequência completa, dizemos que **a expressão passou pela análise sintática**, e ela pertence a linguagem que a gramática é capaz de gerar.

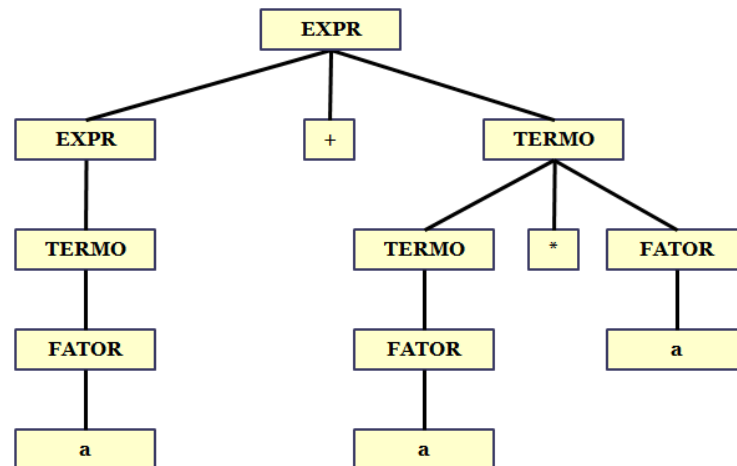
$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$

$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$

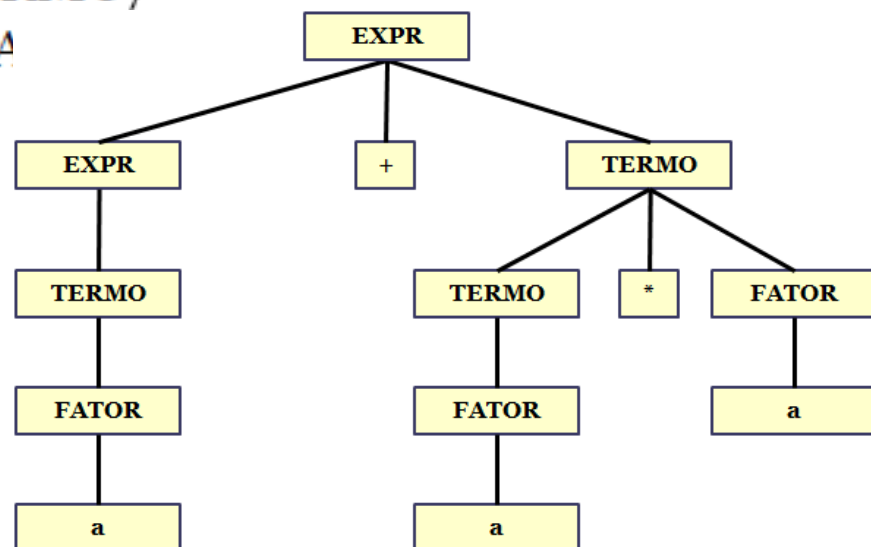
$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$



- Além dos conceitos relacionados com gramáticas, **o compilador precisa gerar uma estrutura capaz de executar em uma máquina.**

$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$


- A execução depende da natureza da máquina;
- Existem, por exemplo:
 - **Máquina baseada em pilha;**
 - Comumente utilizada na implementação de JVMs;
 - **Máquina baseada em registradores;**
 - Utiliza variáveis para registrar resultados intermediários;
 - ...

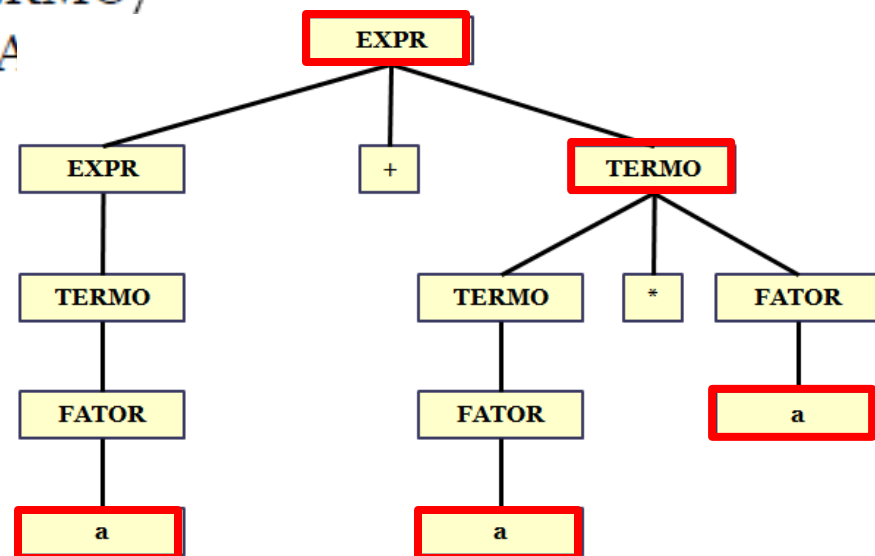
$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$


- Vamos apresentar um **exemplo de execução da expressão na máquina baseada em pilha**:
 - O primeiro passo é **identificar elementos que são relevantes ao processamento** (não são itens intermediários)

