Introdução ao R

Renato de Paula

2024-10-03

# Contents

1	Pre	fácio	7
<b>2</b>	Nor	rmas de Funcionamento	9
3	R e	RStudio	11
	3.1	Instalação e funcionalidades básicas	11
	3.2	Navegar no RStudio	12
	3.3	Atalhos	13
4	Rc	omo Calculadora e Operações Aritméticas	15
	4.1	O Prompt do R	15
	4.2	Objetos e Variáveis	16
	4.3	Operadores Aritméticos em R	19
	4.4	Funções print(), readline(), paste() e cat()	26
	4.5	Quizz	29
	4.6	Operadores Lógicos e Relacionais	31
	4.7	Quizz	33
	4.8	Exercícios	34
5	Est	rutura de Dados Básicas	37
	5.1	Vetor	37
	5.2	Fatores	45
	5.3	Matriz e Array	48
	5.4	Data Frame	56
	5.5	Listas	69

6	Estr	ruturas de Seleção	<b>75</b>				
	6.1	Condicional if	75				
	6.2	Estrutura ifelse	76				
	6.3	Condicional else if	76				
	6.4	A função ifelse()	77				
	6.5	Exemplos	77				
	6.6	Exercícios	79				
7	Fun	ções	83				
	7.1	Exercícios	87				
8	Scri	pts em R	89				
	8.1	Exercícios	90				
9	Leit	Leitura de dados 91					
	9.1	Leitura de Dados da Entrada do Utilizador $\ \ \ldots \ \ \ldots \ \ \ \ \ldots$	91				
	9.2	Diretório de trabalho	91				
	9.3	A Função read.table()	93				
	9.4	A função read.csv()	94				
	9.5	A função read.csv2()	94				
	9.6	A Função read_excel() do Pacote readxl	94				
	9.7	Leitura de Dados Online	95				
10	Pipe	9	97				
	10.1	O operador pipe $\ldots$	97				
	10.2	Exercícios	99				
11	Loop while 10						
	11.1	Exercícios	103				
12	Loo	p for	105				
	12.1	Exercícios	107				

CONTENTS 5

13	Família Xapply()	109
	13.1 Função apply()	109
	13.2 Função lapply()	110
	13.3 Função sapply()	111
	13.4 Função tapply()	112
	13.5 Exercícios	116
14	Gráficos (R base)	119
	14.1 Gráfico de Barras	119
	14.2 Gráfico Circular (Pizza)	123
	14.3 Histograma	124
	14.4 Box-plot	127
	14.5 Gráfico de Dispersão	130
	14.6 Gráfico de Linhas	132
	14.7 Exercícios	133
<b>15</b>	Manipulação de dados	135
	15.1 Tibbles	135
	15.2 Manipulação de Dados com dplyr	137
16	O pacote ggplot2	159
17	Simulação	161
	17.1 Simulação e Geração de Números Pseudoaleatórios	165
	17.2 A função set.seed()	166
	17.3 A função sample()	166
	17.4 Exercícios	168
18	Usando números aleatórios para o cálculo de Integrais	169
	18.1 Cálculo de $\int_a^b g(x)dx$	170
	18.2 Cálculo de $\int_0^\infty g(x) dx$	
	18.3 Cálculo de integrais multidimensionais	
	18.4 Exercícios	173

6 CONTENTS

19 Método da transformada inversa 1	<b>7</b> 5
19.1 Variável aleatória discreta	75
19.2 Exercícios	82
19.3 Variável aleatória contínua	.83
19.4 Exercícios	.87
20 Método da aceitação-rejeição	89
21 Distribuições univariadas no R	91
21.1 Função de distribuição empírica	.95
21.2 Gerando uma variável aleatória com distribuição de Binomial $$ . $$ . $$	97
21.3 Gerando uma variável aleatória com distribuição de Poisson $2$	205
21.4 Gerando uma variável aleatória com distribuição de Uniforme $2$	212
21.5 Gerando uma variável aleatória com distribuição Exponencial $2$	218
21.6 Gerando uma variável aleatória com distribuição Normal $2$	223
21.7 Exercícios	228
22 Relatórios 2	35
22.1 Markdown	235
22.2 R Markdown	235
23 Referências 2	37
24 Respostas 2	39
24.1. O pacote dplyr	30

# Chapter 1

# Prefácio

Este material, "Introdução ao R", foi desenvolvido com o objetivo de servir como um guia acessível e prático para os alunos do curso de Laboratório de Estatística I - Introdução à Simulação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Reconhecendo a importância crescente da análise de dados na ciência moderna, o material aqui apresentado procura introduzir os conceitos fundamentais e as funcionalidades do R, uma ferramenta poderosa e amplamente utilizada na análise estatística.

Ao longo deste material, os leitores serão guiados por uma série de tópicos essenciais, desde a instalação do software e a navegação no ambiente RStudio, até ao manuseamento de estruturas de dados complexas e à criação de gráficos sofisticados. Cada capítulo foi estruturado de modo a proporcionar uma compreensão sólida dos conceitos abordados, combinando explicações teóricas com exemplos práticos e exercícios que reforçam a aprendizagem.

Este material foi elaborado para ir ao encontro das necessidades dos alunos, independentemente do seu nível de experiência prévia em Estatística. Seja para aqueles que estão a começar os seus estudos ou para os que já têm alguma familiaridade com o tema, o material proporciona uma abordagem estruturada que facilita a compreensão e a aplicação dos conceitos estatísticos. Acreditamos que, ao final deste curso, os alunos terão adquirido uma base sólida que lhes permitirá aplicar técnicas estatísticas em diversas áreas do conhecimento, usando o R de forma eficiente como uma ferramenta essencial para as suas análises de dados.

# Chapter 2

# Normas de Funcionamento

Docente: Renato de Paula

Gabinete: 6.4.21

email: rrpaula@ciencias.ulisboa.pt

Monitora: Ana Catarina Fernandes

Gabinete: 6.4.17

email: acafernandes@fc.ul.pt

#### AVALIAÇÃO

• Dois exercícios práticos a realizar em aula e dois testes.

ou

- Exame final
  - Nota mínima de 8.5 valores em cada um dos testes.
  - Datas de realização dos testes:
    - \* Primeiro teste: 5 de novembro de 2024\* Segundo teste: 21 de janeiro de 2025
- Nota final:
  - $-\ (1):\ 0.10\times(Ex1) + 0.10\times(Ex2) + 0.40\times(Teste1) + 0.40\times(Teste2)$

ou

• (2): Nota do Exame final

• Exercício prático não efetuado tem cotação igual a zero.

#### Consulta permitida

- Teste 1: formulário com dimensão máxima igual a uma folha A4, frente e verso.
- Teste 2: formulário com dimensão máxima igual a uma folha A4, frente e verso.
- O formulário deve ser preparado individualmente e escrito à mão (não podem ser fotocópias).

# Chapter 3

# R e RStudio

O R é um software de código aberto desenvolvido como uma implementação gratuita da linguagem S, que foi concebida especificamente para computação estatística, programação estatística e geração de gráficos. A principal intenção era proporcionar aos utilizadores a capacidade de explorar dados de maneira intuitiva e interativa, utilizando representações gráficas significativas para facilitar a compreensão dos dados. O software estatístico R foi originalmente criado por Ross Ihaka e Robert Gentleman, da Universidade de Auckland, Nova Zelândia.

O R oferece um conjunto integrado de ferramentas para manipulação de dados, cálculo e visualização gráfica. Ele oferece:

- Manipulação eficiente de dados e armazenamento flexível;
- Operadores poderosos para cálculos em arrays e matrizes;
- Uma coleção abrangente, coerente e integrada de ferramentas para análise de dados;
- Recursos gráficos avançados para análise e visualização de dados, seja na tela ou em cópia impressa;
- Uma linguagem de programação robusta, intuitiva e eficaz, que inclui estruturas condicionais, loops, funções recursivas definidas pelo utilizador, além de recursos de entrada e saída de dados.

## 3.1 Instalação e funcionalidades básicas

• A versão base do R, que inclui o conjunto fundamental de comandos e funções, pode ser descarregada diretamente do site oficial: https://www.r-project.org/. Após instalar o R, é altamente recomendável instalar também um ambiente de desenvolvimento integrado (IDE) para facilitar o trabalho com o código R. Um IDE permite ao utilizador escrever, guardar

- e organizar scripts de código R de forma mais eficiente, além de executar comandos diretamente no Console do R e gerir configurações e saídas de forma conveniente. Uma escolha popular de IDE é o RStudio, que é gratuito e pode ser descarregado em https://www.rstudio.com/.
- Além do conjunto base de funções, o R oferece uma vasta gama de pacotes adicionais desenvolvidos pela comunidade de utilizadores. Estes pacotes podem ser instalados diretamente pelo Console do R ou através do menu do RStudio. Para instalar um pacote no Console, pode usar a função install.packages("nome\_do\_pacote"). É importante lembrar que, para instalar pacotes, é necessário estar ligado à internet. Para visualizar todos os pacotes já instalados no seu ambiente R, pode utilizar a função installed.packages(). Para usar os packages nãoo incluídos na base do R é necessário torna-los activos, usando a função library().

