

Universidade Federal de Alfenas

Linguagens Formais e Autômatos

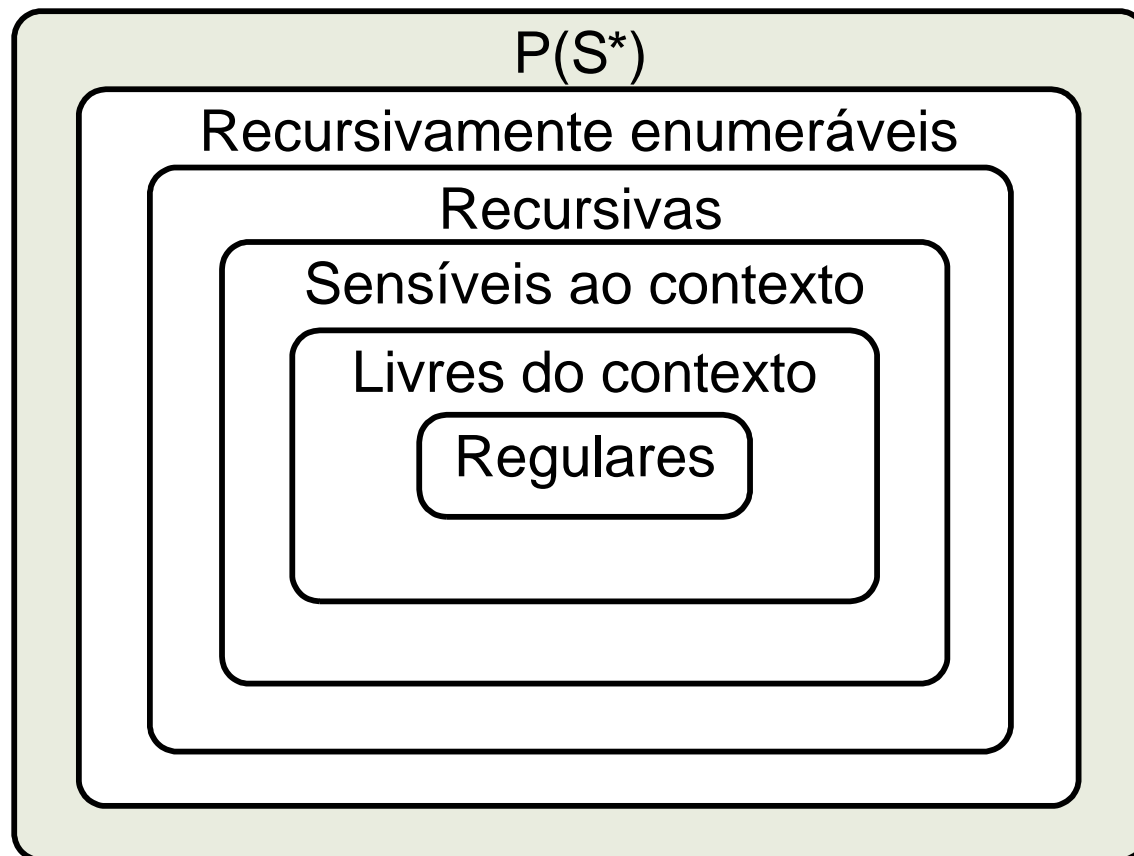
Aula 13 – Autômato com Pilha

humberto@bcc.unifal-mg.edu.br



Última aula

- **Linguagens Livres do Contexto**

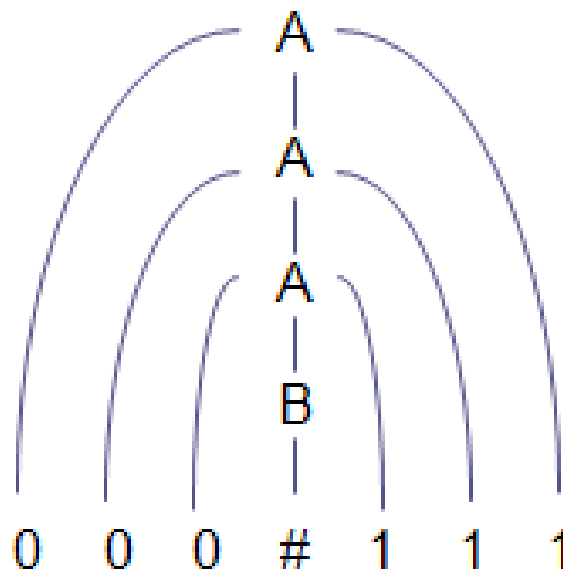


Última aula

- Gramáticas Livres do Contexto

A	\rightarrow	$0A1$
A	\rightarrow	B
B	\rightarrow	$\#$

- Cadeia:
 - 000#111

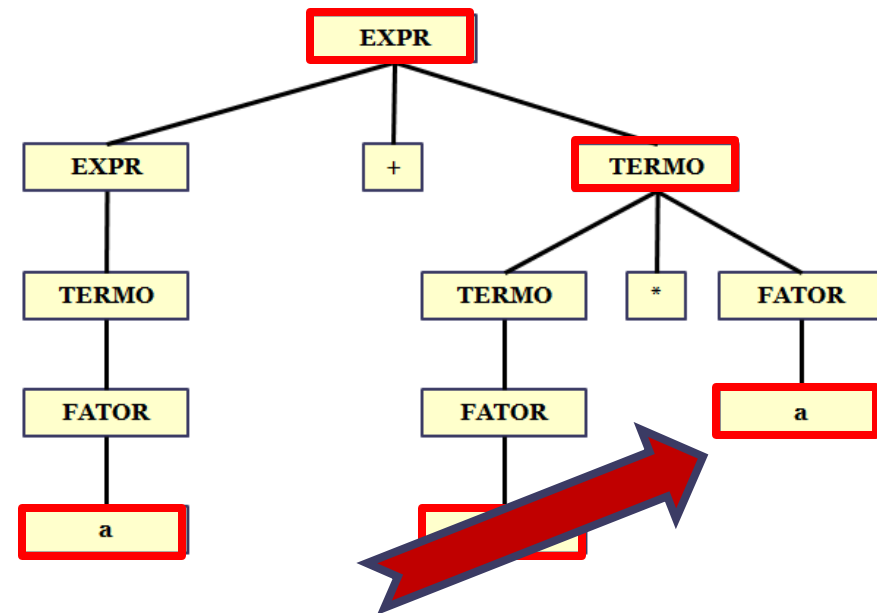
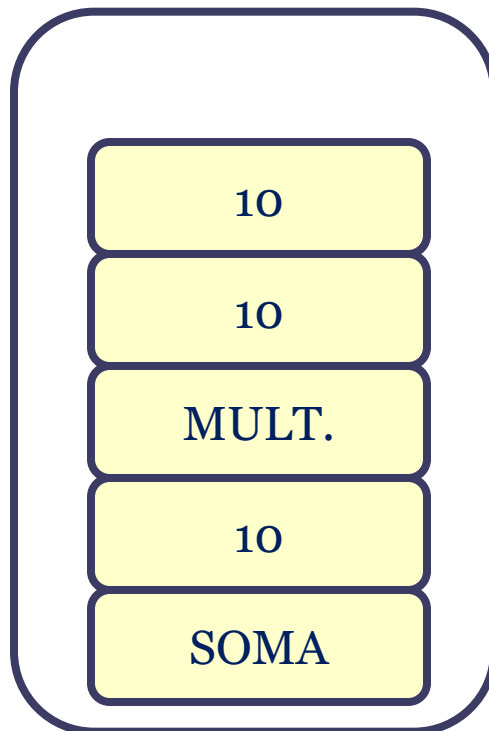


Última aula

$$\begin{aligned}\langle \text{EXPR} \rangle &\rightarrow \langle \text{EXPR} \rangle + \langle \text{TERMO} \rangle \mid \langle \text{TERMO} \rangle \\ \langle \text{TERMO} \rangle &\rightarrow \langle \text{TERMO} \rangle \times \langle \text{FATOR} \rangle \mid \langle \text{FATOR} \rangle \\ \langle \text{FATOR} \rangle &\rightarrow (\langle \text{EXPR} \rangle) \mid a\end{aligned}$$

- Relação com compiladores e arquitetura...