$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$

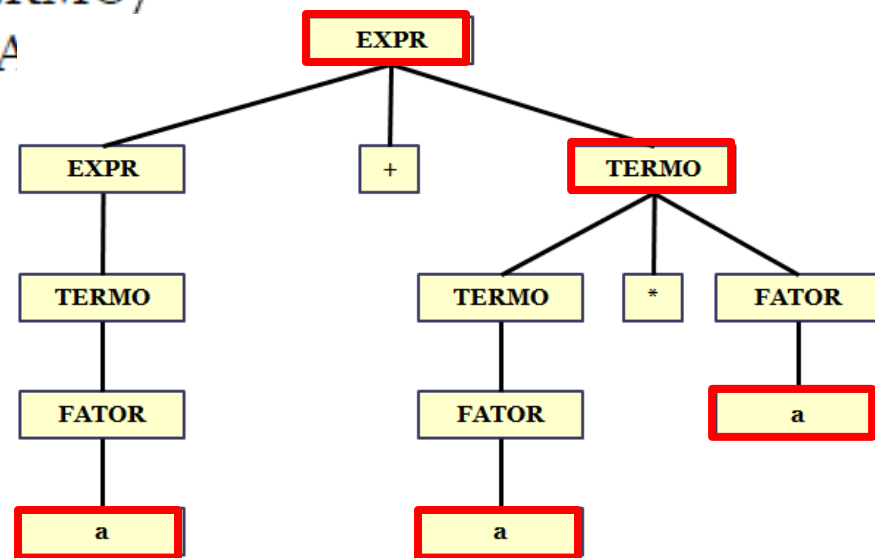
$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FA} \rangle$

$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$



- Vamos apresentar um **exemplo de execução da expressão na máquina baseada em pilha**:
 - O primeiro passo é **identificar elementos que são relevantes ao processamento** (não são itens intermediários)

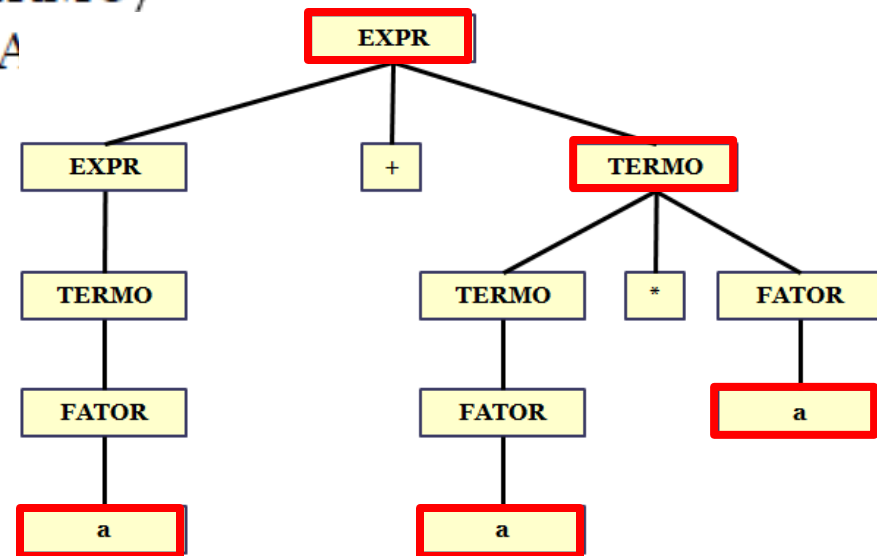
$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$
 $\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$
 $\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$



- Identificados os elementos, eles deve ser adicionados em uma pilha seguindo o percurso Pré-ordem;

$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$

- Pré-ordem:

