

Universidade Federal de Alfenas

Linguagens Formais e Autômatos

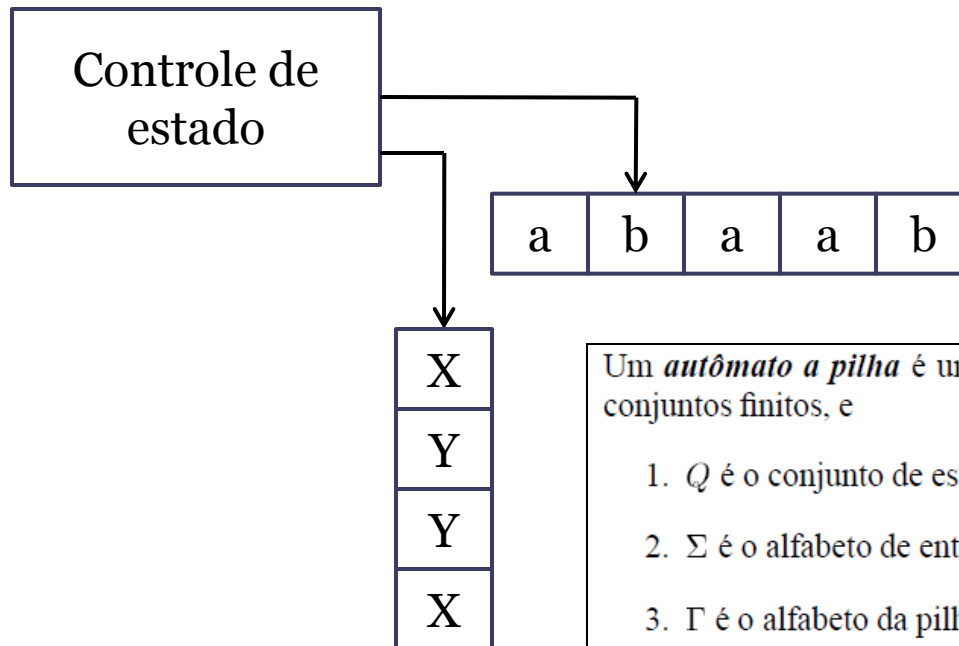
Aula 14 – Máquinas de Turing

humberto@bcc.unifal-mg.edu.br



Última aula

- Autômatos com Pilha



Um *autômato a pilha* é uma 6-upla $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$, onde Q, Σ, Γ , e F são todos conjuntos finitos, e

1. Q é o conjunto de estados,
2. Σ é o alfabeto de entrada,
3. Γ é o alfabeto da pilha,
4. $\delta : Q \times \Sigma_{\varepsilon} \times \Gamma_{\varepsilon} \longrightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma_{\varepsilon})$ é a função de transição,
5. $q_0 \in Q$ é o estado inicial, e
6. $F \subseteq Q$ é o conjunto de estados de aceitação.

O que já vimos...

- **Autômatos** são bons modelos para dispositivos que têm uma **quantidade pequena de memória**;

O que já vimos...

- Autômatos são bons modelos para dispositivos que têm uma quantidade pequena de memória;
- **Autômatos com Pilha** são bons modelos para dispositivos que possuem **memória limitada**, desde que seja utilizada de apenas uma maneira:
 - **LIFO**

O que já vimos...

- Autômatos são bons modelos para dispositivos que têm uma quantidade pequena de memória;
- Autômatos com Pilha são bons modelos para dispositivos que possuem memória limitada, desde que seja utilizada de apenas uma maneira:
 - LIFO
- Agora veremos um **modelo mais poderoso**:
 - Máquinas de Turing!

Máquinas de Turing

A series of horizontal lines in teal and light blue colors, with varying lengths and offsets, creating a modern, layered effect across the width of the slide.

Máquina de Turing

- Semelhante a um autômato finito;

Máquina de Turing

- Semelhante a um autômato finito;
- Possui memória ilimitada!

