

Universidade Federal de Alfenas

Linguagens Formais e Autômatos

Aula 12 – Linguagens Livres do Contexto

humberto@bcc.unifal-mg.edu.br



Linguagens Livres do Contexto

- Para as LLC, temos as Gramáticas Livres do Contexto;

Linguagens Livres do Contexto

- Para as LLC, temos as Gramáticas Livres do Contexto;
- Tais gramáticas **podem descrever certas características que possuem estrutura recursiva**, o que as torna úteis em uma variedade de aplicações;

Linguagens Livres do Contexto

- Para as LLC, temos as Gramáticas Livres do Contexto;
- Tais gramáticas podem descrever certas características que possuem estrutura recursiva, o que as torna úteis em uma variedade de aplicações;
- GLC foram **primeiramente utilizadas no estudo de linguagens humanas;**

Linguagens Livres do Contexto

- Para as LLC, temos as Gramáticas Livres do Contexto;
- Tais gramáticas podem descrever certas características que possuem estrutura recursiva, o que as torna úteis em uma variedade de aplicações;
- GLC foram primeiramente utilizadas no estudo de linguagens humanas;
- Exemplo de estudo:
 - “*Tribo do Amazonas causa guerra na lingüística*”
<http://www1.folha.uol.com.br/folha/ciencia/ult306u16297.shtml>

Linguagens Livres do Contexto

- Uma aplicação importante de GLC ocorre na especificação e compilação de linguagens de programação;

Linguagens Livres do Contexto

- Uma aplicação importante de GLC ocorre na especificação e compilação de linguagens de programação;
- A maioria dos compiladores e interpretadores contém um **componente chamado analisador sintático que extrai o significado de um programa antes e gerar o código compilado** ou realizar a execução interpretada;

Linguagens Livres do Contexto

- Várias **metodologias facilitam a construção de um analisador uma vez que a GLC esteja disponível;**

Linguagens Livres do Contexto

- Várias metodologias facilitam a construção de um analisador uma vez que a GLC esteja disponível;
- Algumas **ferramentas até geram automaticamente o analisador a partir da gramática**;

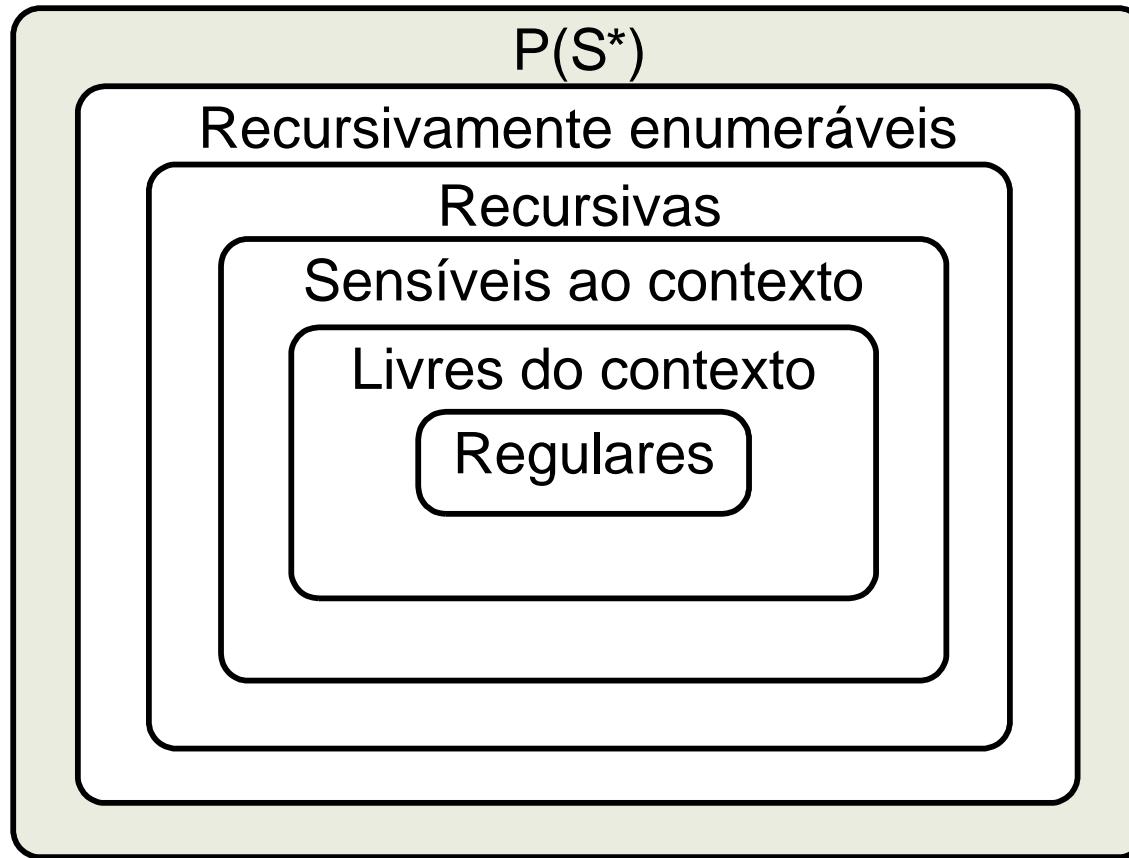
Linguagens Livres do Contexto

- Várias metodologias facilitam a construção de um analisador uma vez que a GLC esteja disponível;
- Algumas ferramentas até geram automaticamente o analisador a partir da gramática;
- A coleção de linguagens associadas com GLC são denominadas Linguagens Livres do Contexto (LLC);

Linguagens Livres do Contexto

- Várias metodologias facilitam a construção de um analisador uma vez que a GLC esteja disponível;
- Algumas ferramentas até geram automaticamente o analisador a partir da gramática;
- A coleção de linguagens associadas com GLC são denominadas Linguagens Livres do Contexto (LLC);
- Elas **incluem todas as linguagens regulares e muitas linguagens adicionais**;

Linguagens Livres do Contexto



Linguagens Livres do Contexto

- Um exemplo de GLC:

$$\begin{array}{l} A \rightarrow 0A1 \\ A \rightarrow B \\ B \rightarrow \# \end{array}$$

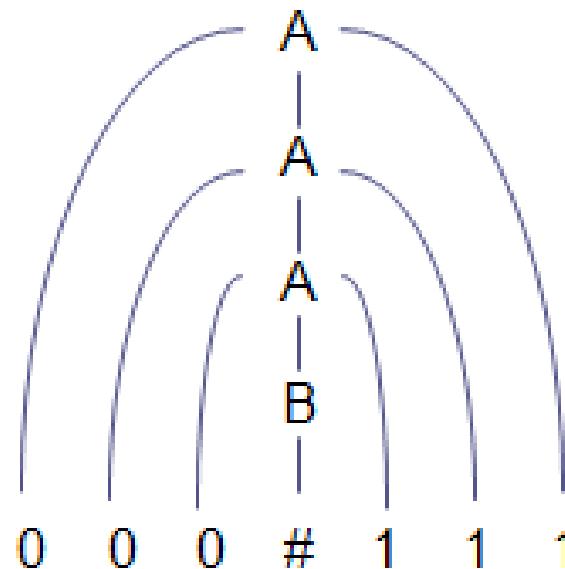
- Por exemplo, a gramática apresentadas gera a cadeia 000#111.

Linguagens Livres do Contexto

- Um exemplo de GLC:

$A \rightarrow 0A1$
$A \rightarrow B$
$B \rightarrow \#$

- Cadeia:
 - 000#111



Exemplos de LLC

Exemplos de LLC

Considere a gramática $G_4 = (V, \Sigma, R, \langle \text{EXPR} \rangle)$.

V é $\{\langle \text{EXPR} \rangle, \langle \text{TERMO} \rangle, \langle \text{FATOR} \rangle\}$ e Σ é $\{a, +, \times, (,)\}$. As regras são

$$\begin{array}{lcl} \langle \text{EXPR} \rangle & \rightarrow & \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle & \rightarrow & \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle & \rightarrow & (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a \end{array}$$

Exemplos de LLC

Considere a gramática $G_4 = (V, \Sigma, R, \langle \text{EXPR} \rangle)$.

V é $\{\langle \text{EXPR} \rangle, \langle \text{TERMO} \rangle, \langle \text{FATOR} \rangle\}$ e Σ é $\{a, +, \times, (,)\}$. As regras são

$$\begin{array}{lcl} \langle \text{EXPR} \rangle & \rightarrow & \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle & \rightarrow & \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle & \rightarrow & (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a \end{array}$$

- **As cadeiras**
 - $a+a^*a$
 - $(a+a)^*a$
- **podem ser geradas com a gramática** apresentada;

Exemplos de LLC

Considere a gramática $G_4 = (V, \Sigma, R, \langle \text{EXPR} \rangle)$.

V é $\{\langle \text{EXPR} \rangle, \langle \text{TERMO} \rangle, \langle \text{FATOR} \rangle\}$ e Σ é $\{a, +, \times, (,)\}$. As regras são

$$\begin{array}{lcl} \langle \text{EXPR} \rangle & \rightarrow & \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle & \rightarrow & \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle & \rightarrow & (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a \end{array}$$

- As cadeiras
 - $a+a^*a$
 - $(a+a)^*a$
- podem ser geradas com a gramática apresentada;
- Um **compilador traduz o código** escrito em uma linguagem de programação **para outra forma mais adequada para a execução**;

Exemplos de LLC

Considere a gramática $G_4 = (V, \Sigma, R, \langle \text{EXPR} \rangle)$.

V é $\{\langle \text{EXPR} \rangle, \langle \text{TERMO} \rangle, \langle \text{FATOR} \rangle\}$ e Σ é $\{a, +, \times, (,)\}$. As regras são

$$\begin{array}{lcl} \langle \text{EXPR} \rangle & \rightarrow & \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle & \rightarrow & \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle & \rightarrow & (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a \end{array}$$

- As cadeiras
 - $a+a^*a$
 - $(a+a)^*a$
- podem ser geradas com a gramática apresentada;
- Um compilador traduz o código escrito em uma linguagem de programação para outra forma mais adequada para a execução;
- **Para fazer isso, o compilador extrai o significado do código em um processo chamado análise sintática;**

Exemplos de LLC

Considere a gramática $G_4 = (V, \Sigma, R, \langle \text{EXPR} \rangle)$.