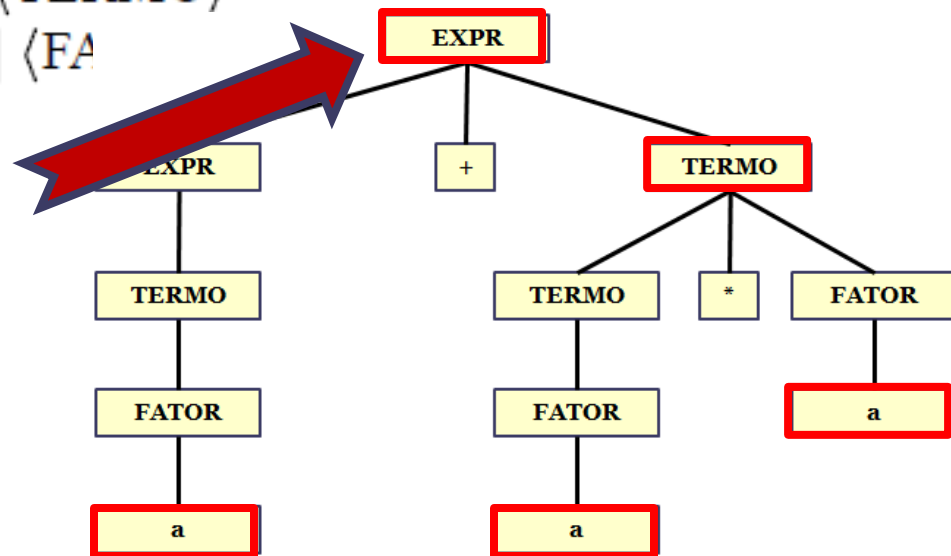


$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$

- Pré-ordem:
- A expressão é uma SOMA

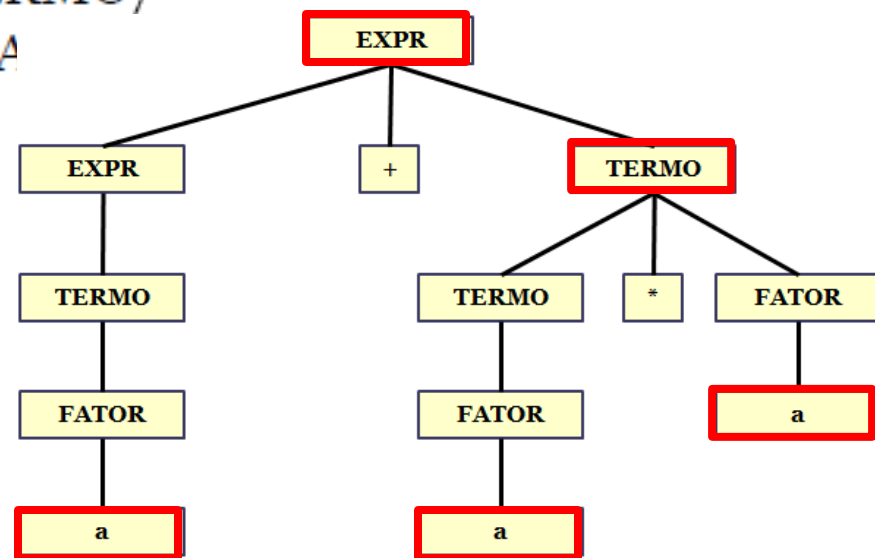
PILHA

SOMA

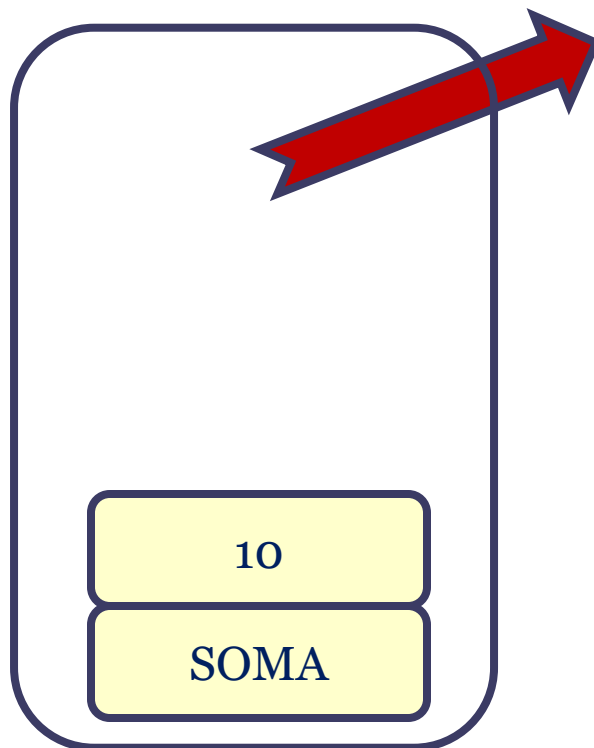


$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$

- Pré-ordem:
- A expressão é uma variável:
 - Exemplo: 10



PILHA



$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$

$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$

$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$

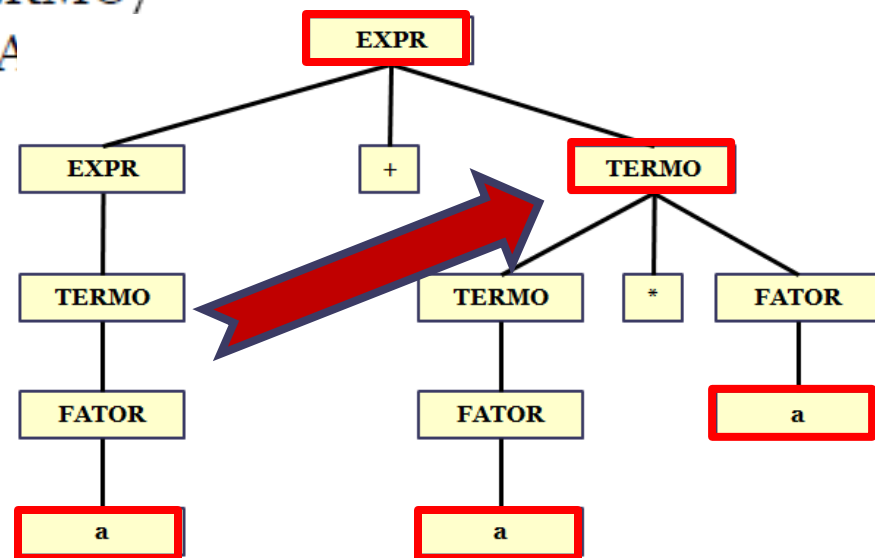
- Pré-ordem:
- A expressão é uma multiplicação;

PILHA

MULT.