## 3.2 Navegar no RStudio

Existem quatro painéis principais no ambiente de trabalho do RStudio:

- Editor/Scripts. Este painel é utilizado para criar, carregar e exibir scripts de código R. Ele oferece recursos como realce de sintaxe, preenchimento automático e a capacidade de executar o código linha por linha ou em blocos, o que facilita a edição e depuração do código.
- Console. No Console, os comandos são executados diretamente. Ele funciona de maneira semelhante ao console padrão do R, mas com melhorias significativas, como realce de sintaxe, preenchimento automático de código e integração com os demais painéis do RStudio. O Console é o local ideal para testes rápidos e execução de comandos imediatos.
- Environment/Histórico. O painel "Environment" (Ambiente) exibe informações sobre os objetos actualmente carregados na sessão do R, como conjuntos de dados, funções definidas pelo utilizador e outras variáveis. Isto ajuda a gerir e visualizar o conteúdo da memória de trabalho. A aba "History" (Histórico) armazena todos os comandos executados durante a sessão, permitindo fácil recuperação e reutilização de códigos anteriores.
- Painel Inferior Direito. Este painel é multifuncional e contém várias abas úteis:
  - Files (Ficheiros): lista todos os ficheiros no diretório de trabalho actual
  - Plots (Gráficos): exibe quaisquer gráficos gerados durante a análise.
  - Packages (Pacotes): permite visualizar os pacotes instalados e carregados na sessão.

3.3. ATALHOS 13

 Help (Ajuda): fornece acesso ao sistema de ajuda embutido em HTML, que oferece documentação detalhada sobre funções e pacotes.

 Viewer (Visualizador): utilizado para visualizar documentos HTML, PDFs e outros conteúdos dentro do RStudio.

### 3.3 Atalhos

- ALT+-: insere o operador de atribuição (<-) no script.
- CTRL+SHIFT+M: (%>%) operador pipe no script.
- CTRL+1: move o cursor para o painel de script.
- CTRL+2: move o cursor para o console.
- CTRL+ALT+I: insere um novo "chunk" de código no R Markdown.
- CTRL+SHIFT+K: compila um documento R Markdown.
- ALT+SHIFT+K: abre uma janela com todos os atalhos de teclado disponíveis.

No MacBook, os atalhos geralmente são os mesmos, substituindo o **CTRL** por **Command** e o **ALT** por **Option**.

# Chapter 4

# R como Calculadora e Operações Aritméticas

A Estatística está intimamente ligada à Álgebra, especialmente no que diz respeito ao uso de matrizes e vetores para representar conjuntos de dados e variáveis. No R, estas estruturas de dados são amplamente utilizadas para facilitar a manipulação e a análise estatística. Por isso, é importante primeiro entender como o R lida com estas estruturas antes de avançar para comandos estatísticos mais específicos.

## 4.1 O Prompt do R

O R utiliza uma interface de linha de comando para executar operações e aceitar comandos diretamente. Esta interface é marcada pelo símbolo >, conhecido como o **prompt**. Quando se digita um comando após o prompt e se pressiona Enter, o R interpreta o comando, executa a operação correspondente e exibe o resultado no ecrã.

```
print("Meu primeiro comando no R!")
## [1] "Meu primeiro comando no R!"
```

Nas notas de aula, o código R digitado no console é exibido em caixas cinzentas. Quando se vê o símbolo ## no início de uma linha, isso indica o resultado (output) gerado pelo console R após a execução do código.

No R, o caractere # é utilizado para inserir comentários no código. Qualquer texto que aparece após # na mesma linha é ignorado pelo R durante a execução. Comentários são úteis para adicionar explicações ou anotações no código, como no exemplo abaixo:

```
# Este é um exemplo de comentário
2 + 2 # O R vai calcular 2 mais 2
## [1] 4
```

Se conhecer o nome de uma função e desejar aprender mais sobre o seu funcionamento, pode utilizar o comando ? seguido do nome da função para aceder à documentação de ajuda correspondente. Por exemplo:

```
?sum
```

Este comando abrirá a página de ajuda para a função sum, que é utilizada para calcular a soma de elementos.

Além disso, o R oferece uma forma prática de visualizar exemplos de como uma função pode ser utilizada. Para ver exemplos de uso de uma função, pode usar o comando example() com o nome da função como argumento:

```
example(sum)
```

Este comando mostrará exemplos de aplicação da função sum, ajudando a entender melhor como pode ser usada em diferentes contextos.

## 4.2 Objetos e Variáveis

Em R, um **objeto** é uma unidade de armazenamento que pode conter diferentes tipos de dados ou funções, sendo referenciado por um nome. Esses dados podem incluir números, caracteres, vetores, matrizes, data frames, listas ou até mesmo funções. Objetos são criados e manipulados através de comandos, permitindo que seus valores sejam reutilizados em qualquer parte do código. Em resumo, tudo o que é criado ou carregado na sessão do R, como dados ou funções, é considerado um objeto.

#### 4.2.1 O que é uma Variável?

Uma variável é um nome ou identificador associado a um objeto. Quando se cria uma variável, está-se, na verdade, a criar um "rótulo" que aponta para o objeto armazenado na memória. Assim, uma variável é o nome que se utiliza para aceder aos dados ou funções armazenados no objeto. Ela permite manipular e referenciar o objeto de forma conveniente ao longo do seu script ou análise.

#### 4.2.2 Atribuições

- A expressão x <- 10 cria uma variável chamada x e atribui-lhe o valor 10. Note que o operador de atribuição <- atribui o valor do lado direito à variável do lado esquerdo. O lado esquerdo deve conter apenas um único nome de variável.
- Também é possível realizar atribuições usando o sinal de igualdade = ou o operador ->. No entanto, para evitar confusões entre o operador de atribuição e o operador de igualdade, é recomendável usar <- para atribuições.</li>

```
# Atribuição correta
a <- 10
b <- a + 1
# Atribuição incorreta</pre>
```

- a + 2 = 10 # Uma atribuição não é uma equação
  O comando c(1,2,3,4,5) combina os números 1, 2, 3, 4 e 5 em um vetor,
  - Vetores podem ser atribuídos a objetos. Por exemplo:

criando uma sequência de valores.

```
X <- c(2,12,22,32)
```

Esta linha de código atribui um vetor numérico de comprimento 4 ao objeto X. É importante lembrar que o R distingue entre maiúsculas e minúsculas, o que significa que X e x são considerados dois objetos distintos.

Ao definir objetos no console, está a modificar o espaço de trabalho actual. Para visualizar todas as variáveis e objetos actualmente guardados no seu espaço de trabalho, pode usar o comando:

```
ls()
```

No RStudio, a aba *Environment* exibe todos os objetos e valores presentes no espaço de trabalho.

#### 4.2.3 Regras para definição de variáveis

Os nomes de variáveis em R devem começar com uma letra ou um ponto final (desde que o ponto final seja seguido por uma letra) e podem incluir letras, números, pontos e sublinhados.

#### 18CHAPTER 4. R COMO CALCULADORA E OPERAÇÕES ARITMÉTICAS

- O nome de uma variável **não pode** conter espaços ou caracteres especiais (como @, #, \$, %). Apenas letras, números, pontos e sublinhados (\_) são permitidos. Exemplo de nome válido: nome\_cliente2.
- Ao definir nomes de variáveis, não é permitido usar palavras reservadas do R. Palavras reservadas são termos que têm um significado especial no R e não podem ser redefinidos. Exemplos de palavras reservadas incluem: if, else, for, while, class, FALSE, TRUE, exp, sum.
- O R diferencia letras maiúsculas de minúsculas, o que significa que fcul
  e Fcul são tratadas como variáveis diferentes. Uma convenção comum
  é usar letras minúsculas para nomes de variáveis e separar palavras com
  sublinhados. Exemplo: faculdade de ciencias.
- Escolha nomes de variáveis que descrevam claramente a sua finalidade para que o código seja mais legível e compreensível. Por exemplo, use nome em vez de x.

```
idade <- 20
Idade <- 30
```

Neste exemplo, idade e Idade são duas variáveis diferentes devido à diferenciação entre letras maiúsculas e minúsculas.

#### 4.2.4 Tipos de Dados

Em R, variáveis podem armazenar diferentes tipos de dados, incluindo:

- Numeric: números inteiros ou decimais. Exemplo: 42, 3.14.
- Character: sequências de caracteres (texto). Exemplo: "01á".
- Logical: valores booleanos que representam verdadeiro ou falso. Exemplo: TRUE, FALSE.
- Vectors: coleções de elementos do mesmo tipo. Exemplos: c(1, 2, 3) para números, c("a", "b", "c") para caracteres.
- Data Frames: estruturas de dados tabulares que contêm linhas e colunas, semelhantes a uma tabela de banco de dados ou a uma folha de cálculo.
- Lists: coleções que podem conter elementos de diferentes tipos, como números, caracteres, vetores, e até mesmo outros data frames.
- Factors: variáveis categóricas que representam dados categóricos e são armazenadas como inteiros. São especialmente úteis para análises estatísticas que envolvem dados categóricos.

```
# Numeric
a <- 3.14
```

```
# Character
b <- "Programação R"

# Logical
c <- 3 < 2

# Vectors
d <- c(1, 2, 3)
```

### 4.2.5 Comandos Importantes

Abaixo estão alguns comandos úteis para manipular variáveis e objetos no R:

```
ls() # Exibe a lista de variáveis atualmente armazenadas na memória

ls.str() # Mostra a estrutura das variáveis armazenadas na memória

rm(a) # Remove o objeto 'a' da memória

rm(list=ls()) # Remove todos os objetos da memória

save.image('nome-do-arquivo.RData') # Salva o espaço de trabalho atual em um arquivo .RData
```

# 4.3 Operadores Aritméticos em R

Operador	Descrição	Exemplo
+	Adiciona dois valores	5 + 2 resulta em 7
-	Subtrai dois valores	5 - $2$ resulta em $3$
*	Multiplica dois valores	5 * 2  resulta em  10
/	Divide dois valores (sem	5 / $2$ resulta em
	arredondamento)	2.5
%/%	Realiza divisão inteira	5 %/% 2  resulta em
		2
%%	Retorna o resto da divisão	5 % 2 resulta em 1
^	Realiza exponenciação	5 ^ 2 resulta em 25

#### Exemplos:

```
1+1
## [1] 2
5-2
## [1] 3
5*21
## [1] 105
sqrt(9)
## [1] 3
3^3
## [1] 27
3**3
## [1] 27
log(9)
## [1] 2.197225
log10(9)
## [1] 0.9542425
exp(1)
## [1] 2.718282
# prioridade de resolução
19 + 26 /4 -2 *10
## [1] 5.5
((19 + 26) / (4 - 2))*10
## [1] 225
```

Ao contrário de funções simples como ls(), a maioria das funções no R requer um ou mais *argumentos*. Nos exemplos acima, utilizamos funções predefinidas do R como sqrt(), log(), log10() e exp(), que aceitam argumentos específicos.