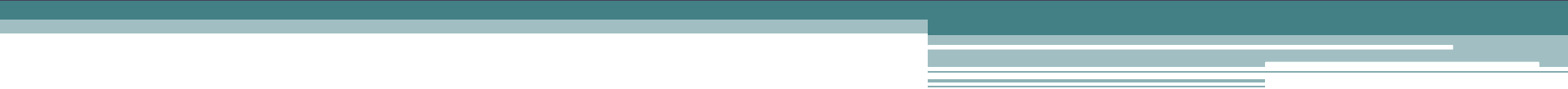
Máquina de Turing

- Semelhante a um autômato finito;
- Possui memória ilimitada!
- Uma **máquina de Turing pode fazer tudo que um computador real pode fazer!**
 - Em teoria, seu poder computacional supera o poder dos computadores reais por um simples motivo: memória!

Máquina de Turing

- Apesar do seu poder, **ela não pode resolver alguns problemas**;
 - Estes tais problemas **vão além dos limites teóricos da ciência da computação**.

Do que é feita uma Máquina de Turing

A series of horizontal lines in teal and light blue colors, with some lines having a slight 3D effect, extending across the width of the slide.

Máquina de Turing

Representação artística

- Uma Máquina de Turing (MT) possui:
 - uma **fita infinita** para representar a sua memória ilimitada;

Máquina de Turing

Representação artística

- Uma Máquina de Turing (MT) possui:
 - uma fita infinita para representar a sua memória ilimitada;
 - Um **cabeçote, para ler, e escrever** na memória/fita;

Máquina de Turing

Representação artística

- Uma Máquina de Turing (MT) possui:
 - uma fita infinita para representar a sua memória ilimitada;
 - Um cabeçote, para ler, e escrever na memória/fita;
 - Um **controle**;
 - Capacidade de movimentar-se para dois lados:
 - Direita
 - Esquerda

Máquina de Turing

Representação artística

- Uma Máquina de Turing (MT) possui:
 - uma fita infinita para representar a sua memória ilimitada;
 - Um cabeçote, para ler, e escrever na memória/fita;
 - Um controle;
 - **Capacidade de movimentar-se para dois lados:**
 - Direita
 - Esquerda

Representação artística da MT



Máquina de Turing

- Um detalhe importante é a aceitação, ou rejeição da entrada;

Máquina de Turing

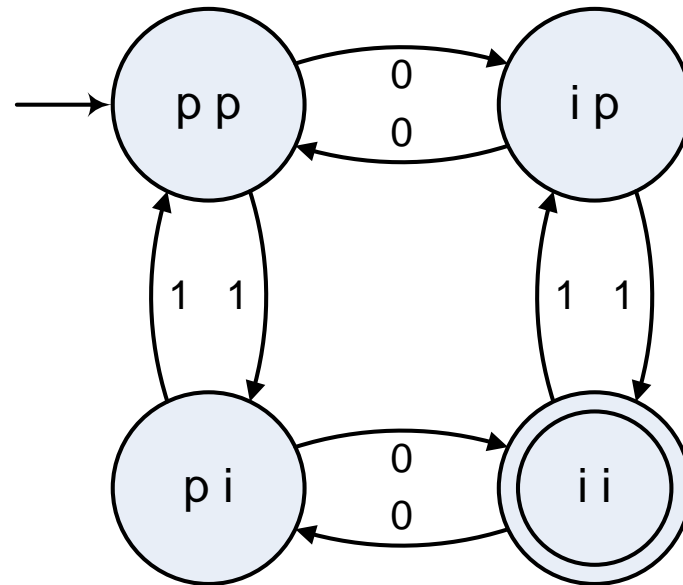
- Um detalhe importante é a aceitação, ou rejeição da entrada;
- Diferente dos autômatos, **ela possui um estado de aceitação, e outro de rejeição**;
 - Ambos necessariamente finais (e apenas eles);

Máquina de Turing

- Um detalhe importante é a aceitação, ou rejeição da entrada;
- Diferente dos autômatos, ela possui um estado de aceitação, e outro de rejeição;
 - Ambos necessariamente finais (e apenas eles);
- Quando um destes estados é alcançado, a computação termina imediatamente;

Uma diferença entre AFDs e MT

- Nos AFD, a computação terminava necessariamente em $|w|$ passos.
 - Exemplo:
 - $w=001101$



Máquinas de Turing

- Para entender o procedimento executado por uma máquina de Turing, vamos considerar a seguinte linguagem:
 - $L = \{ w\#w \mid w \in \{0,1\}^* \}$

Máquinas de Turing

- Para entender o procedimento executado por uma máquina de Turing, vamos considerar a seguinte linguagem:
 - $L = \{ w\#w \mid w \in \{0,1\}^* \}$
- **Exemplos** de palavras da linguagem L :
 - $w_1 = 010\#010$
 - $w_2 = 0011\#0011$
 - $w_3 = 1111111111111111\#1111111111111111$