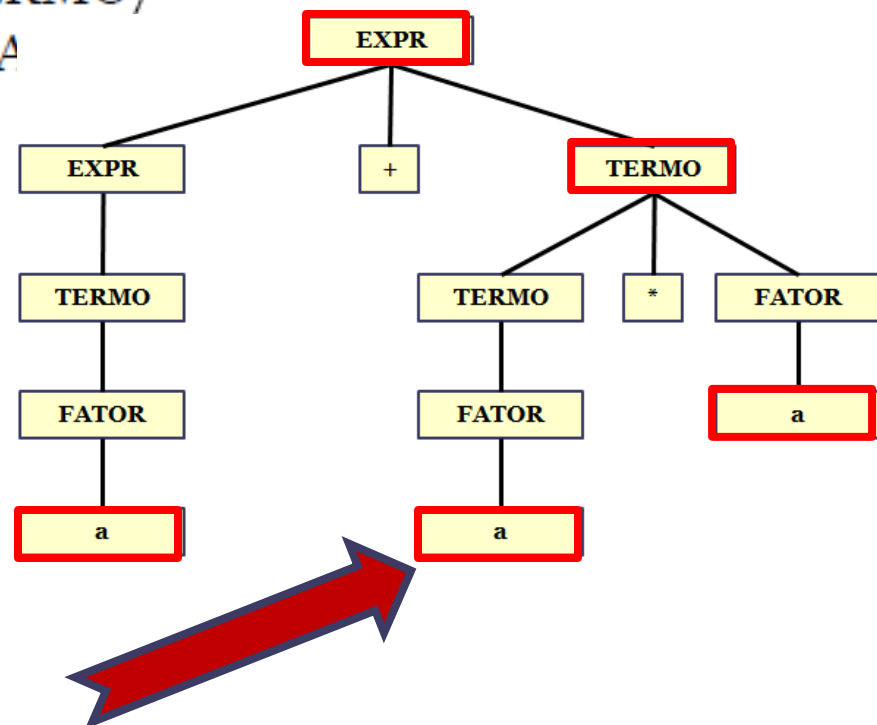
10

SOMA

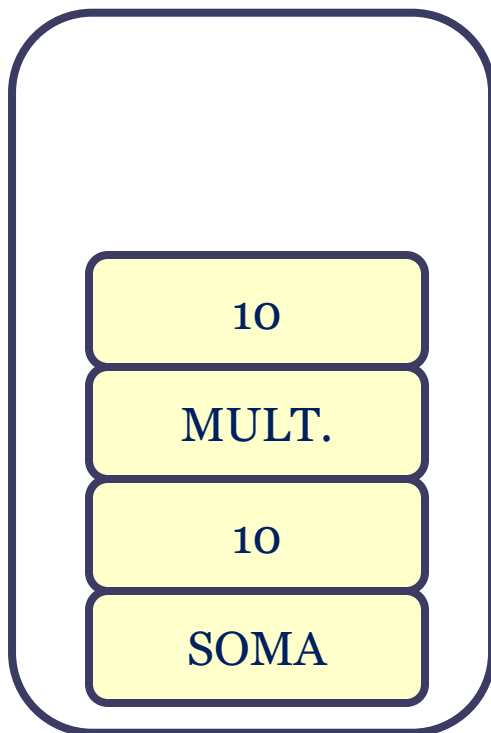


$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$

- Pré-ordem:
- Variável...

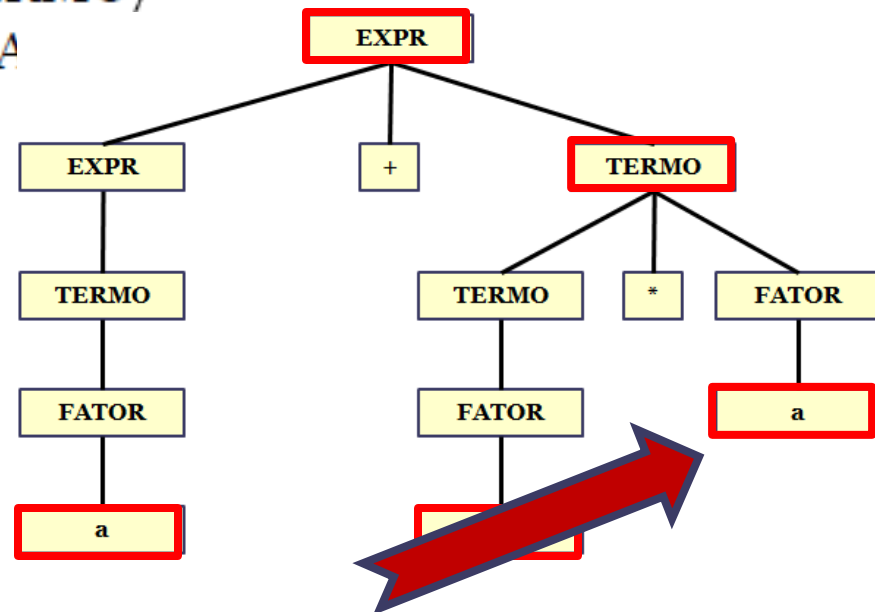


PILHA

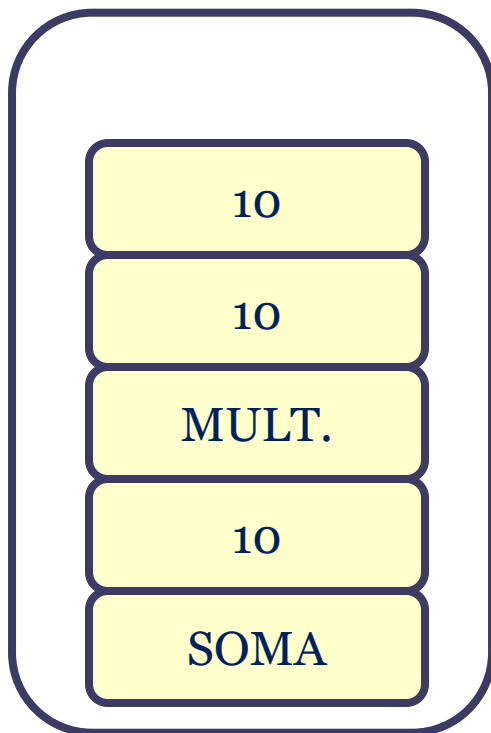


$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$

- Pré-ordem:
- Variável...