#### 4.3.1 Controle da Quantidade de Dígitos Mostrados

 ${\cal O}$  R permite ajustar a precisão dos números exibidos alterando a configuração global de dígitos. Veja o exemplo a seguir:

```
exp(1)
## [1] 2.718282

options(digits = 20)
exp(1)
## [1] 2.7182818284590450908

options(digits = 3)
exp(1)
## [1] 2.72
```

# 4.3.2 Objetos Predefinidos, Infinito, Indefinido e Valores Ausentes

O R inclui diversos conjuntos de dados predefinidos que podem ser usados para prática e teste de funções. Para visualizar todos os conjuntos de dados disponíveis, pode-se utilizar o seguinte comando:

```
data()
```

Este comando exibe uma lista de nomes de objetos para cada conjunto de dados disponível. Esses conjuntos de dados podem ser utilizados diretamente ao simplesmente digitar o nome no console. Por exemplo, ao digitar:

```
co2
```

 ${\cal O}$  R exibirá os dados de concentração atmosférica de CO2 coletados em Mauna Loa.

Além dos conjuntos de dados, o R também possui objetos predefinidos que representam constantes matemáticas, como pi para o número  $\pi$  e Inf para o  $\infty$ .

```
pi
## [1] 3.14

1/0
## [1] Inf

2*Inf
## [1] Inf

-1/0
## [1] -Inf
```

```
0/0
## [1] NaN
0*Inf
## [1] NaN
Inf - Inf
## [1] NaN
sqrt(-1)
## Warning in sqrt(-1): NaNs produced
## [1] NaN
c(1,2,3,NA,5)
## [1] 1 2 3 NA 5
mean(c(1,2,3,NA,5))
## [1] NA
mean(c(1,2,3,NA,5), na.rm = TRUE)
## [1] 2.75
x \leftarrow c(1, 2, NaN, 4, 5)
y \leftarrow c(1, 2, NA, 4, 5)
# Note que isso não funciona
y == NA
## [1] NA NA NA NA NA
# E isso também não
y == "NA"
## [1] FALSE FALSE NA FALSE FALSE
is.na(x)
## [1] FALSE FALSE TRUE FALSE FALSE
is.nan(x)
## [1] FALSE FALSE TRUE FALSE FALSE
is.na(y)
## [1] FALSE FALSE TRUE FALSE FALSE
is.nan(y)
## [1] FALSE FALSE FALSE FALSE
```

```
# Operações com NaN e NA
sum(x) # Retorna: NaN, porque a soma envolve um NaN
## [1] NaN

sum(y) # Retorna: NA, porque a soma envolve um NA
## [1] NA

sum(x, na.rm = TRUE) # Retorna: 12, ignora NaN na soma
## [1] 12

sum(y, na.rm = TRUE) # Retorna: 12, ignora NA na soma
## [1] 12
```

- NaN (Not a Number): Representa resultados indefinidos de operações matemáticas. Por exemplo, operações como 0/0 ou sqrt(-1) geram um NaN porque o resultado não é um número real. No R, NaN é tecnicamente um tipo especial de NA que indica especificamente um resultado numérico indefinido.
- NA (Not Available): Indica dados ausentes ou valores que não estão disponíveis num conjunto de dados. Por exemplo, em um vetor de dados, se um valor está ausente ou não foi medido, ele é representado por NA. Ao contrário de NaN, NA é utilizado para representar qualquer tipo de dado ausente, não apenas valores numéricos.

#### 4.3.3 Lidando com NaN e NA em Operações

Ao trabalhar com dados, é importante saber como lidar com NaN e NA para evitar erros inesperados. Funções como mean() e sum() podem retornar NA ou NaN se contiverem esses valores. Para ignorar NA ou NaN ao realizar cálculos, você pode usar o argumento na.rm = TRUE, que remove os valores ausentes ou indefinidos da operação.

```
mean(c(1, 2, 3, NA, 5), na.rm = TRUE) # Calcula a média ignorando NA
## [1] 2.75

sum(x, na.rm = TRUE) # Soma ignorando NaN
## [1] 12

sum(y, na.rm = TRUE) # Soma ignorando NA
## [1] 12
```

### 4.3.4 Funções Úteis para Detectar NaN e NA

Para verificar a presença de NA ou NaN em um vetor ou conjunto de dados, podese usar as funções is.na() e is.nan(). A função is.na() identifica todos os valores que são NA ou NaN, enquanto is.nan() identifica especificamente valores que são NaN. Por exemplo:

```
is.na(x)
## [1] FALSE FALSE TRUE FALSE FALSE

is.nan(x)
## [1] FALSE FALSE TRUE FALSE FALSE

is.na(y)
## [1] FALSE FALSE TRUE FALSE FALSE

is.nan(y)
## [1] FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
```

Essas funções são úteis para limpar e preparar dados antes de realizar análises estatísticas, garantindo que os cálculos sejam precisos e significativos.

#### 4.3.5 Tipagem Dinâmica em R

Em R, o tipo de uma variável é determinado dinamicamente com base no valor atribuído a ela. Isso significa que o R automaticamente define o tipo de dado de uma variável quando lhe é atribuído um valor.

```
x <- 5
class(x)
## [1] "numeric"

y <- "Cinco"
class(y)
## [1] "character"

z <- TRUE
class(z)
## [1] "logical"</pre>
```

• A função class() retorna a classe de um objeto em R. A classe de um objeto determina como ele será tratado pelas funções e operações que podem ser aplicadas a ele. Por exemplo, vetores, matrizes, data frames e listas são diferentes classes de objetos em R, cada uma com suas próprias características e métodos.

 A função typeof() em R é usada para retornar o tipo de armazenamento interno de um objeto. Ela fornece informações detalhadas sobre como os dados são representados na memória do computador.

```
x <- 1:10
class(x)
## [1] "integer"
typeof(x)
## [1] "integer"
y \leftarrow c(1.1, 2.2, 3.3)
class(y)
## [1] "numeric"
typeof(y)
## [1] "double"
z \leftarrow data.frame(a = 1:3, b = c("A", "B", "C"))
class(z)
## [1] "data.frame"
typeof(z)
## [1] "list"
w <- list(a = 1, b = "text")</pre>
class(w)
## [1] "list"
typeof(w)
## [1] "list"
```

Neste exemplo, class(x) e typeof(x) ambos retornam "integer" para um vetor de inteiros, enquanto class(y) retorna "numeric" para um vetor de números de ponto flutuante, e typeof(y) retorna "double", mostrando o tipo específico de armazenamento na memória. Para um data.frame, class(z) retorna "data.frame", enquanto typeof(z) retorna "list", indicando que os data frames são armazenados internamente como listas.

#### 4.3.6 Conversão entre Tipos de Dados

Em R, é possível converter uma variável de um tipo de dado para outro usando funções de conversão. Isso é especialmente útil ao trabalhar com dados que podem ter sido importados de fontes externas e precisam ser manipulados ou analisados de diferentes maneiras.

```
# Convertendo um inteiro em uma string (caractere)
a <- 15
b <- as.character(15)
print(b)
## [1] "15"

# Convertendo um número de ponto flutuante (float) em um inteiro
x <- 1.5
y <- as.integer(x)
print(y)
## [1] 1

# Convertendo uma string em um número (float)
z <- "10"
w <- as.numeric(z)
print(w)
## [1] 10</pre>
```

Essas funções de conversão são essenciais quando há necessidade de manipular diferentes tipos de dados de forma eficiente em análises estatísticas e outras operações de programação.

# 4.4 Funções print(), readline(), paste() e cat()

No R, existem várias funções úteis para exibir, receber e concatenar informações. Aqui estão algumas das mais comuns:

- print(): Utilizada para exibir valores e resultados de expressões no console. É a função básica para mostrar a saída de dados no R.
- readline(): Usada para receber entradas do utilizador via teclado. Esta função permite que o script pause e aguarde a entrada do utilizador
- paste(): Utilizada para concatenar (combinar) sequências de caracteres (strings) com um separador específico entre elas. Por padrão, o separador é um espaço.
- paste0(): Semelhante a paste(), mas concatena strings sem qualquer separador.
- cat(): Usada para concatenar e exibir uma ou mais strings ou valores de uma forma direta, sem estruturas de formatação adicionais como aspas.
   Ao contrário de print(), cat() não retorna o resultado em uma nova linha.

#### Exemplo 1:

```
nome1 <- "faculdade"
nome2 <- "ciências"
print(paste(nome1, nome2))
## [1] "faculdade ciências"</pre>
```

Neste exemplo, paste() concatena as duas strings com um espaço entre elas.

#### Exemplo 2:

```
# Solicitar entrada do utilizador
n <- readline(prompt = "Digite um número: ")

# Converta a entrada em um valor numérico
n <- as.integer(n)

# Imprima o valor no console
print(n+1)</pre>
```

Aqui, readline() recebe a entrada do utilizador, e as.integer() converte essa entrada para um número inteiro. O resultado é incrementado em 1 e exibido.