V é $\{\langle \text{EXPR} \rangle, \langle \text{TERMO} \rangle, \langle \text{FATOR} \rangle\}$ e Σ é $\{a, +, \times, (,)\}$. As regras são

$$\begin{array}{lcl} \langle \text{EXPR} \rangle & \rightarrow & \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle & \rightarrow & \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle & \rightarrow & (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a \end{array}$$

- $a+a^*a$
- $(a+a)^*a$
- Para extrair o significado real (executável) da expressão, o compilador geralmente utiliza de uma das duas estratégias:
 - *Top-down*
 - *Bottom-up*

$$\begin{array}{lcl} \langle \text{EXPR} \rangle & \rightarrow & \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle & \rightarrow & \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle & \rightarrow & (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a \end{array}$$

- Derivação para a cadeia:
 - $a + a * a$

(EXPR)

$\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$

(TERMO)

$\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$

(FATOR)

$\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$

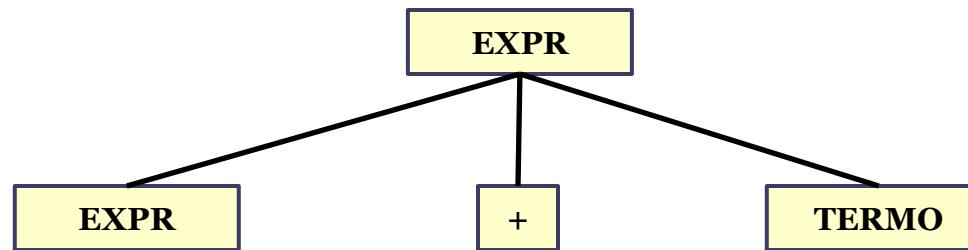
- Derivação para a cadeia:

- $a + a * a$

EXPR

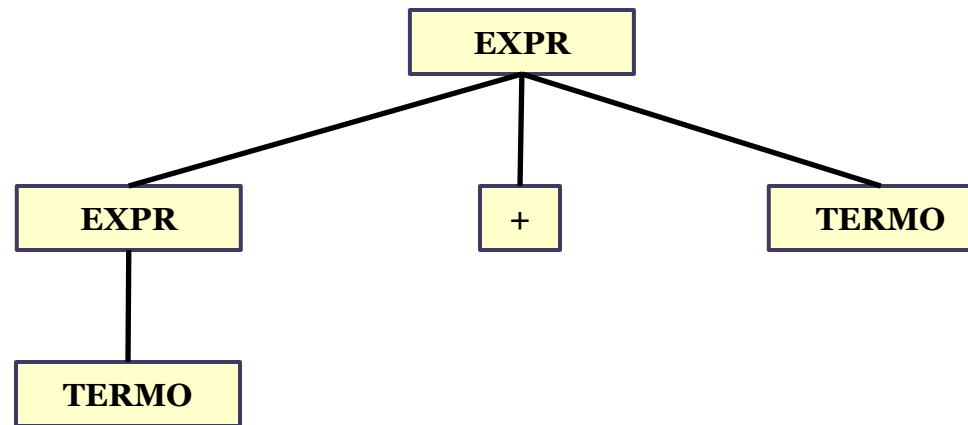
$$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$$
$$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$$
$$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$$

- Derivação para a cadeia:
 - $a + a * a$



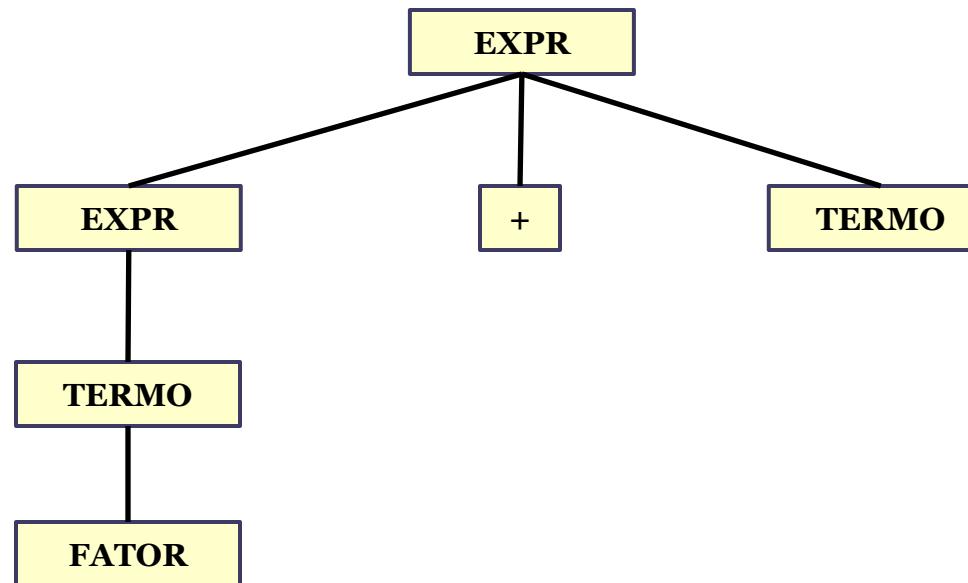
$$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$$
$$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$$
$$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$$

- Derivação para a cadeia:
 - $a + a * a$



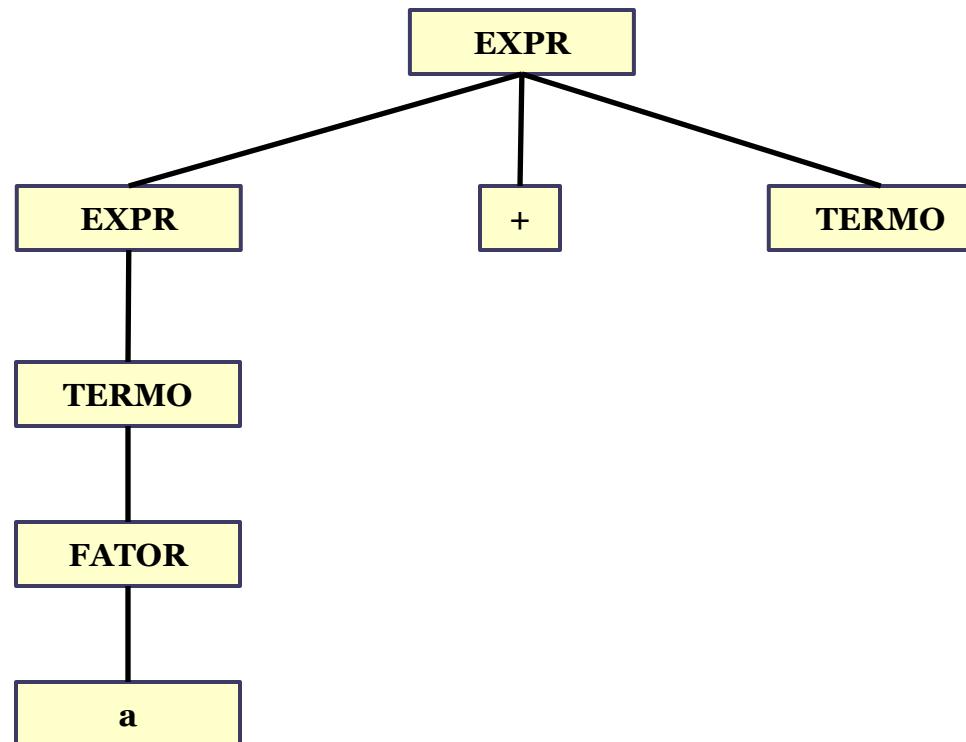
$$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$$
$$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$$
$$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$$

- Derivação para a cadeia:
 - $a + a * a$



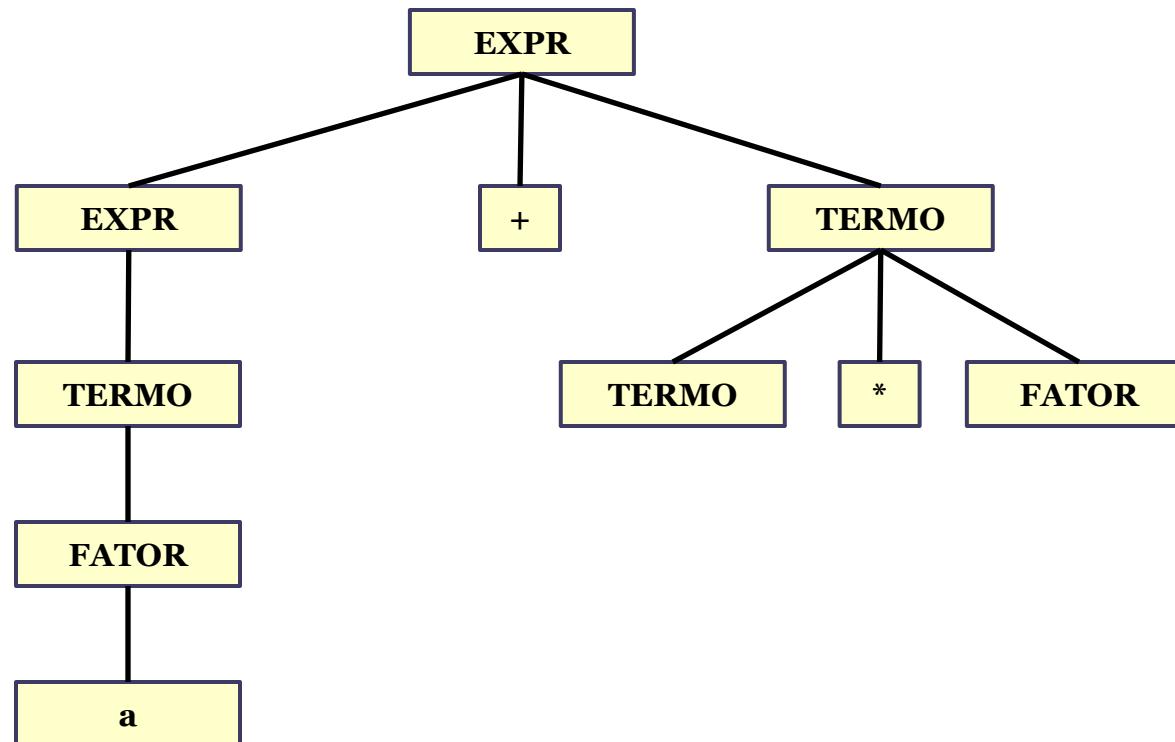
$$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$$
$$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$$
$$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$$

