

Universidade Federal de Alfenas

Linguagens Formais e Autômatos

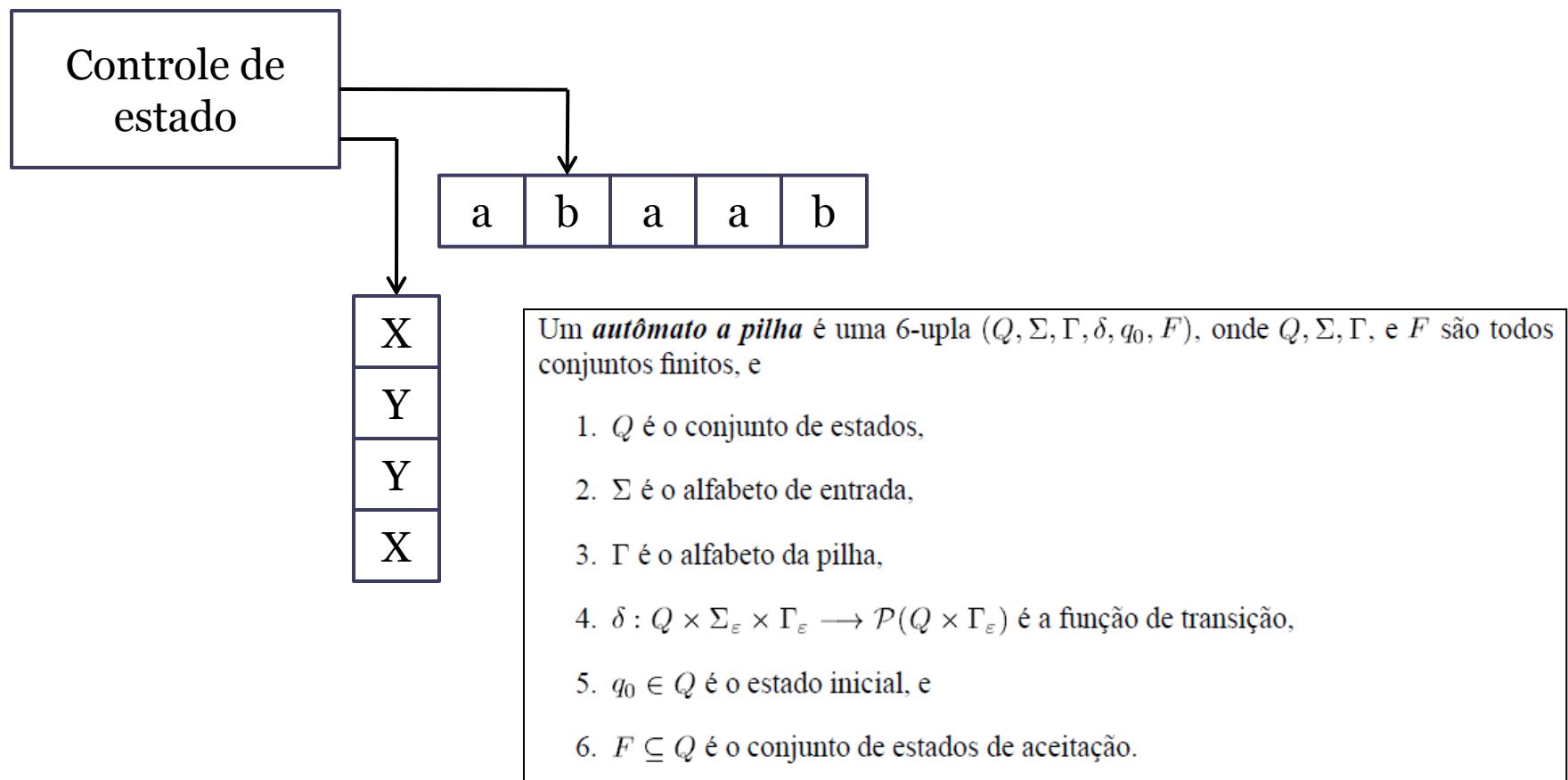
Aula 14 – Máquinas de Turing

humberto@bcc.unifal-mg.edu.br



Última aula

- Autômatos com Pilha



O que já vimos...

- **Autômatos** são bons modelos para dispositivos que têm uma **quantidade pequena de memória**;

O que já vimos...