Máquinas de Turing

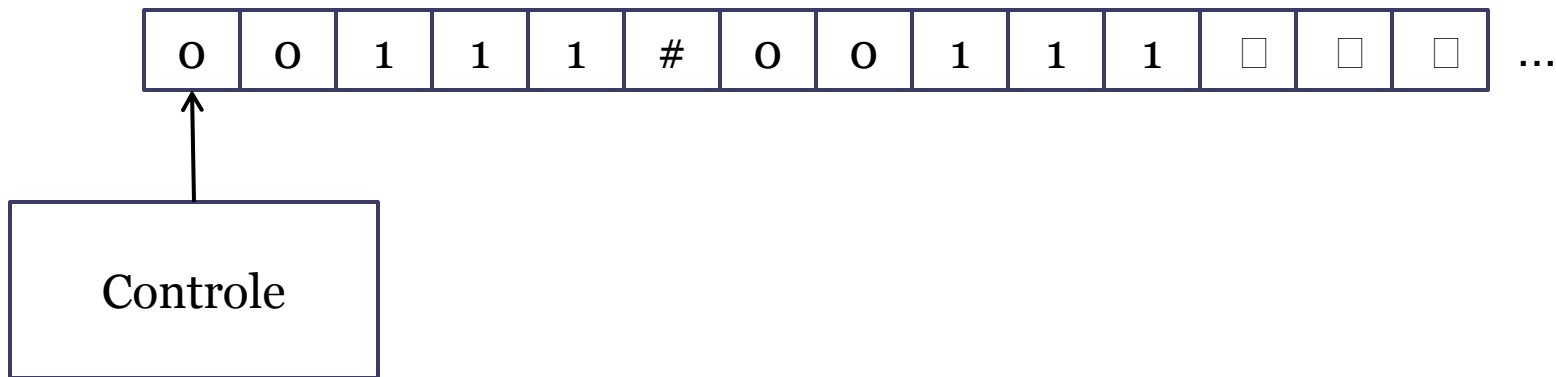
- Uma pergunta antes do estudo das MT:
 - Existe AF ou AP para reconhecer L ?
 - $L = \{ w\#w \mid w \in \{0,1\}^* \}$

Máquinas de Turing

- Algoritmo para reconhecer $L = \{ w\#w \mid w \in \{0,1\}^* \}$
 - Faça um zigue-zague ao longo da fita checando posições correspondentes de ambos os lados do símbolo # para verificar se elas contêm o mesmo símbolo.
 - Se a fita não contêm, ou se nenhum # foi encontrado, então rejeite;
 - A medida que os símbolos vão sendo verificados, marque-os;
 - Quando todos os símbolos a esquerda de # forem marcados, verifique se existe algum símbolo não marcado a direita. Se existir, rejeite. Se não existir, aceite a entrada.

Máquinas de Turing

- Algoritmo para reconhecer $L = \{ w\#w \mid w \in \{0,1\}^* \}$



Definição Formal da Máquina de Turing

A series of horizontal lines in teal and light blue colors, with varying lengths and thicknesses, extending from the left edge of the slide towards the right.