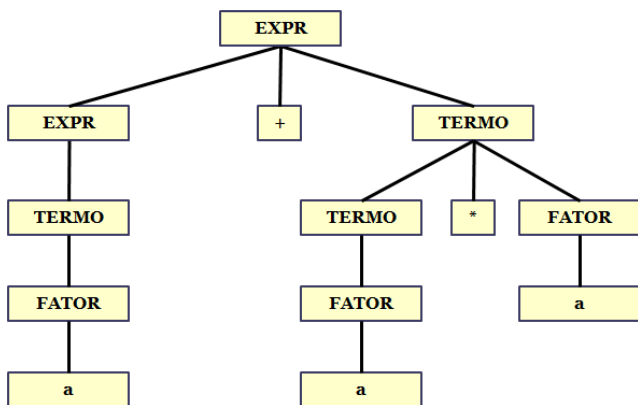
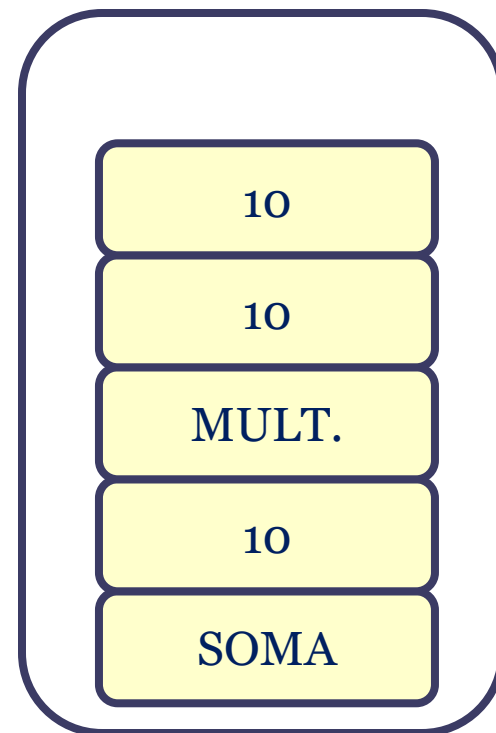
PILHA



$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$

- Dada a pilha, a máquina pode avaliar toda a expressão:

PILHA



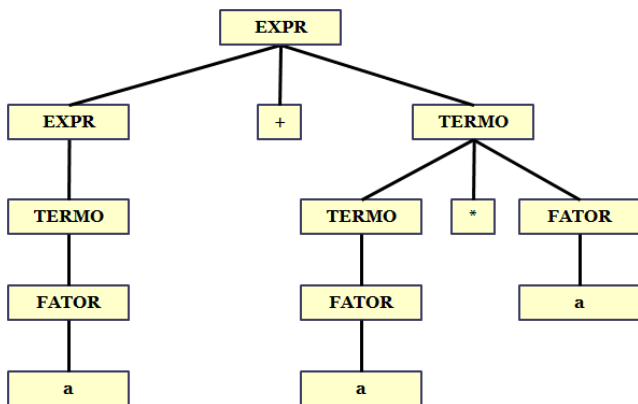
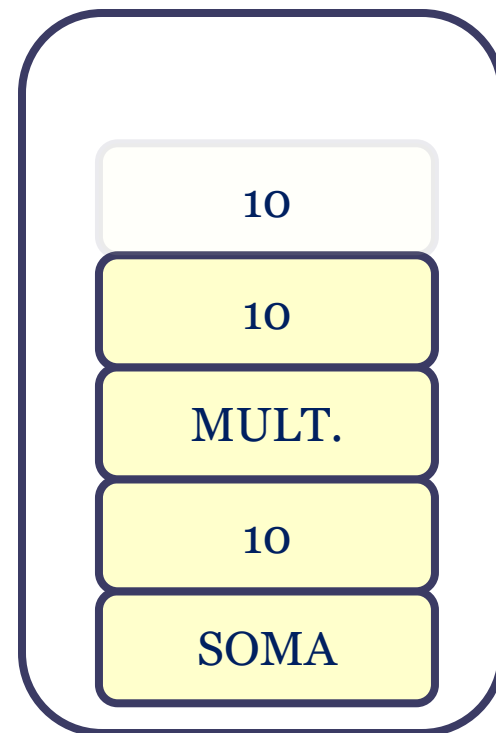
$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$

- Dada a pilha, a máquina pode avaliar toda a expressão:

▫ Desempilha:

- R1 = 10;

PILHA



$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$

- Dada a pilha, a máquina pode avaliar toda a expressão:

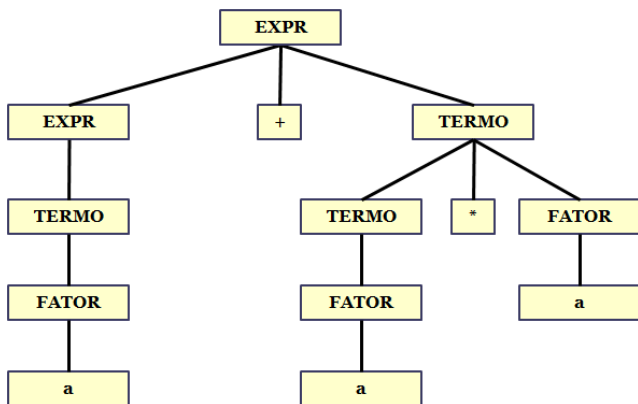
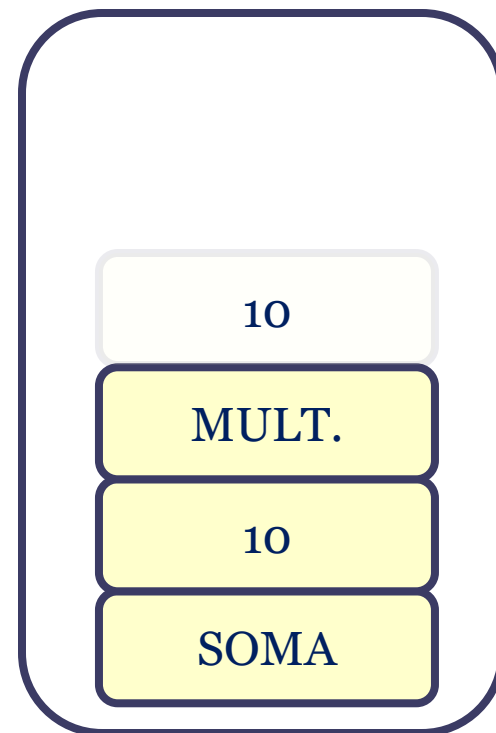
- Desempilha:

- R1 = 10;

- Desempilha:

- R2 = 10;