- Autômatos são bons modelos para dispositivos que têm uma quantidade pequena de memória;
- **Autômatos com Pilha** são bons modelos para dispositivos que possuem **memória limitada**, desde que seja utilizada de apenas uma maneira:
 - **LIFO**

O que já vimos...

- Autômatos são bons modelos para dispositivos que têm uma quantidade pequena de memória;
- Autômatos com Pilha são bons modelos para dispositivos que possuem memória limitada, desde que seja utilizada de apenas uma maneira:
 - LIFO
- Agora veremos um **modelo mais poderoso**:
 - Máquinas de Turing!

Máquinas de Turing



Máquina de Turing

- Semelhante a um autômato finito;

Máquina de Turing

- Semelhante a um autômato finito;
- Possui memória ilimitada!

Máquina de Turing

- Semelhante a um autômato finito;
- Possui memória ilimitada!
- **Uma máquina de Turing pode fazer tudo que um computador real pode fazer!**
 - Em teoria, seu poder computacional supera o poder dos computadores reais por um simples motivo: memória!

Máquina de Turing

- Apesar do seu poder, **ela não pode resolver alguns problemas;**
 - Estes tais problemas **vão além dos limites teóricos da ciência da computação.**

Do que é feita uma Máquina de Turing



Máquina de Turing

Representação artística

- Uma Máquina de Turing (MT) possui:
 - uma **fita infinita** para representar a sua memória ilimitada;

Máquina de Turing

Representação artística

- Uma Máquina de Turing (MT) possui:
 - uma fita infinita para representar a sua memória ilimitada;
 - Um **cabeçote, para ler, e escrever** na memória/fita;

Máquina de Turing

Representação artística

- Uma Máquina de Turing (MT) possui:
 - uma fita infinita para representar a sua memória ilimitada;
 - Um cabeçote, para ler, e escrever na memória/fita;
 - Um **controle**;
 - Capacidade de movimentar-se para dois lados:
 - Direita
 - Esquerda

Máquina de Turing

Representação artística

- Uma Máquina de Turing (MT) possui:
 - uma fita infinita para representar a sua memória ilimitada;
 - Um cabeçote, para ler, e escrever na memória/fita;
 - Um controle;
 - **Capacidade de movimentar-se para dois lados:**
 - Direita
 - Esquerda

Representação artística da MT



Máquina de Turing

- Um detalhe importante é a aceitação, ou rejeição da entrada;

Máquina de Turing

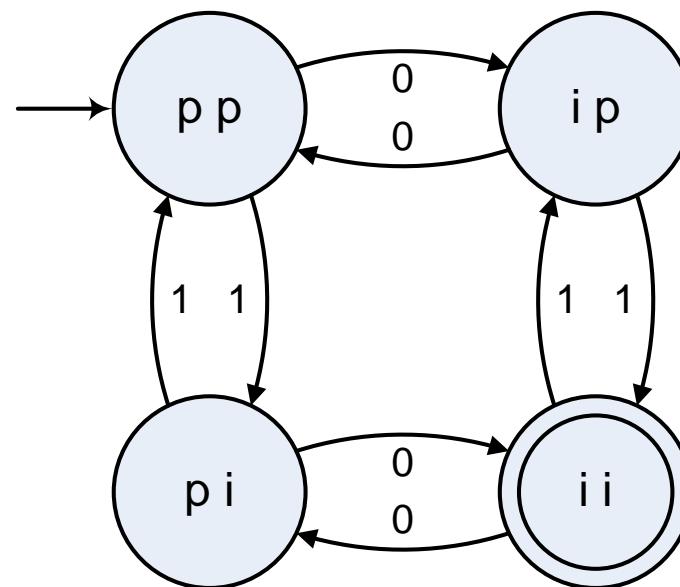
- Um detalhe importante é a aceitação, ou rejeição da entrada;
- Diferente dos autômatos, **ela possui um estado de aceitação, e outro de rejeição;**
 - Ambos necessariamente finais (e apenas eles);

Máquina de Turing

- Um detalhe importante é a aceitação, ou rejeição da entrada;
- Diferente dos autômatos, ela possui um estado de aceitação, e outro de rejeição;
 - Ambos necessariamente finais (e apenas eles);
- **Quando um destes estados é alcançado, a computação termina imediatamente;**