PILHA



Autômatos com Pilha (APs)

A decorative graphic consisting of several horizontal lines of varying lengths and colors (teal, light blue, and white) extending from the left side of the slide towards the right, positioned below the title.

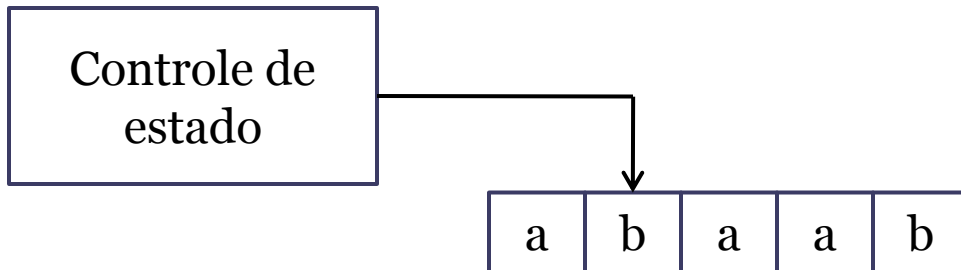
Autômato com Pilha

- Semelhante ao autômato finito determinístico, mas com uma componente adicional:
 - A pilha!

Autômato com Pilha

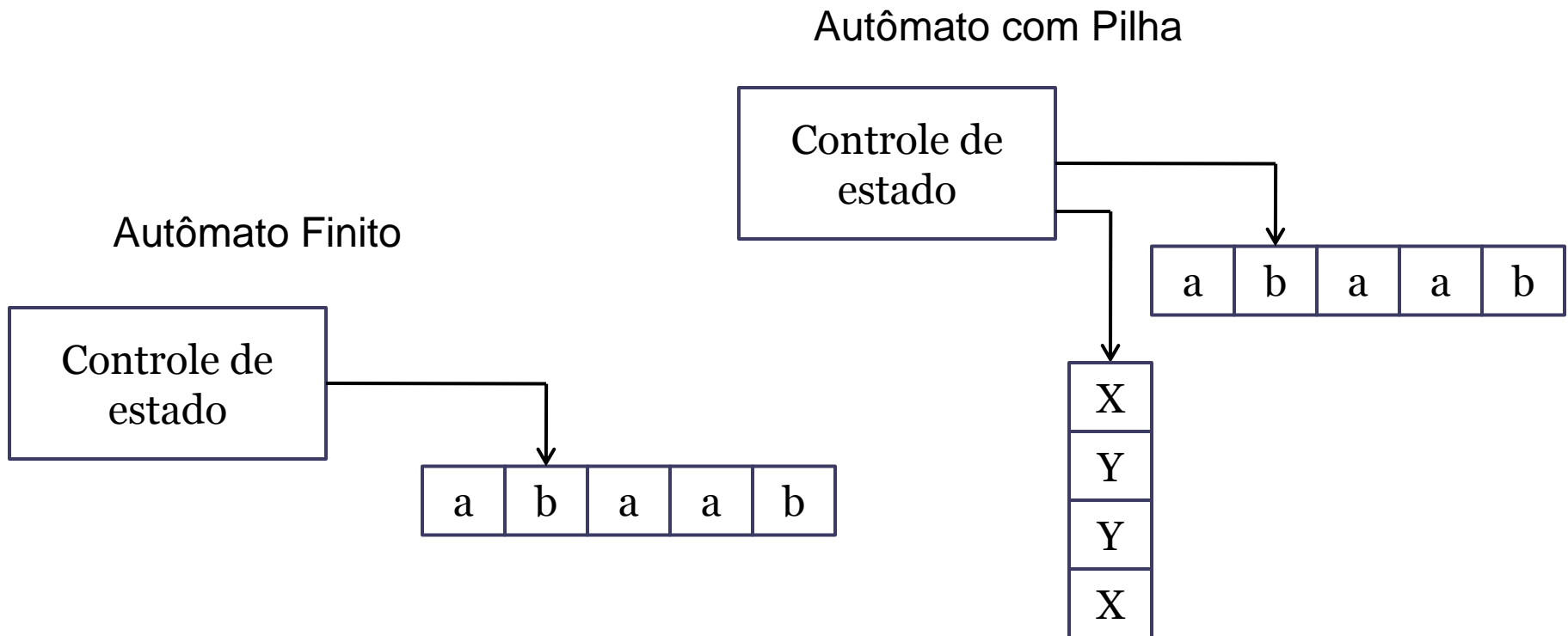
- Semelhante ao autômato finito determinístico, mas com uma componente adicional:
 - A pilha!