- Derivação para a cadeia:
 - $a + a * a$



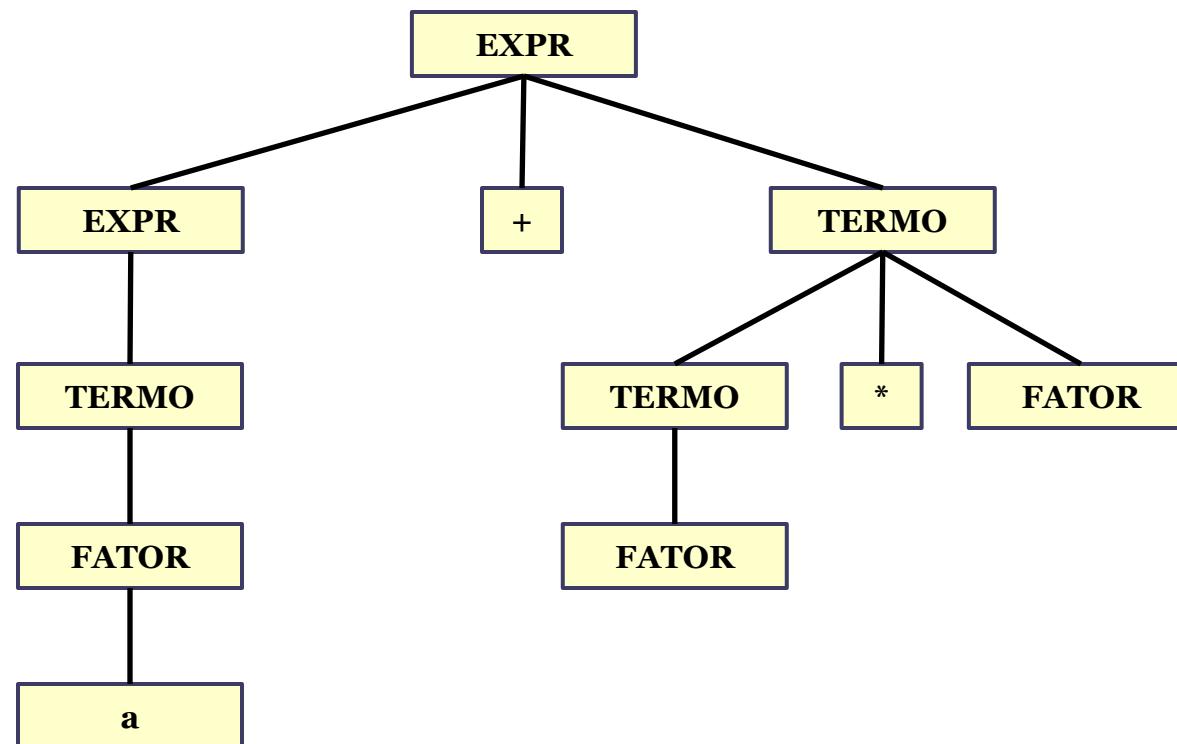
$$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$$
$$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$$
$$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$$

- Derivação para a cadeia:
 - $a + a * a$



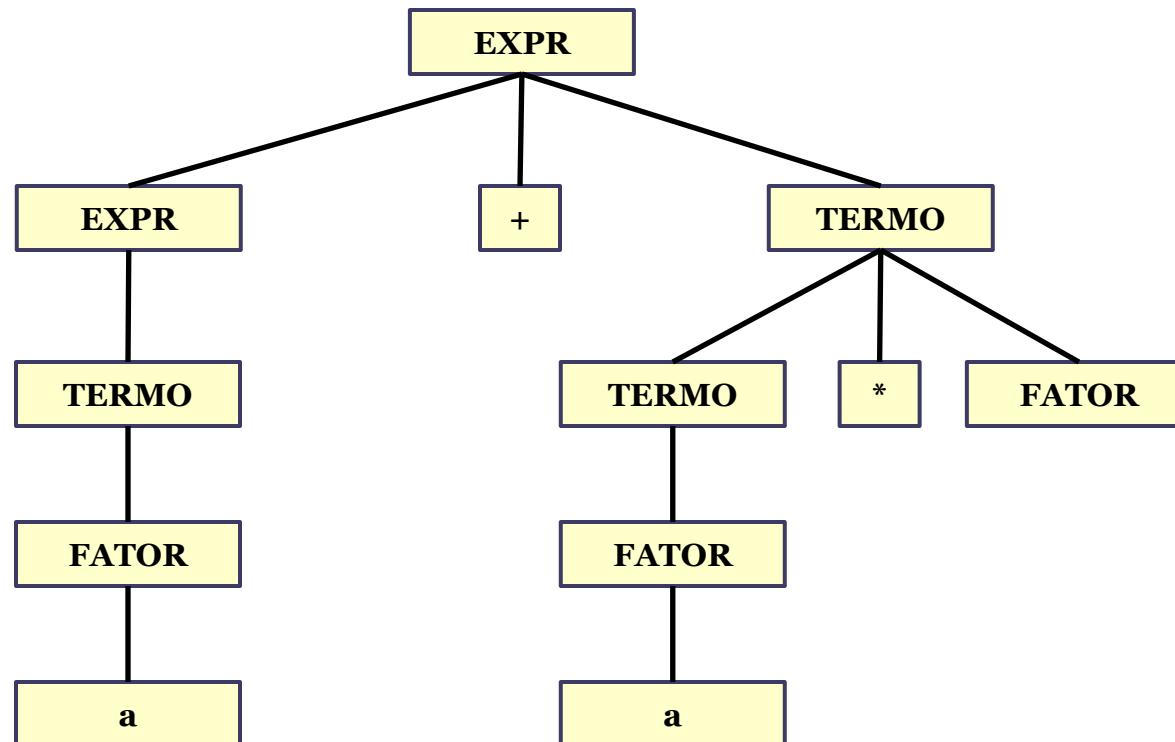
$$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$$
$$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$$
$$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$$

- Derivação para a cadeia:
 - $a + a * a$



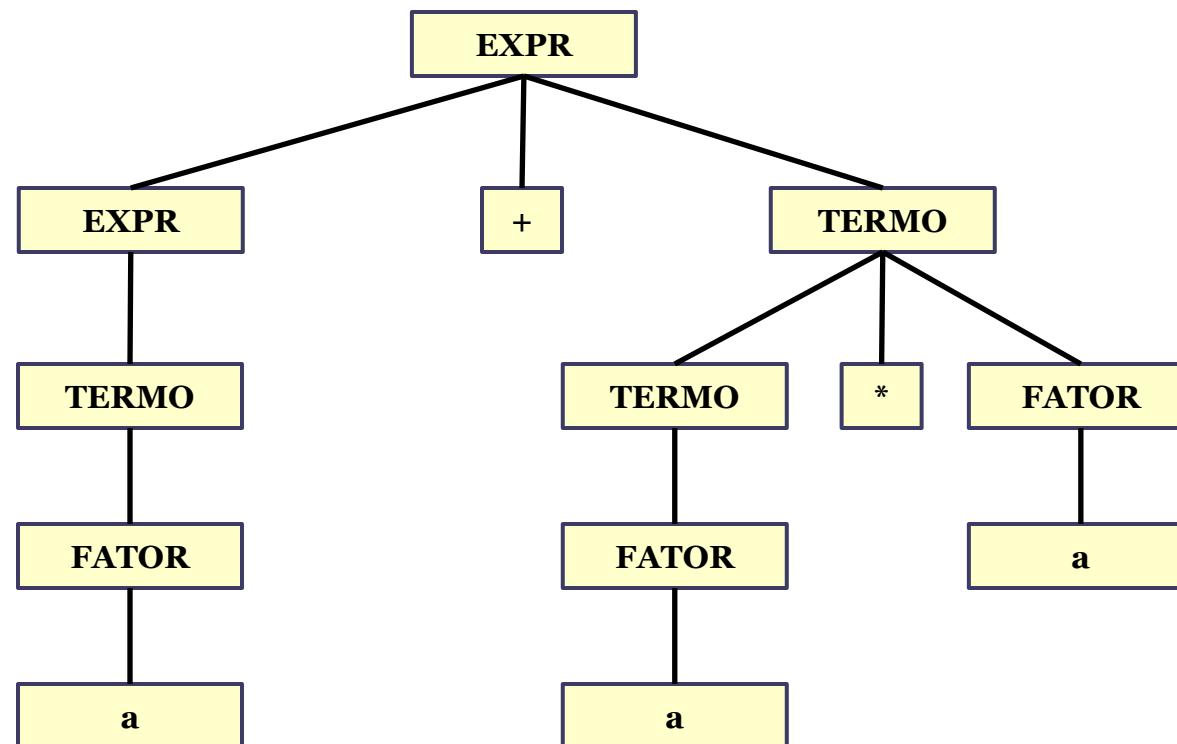
$$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$$
$$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$$
$$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$$