#### Exemplo 3:

```
# Solicitar entrada do utilizador
nome <- readline(prompt = "Entre com o seu nome: ")
# Imprima uma mensagem de saudação
cat("Olá, ",nome, "!")</pre>
```

O uso de cat() aqui é para exibir uma mensagem de saudação que inclui o nome do utilizador.

#### Exemplo 4:

```
# Solicitar ao utilizador a entrada numérica
idade <- readline(prompt = "Digite a sua idade: ")

# Converta a entrada em um valor numérico
idade <- as.numeric(idade)

# Verifique se a entrada é numérica
if (is.na(idade)) {
    cat("Entrada inválida. Insira um valor numérico.\n")
} else {
    cat("Você tem ", idade, " anos.\n")
}</pre>
```

#### 28CHAPTER 4. R COMO CALCULADORA E OPERAÇÕES ARITMÉTICAS

Este exemplo mostra como verificar se a entrada é numérica usando is.na() e fornecer feedback apropriado ao utilizador.

#### Concatenando Strings

```
result <- paste("Hello", "World")
print(result)
## [1] "Hello World"</pre>
```

#### Concatenando Múltiplas Strings

```
result <- paste("Data", "Science", "with", "R")
print(result)
## [1] "Data Science with R"</pre>
```

#### Concatenando Strings com um Separador Específico

```
result <- paste("2024", "04", "28", sep="-")
print(result)
## [1] "2024-04-28"
```

#### Concatenando Vetores de Strings

```
first_names <- c("Anna", "Bruno", "Carlos")
last_names <- c("Smith", "Oliveira", "Santos")
result <- paste(first_names, last_names)
print(result)
## [1] "Anna Smith" "Bruno Oliveira" "Carlos Santos"</pre>
```

#### Concatene com cada elemento de um vetor

```
numbers <- 1:3
result <- paste("Number", numbers)
print(result)
## [1] "Number 1" "Number 2" "Number 3"</pre>
```

#### Usando paste0() para Concatenar sem Espaço

```
result <- paste0("Hello", "World")
print(result)
## [1] "HelloWorld"</pre>
```

#### Concatenando Strings com Números

4.5. QUIZZ 29

```
age <- 25
result <- paste("I am", age, "years old")
print(result)
## [1] "I am 25 years old"</pre>
```

### 4.5 Quizz

- 1. O que é o 'prompt' do R?
- a) Um símbolo que marca o início de um comando
- b) Um objeto armazenado na memória
- c) Uma função para adicionar números
- d) Um operador lógico
- 2. Qual comando é usado para imprimir texto no console no R?
- a) print()
- b) paste()
- c) cat()
- d) readline()
- 3. O que o caractere # faz em um script R?
- a) Executa o comando
- b) Cria uma variável
- c) Indica um comentário
- d) Combina dois números
- 4. Como você cria um vetor com os números 1 a 5?
- a) c(1 2 3 4 5)
- b) combine(1,2,3,4,5)
- c) c(1,2,3,4,5)
- d) vector(1,2,3,4,5)
- 5. O que o operador  $\leftarrow$  faz no R?
- a) Atribui um valor a uma variável
- b) Compara dois números
- c) Soma dois números
- d) Remove um objeto

## $30 CHAPTER~4.~~R~COMO~CALCULADORA~E~OPERAÇÕES~ARITM\'{e}TICAS$

6.	Como remover um objeto da memória no R?
• • •	a) delete(x) b) remove(x) c) rm(x) d) clear(x)
7.	Qual operador é usado para divisão inteira em R?
•	a) / b) %/% c) %% d) ^
8.	Qual operador retorna o resto da divisão de dois números?
•	a) %/% b) %% c) ^ d) /
9.	Como você controla a precisão dos números exibidos no console do R?
•	<ul> <li>a) Usando a função precision()</li> <li>b) Alterando a opção options(digits=)</li> <li>c) Usando a função format()</li> <li>d) Usando o comando round()</li> </ul>
10.	Qual função retorna a classe de um objeto no R?
•	<pre>a) typeof() b) class() c) str() d) is()</pre>

- 11. O que c() faz no R?a) Cria um vetor
  - b) Calcula a soma de números
  - c) Remove um vetor
- d) Compara dois números
- 12. O que a função readline() faz?

- a) Imprime texto no console
- b) Lê uma linha de texto do utilizador
- c) Remove um objeto da memória
- d) Soma dois números

#### 13. O que paste() faz?

- a) Soma números
- b) Imprime texto sem quebrar linhas
- c) Combina strings
- d) Cria vetores

## 4.6 Operadores Lógicos e Relacionais

Em R, operadores lógicos e relacionais são utilizados para realizar comparações e tomar decisões com base nos resultados dessas comparações. Esses operadores são fundamentais para a construção de estruturas de controle de fluxo, como instruções condicionais (if, else) e loops (for, while).

### 4.6.1 Operadores Lógicos

Os operadores lógicos são usados para combinar ou modificar condições lógicas, retornando valores booleanos (TRUE ou FALSE).

- & (E lógico): Retorna TRUE se todas as expressões forem verdadeiras.
- | (OU lógico): Retorna TRUE se **pelo menos uma** das expressões for verdadeira.
- ! (Não lógico): Inverte o valor de uma expressão booleana, transformando TRUE em FALSE e vice-versa.

#### Exemplos:

```
(5 > 3) & (4 > 2)  # Ambas as condições são verdadeiras

## [1] TRUE

(5 < 3) | (4 > 2)  # Apenas uma condição é verdadeira

## [1] TRUE

! (5 > 3)  # Inverte o valor lógico de TRUE para FALSE

## [1] FALSE
```

#### 4.6.2 Operadores Relacionais

Os operadores relacionais são usados para comparar valores e retornam valores lógicos (TRUE ou FALSE) com base na comparação.

```
a == b: Verifica se "a" é igual a "b".
a != b: Verifica se "a" é diferente de "b".
a > b: Verifica se "a" é maior que "b".
a < b: Verifica se "a" é menor que "b".</li>
a >= b: Verifica se "a" é maior ou igual a "b".
a <= b: Verifica se "a" é menor ou igual a "b".</li>
is.na(a): Verifica se "a" é um valor ausente (NA).
is.null(a): Verifica se "a" é nulo (NULL).
```

#### **Exemplos:**

```
# Maior que
2 > 1
## [1] TRUE
1 > 2
## [1] FALSE
# Menor que
1 < 2
## [1] TRUE
# Maior ou igual a
0 >= (2+(-2))
## [1] TRUE
# Menor ou igual a
1 <= 3
## [1] TRUE
# Conjunção E (ambas as condições devem ser verdadeiras)
9 > 11 & 0 < 1
## [1] FALSE
# Disjunção OU (pelo menos uma condição deve ser verdadeira)
6 < 5 | 0>-1
## [1] TRUE
# Igual a
1 == 2/2
```

4.7. QUIZZ 33

```
## [1] TRUE

# Diferente de

1 != 2

## [1] TRUE
```

## 4.7 Quizz

1. Qual operador relacional verifica se dois valores são iguais?

```
• a) =
```

- b) ==
- c) !=
- d) <=</li>
- 2. Qual operador verifica se um valor é maior que outro?
- a) >=
- b) <
- c) >
- d) <=
- 3. Qual o resultado de 5 != 3?
- a) TRUE
- b) FALSE
- c) NA
- d) NULL
- 4. O que x & y faz em R, onde x e y são lógicos?
- a) Realiza uma operação "OR".
- b) Verifica se ambos são TRUE.
- c) Verifica se ao menos um é TRUE.
- d) Inverte o valor lógico de x.
- 5. O que faz o operador | em expressões lógicas?
- a) Verifica se ambos os operandos são verdadeiros.
- b) Verifica se ao menos um dos operandos é verdadeiro.
- c) Verifica se ambos os operandos são falsos.

#### 34CHAPTER 4. R COMO CALCULADORA E OPERAÇÕES ARITMÉTICAS

- d) Compara se os operandos são iguais.
- 6. O que faz o operador! em R?
- a) Inverte um valor lógico
- b) Multiplica dois valores
- c) Compara dois valores
- d) Calcula o resto da divisão
- 7. Qual o resultado de ! (TRUE)?
- a) TRUE
- b) FALSE
- c) NA
- d) NULL

#### 4.8 Exercícios

- ${\bf 1.}$  Escreva um programa em R que leia dois inteiros inseridos pelo utilizador e imprima:
  - A soma dos dois números.
  - O produto dos dois números.
  - A diferença entre o primeiro e o segundo número.
  - A divisão do primeiro pelo segundo número.
  - O resto da divisão do primeiro pelo segundo.
  - O resultado do primeiro número elevado à potência do segundo.

Dica: Use as funções readline() para entrada de dados e as.integer() para conversão de tipos.

- 2. Escreva um programa em R que leia dois números de ponto flutuante (números decimais) e imprima:
  - A soma dos dois números.
  - A diferença entre os dois números.
  - O produto dos dois números.
  - O resultado do primeiro número elevado à potência do segundo.

Dica: Use as.numeric() para converter a entrada para números de ponto flutuante.

**3.** Escreva um programa em R que leia uma distância em milhas inserida pelo utilizador e a converta para quilómetros usando a fórmula: K = M \* 1.609344.

4.8. EXERCÍCIOS

Dica: Lembre-se de usar as.numeric() para converter a entrada para um número.