Autômato Finito



Autômato com Pilha

- Semelhante ao autômato finito determinístico, mas com uma componente adicional:
 - A pilha!

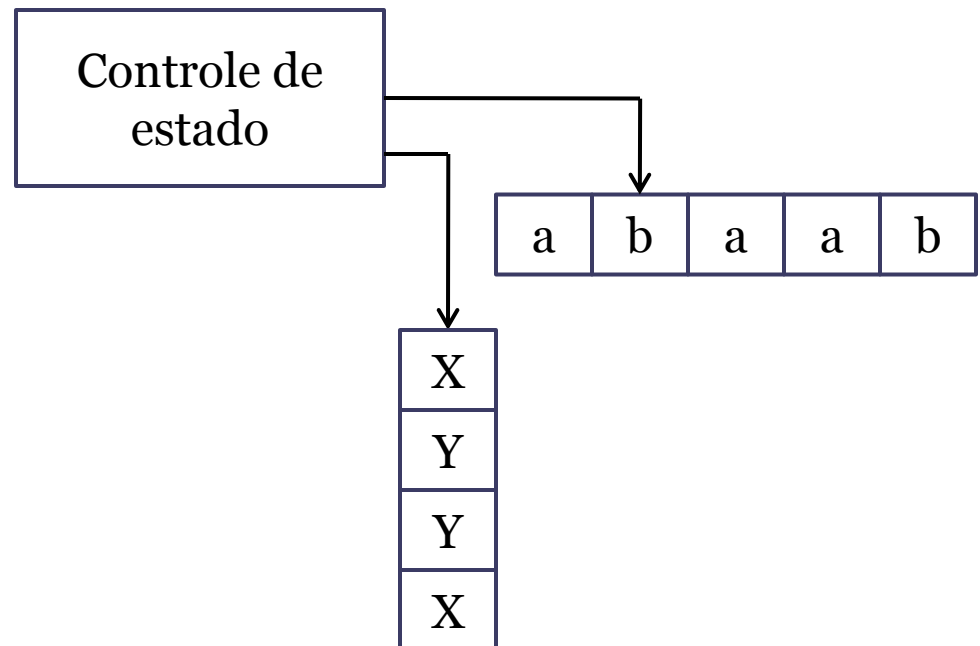


Autômato com Pilha

- Um autômato com pilha (AP) pode escrever símbolos sobre a fita e lê-los de volta mais tarde;