Definição Formal das MTs

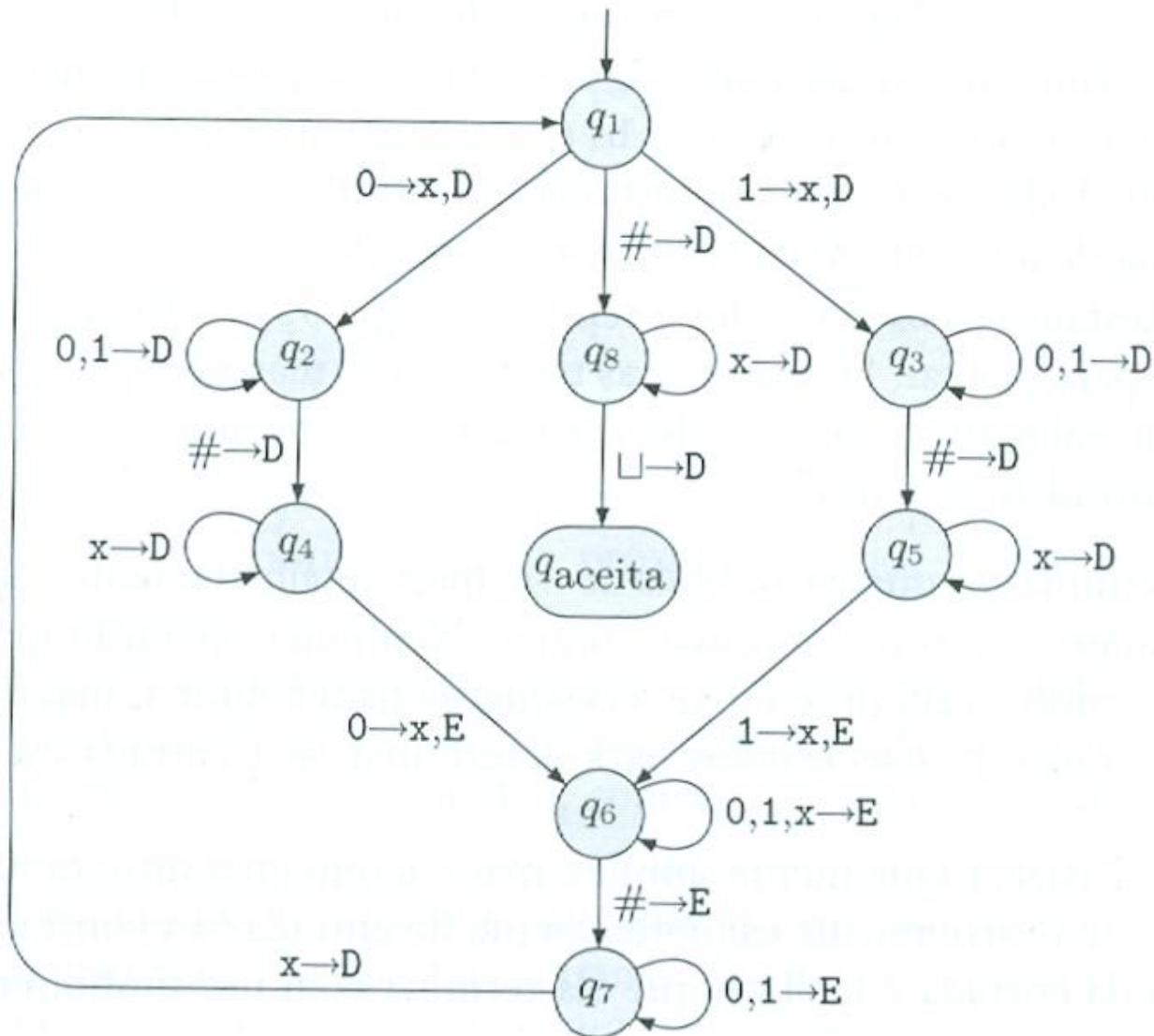
Uma *máquina de Turing* é uma 7-upla $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{aceita}, q_{rejeita})$, onde Q, Σ, Γ são todos conjuntos finitos e

1. Q é o conjunto de estados.
2. Σ é o alfabeto de entrada que não contém o símbolo especial *branco* \sqcup ,
3. Γ é o alfabeto da fita, onde $\sqcup \in \Gamma$ e $\Sigma \subseteq \Gamma$,
4. $\delta : Q \times \Gamma \longrightarrow Q \times \Gamma \times \{E, D\}$ é a função de transição,
5. q_0 é o estado inicial,
6. $q_{aceita} \in Q$ é o estado de aceitação,
7. $q_{rejeita} \in Q$ é o estado de rejeição.

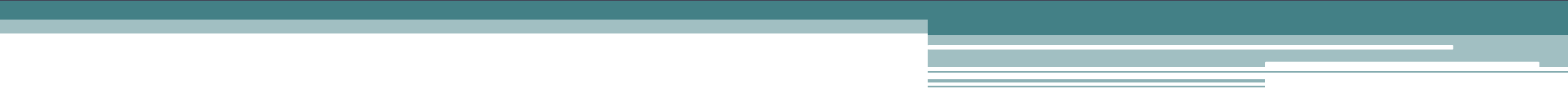
Exemplo de MT

A series of horizontal lines in teal and light blue colors, with varying lengths and offsets, creating a modern, layered effect across the middle of the slide.