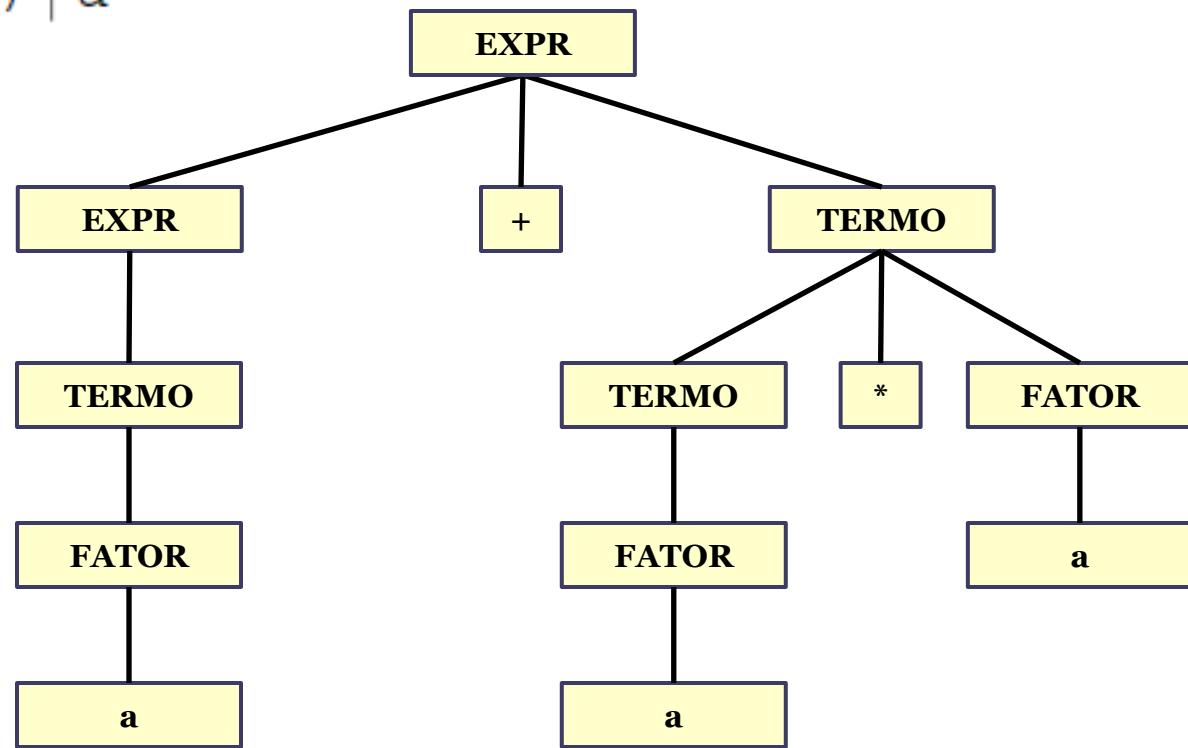
- Derivação para a cadeia:
 - $a + a * a$



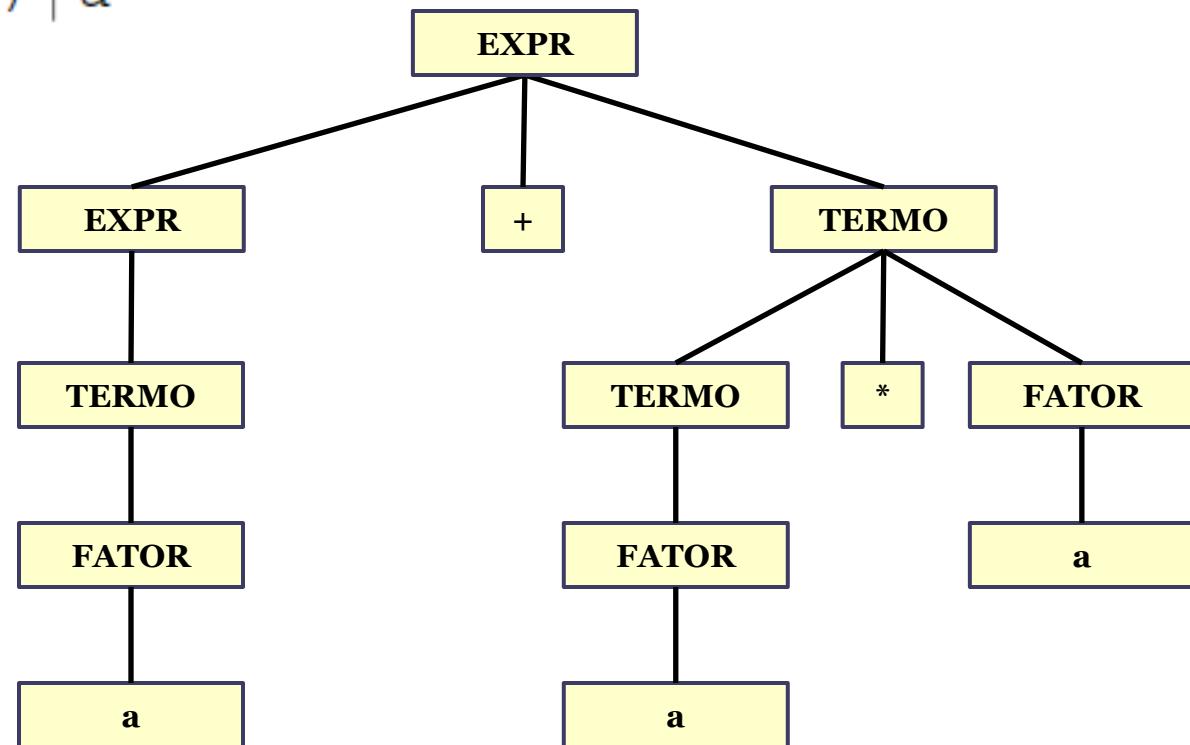
$$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$$
$$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$$
$$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$$

- Derivação para a cadeia:
 - $a + a * a$

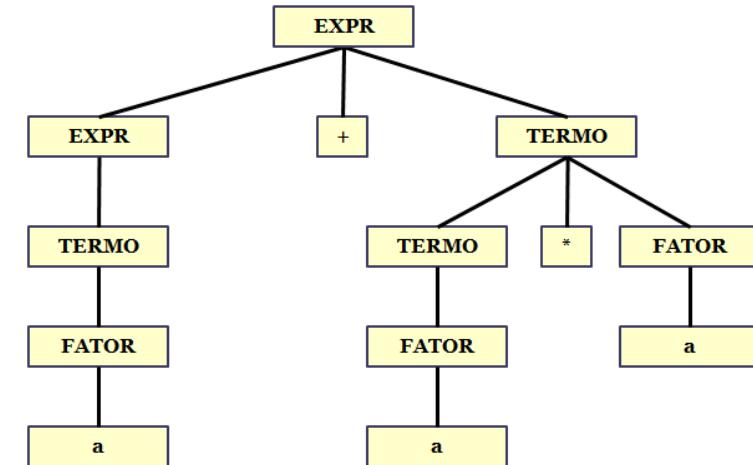


$$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$$
$$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$$
$$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$$


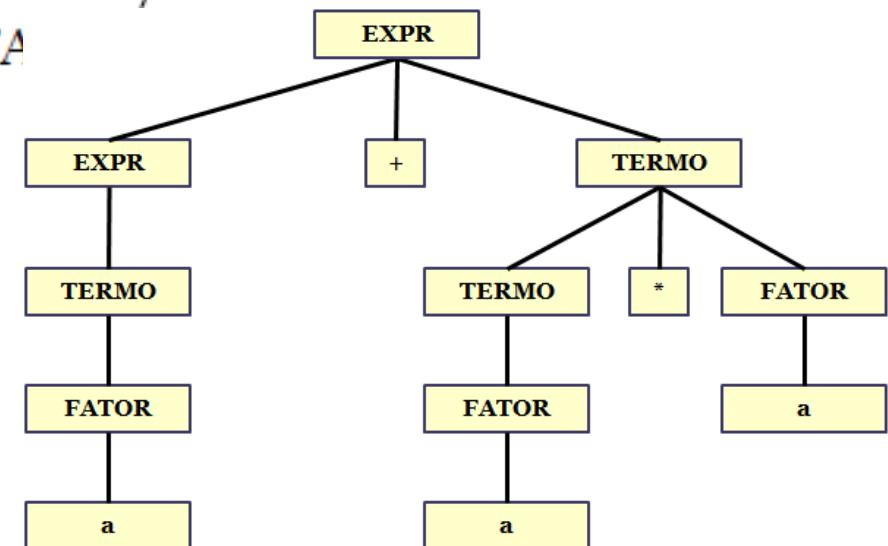
- **Feita uma seqüência completa**, dizemos que **a expressão passou pela análise sintática**, e ela pertence a linguagem que a gramática é capaz de gerar.

$$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$$
$$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$$
$$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$$


- Além dos conceitos relacionados com gramáticas, o compilador precisa gerar uma estrutura capaz de executar em uma máquina.

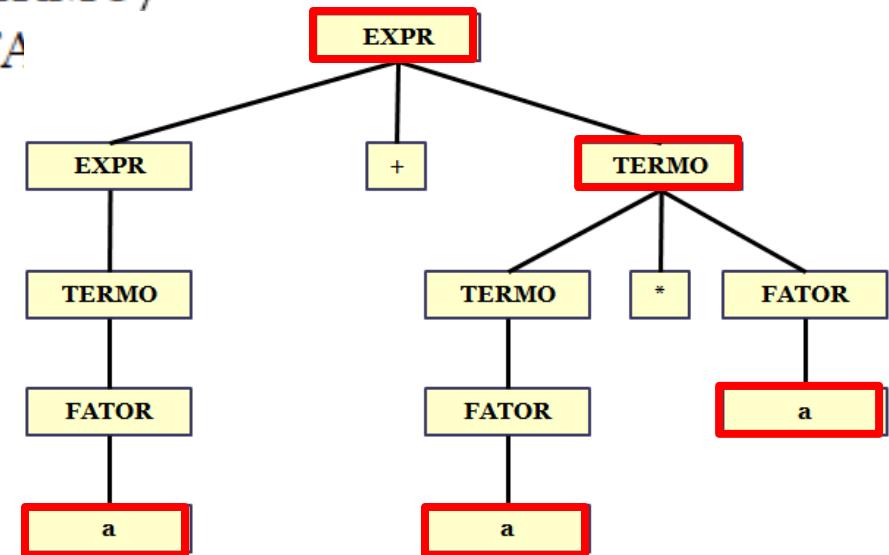
$$\begin{aligned}
 \langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\
 \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\
 \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a
 \end{aligned}$$


- A execução **depende da natureza da máquina**;
- Existem, por exemplo:
 - **Máquina baseada em pilha**;
 - Comumente utilizada na implementação de JVMs;
 - **Máquina baseada em registradores**;
 - Utiliza variáveis para registrar resultados intermediários;
 - ...