PILHA

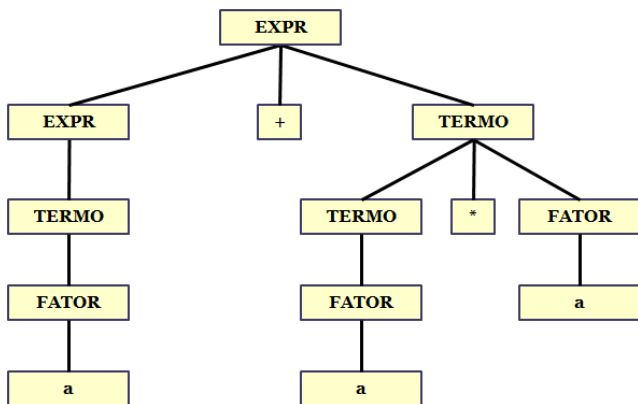
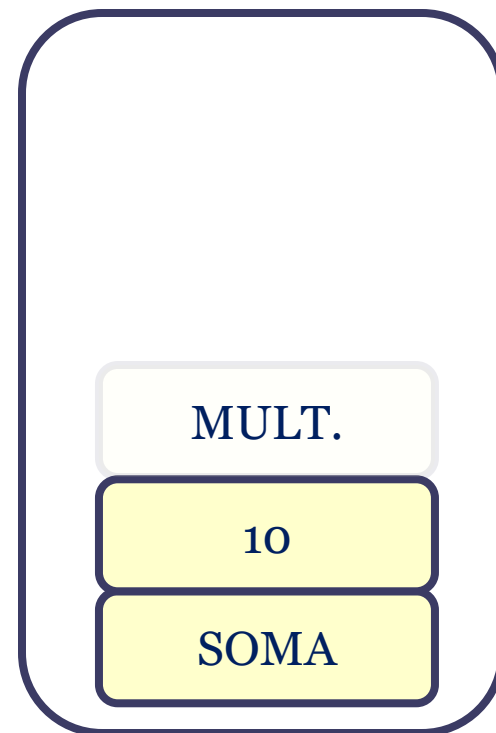


$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$

- Dada a pilha, a máquina pode avaliar toda a expressão:

- Desempilha:
 - $R1 = 10$;
- Desempilha:
 - $R2 = 10$;
- Desempilha:
 - Executar multiplicação: $R1 * R2$

PILHA

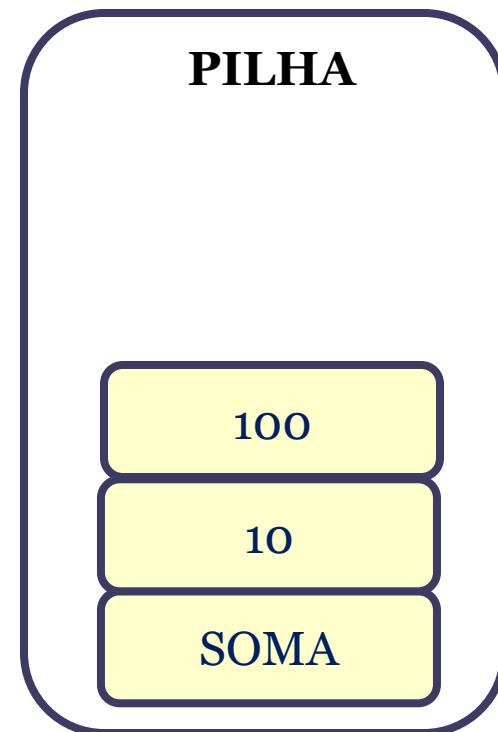
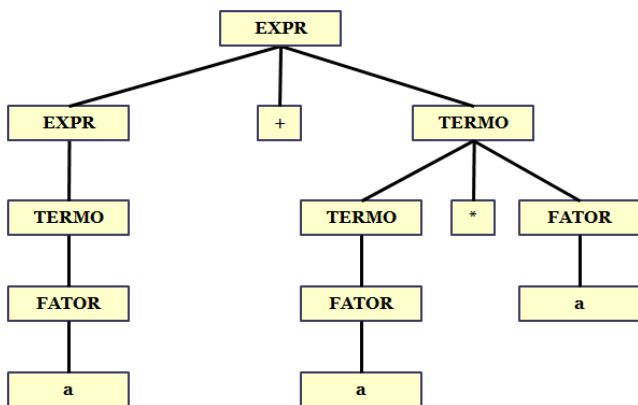


$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$

- Dada a pilha, a máquina pode avaliar toda a expressão:

- O resultado da multiplicação é empilhado:

- 100

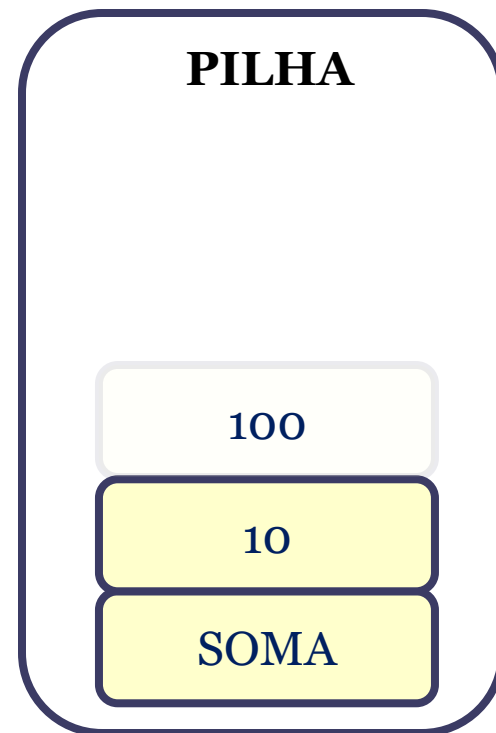
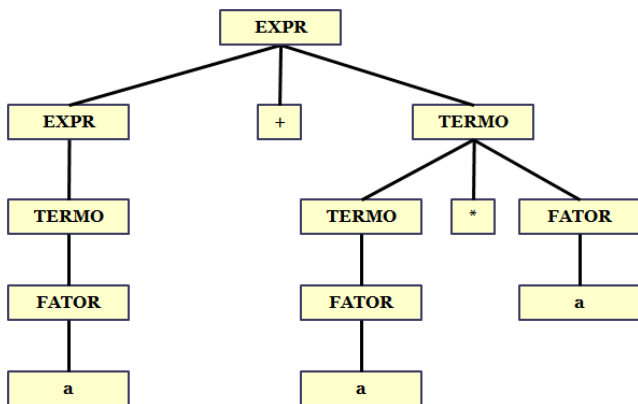