35

- 4. Escreva um programa em R que leia três inteiros correspondentes ao comprimento, largura e altura de um paralelepípedo, e imprima seu volume.
- ${\bf 5.}$  Escreva um programa em R que leia três inteiros e imprima a média dos três números.
- 6. Escreva um programa em R que leia uma temperatura em graus Fahrenheit e a converta para graus Celsius usando a fórmula::  $C = \frac{F-32}{1.8}$ .
- 7. Escreva um programa em R que leia uma hora no formato de 24 horas e imprima a hora correspondente no formato de 12 horas.
- 8. Está a olhar para um relógio e são exatamente 14h. Definiu um alarme para tocar dentro de 51 horas. A que horas o alarme tocará?
- 9. Escreva um programa em R que resolva a versão geral do problema acima. Peça ao utilizador para inserir a hora atual (em horas) e o número de horas de espera antes que o alarme toque. O programa deve imprimir a hora em que o alarme tocará.
- 10. Escreva um programa em R que leia um número inteiro fornecido pelo utilizador e verifique se esse número é maior que 10. O programa deve imprimir TRUE se o número for maior que 10 ou FALSE caso contrário.
- 11. Escreva um programa em R que leia dois números fornecidos pelo utilizador e verifique se eles são iguais. O programa deve imprimir TRUE se os números são iguais ou FALSE caso contrário.
- 12. Escreva um programa em R que peça ao utilizador para inserir dois números e verifique se o primeiro número é maior ou igual ao segundo. O programa deve imprimir TRUE ou FALSE.
- 13. Escreva um programa em R que peça ao utilizador para inserir um número e verifique se esse número está entre 0 e 100, inclusive. O programa deve imprimir TRUE se o número está no intervalo e FALSE caso contrário.
- 14. Escreva um programa em R que leia três números fornecidos pelo utilizador e verifique se o primeiro número é menor que o segundo e se o segundo é menor que o terceiro. O programa deve imprimir uma mensagem indicando se a condição é verdadeira ou falsa.

36 CHAPTER~4.~~R~COMO~CALCULADORA~E~OPERAÇÕES~ARITMÉTICAS

# Chapter 5

# Estrutura de Dados Básicas

Em R, temos dois tipos principais de objetos: funções e dados.

- Funções: São objetos que executam operações específicas.
  - Exemplos de funções:
    - \* cos() calcula o cosseno de um ângulo.
    - \* print() imprime valores no console.
    - \* plot() cria gráficos.
    - $\ast\,$  integrate() calcula a integral de uma função.
- Dados: São objetos que contêm informações, como números, textos ou outros tipos de dados.
  - Exemplos de dados:
    - \* 23 (número)
    - \* "Hello" (texto ou string)
    - \* TRUE (valor lógico)
    - \* c(1, 2, 3) (vetor numérico)
    - \* data.frame(nome = c("Alice", "Bob"), idade = c(25,
      30)) (estrutura tabular)
    - \* list(numero = 42, nome = "Alice", flag = TRUE) (coleção de elementos de diferentes tipos)
    - \* factor(c("homem", "mulher", "mulher", "homem")) (dados categóricos)

# 5.1 Vetor

Um **vetor** é uma estrutura de dados básica que armazena uma sequência de elementos do **mesmo tipo**. Os vetores podem conter dados numéricos, caracteres, valores lógicos (TRUE/FALSE), números complexos, entre outros.

- Todos os elementos de um vetor devem ser do mesmo tipo.
- Os elementos de um vetor são indexados a partir de 1 (ou seja, o primeiro elemento está na posição 1).
- Os vetores podem ser criados usando a função c() (concatenate) e são facilmente manipulados com uma variedade de funções.

# 5.1.1 Tipos Comuns de Vetores

```
# Vetor numérico
c(1.1, 2.2, 3.3)
## [1] 1.1 2.2 3.3

# Vetor de caracteres
c("a", "b", "c")
## [1] "a" "b" "c"

# ou
c('a','b','c')
## [1] "a" "b" "c"

# Vetor lógico
c(TRUE, 1==2)
## [1] TRUE FALSE

# Não podemos misturar tipos de dados em um vetor...
c(3, 1==2, "a") # Observe que o R converteu tudo para "character"!
## [1] "3" "FALSE" "a"
```

# 5.1.2 Construindo Vetores

```
# Inteiros de 1 a 10
x <- 1:10
x
## [1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

b <- 10:1
b
## [1] 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1
# Sequência de 0 a 50 com incrementos de 10</pre>
```

5.1. VETOR 39

```
a <- seq(from = 0, to = 50, by=10)
a
## [1] 0 10 20 30 40 50

# Sequência de 15 números de 0 a 1
y <- seq(0,1, length=15)
y
## [1] 0.0000 0.0714 0.1429 0.2143 0.2857 0.3571 0.4286 0.5000 0.5714 0.6429
## [11] 0.7143 0.7857 0.8571 0.9286 1.0000

# Repetição de um vetor várias vezes
z <- rep(1:3, times=4)
z
## [1] 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3
# Repetição de cada elemento do vetor várias vezes
t <- rep(1:3, each=4)
t
## [1] 1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3
# Combine números, vetores ou ambos em um novo vetor
w <- c(x,z,5)
w
## [1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 5
```

### 5.1.3 Acesso a Elementos de um Vetor

Pode aceder a elementos específicos de um vetor utilizando colchetes [] e índices.

```
# Defina um vetor com inteiros de (-5) a 5 e extraia os números com valor absoluto menor que 3:
x <- (-5):5
x
### [1] -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5

# Acesso por indice:
x[4:8]
## [1] -2 -1 0 1 2

# Seleção negativa (excluindo elementos):
x[-c(1:3,9:11)]
## [1] -2 -1 0 1 2

# Todos menos o último
x[-length(x)]
```

```
## [1] -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4
# Vetor lógico para seleção
index \leftarrow abs(x)<3
index
## [1] FALSE FALSE TRUE TRUE TRUE TRUE TRUE FALSE FALSE FALSE
# Utilizando o vetor lógico para extrair elementos desejados:
x[index]
## [1] -2 -1 0 1 2
# Ou de forma compacta:
x[abs(x) < 3]
## [1] -2 -1 0 1 2
# Acesso a elementos com vetores predefinidos
letters[1:3]
## [1] "a" "b" "c"
letters [c(2,4,6)]
## [1] "b" "d" "f"
LETTERS [1:3]
## [1] "A" "B" "C"
y <- 1:10
y[ (y>5) ] # Seleciona qualquer número > 5
## [1] 6 7 8 9 10
y[ (y\%2==0) ] # Números divisíveis por 2
## [1] 2 4 6 8 10
y[ (y\%2==1) ] # Números não divisíveis por 2
## [1] 1 3 5 7 9
y[5] <- NA
y[!is.na(y)] # Todos os valores de y que não são NA
## [1] 1 2 3 4 6 7 8 9 10
```

## 5.1.4 Funções Comuns para Vetores

Os vetores são uma das estruturas de dados mais utilizadas no R, e existem diversas funções para manipular e obter informações sobre eles. Abaixo estão algumas das funções mais comuns usadas com vetores numéricos:

5.1. VETOR 41

```
num_vector \leftarrow c(2.2, 1.1, 3.3)
# Obtém o comprimento (número de elementos) de um vetor
length(num_vector)
## [1] 3
# Calcula o valor máximo de um vetor
max(num_vector)
## [1] 3.3
# Calcula o valor mínimo de um vetor
min(num vector)
## [1] 1.1
# Calcula a soma dos elementos de um vetor
sum(num vector)
## [1] 6.6
# Calcula a média (valor médio) dos elementos de um vetor
mean(num_vector)
## [1] 2.2
# Calcula a mediana dos elementos de um vetor
median(num_vector)
## [1] 2.2
# Retorna um vetor contendo o mínimo e o máximo
range(num vector)
## [1] 1.1 3.3
# Calcula a variância amostral dos elementos de um vetor
var(num_vector)
## [1] 1.21
# Calcula os quantis dos elementos de um vetor
quantile(num_vector, type = 2)
## 0% 25% 50% 75% 100%
## 1.1 1.1 2.2 3.3 3.3
# Calcula a soma cumulativa dos elementos de um vetor
cumsum(num_vector)
## [1] 2.2 3.3 6.6
# Calcula o produto cumulativo dos elementos de um vetor
cumprod(num_vector)
```

```
## [1] 2.20 2.42 7.99

# Ordena os elementos de um vetor em ordem crescente
sort(num_vector)
## [1] 1.1 2.2 3.3

# Ordena os elementos de um vetor em ordem decrescente
sort(num_vector, decreasing = TRUE)
## [1] 3.3 2.2 1.1

# Remove elementos duplicados de um vetor
duplicate_vector <- c(1, 2, 2, 3, 3, 3)
unique(duplicate_vector)
## [1] 1 2 3</pre>
```

A função which é utilizada para encontrar os índices dos elementos de um vetor que satisfazem uma condição específica. Isto é útil quando se quer localizar a posição de certos valores dentro de um vetor.

```
y <- c(8, 3, 5, 7, 6, 6, 8, 9, 2, 3, 9, 4, 10, 4, 11)

# Encontrar os indices dos elementos que são maiores que 5
which(y > 5)
## [1] 1 4 5 6 7 8 11 13 15
```

Aqui, a função which(y > 5) retorna os índices dos elementos em y que são maiores que 5. Se quiser ver os valores em y que são maiores que 5, basta fazer:

```
y[y>5]
## [1] 8 7 6 6 8 9 9 10 11
```

## 5.1.5 Operações com Vetores

Os vetores no R suportam operações aritméticas e lógicas de forma elementar. Isto significa que as operações são aplicadas a cada elemento do vetor.

```
# Adição de 1 a cada elemento do vetor
num_vector + 1
## [1] 3.2 2.1 4.3

# Multiplicação de cada elemento por 2
num_vector * 2
## [1] 4.4 2.2 6.6
```

5.1. VETOR 43

```
# Comparações: verifica se cada elemento é maior que 2
num_vector > 2
## [1] TRUE FALSE TRUE

# Exponenciação de elementos
c(2, 3, 5, 7)^2
## [1] 4 9 25 49

c(2, 3, 5, 7)^c(2, 3)
## [1] 4 27 25 343

c(1, 2, 3, 4, 5, 6)^c(2, 3, 4)
## [1] 1 8 81 16 125 1296

c(2, 3, 5, 7)^c(2, 3, 4)
## [1] 4 27 625 49
```

Os exemplos acima ilustram a **propriedade de reciclagem** do R. Quando operações são realizadas entre vetores de diferentes comprimentos, o R "recicla" (ou repete) o vetor menor até que corresponda ao comprimento do vetor maior. Se o comprimento do vetor maior não for um múltiplo inteiro do comprimento do vetor menor, o R emitirá um aviso.