Uma diferença entre AFDs e MT

- Nos AFD, a computação terminava necessariamente em $|w|$ passos.
 - Exemplo:
 - $w=001101$



Máquinas de Turing

- Para entender o procedimento executado por uma máquina de Turing, vamos considerar a seguinte linguagem:
 - $L = \{ w\#w \mid w \in \{0,1\}^* \}$

Máquinas de Turing

- Para entender o procedimento executado por uma máquina de Turing, vamos considerar a seguinte linguagem:
 - $L = \{ w\#w \mid w \in \{0,1\}^* \}$
- **Exemplos** de palavras da linguagem L :
 - $w_1 = 010\#010$
 - $w_2 = 0011\#0011$
 - $w_3 = 11111111111111\#11111111111111$

Máquinas de Turing

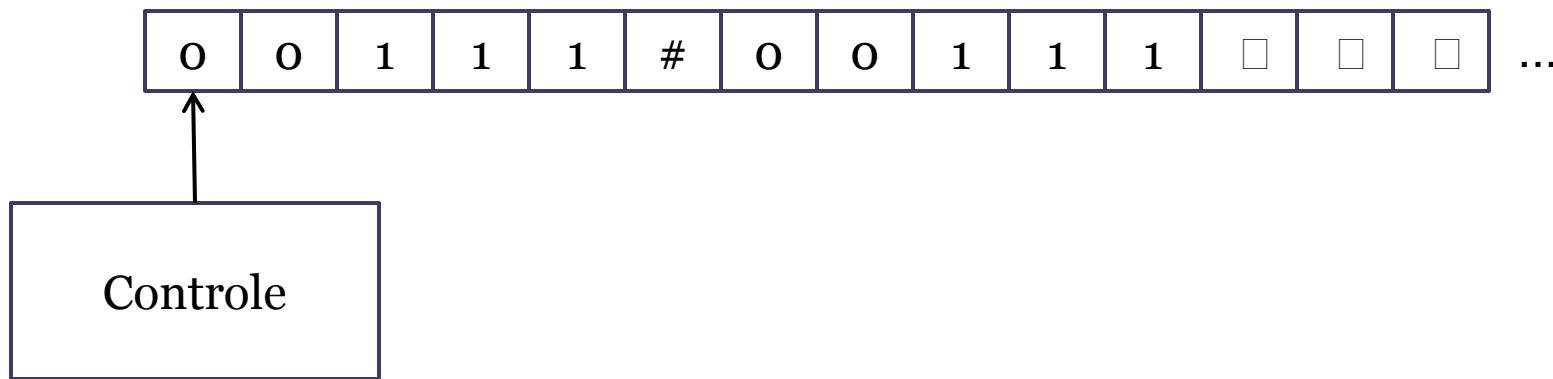
- Uma pergunta antes do estudo das MT:
 - Existe AF ou AP para reconhecer L ?
 - $L = \{ w\#w \mid w \in \{0,1\}^*\}$

Máquinas de Turing

- Algoritmo para reconhecer $L=\{ w\#w \mid w \in \{0,1\}^* \}$
 - Faça um zigue-zague ao longo da fita checando posições correspondentes de ambos os lados do símbolo # para verificar se elas contêm o mesmo símbolo.
 - Se a fita não contém, ou se nenhum # foi encontrado, então rejeite;
 - A medida que os símbolos vão sendo verificados, marque-os;
 - Quando todos os símbolos a esquerda de # forem marcados, verifique se existe algum símbolo não marcado a direita. Se existir, rejeite. Se não existir, aceite a entrada.