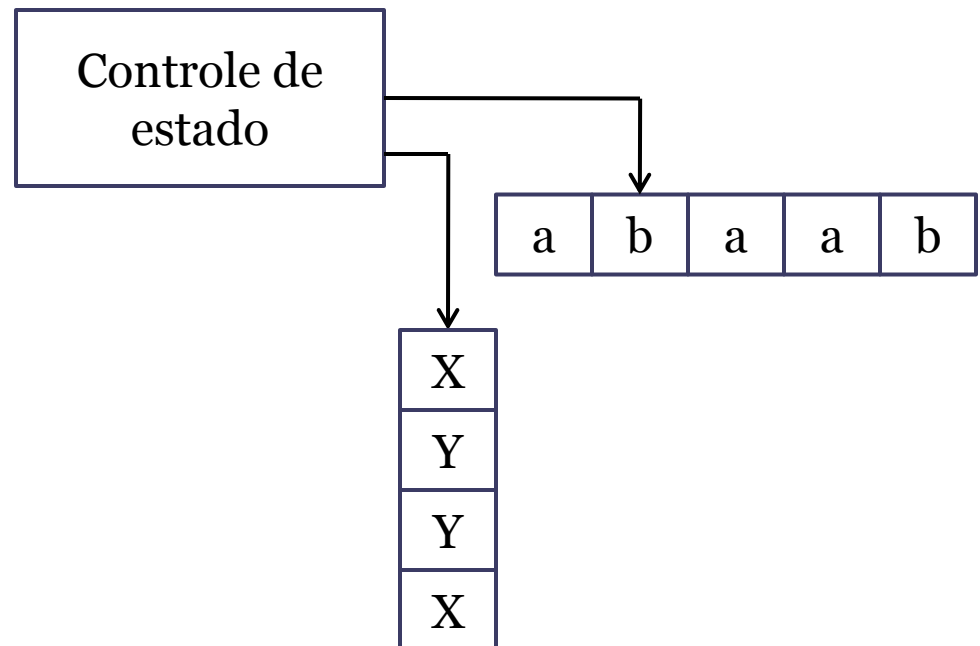
Autômato com Pilha

- Um autômato com pilha (AP) pode escrever símbolos sobre a fita e lê-los de volta mais tarde;
- **Escrever um símbolo “empurra para baixo” todos os outros símbolos sobre a pilha;**



Autômato com Pilha

- Em qualquer momento, o símbolo no topo da pilha pode ser lido e removido;
 - O restante dos símbolos da pilha “volta a subir”;
 - Política: LIFO
 - *Last in, first out!*



Autômato com Pilha

- Nos APs, a fila possui utilidade porque ela pode conter uma quantidade ilimitada de informação;

Autômato com Pilha

- Nos APs, a fila possui utilidade porque ela pode conter uma quantidade ilimitada de informação;
- Relembrando: um **AFD é incapaz de reconhecer** $\{a^n b^n \mid n > 0\}$
 - *Ele não é capaz de reconhecer porque possui memória limitada em torno do seu **conceito de estado**.*

Autômato com Pilha

- Nos APs, a fila possui utilidade porque ela pode conter uma quantidade ilimitada de informação;
- Relembrando: um AFD é incapaz de reconhecer $\{a^n b^n \mid n > 0\}$
 - *Ele não é capaz de reconhecer porque possui memória limitada em torno do seu conceito de estado.*
- Já os **APs podem armazenar elementos em uma quantidade ilimitada** (em sua pilha);
 - Isso **amplia sua capacidade** de reconhecimento.

Autômato com Pilha

- **Mecanismo informal** para reconhecer a linguagem $\{a^n b^n \mid n > 0\}$ utilizando uma pilha:
 - *Leia símbolos da entrada. A medida que cada 0 é lido, empilhe-o. Assim que 1's são vistos, desempilhe um 0 da pilha para cada 1 lido. Se a leitura da entrada termina exatamente quando a pilha fica vazia de 0's, aceite a entrada. Se a pilha fica vazia enquanto 1's permanecem ou se os 1's terminam enquanto a pilha ainda contém 0's ou se quaisquer 0's aparecem na entrada seguindo 1's, rejeite a entrada.*

Poder computacional dos APs

A series of horizontal lines in teal and light blue colors, with varying lengths and offsets, creating a modern, layered effect across the middle of the slide.

Autômato com Pilha

- Os autômatos com pilha **podem ser não-determinísticos**;

Autômato com Pilha

- Os autômatos com pilha podem ser não-determinísticos;
- Os **APs não-determinísticos não são equivalentes em poder se comparados aos APs determinísticos**, diferentemente da relação que existia entre AFNs e AFDs;

Autômato com Pilha

- Os autômatos com pilha podem ser não-determinísticos;
- Os APs não-determinísticos não são equivalentes em poder se comparados aos APs determinísticos, diferentemente da relação que existia entre AFNs e AFDs;
- Nos nossos estudos, **vamos focar nos APs não-determinísticos porque estes reconhecem as linguagens livres do contexto;**

Formalismo Matemático

A series of horizontal lines in teal and light blue colors, with varying lengths and offsets, creating a modern, layered effect across the middle of the slide.