$$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$$
$$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FA} \rangle$$
$$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$$


- Vamos apresentar um **exemplo de execução da expressão na máquina baseada em pilha:**

- O primeiro passo é **identificar elementos que são relevantes ao processamento** (não são itens intermediários)

$$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$$
$$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FA}$$
$$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$$


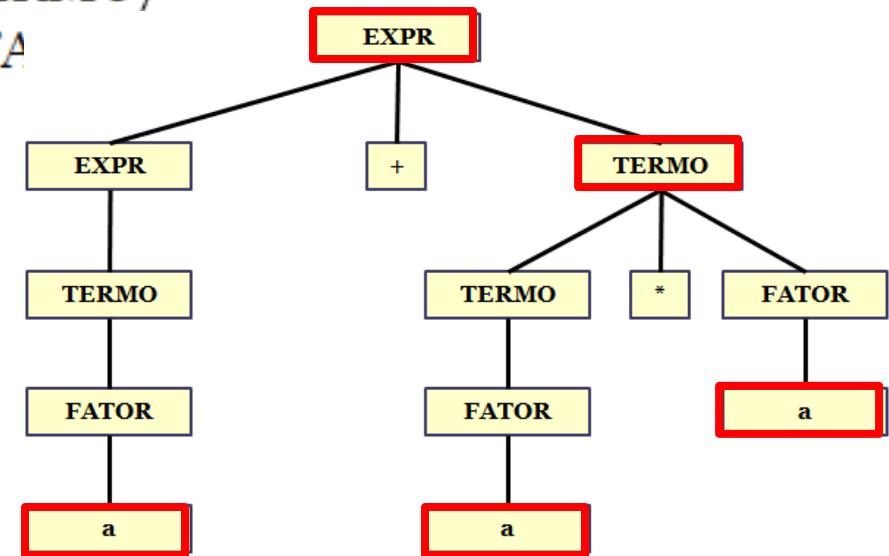
- Vamos apresentar um exemplo de execução da expressão na máquina baseada em pilha:

- O primeiro passo é identificar elementos que são relevantes ao processamento (não são itens intermediários)

$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$

$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FA}$

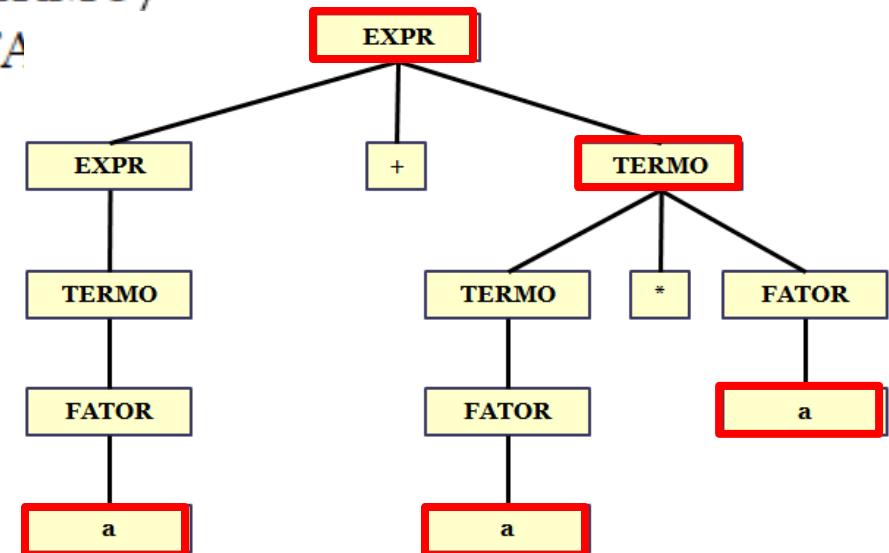
$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$



- Identificados os elementos, **eles deve ser adicionados em uma pilha seguindo o percurso Pré-ordem**;

$$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$$
$$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FA} \rangle$$
$$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$$

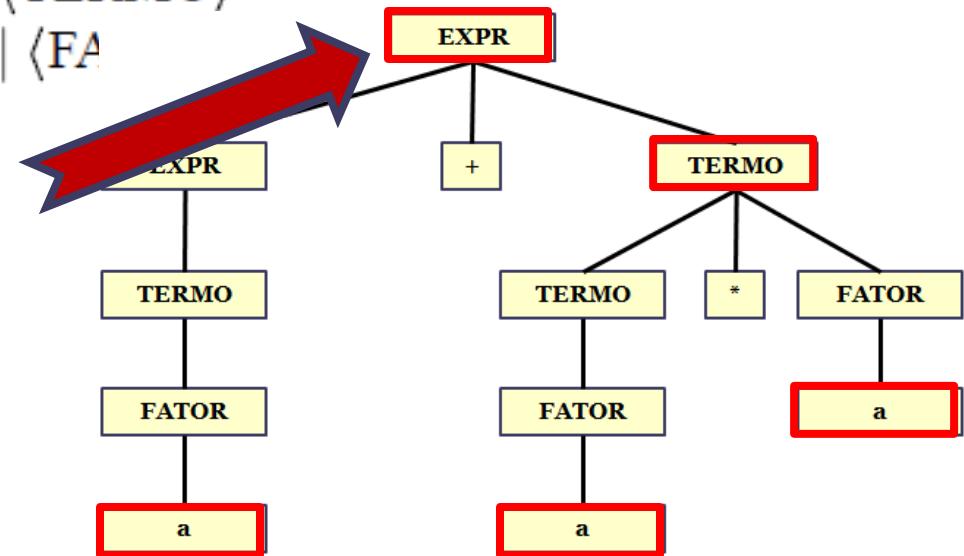
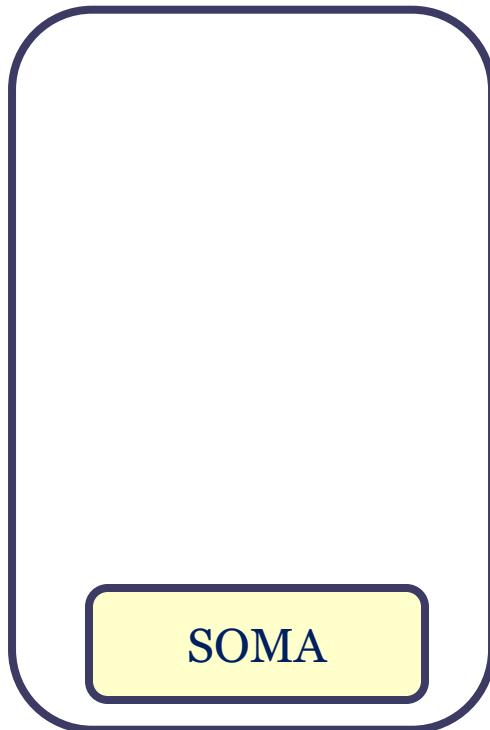
- Pré-ordem:



$$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$$
$$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FA}$$
$$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$$

- Pré-ordem:
- A expressão é uma SOMA

PILHA



$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$

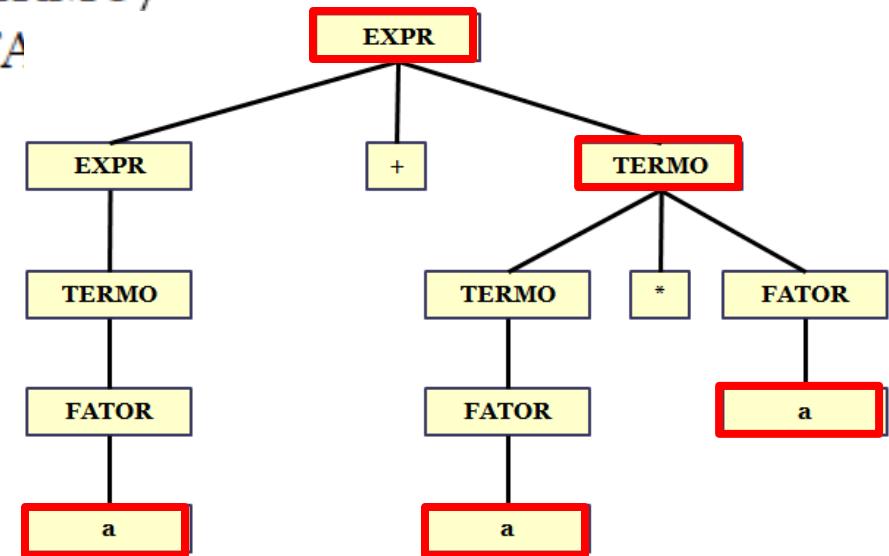
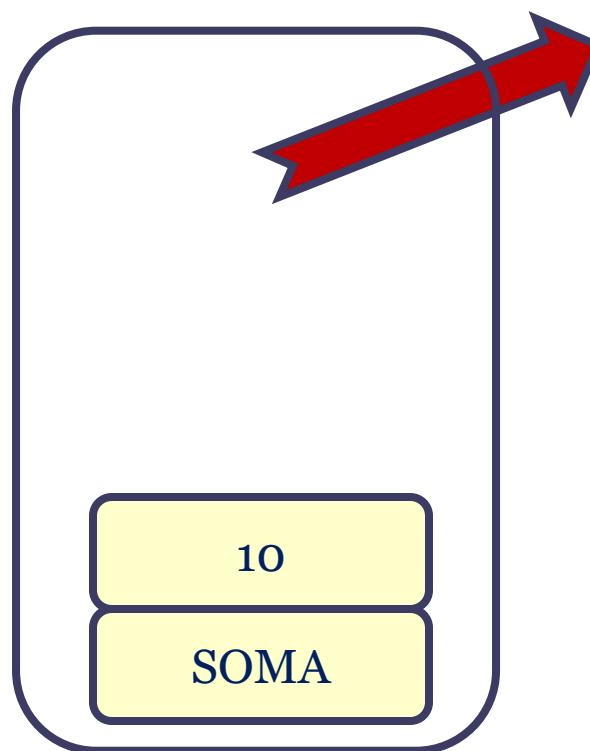
$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FA} \rangle$

$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$

- Pré-ordem:

- A expressão é uma variável:
 - Exemplo: 10

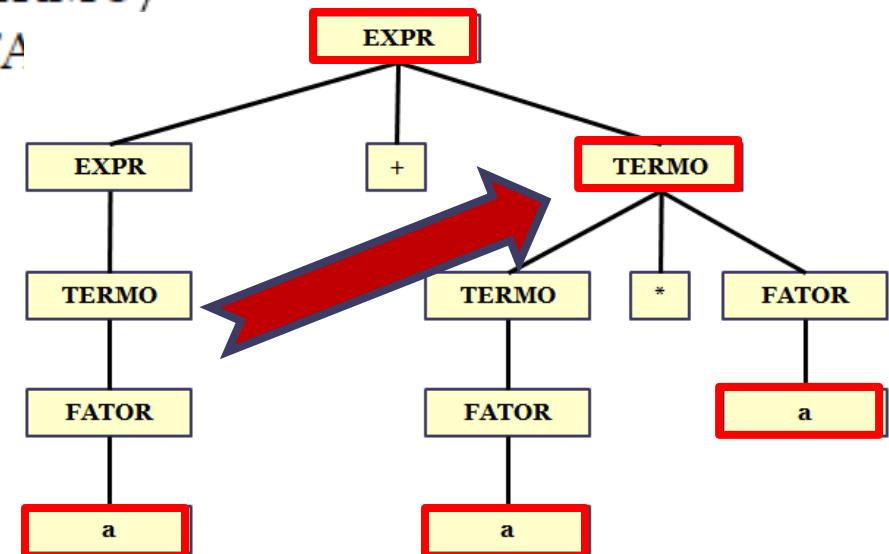
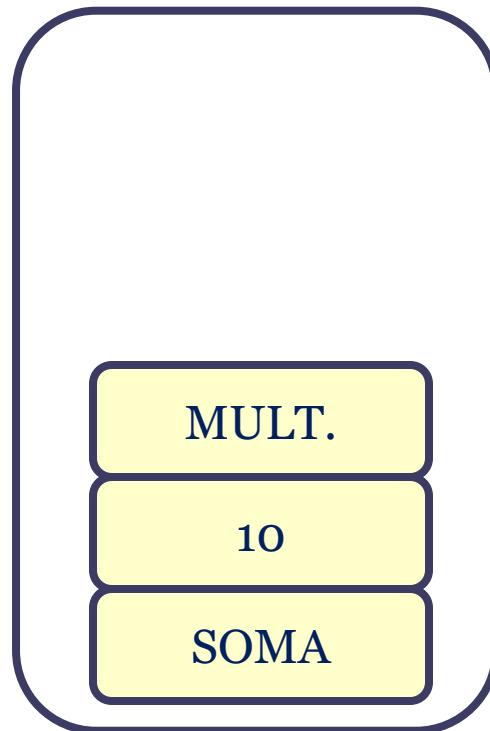
PILHA



$$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$$
$$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FA} \rangle$$
$$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$$

- Pré-ordem:
- A expressão é uma multiplicação;

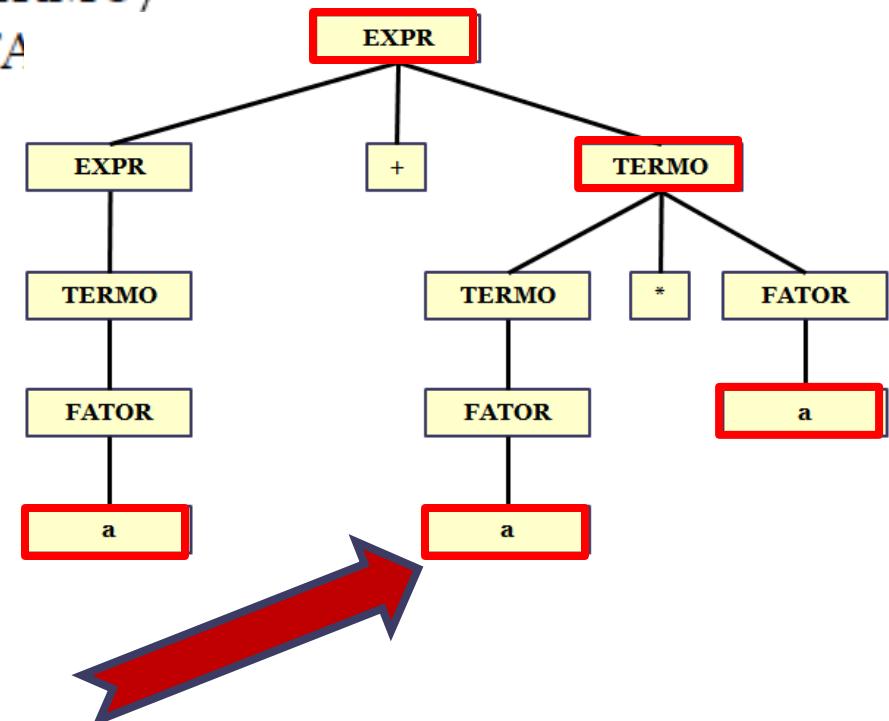
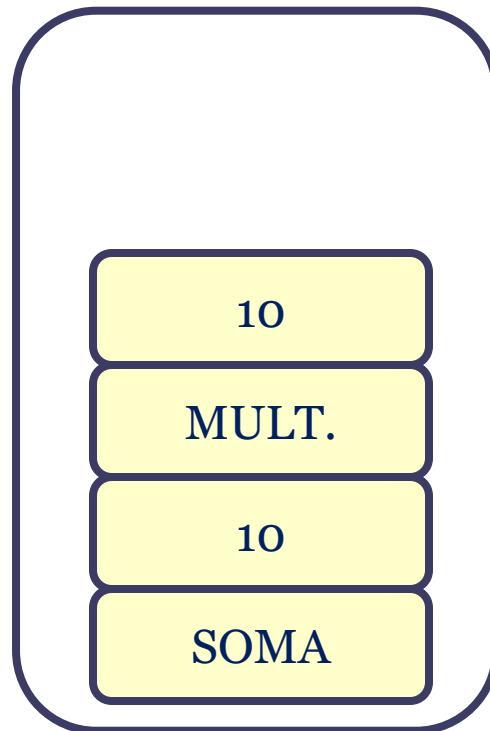
PILHA



$$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$$
$$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FA} \rangle$$
$$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$$

- Pré-ordem:
- Variável...

PILHA



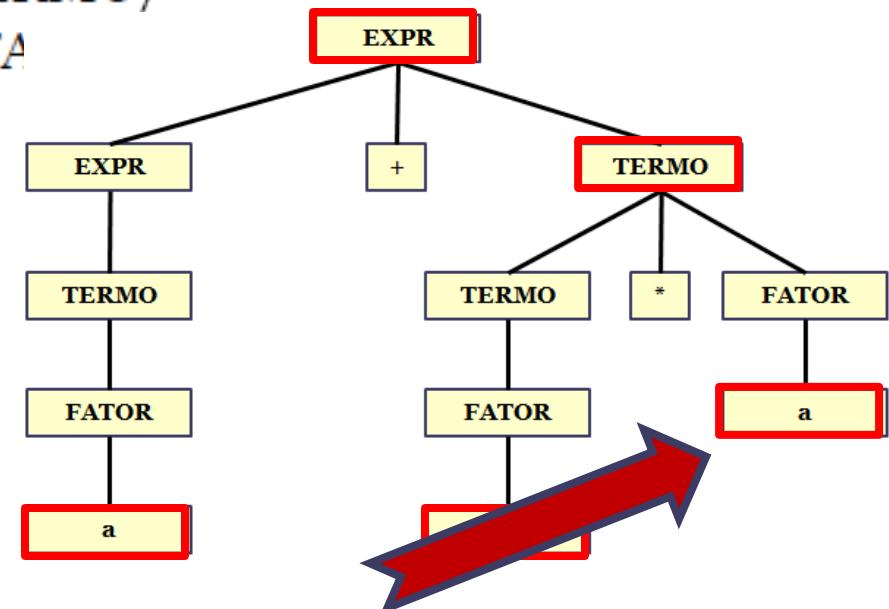
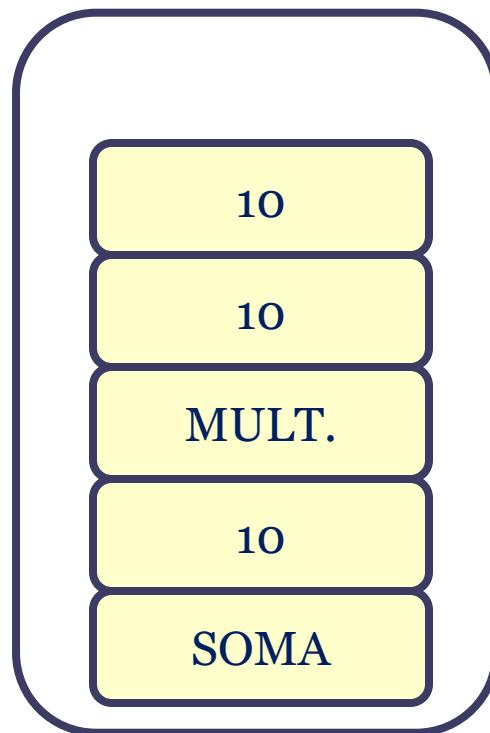
$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$

$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FA} \rangle$

$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$

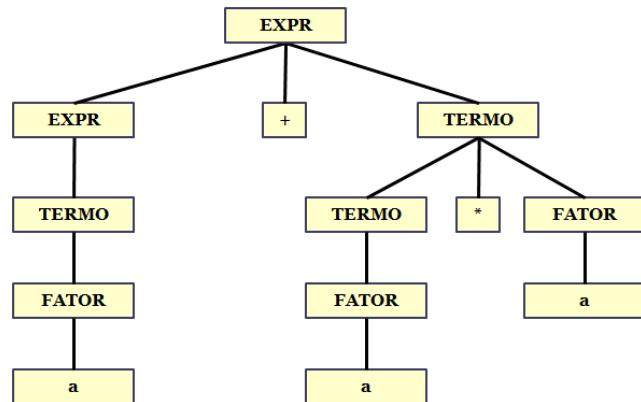
- Pré-ordem:
- Variável...