$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$

- Dada a pilha, a máquina pode avaliar toda a expressão:

- Desempilha:

- R1 = 100;



$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$

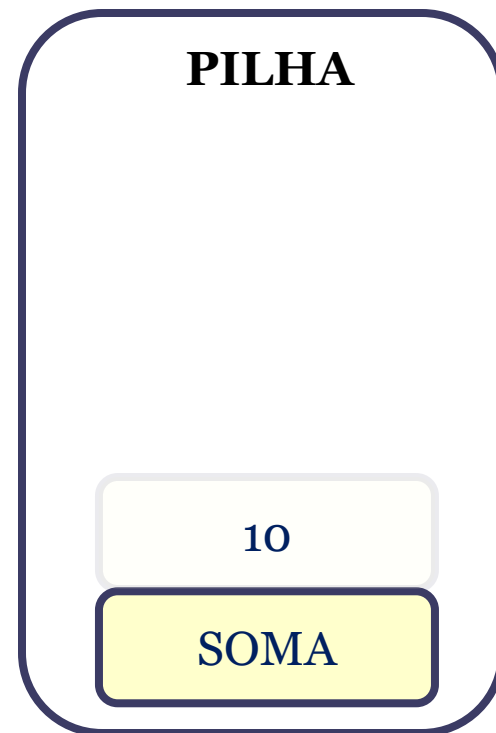
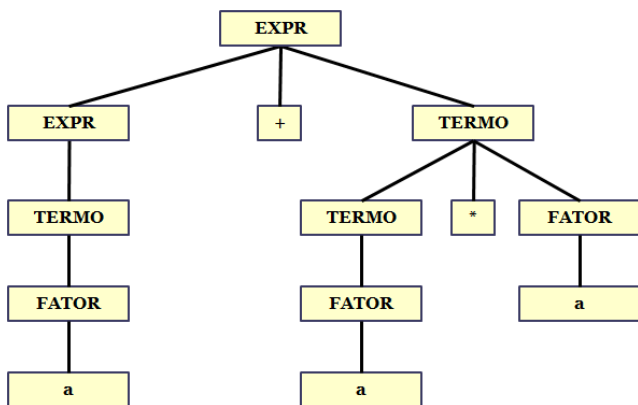
- Dada a pilha, a máquina pode avaliar toda a expressão:

- Desempilha:

- R1 = 100;

- Desempilha:

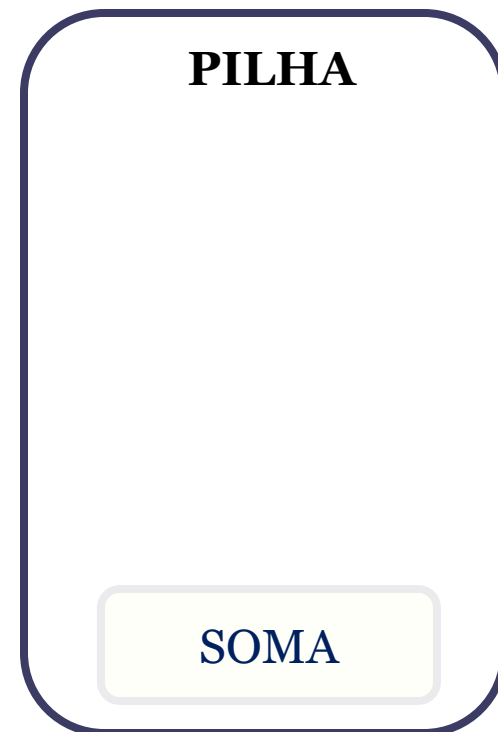
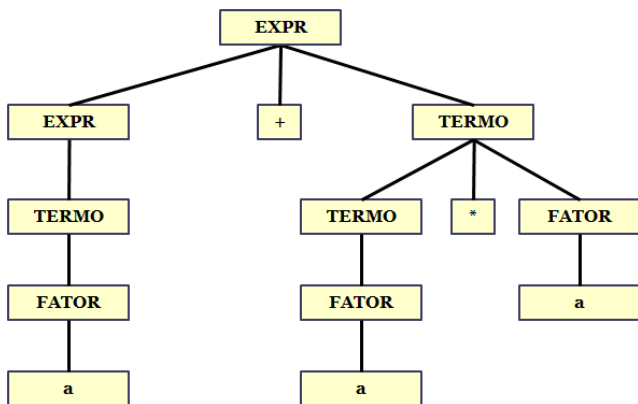
- R2 = 10;