Autômato com Pilha

Um *autômato a pilha* é uma 6-upla $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$, onde Q, Σ, Γ , e F são todos conjuntos finitos, e

1. Q é o conjunto de estados,
2. Σ é o alfabeto de entrada,
3. Γ é o alfabeto da pilha,
4. $\delta : Q \times \Sigma_\epsilon \times \Gamma_\epsilon \longrightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma_\epsilon)$ é a função de transição,
5. $q_0 \in Q$ é o estado inicial, e
6. $F \subseteq Q$ é o conjunto de estados de aceitação.

Autômato com Pilha

- **Antes de desenharmos** um autômato...
- Escrevermos " **$a, b \rightarrow c$** " para indicar que quando a máquina está lendo o símbolo a da palavra de entrada ela pode substituir b no topo da pilha por um c .

Autômato com Pilha

- Antes de desenharmos um autômato...
- Escrevermos " $a, b \rightarrow c$ " para indicar que quando a máquina está lendo o símbolo a da palavra de entrada ela pode substituir b no topo da pilha por um c .
- a , b ou c podem ser símbolos vazios:

Autômato com Pilha

- Antes de desenharmos um autômato...
- Escrevermos " $a, b \rightarrow c$ " para indicar que quando a máquina está lendo o símbolo a da palavra de entrada ela pode substituir b no topo da pilha por um c .
- a , b ou c podem ser símbolos vazios:
 - Se a é vazio: a máquina **pode fazer a transição sem consumir um símbolo** da palavra de entrada;

Autômato com Pilha

- Antes de desenharmos um autômato...
- Escrevermos " $a, b \rightarrow c$ " para indicar que quando a máquina está lendo o símbolo a da palavra de entrada ela pode substituir b no topo da pilha por um c .
- a , b ou c podem ser símbolos vazios:
 - Se a é vazio: a máquina pode fazer a transição sem consumir um símbolo da palavra de entrada;
 - Se b é vazio: a máquina **pode fazer a transição sem desempilhar** nenhum símbolo da pilha;

Autômato com Pilha

- Antes de desenharmos um autômato...
- Escrevermos " $a, b \rightarrow c$ " para indicar que quando a máquina está lendo o símbolo a da palavra de entrada ela pode substituir b no topo da pilha por um c .
- a , b ou c podem ser símbolos vazios:
 - Se a é vazio: a máquina pode fazer a transição sem consumir um símbolo da palavra de entrada;
 - Se b é vazio: a máquina pode fazer a transição sem desempilhar nenhum símbolo da pilha;
 - Se c é vazio: a máquina **pode fazer a transição sem empilhar** nenhum símbolo na pilha.

Autômato com Pilha

AP que reconhece a linguagem

$\{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$. Suponha que M_1 seja $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_1, F)$ onde