PILHA

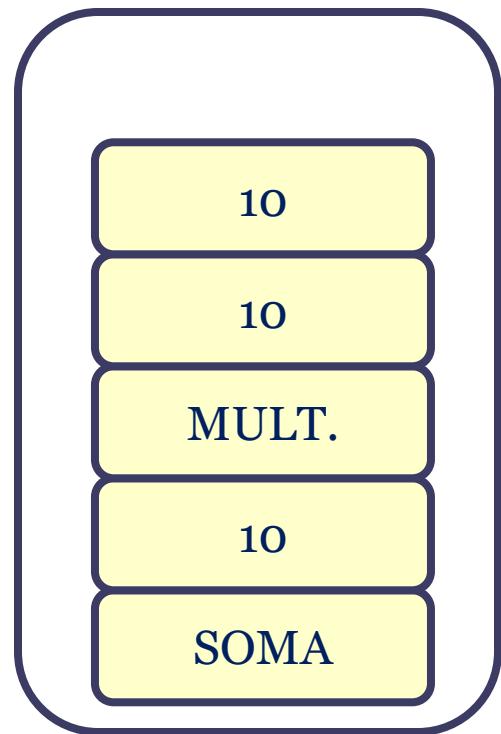


$$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$$
$$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$$
$$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$$

- Dada a pilha, a máquina pode avaliar toda a expressão:



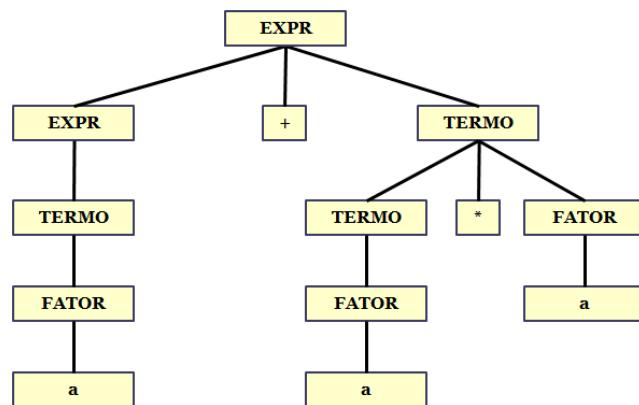
PILHA



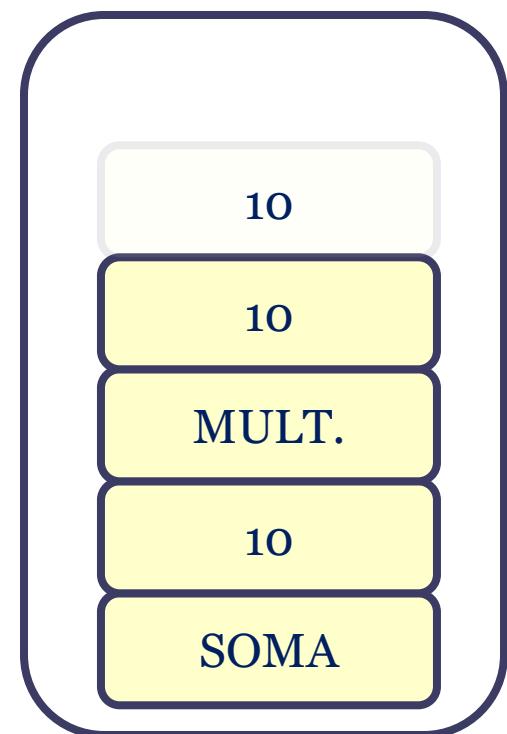
$$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$$
$$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$$
$$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$$

- Dada a pilha, a máquina pode avaliar toda a expressão:

- Desempilha:
 - $R_1 = 10$;



PILHA



$$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$$
$$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$$
$$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$$

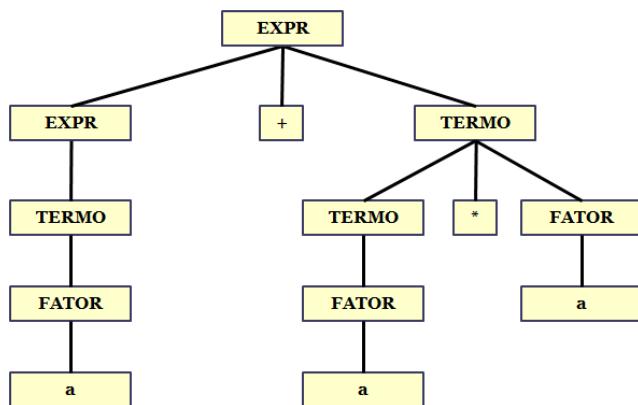
- Dada a pilha, a máquina pode avaliar toda a expressão:

- Desempilha:

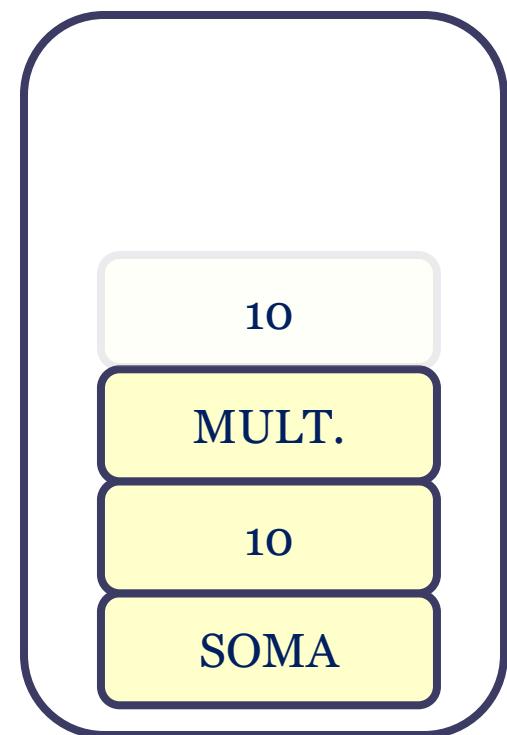
- $R_1 = 10$;

- Desempilha:

- $R_2 = 10$;



PILHA



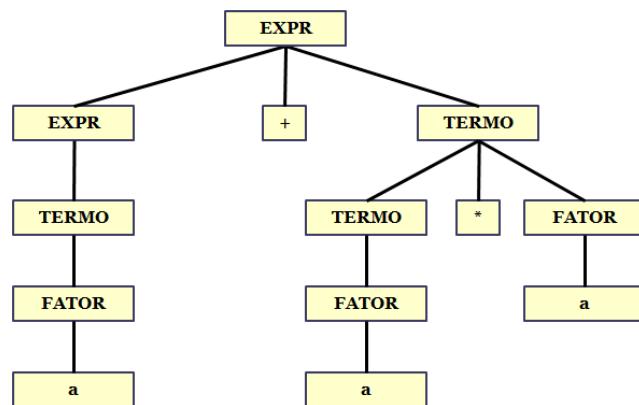
$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$

$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$

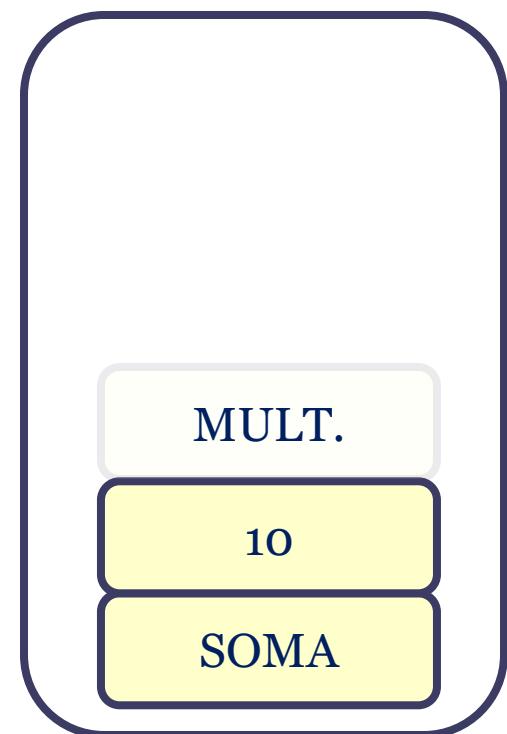
$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$

- Dada a pilha, a máquina pode avaliar toda a expressão:

- Desempilha:
 - $R_1 = 10$;
- Desempilha:
 - $R_2 = 10$;
- Desempilha:
 - Executar multiplicação: $R_1 * R_2$



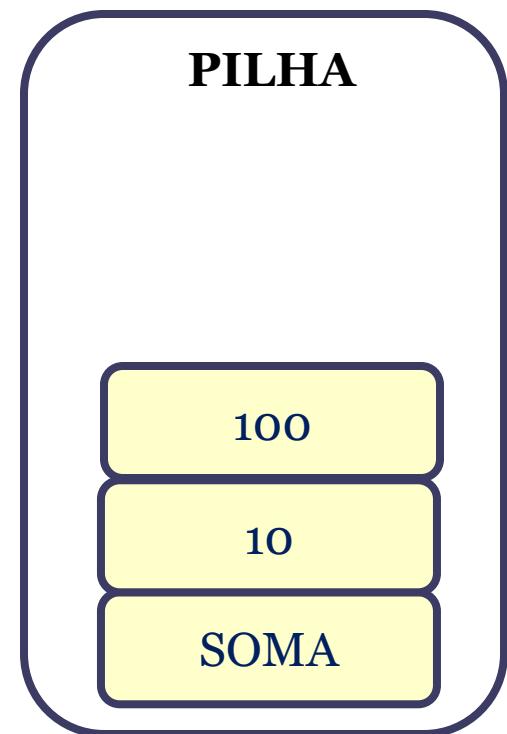
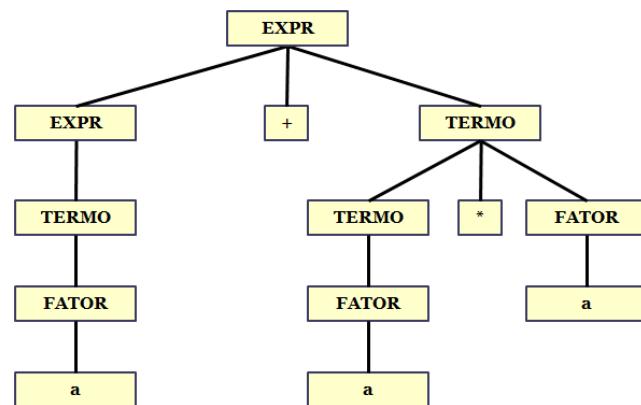
PILHA



$$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$$
$$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$$
$$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$$