Máquinas de Turing

- Algoritmo para reconhecer $L=\{ w\#w \mid w \in \{0,1\}^* \}$



Definição Formal da Máquina de Turing



Definição Formal das MTs

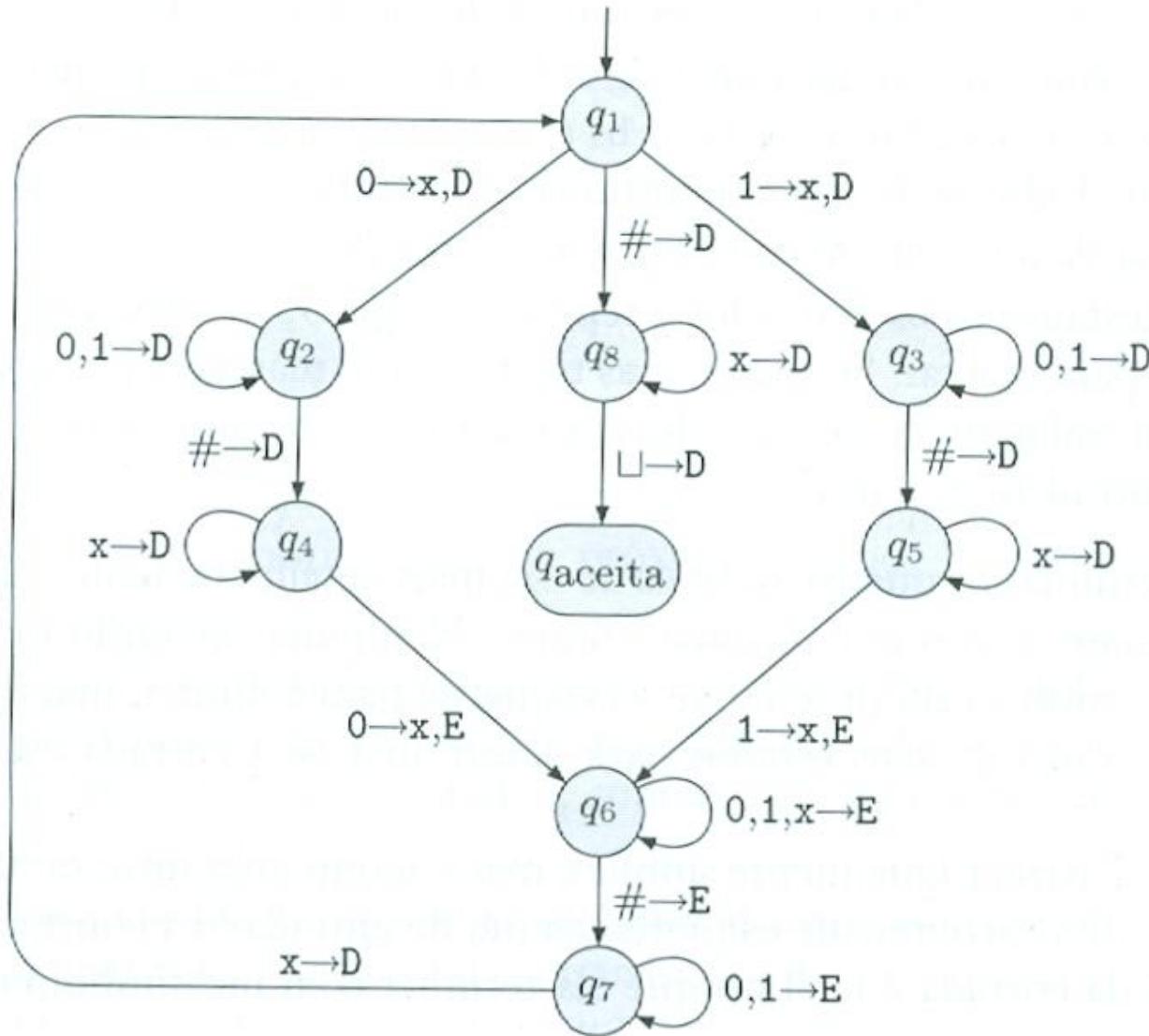
Uma **máquina de Turing** é uma 7-upla $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{aceita}, q_{rejeita})$, onde Q, Σ, Γ são todos conjuntos finitos e

1. Q é o conjunto de estados.
2. Σ é o alfabeto de entrada que não contém o símbolo especial **branco** \sqcup ,
3. Γ é o alfabeto da fita, onde $\sqcup \in \Gamma$ e $\Sigma \subseteq \Gamma$,
4. $\delta : Q \times \Gamma \longrightarrow Q \times \Gamma \times \{E, D\}$ é a função de transição,
5. $q_0 \in Q$ é o estado inicial,
6. $q_{aceita} \in Q$ é o estado de aceitação,
7. $q_{rejeita} \in Q$ é o estado de rejeição.