$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$

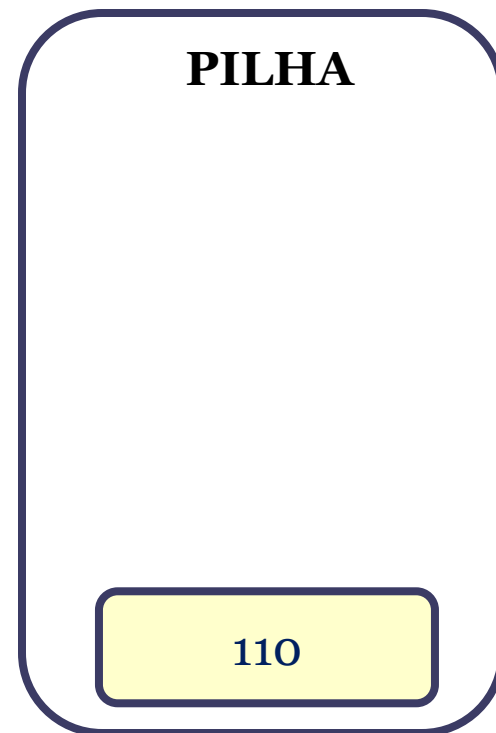
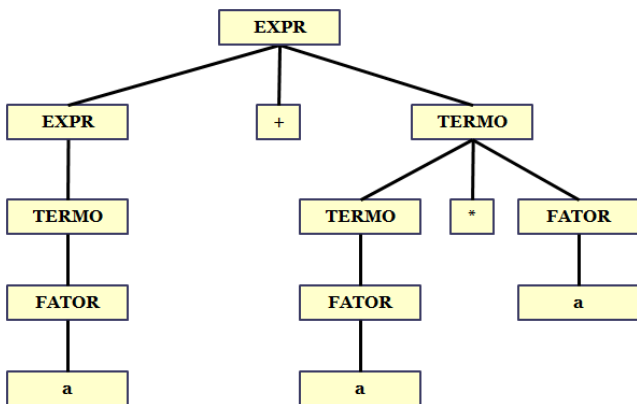
- Dada a pilha, a máquina pode avaliar toda a expressão:

- Desempilha:
 - $R1 = 100$;
- Desempilha:
 - $R2 = 10$;
- Desempilha:
 - Executar a operação de SOMA:
 - $R1 + R2$



$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$

- Dada a pilha, a máquina pode avaliar toda a expressão:
 - O resultado da soma é empilhado:
 - 110;

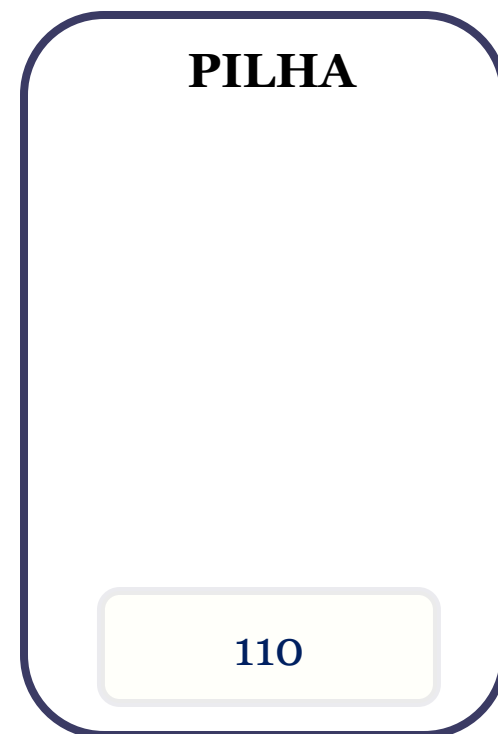
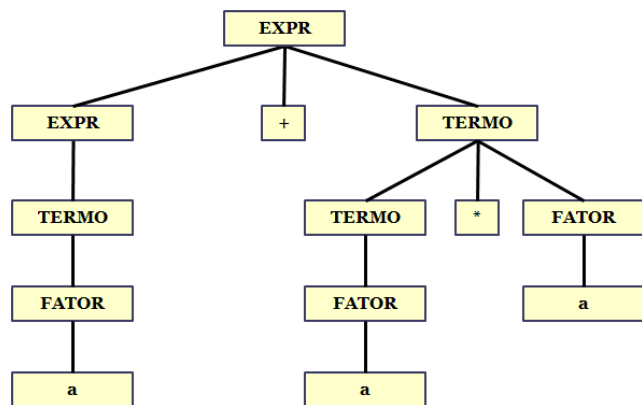


$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$

- Dada a pilha, a máquina pode avaliar toda a expressão:

▫ Desempilha:

- R1=110;



$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$

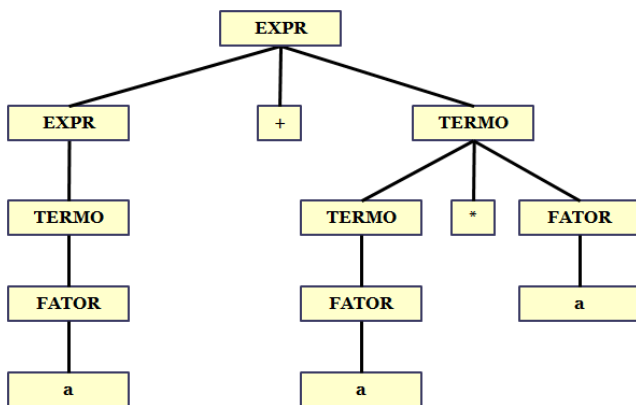
- Dada a pilha, a máquina pode avaliar toda a expressão:

- Desempilha:

- R1=110;

- **Topo da pilha aponta pra nulo:**

- Pilha vazia!
 - **Indica que R1 possui o resultado da expressão avaliada!!!**



PILHA

Próxima aula

- Ambigüidade;
- Autômatos com pilha;

Bibliografia

- SIPSER, Michael. Introdução à Teoria da Computação. 2a ed.:São Paulo, Thomson, 2007.
- VIEIRA, Newton José. Introdução aos Fundamentos da Computação: Linguagens e Máquinas. 1a ed.: Rio de Janeiro: Thomson, 2006.