Por exemplo:

```
c(2,3,5,7)^c(2,3)
## [1] 4 27 25 343
```

Este comando é expandido internamente para:

```
c(2,3,5,7)^c(2,3,2,3)
## [1] 4 27 25 343
```

No entanto, se os vetores não puderem ser "reciclados" perfeitamente, o R irá gerar um aviso:

```
c(2,3,5,7)^c(2,3,4)
## Warning in c(2, 3, 5, 7)^c(2, 3, 4): longer object length is not a multiple of ## shorter object length
## [1] 4 27 625 49
```

Neste caso,  $c(2,3,5,7)^c(2,3,4)$  é expandido para:

```
c(2,3,5,7)^c(2,3,4,2)
## [1] 4 27 625 49
```

Observe que o último elemento do vetor menor foi reciclado para corresponder ao comprimento do vetor maior, mas não completamente, resultando no aviso.

### 5.1.6 Exercícios

- 1. Crie os vetores:
  - (a)  $(1, 2, 3, \dots, 19, 20)$
  - (b)  $(20, 19, \dots, 2, 1)$
  - (c)  $(1, 2, 3, \dots, 19, 20, 19, 18, \dots, 2, 1)$
  - (d)  $(10, 20, 30, \dots, 90, 10)$
  - (e)  $(1,1,\ldots,1,2,2,\ldots,2,3,3,\ldots,3)$  onde existem 10 ocorrências do 1, 20 ocorrências do 2 e 30 ocorrências do 3.
- 2. Use a função paste() para criar o seguinte vetor de caracteres de tamanho 20:

("nome 1", "nome 2", ..., "nome 20")

- 3. Crie um vetor  $x_1$  igual a "A" "A" "B" "B" "C" "C" "C" "D" "E" "E"
- 4. Crie um vetor  $x_2$  igual a "a" "b" "c" "d" "e" "a" "b" "c" "d" "e"
- 5. Crie um vetor  $x_3$  igual as palavras "uva" 10 vezes, "maçã" 9 vezes, "laranja" 6 vezes e "banana" 1 vez.
- 6. Crie um vetor de notas notas <- c(7, 8, 9) e atribua os nomes dos alunos "Ana", "João" e "Pedro" aos elementos. Acesse a nota do aluno "João" usando o nome. Dica: use a função names().
- 7. Crie um vetor de 15 números aleatórios entre 1 e 100 (use a função sample()). Ordene esse vetor em ordem crescente e depois em ordem decrescente. Encontre o menor e o maior valor no vetor.
- 8. Crie um vetor de 20 números aleatórios entre 1 e 50 (use a função sample()). Calcule a soma, a média, o desvio padrão e o produto de todos os elementos do vetor.
- **9.** Crie um vetor de 10 números aleatórios entre 1 e 100 (use a função sample()). Extraia os elementos do vetor que são maiores que 50. De seguida, substitua os valores menores que 30 por 0.

5.2. FATORES 45

10. Crie um vetor de 10 números. Verifique quais elementos são maiores que 5 e quais são pares. Crie um novo vetor que contenha apenas os números que satisfazem ambas as condições.

- 11. Crie um vetor com 10 números inteiros. Multiplique os elementos nas posições 2, 4 e 6 por 2. Substitua o último elemento por 100.
- 12. Calcule a média dos vetores:
  - (a) x = (1, 0, NA, 5, 7)
- (b) y = (-Inf, 0, 1, NA, 2, 7, Inf)
- **13.** Crie:
  - (a) um vetor com valores  $e^x \sin(x)$  nos pontos  $x = 2, 2.1, 2.2, \dots, 6$
- (b) um vetor com valores  $\left(3,\frac{3^2}{2},\frac{3^3}{3},\dots,\frac{3^{30}}{30}\right)$
- 14. Calcule:

(a) 
$$\sum_{i=1}^{1000} \frac{9}{10^i}$$

(b) 
$$\sum_{i=10}^{100} i^3 + 4i^2$$

(c) 
$$\sum_{i=1}^{25} \frac{2^i}{i} + \frac{3^i}{i^2}$$

# 5.2 Fatores

Em R, um **fator** é uma estrutura de dados usada para representar dados **categóricos**, ou seja, dados que podem ser classificados em categorias distintas. Os fatores são amplamente utilizados em análises estatísticas e visualizações de dados, pois permitem o tratamento eficiente e consistente de variáveis categóricas.

• Níveis: Os fatores possuem níveis (ou levels), que representam os diferentes valores possíveis que a variável categórica pode assumir. Por exemplo, para uma variável categórica que representa tamanho de roupa, os níveis poderiam ser "Pequeno", "Médio" e "Grande".

- Armazenamento Interno: Internamente, os fatores são armazenados como inteiros, onde cada inteiro corresponde a um nível específico. No entanto, quando exibidos, os fatores mostram os seus rótulos (labels) para facilitar a compreensão.
- Fatores Ordenados e Não Ordenados: Os fatores podem ser ordenados (quando há uma ordem lógica entre os níveis, como "Baixo", "Médio", "Alto") ou não ordenados (quando os níveis não têm uma ordem intrínseca).

# Exemplos:

```
# Vetor de dados categóricos
data <- c("baixo", "medio", "alto", "medio", "baixo", "alto")

# Criar um fator não ordenado a partir dos dados categóricos
factor_data <- factor(data)

print(factor_data)

## [1] baixo medio alto medio baixo alto
## Levels: alto baixo medio</pre>
```

Por padrão, os níveis são ordenados alfabeticamente. Podemos especificar a ordem dos níveis de acordo com a lógica desejada:

```
# Especificar a ordem dos níveis do fator
factor_data <- factor(data, levels = c("baixo", "medio", "alto"))
print(factor_data)
## [1] baixo medio alto medio baixo alto
## Levels: baixo medio alto</pre>
```

Para criar um fator ordenado, onde os níveis têm uma ordem específica, usamos o argumento ordened = TRUE:

```
# Criar um fator ordenado
ordered_factor <- factor(data, levels = c("baixo", "medio", "alto"), ordered = TRUE)
print(ordered_factor)
## [1] baixo medio alto medio baixo alto
## Levels: baixo < medio < alto
## Comparação entre categorias
ordered_factor[1] < ordered_factor[3]
## TRUE</pre>
```

## 5.2.1 Manipulação de Fatores

Podemos utilizar várias funções para verificar e modificar os níveis de um fator:

5.2. FATORES 47

# 5.2.2 Gerando Fatores com gl()

A função gl() (generate levels) é usada para criar fatores de maneira eficiente, especialmente quando se deseja gerar fatores com padrões repetitivos.

```
# Sintaxe
gl(n, k, labels = seq_len(n), ordered = FALSE)
```

- n: um inteiro que fornece o número de níveis.
- k: um inteiro que fornece o número de replicações.
- labels: um vetor opcional de rótulos para os níveis de fatores resultantes.
- ordered: uma lógica que indica se o resultado deve ser ordenado ou não.

```
# Gerar níveis de fator com gl()
gl(n=4,k=3)

## [1] 1 1 1 2 2 2 3 3 3 4 4 4

## Levels: 1 2 3 4

# Gerar fatores com labels personalizados
gl(n=2, k=10, labels = c("mulher", "homem"))

## [1] mulher mulher mulher mulher mulher mulher mulher mulher mulher mulher
## [11] homem homem homem homem homem homem homem homem homem homem
## Levels: mulher homem

# Também podemos fazer
as.factor(c(rep("mulher", 10), rep("homem", 10)))

## [1] mulher mulher mulher mulher mulher mulher mulher mulher mulher
## [11] homem homem homem homem homem homem homem homem homem homem
```

### 5.2.3 Exercícios

- 1. Crie um vetor com os seguintes valores: "pequeno", "médio", "grande", "pequeno", "grande". Em seguida, transforme esse vetor em um factor com níveis ordenados em "pequeno", "médio" e "grande". Exiba os níveis do factor criado.
- 2. Crie um factor com os valores de um vetor categórico representando as cores de carros: "vermelho", "azul", "preto", "vermelho", "branco", "azul". Use a função table() para contar quantos carros existem de cada cor.
- 3. Crie um factor representando avaliações de produtos com os valores "bom", "médio", "ruim", e modifique os níveis para "excelente", "razoável" e "insatisfatório". Exiba o factor modificado.
- 4. Crie um vetor com valores categóricos: "solteiro", "casado", "divorciado". Verifique se esse vetor é um factor usando a função is.factor() e depois transforme-o em um factor.
- 5. Crie um factor representando níveis de escolaridade com os valores "ensino superior", "ensino secundário", "doutoramento", "mestrado", "ensino secundário", "ensino superior". Defina uma ordem lógica para os níveis e ordene o factor em ordem crescente.
- **6.** Crie um factor com os valores "baixo", "alto", "médio", "baixo", "alto", e com as categorias "baixo", "médio" e "alto", representando níveis de pressão. Converta este factor em um vetor numérico, onde "baixo" seja 1, "médio" seja 2, e "alto" seja 3.
- 7. Crie um factor com as categorias "verde", "amarelo", "vermelho". Substitua o nível "amarelo" por "laranja" e exiba o factor atualizado.