$$Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4\},$$

$$\Sigma = \{0, 1\},$$

$$\Gamma = \{0, \$\},$$

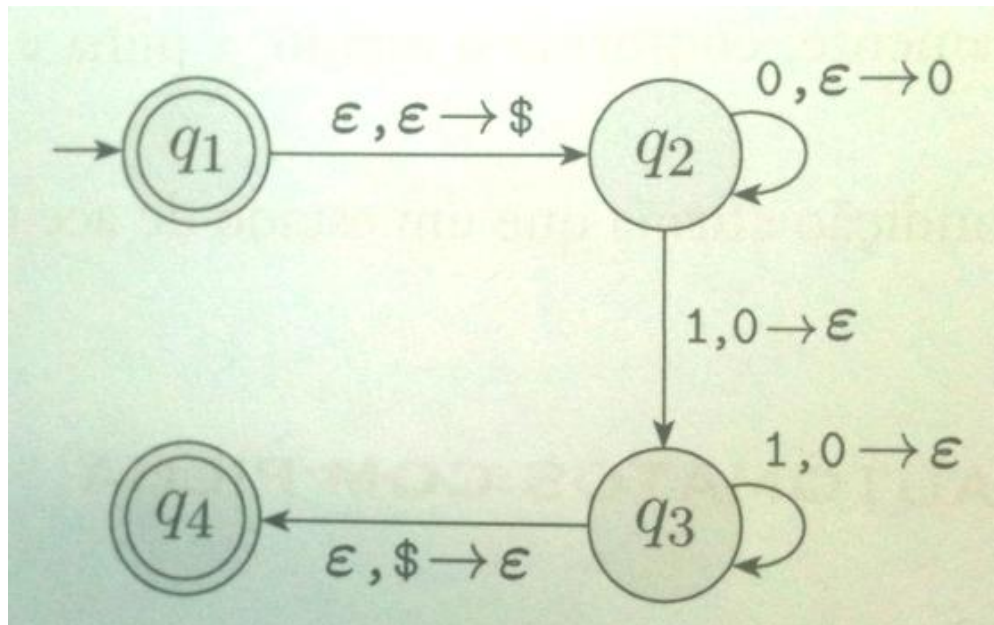
$$F = \{q_1, q_4\}, \text{ e}$$

δ seja dada pela seguinte tabela, na qual uma entrada em branco significa \emptyset .

Entrada:	0				1				ϵ			
Pilha:	0	\$	ϵ		0	\$	ϵ		0	\$	ϵ	
q_1									$\{(q_2, \$)\}$			
q_2	$\{(q_2, 0)\}$				$\{(q_3, \epsilon)\}$							
q_3					$\{(q_3, \epsilon)\}$				$\{(q_4, \epsilon)\}$			
q_4												

Autômato com Pilha

- $\{ a^n b^n \mid n \geq 0 \}$

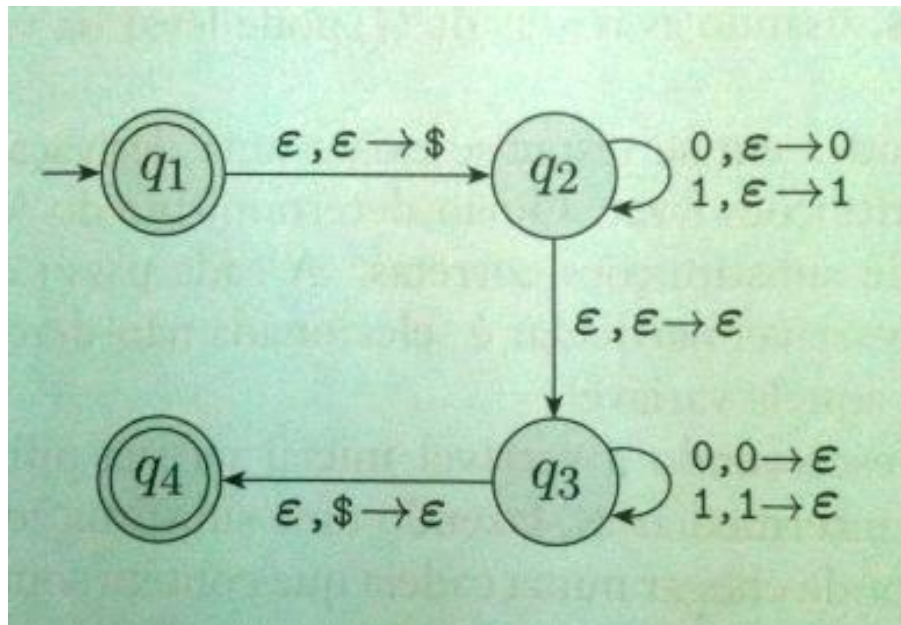


Autômato com Pilha

- Exercício:
 - crie um AP que reconheça a linguagem
 - $\{ ww^R \mid w \in \{0, 1\}^* \}$

Autômato com Pilha

- $\{ ww^R \mid w \in \{0, 1\}^* \}$



Próxima aula

- Teoria da computabilidade

Bibliografia

- SIPSER, Michael. Introdução à Teoria da Computação. 2a ed.:São Paulo, Thomson, 2007.
- VIEIRA, Newton José. Introdução aos Fundamentos da Computação: Linguagens e Máquinas. 1a ed.: Rio de Janeiro: Thomson, 2006.