Exemplo de MT



Para reconhecer $L = \{ w\#w \mid w \in \{0,1\}^* \}$

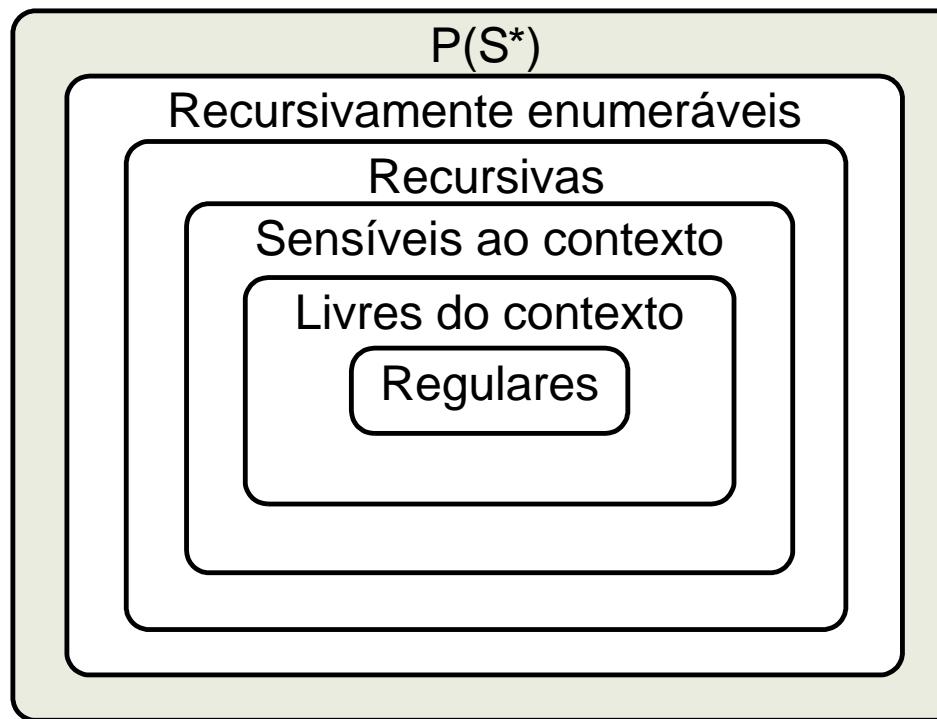


Linguagens Recursivas e Linguagens Recursivamente Enumeráveis



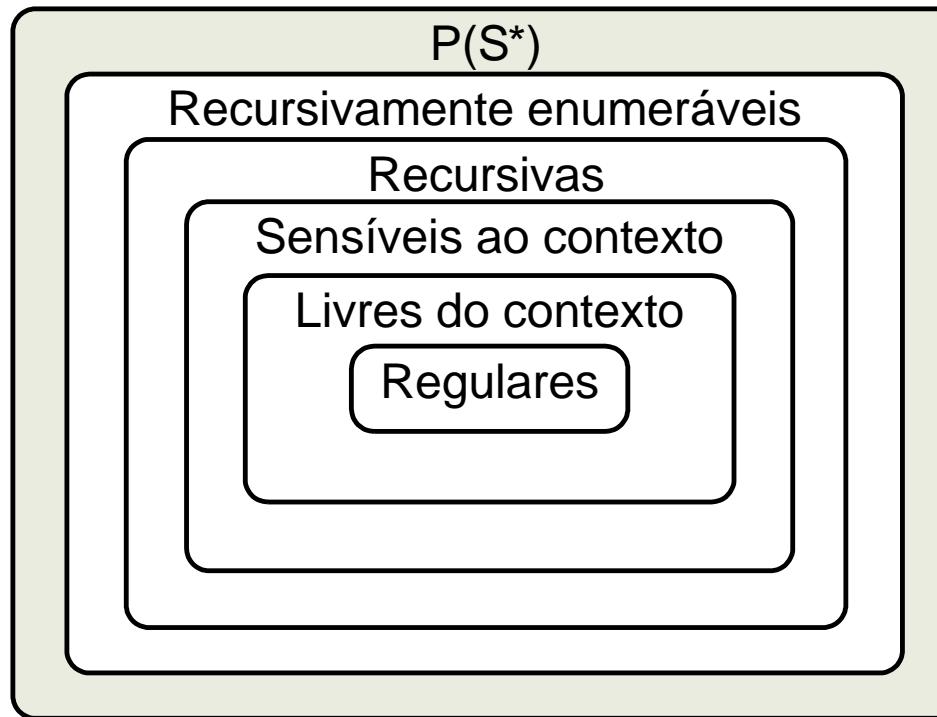
Linguagens

- Figura clássica na disciplina de LFA:



Linguagens

- Figura clássica na disciplina de LFA:



- Mas o que distingue uma LR de uma LRE?