Para reconhecer $L = \{ w\#w \mid w \in \{0,1\}^* \}$

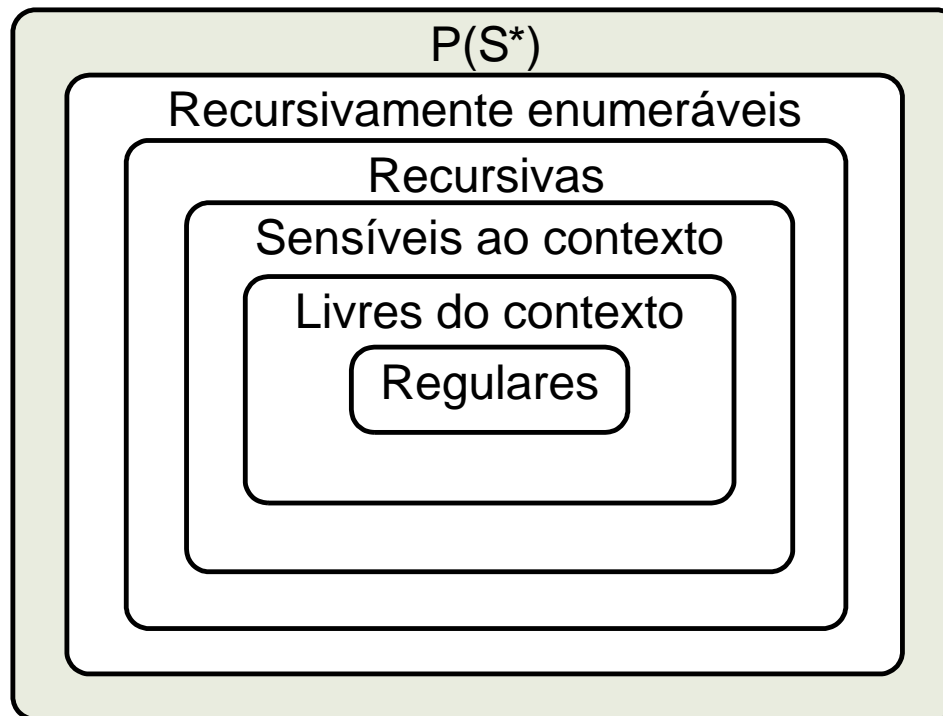


Linguagens Recursivas e Linguagens Recursivamente Enumeráveis

A series of horizontal lines in teal and light blue colors, with some lines having a stepped or staggered appearance, extending across the width of the slide.

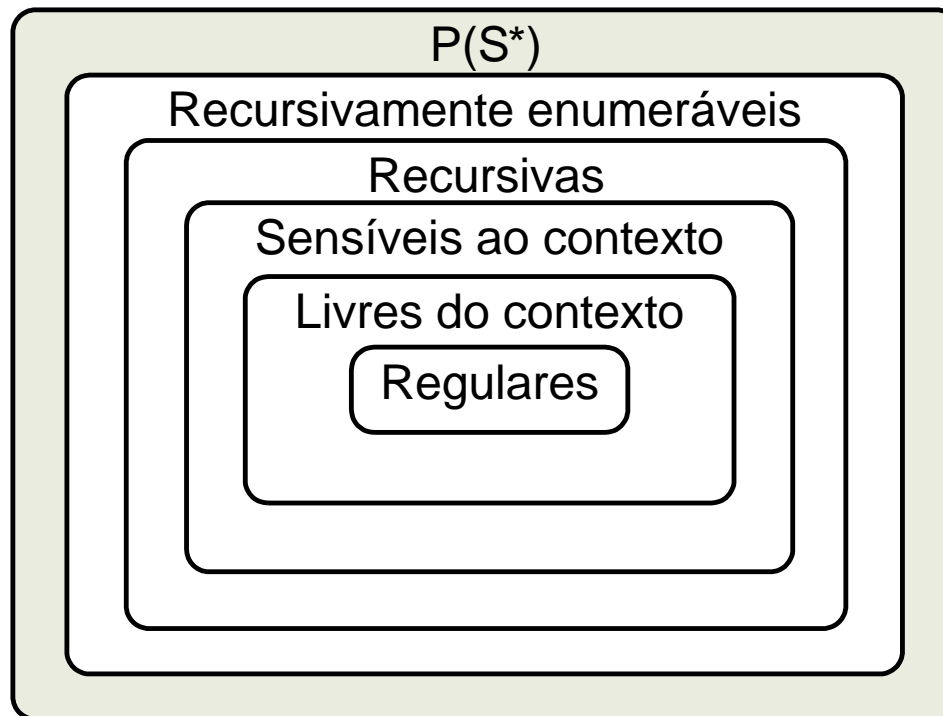
Linguagens

- Figura clássica na disciplina de LFA:



Linguagens

- Figura clássica na disciplina de LFA:



- Mas o que distingue uma LR de uma LRE?