# 5.3 Matriz e Array

Em R, uma **matriz** é uma estrutura de dados bidimensional que contém elementos do mesmo tipo (como numérico, lógico, etc.), organizados em linhas e colunas. Já um **array** é uma generalização da matriz que pode ter mais de duas dimensões.

• **nrow**: número de linhas;

• ncol: número de colunas.

### 5.3.1 Criando matrizes

Podemos criar uma matriz em R usando a função matrix(). Veja o exemplo abaixo:

```
matrix(c(1,2,3,4,5,6)+exp(1), nrow=2, ncol= 3, byrow = FALSE)
## [,1] [,2] [,3]
## [1,] 3.72 5.72 7.72
## [2,] 4.72 6.72 8.72
```

Podemos também realizar operações lógicas em matrizes:

```
# Verifica se os elementos da matriz são maiores que 6
matrix(c(1,2,3,4,5,6)+exp(1), nrow=2, ncol=3, byrow = FALSE) > 6
## [,1] [,2] [,3]
## [1,] FALSE FALSE TRUE
## [2,] FALSE TRUE TRUE
```

# 5.3.2 Criando um array

Um array pode ter mais de duas dimensões e é criado usando a função array():

```
# Criar um array com 4 linhas, 3 colunas, e 2 camadas
A \leftarrow array(c(1:24), dim=c(4,3,2))
Α
## , , 1
##
      [,1] [,2] [,3]
##
## [1,]
        1 5
## [2,]
        2
              6 10
## [3,]
        3 7 11
## [4,]
          4 8
                 12
##
## , , 2
##
      [,1] [,2] [,3]
## [1,] 13
             17
                  21
## [2,] 14
             18
                  22
## [3,] 15
             19
                  23
## [4,] 16
                  24
```

# 5.3.3 Acessar Elementos de um array

```
# Acessando o elemento na posição [1, 2, 1]
A[1,2,1]
## [1] 5
```

```
# Acessar todos os elementos da linha 2 da primeira camada
A[2, ,1]
## [1] 2 6 10
# Acessar toda a primeira camada (todos os elementos onde a terceira dimensão é 1)
A[,,1]
##
        [,1] [,2] [,3]
## [1,]
               5
          1
## [2,]
          2
               6
                   10
## [3,]
          3
               7
                   11
## [4,]
           4
               8
                   12
# Acessar os elementos [1, 1, 1] e [2, 2, 2]
A[c(1,2), c(1,2), c(1,2)]
## , , 1
##
##
       [,1] [,2]
## [1,]
        1 5
## [2,]
          2
##
## , , 2
##
       [,1] [,2]
##
## [1,]
        13 17
## [2,]
         14
              18
```

# 5.3.4 Construindo Matrizes

- rbind() (row bind): Combina objetos por linhas, empilhando-os verticalmente.
- cbind() (column bind): Combina objetos por colunas, empilhando-os horizontalmente.

### Exemplo com Vetores

```
# Criar dois vetores
vector1 <- c(1, 2, 3)
vector2 <- c(4, 5, 6)

# Combinar os vetores por linhas
result <- rbind(vector1, vector2)
print(result)
## [,1] [,2] [,3]</pre>
```

```
## vector1 1 2 3
## vector2 4 5 6

# Combinar os vetores por colunas
result <- cbind(vector1, vector2)
print(result)
## vector1 vector2
## [1,] 1 4
## [2,] 2 5
## [3,] 3 6</pre>
```

## Exemplo com Matrizes

```
# Criar duas matrizes
matrix1 <- matrix(1:6, nrow = 2, ncol = 3)</pre>
matrix2 \leftarrow matrix(7:12, nrow = 2, ncol = 3)
# Combinar as matrizes por linhas
result <- rbind(matrix1, matrix2)</pre>
print(result)
## [,1] [,2] [,3]
## [1,] 1 3 5
       2
## [2,]
              4
                  6
## [3,]
       7
              9
                 11
## [4,]
        8 10
                 12
# Combinar as matrizes por colunas
result <- cbind(matrix1, matrix2)</pre>
print(result)
## [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]
## [1,] 1 3 5 7 9 11
## [2,] 2 4 6 8 10 12
```

## 5.3.5 Acessar Elementos de uma Matriz

Podemos aceder a elementos específicos de uma matriz utilizando índices ou expressões lógicas.

```
# Criar uma matriz

A <- matrix((-4):5, nrow=2, ncol=5)

A

## [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]

## [1,] -4 -2 0 2 4

## [2,] -3 -1 1 3 5
```

```
# Aceder a um elemento específico
A[1,2]
## [1] -2
# Selecionar elementos negativos
A[A<0]
## [1] -4 -3 -2 -1
# Atribuição condicional
A[A<0]<-0
Α
     [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
## [1,] 0 0 0 2 4
## [2,] 0 0 1 3 5
# Selecionar uma linha específica
A[2,]
## [1] 0 0 1 3 5
# Selecionar colunas específicas
A[,c(2,4)]
## [,1] [,2]
## [1,] 0 2
## [2,] 0 3
```

# 5.3.6 Nomear Linhas e Colunas de uma Matriz

```
## [4,] -0.571 0.478 -0.5948
# Nomear linhas e colunas de outra matriz
y <- matrix(rnorm(15),nrow=5)
##
          [,1] [,2]
## [1,] -0.559 -1.705 0.672
## [2,] -0.796 1.176 -0.566
## [3,] 0.855 -1.474 0.804
## [4,] -0.630 -1.786 -0.973
## [5,] 1.261 0.447 0.285
colnames(y) <- LETTERS[1:ncol(y)]</pre>
rownames(y) <- letters[1:nrow(y)]</pre>
         Α
                \boldsymbol{B}
## a -0.559 -1.705 0.672
## b -0.796 1.176 -0.566
## c 0.855 -1.474 0.804
## d -0.630 -1.786 -0.973
## e 1.261 0.447 0.285
```

# 5.3.7 Multiplicação de matrizes

```
M<-matrix(rnorm(20),nrow=4,ncol=5)
N<-matrix(rnorm(15),nrow=5,ncol=3)

# Multiplicação de matrizes
M%*%N

## [,1] [,2] [,3]
## [1,] -1.67927 0.8103 -3.405
## [2,] -0.33112 -0.9712 -2.352
## [3,] -0.83679 -0.2961 0.140
## [4,] -0.00563 -0.0709 -0.113
```

## 5.3.8 Adicionar Linhas e Colunas a uma Matriz

```
X <- matrix(c(1,2,3,4,5,6),nrow=2)
X</pre>
```

```
[,1] [,2] [,3]
## [1,]
         1
              3
## [2,]
# Adicionar uma coluna
cbind(X, c(7,8))
       [,1] [,2] [,3] [,4]
       1 3 5 7
## [1,]
## [2,]
          2
              4
# Adicionar uma coluna no meio
cbind(X[,1:2],c(7,8),X[,3])
       [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,]
         1 3 7 5
## [2,]
          2
              4
                   8
# Adicionar uma linha
rbind(X, c(7,8,9))
     [,1] [,2] [,3]
## [1,]
       1 3 5
## [2,]
          2
              4
                   6
## [3,]
       7 8
```

# 5.3.9 Algumas outras funções

Seja  ${\cal M}$  uma matriz quadrada.

- dimensão de uma matriz  $\rightarrow$  dim(M)
- transposta de uma matriz  $\rightarrow t(M)$
- diagonal principal de uma matriz  $\rightarrow$  diag(M)
- determinante de uma matriz → det(M)
- inversa de uma matriz  $\rightarrow$  solve(M)
- autovalores e autovetores  $\rightarrow$  eigen(M)
- soma dos elementos de uma matriz  $\rightarrow$  sum(M)
- média dos elementos de uma matriz → mean(M)
- aplicar uma função a cada linha ou coluna o apply(M,1, sum) # soma de cada linha
- aplicar uma função a cada linha ou coluna → apply(M,2, mean) # média de cada coluna

55

# 5.3.10 Exercícios

1. Crie uma matriz  $3 \times 4$  com os números de 1 a 12, preenchendo a matriz por colunas. Exiba a matriz e determine a soma dos elementos da segunda coluna.

**2.** Crie duas matrizes  $2 \times 3$  chamadas A e B, cada uma preenchida com números aleatórios inteiros de 1 a 10. Em seguida, some as duas matrizes e multiplique-as elemento por elemento.

**3.** Crie uma matriz  $3 \times 3$  chamada M com números aleatórios entre 1 e 9. Crie também um vetor de comprimento 3 chamado v. Realize a multiplicação entre a matriz M e o vetor v (ou seja,  $M \times v$ ). Faça agora a multiplicação  $v \times M$ .

4. Crie uma matriz  $4\times 2$  chamada N com números sequenciais de 1 a 8. Transponha a matriz e calcule a soma dos elementos de cada linha da matriz transposta. Calcule agora a soma da primeira e segunda linha da matriz transposta.

5. Crie uma matriz  $3 \times 3$  chamada P com valores de sua escolha. Calcule o determinante da matriz P. Caso o determinante seja diferente de zero, calcule também a matriz inversa de P.

**6.** Crie uma matriz  $5 \times 5$  chamada Q com números aleatórios de 1 a 25. Extraia a submatriz composta pelas  $2^a$ ,  $3^a$  e  $4^a$  linhas e colunas.

7. Crie uma matriz  $3 \times 3$  com valores sequenciais de 1 a 9. Calcule a soma de todos os elementos da primeira linha e a soma de todos os elementos da terceira coluna.

8. Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

(a) Verifique que  $A^3 = 0$ .

(b) Troque a terceira coluna pela soma da coluna 1 e coluna 3.