Linguagens

L é *Turing-Reconhecível* (*recursivamente enumerável*), se alguma MT a reconhece.

Linguagens

L é *Turing-Reconhecível* (*recursivamente enumerável*), se alguma MT a reconhece.

- Quando iniciamos uma MT sobre uma fita, três resultados são possíveis:
 - A MT pode aceitar;
 - A MT pode rejeitar;
 - A MT pode entrar em *loop*;

Linguagens

- **Distinguir** uma máquina que está em *loop*, de uma que está meramente levando um tempo longo para responder **não é uma tarefa trivial**;

Linguagens

- Distinguir uma máquina que está em *loop*, de uma que está meramente levando um tempo longo para responder não é uma tarefa trivial;
- Por esta razão, **preferimos MT que param sobre todas as entradas**;
 - Estas nunca entram em *loop*;

Linguagens

- Distinguir uma máquina que está em *loop*, de uma que está meramente levando um tempo longo para responder não é uma tarefa trivial;
- Por esta razão, preferimos MT que param sobre todas as entradas;
 - Estas nunca entram em *loop*;
- **Estas máquinas são chamadas de decisores.**

Linguagens

L é *Turing-Decidível* (*recursiva*), se alguma MT a decide.

Linguagens

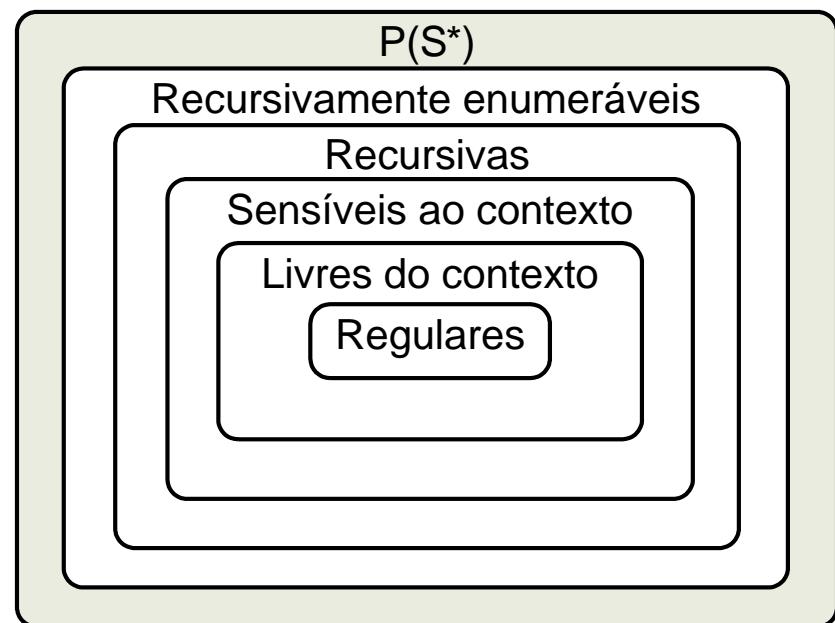
- Toda linguagem decidível é também turing reconhecível;

Linguagens

- Toda linguagem decidível é também turing reconhecível;
- **Nem toda linguagem turing reconhecível, é turing decidível.**

Linguagens

- Toda linguagem decidível é também turing reconhecível;
- Nem toda linguagem turing reconhecível, é turing decidível.



Próximas aulas

- Variações da MT;
- Decidibilidade;

Bibliografia

- SIPSER, Michael. Introdução à Teoria da Computação. 2a ed.:São Paulo, Thomson, 2007.
- VIEIRA, Newton José. Introdução aos Fundamentos da Computação: Linguagens e Máquinas. 1a ed.: Rio de Janeiro: Thomson, 2006.