- Dada a pilha, a máquina pode avaliar toda a expressão:

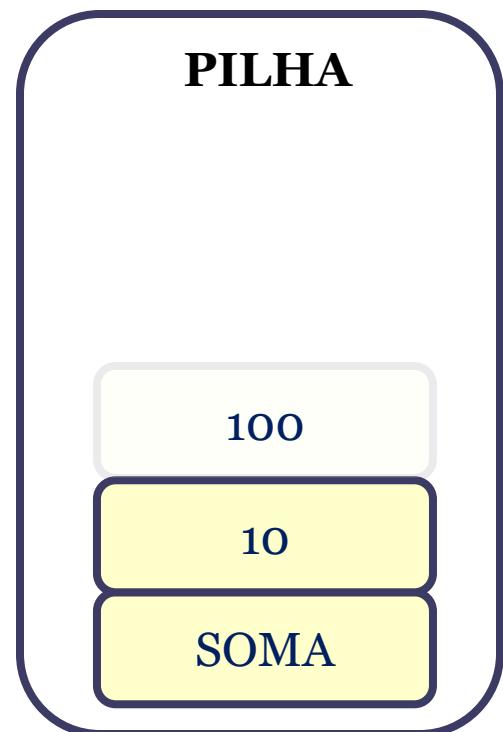
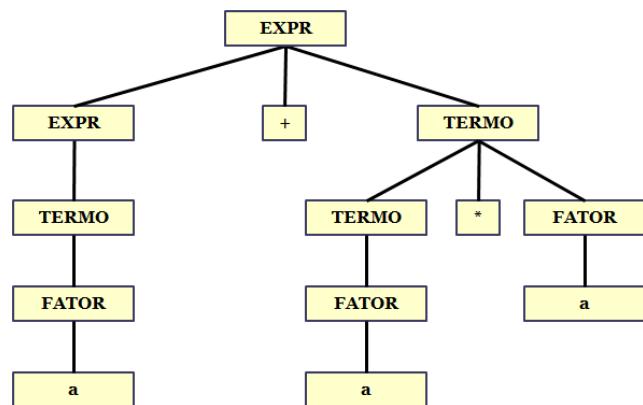
- O resultado da multiplicação é empilhado:
 - 100



$$\begin{aligned}
 \langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\
 \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\
 \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a
 \end{aligned}$$

- Dada a pilha, a máquina pode avaliar toda a expressão:

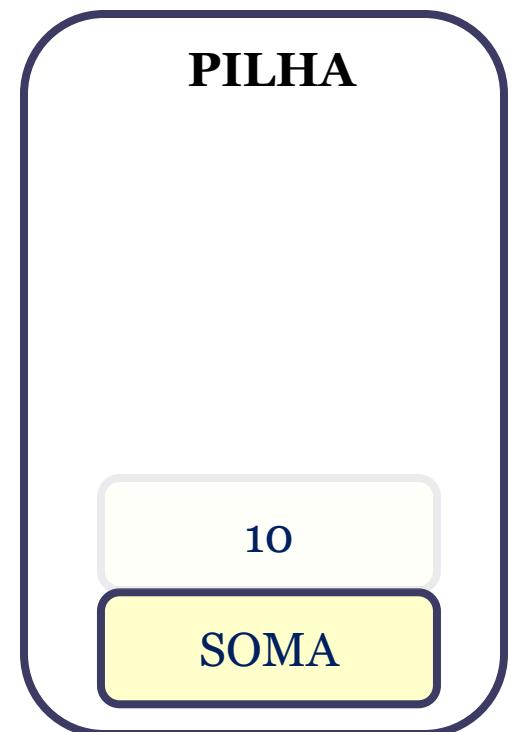
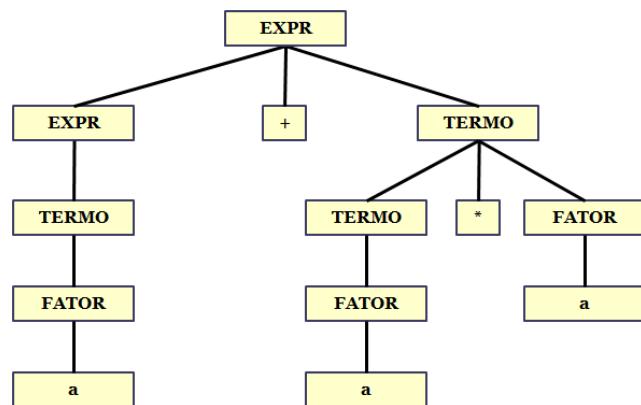
- Desempilha:
 - $R_1 = 100;$



$$\begin{aligned}
 \langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\
 \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\
 \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a
 \end{aligned}$$

- Dada a pilha, a máquina pode avaliar toda a expressão:

- Desempilha:
 - $R_1 = 100$;
- Desempilha:
 - $R_2 = 10$;



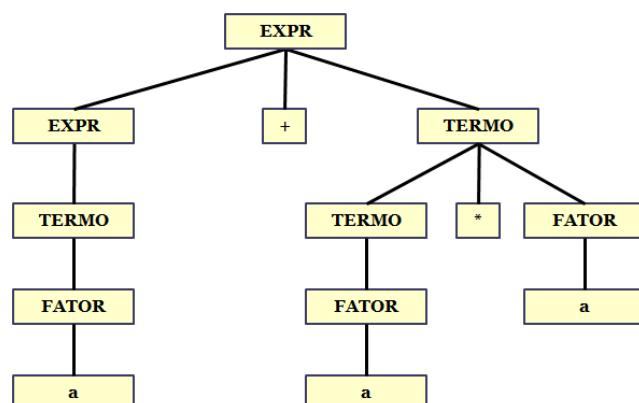
$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$

$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$

$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$

- Dada a pilha, a máquina pode avaliar toda a expressão:

- Desempilha:
 - $R_1 = 100$;
- Desempilha:
 - $R_2 = 10$;
- Desempilha:
 - Executar a operação de SOMA:
 - R_1+R_2



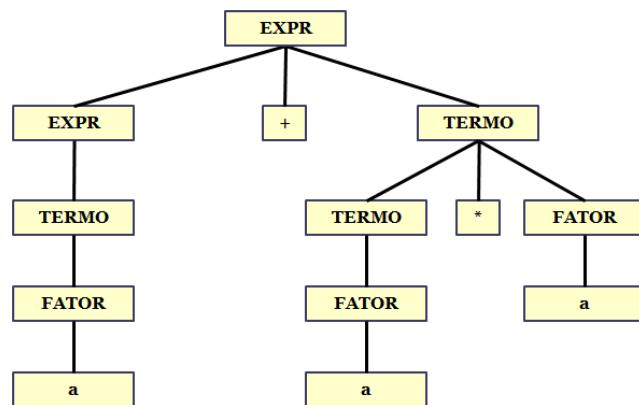
PILHA

SOMA

$$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$$
$$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$$
$$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$$

- Dada a pilha, a máquina pode avaliar toda a expressão:

- O resultado da soma é empilhado:
 - 110;



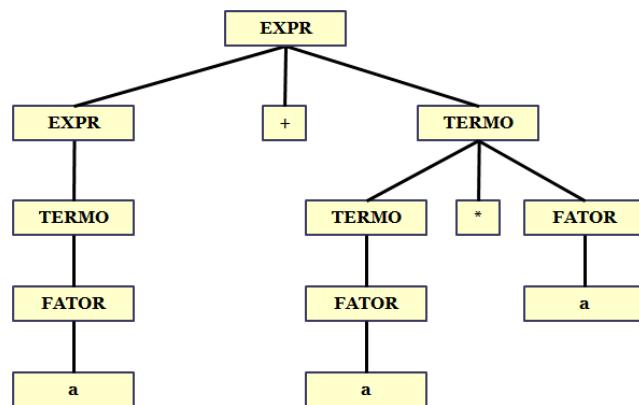
PILHA

110

$$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$$
$$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$$
$$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$$

- Dada a pilha, a máquina pode avaliar toda a expressão:

- Desempilha:
 - R1=110;



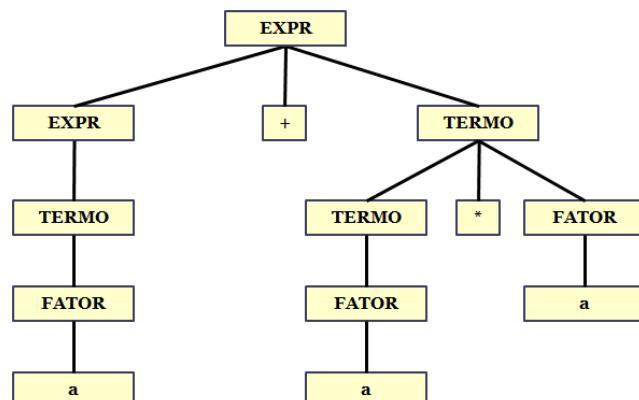
PILHA

110

$$\langle \text{EXPR} \rangle \rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle$$
$$\langle \text{TERMO} \rangle \rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle$$
$$\langle \text{FATOR} \rangle \rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a$$

- Dada a pilha, a máquina pode avaliar toda a expressão:

- Desempilha:
 - $R_1 = 110$;
- Topo da pilha aponta pra nulo:
 - Pilha vazia!
 - Indica que R_1 possui o resultado da expressão avaliada!!!



PILHA

Próxima aula

- Ambigüidade;
- Autômatos com pilha;

Bibliografia

- SIPSER, Michael. Introdução à Teoria da Computação. 2a ed.:São Paulo, Thomson, 2007.
- VIEIRA, Newton José. Introdução aos Fundamentos da Computação: Linguagens e Máquinas. 1a ed.: Rio de Janeiro: Thomson, 2006.