Linguagens

L é Turing-Reconhecível (*recursivamente enumerável*), **se alguma MT a reconhece.**

Linguagens

L é Turing-Reconhecível (*recursivamente enumerável*), **se alguma MT a reconhece.**

- Quando iniciamos uma MT sobre uma fita, três resultados são possíveis:
 - A MT pode aceitar;
 - A MT pode rejeitar;
 - A MT pode entrar em *loop*;

Linguagens

- **Distinguir** uma máquina que está em *loop*, de uma que está meramente levando um tempo longo para responder **não é uma tarefa trivial**;

Linguagens

- Distinguir uma máquina que está em *loop*, de uma que está meramente levando um tempo longo para responder não é uma tarefa trivial;
- Por esta razão, **preferimos MT que param sobre todas as entradas;**
 - Estas nunca entram em *loop*;

Linguagens

- Distinguir uma máquina que está em *loop*, de uma que está meramente levando um tempo longo para responder não é uma tarefa trivial;
- Por esta razão, preferimos MT que param sobre todas as entradas;
 - Estas nunca entram em *loop*;
- **Estas máquinas são chamadas de decisores.**

Linguagens

***L é Turing-Decidível (recursiva), se alguma
MT a decide.***

Linguagens

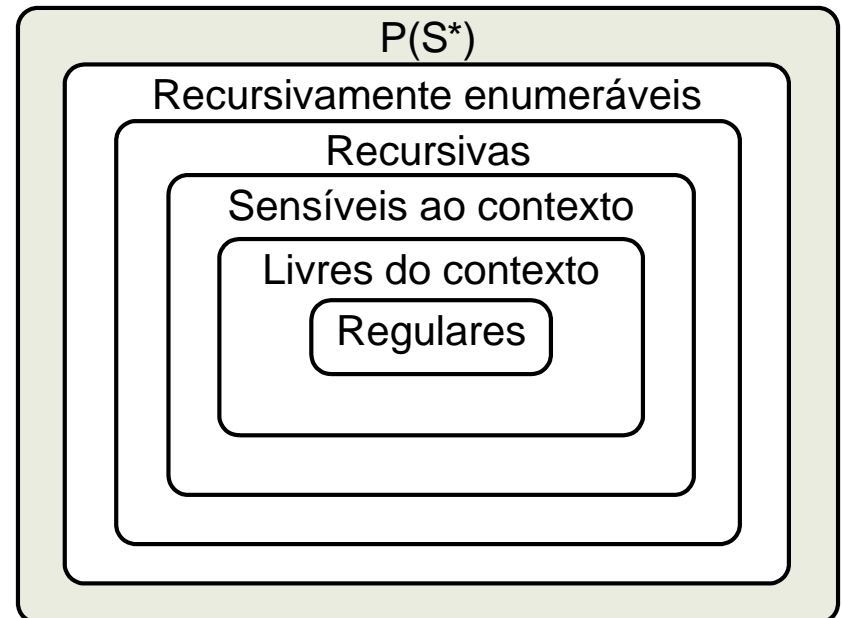
- Toda linguagem decidível é também turing reconhecível;

Linguagens

- Toda linguagem decidível é também turing reconhecível;
- **Nem toda linguagem turing reconhecível, é turing decidível.**

Linguagens

- Toda linguagem decidível é também turing reconhecível;
- Nem toda linguagem turing reconhecível, é turing decidível.



Próximas aulas

- Variações da MT;
- Decidibilidade;

Bibliografia

- SIPSER, Michael. Introdução à Teoria da Computação. 2a ed.:São Paulo, Thomson, 2007.
- VIEIRA, Newton José. Introdução aos Fundamentos da Computação: Linguagens e Máquinas. 1a ed.: Rio de Janeiro: Thomson, 2006.