(c) Considere a matriz

$$M = \begin{bmatrix} 20 & 22 & 23 \\ 34 & 55 & 57 \\ 99 & 97 & 71 \\ 12 & 16 & 19 \\ 10 & 53 & 24 \\ 14 & 21 & 28 \end{bmatrix},$$

e troque os números pares por 0.

9. Crie uma matriz  $3 \times 3$  e verifique se ela é simétrica (ou seja, se a matriz é igual à sua transposta). Teste com a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

Dica: use a função all().

- 10. Crie uma matriz  $4 \times 4$  e calcule o traço da matriz (a soma dos elementos da diagonal principal).
- 11. Crie uma matriz  $5 \times 5$  com valores de 1 a 25. Em seguida, extraia as colunas de índice par (colunas 2 e 4) da matriz.
- 12. Crie um array de dimensão 3x3x3 com valores de 1 a 27. Em seguida:
  - Acesse o elemento localizado na posição [2, 3, 1] do array.
  - Acesse a segunda "camada" (a segunda matriz) do array.
  - Todos os elementos da terceira linha da segunda camada.
- **13.** Crie dois arrays de dimensão 2x2x2 com valores aleatórios entre 1 e 10. Realize as seguintes operações:
  - Some os dois arrays.
  - Multiplique elemento por elemento os dois arrays.
  - Calcule a média dos valores resultantes da soma dos dois arrays.
  - Multiplique a primeira matriz do primeiro array pela segunda matriz do segundo array.

# 5.4 Data Frame

Um data frame em R é uma estrutura de dados bidimensional usada para armazenar dados tabulares. Cada coluna num data frame pode conter valores de diferentes tipos (como numéricos, caracteres, fatores, etc.), mas todos os elementos dentro de uma coluna devem ser do mesmo tipo. Um data frame é semelhante a uma tabela em um banco de dados ou uma folha de cálculo em programas como o Excel. Os data frames podem ser criados a partir de ficheiros de dados ou convertendo vetores usando a função as.data.frame().

#### 5.4.1 Criar um Data Frame

Para criar um data frame, pode usar a função data.frame(), especificando os nomes das colunas e os dados correspondentes:

```
df <- data.frame(
id = 1:4,
nome = c("Ana", "Bruno", "Carlos", "Diana"),
idade = c(23, 35, 31, 28),
salario = c(5000, 6000, 7000, 8000))
df
## id nome idade salario
## 1 1 Ana 23 5000
## 2 2 Bruno 35 6000
## 3 3 Carlos 31 7000
## 4 4 Diana 28 8000</pre>
```

Um data frame pode parecer semelhante a uma matriz, mas há diferenças importantes. Veja o exemplo de uma matriz criada com os mesmos dados:

```
# Comparando com uma matriz

cbind(id = 1:4,
nome = c("Ana", "Bruno", "Carlos", "Diana"),
idade = c(23, 35, 31, 28),
salario = c(5000, 6000, 7000, 8000))

## id nome idade salario

## [1,] "1" "Ana" "23" "5000"

## [2,] "2" "Bruno" "35" "6000"

## [3,] "3" "Carlos" "31" "7000"

## [4,] "4" "Diana" "28" "8000"
```

Observe que na matriz, todos os dados são convertidos para o tipo character, enquanto em um data frame, cada coluna mantém seu próprio tipo de dados.

### 5.4.2 Aceder a Linhas e Colunas

Existem várias maneiras de acedeer a linhas e colunas num data frame:

```
# Aceder à coluna 'id' usando indice
df[,1]
## [1] 1 2 3 4

# Aceder à coluna 'id' usando o nome da coluna
df$id
## [1] 1 2 3 4

# Aceder à coluna 'id' usando double brackets
df[["id"]]
## [1] 1 2 3 4
```

```
# Aceder à primeira linha
df[1,]
## id nome idade salario
## 1 1 Ana 23 5000
\# Aceder à segunda coluna
df[, 2]
## [1] "Ana"
               "Bruno" "Carlos" "Diana"
# Aceder ao elemento na primeira linha, segunda coluna
df[1, 2]
## [1] "Ana"
# Subconjunto das primeiras duas linhas e colunas
df[1:2, 1:2]
## id nome
## 1 1 Ana
## 2 2 Bruno
# Aceder a uma entrada por nome de coluna
df[1, "nome"]
## [1] "Ana"
# Aceder a múltiplas colunas por nome
df[c("nome", "idade")]
##
      nome idade
## 1
     Ana 23
## 2 Bruno 35
## 3 Carlos
              31
            28
## 4 Diana
```

# 5.4.3 Adicionar e Remover Colunas

Adicionar e remover colunas de um data frame é simples e direto:

```
# Adicionar uma nova coluna calculada

df$novo_salario <- df$salario * 1.1

df

## id nome idade salario novo_salario

## 1 1 Ana 23 5000 5500

## 2 2 Bruno 35 6000 6600

## 3 3 Carlos 31 7000 7700

## 4 4 Diana 28 8000 8800
```

```
# ou
df[["novo_salario"]] <- df$salario * 1.1

# ou
df <- cbind(df, novo_salario = df$salario * 1.1)

# Remover uma coluna existente
df$id <- NULL
df

## nome idade salario novo_salario
## 1 Ana 23 5000 5500
## 2 Bruno 35 6000 6600
## 3 Carlos 31 7000 7700
## 4 Diana 28 8000 8800</pre>
```

## 5.4.4 Fundir Data Frames

Data frames podem ser combinados ou fundidos usando a função merge().

```
# Criar dois data frames

df1 <- data.frame(curso = c("PE", "LE", "CAL"), horas = c(60, 75, 90))

df2 <- data.frame(curso = c("CAL", "PE", "LE"), creditos = c(8, 6, 7))

# Fundir data frames pela variável 'curso'

df12 <- merge(df1, df2, by = "curso")

df12

## curso horas creditos

## 1 CAL 90 8

## 2 LE 75 7

## 3 PE 60 6
```

# 5.4.5 Explorar o Data Frame

Funções úteis para explorar e entender a estrutura de um data frame:

```
df <- iris

# Nomes das colunas
names(df)
## [1] "Sepal.Length" "Sepal.Width" "Petal.Length" "Petal.Width" "Species"

# Classe dos dados de uma coluna
class(df$Sepal.Length)</pre>
```

## 150

```
## [1] "numeric"
class(df$Species)
## [1] "factor"
# Dimensão do data frame
dim(df)
## [1] 150 5
# Número de linhas
nrow(df)
## [1] 150
# Número de colunas
ncol(df)
## [1] 5
# Estrutura do data frame
str(df)
## 'data.frame':
                   150 obs. of 5 variables:
## $ Sepal.Length: num 5.1 4.9 4.7 4.6 5 5.4 4.6 5 4.4 4.9 ...
## $ Sepal.Width : num 3.5 3 3.2 3.1 3.6 3.9 3.4 3.4 2.9 3.1 ...
## $ Petal.Length: num 1.4 1.4 1.3 1.5 1.4 1.7 1.4 1.5 1.4 1.5 ...
## $ Petal.Width : num 0.2 0.2 0.2 0.2 0.2 0.4 0.3 0.2 0.2 0.1 ...
                : Factor w/ 3 levels "setosa", "versicolor", ...: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 .
## $ Species
# Visualização das primeiras linhas
head(df, 3)
   Sepal.Length Sepal.Width Petal.Length Petal.Width Species
## 1
              5.1
                         3.5
                                      1.4
                                                  0.2 setosa
## 2
             4.9
                         3.0
                                      1.4
                                                  0.2 setosa
## 3
              4.7
                          3.2
                                      1.3
                                                  0.2 setosa
# Visualização das últimas linhas
tail(df, 5)
       Sepal.Length Sepal.Width Petal.Length Petal.Width
##
                                                           Species
                                                     2.3 virginica
## 146
                6.7
                            3.0
                                         5.2
## 147
                6.3
                            2.5
                                         5.0
                                                    1.9 virginica
## 148
                6.5
                            3.0
                                         5.2
                                                     2.0 virginica
                6.2
                                                     2.3 virginica
## 149
                            3.4
                                         5.4
                                                     1.8 virginica
                5.9
                            3.0
```

5.1

# 5.4.6 A função subset()

A função subset() em R é usada para criar subconjuntos de um data frame com base em condições lógicas. É particularmente útil quando se deseja filtrar linhas que satisfaçam certos critérios e selecionar colunas específicas ao mesmo tempo.

```
# Carregar o conjunto de dados 'iris'
df <- iris
# Criar um subconjunto com Sepal. Width maior que 3, selecionando apenas as colunas Petal. Width e
df1 <- df[df$Sepal.Width > 3, c("Petal.Width", "Species")]
head(df1)
##
     Petal.Width Species
## 1
             0.2 setosa
## 3
             0.2 setosa
## 4
             0.2 setosa
## 5
             0.2 setosa
## 6
             0.4
                  setosa
             0.3 setosa
# Utilizando a função subset() para o mesmo subconjunto
(df2 <- subset(df, Sepal.Width > 3, select = c(Petal.Width, Species)))
       Petal.Width
##
                       Species
## 1
                0.2
                        setosa
## 3
                0.2
                        setosa
## 4
               0.2
                        setosa
## 5
                0.2
                        setosa
               0.4
## 6
                        setosa
## 7
                0.3
                        setosa
## 8
                0.2
                        setosa
## 10
                0.1
                        setosa
## 11
                0.2
                        setosa
## 12
                0.2
                        setosa
## 15
                0.2
                        setosa
## 16
                0.4
                        setosa
## 17
                0.4
                        setosa
## 18
                0.3
                        setosa
## 19
                0.3
                        setosa
## 20
                0.3
                        setosa
## 21
                0.2
                        setosa
## 22
               0.4
                        setosa
## 23
                0.2
                        setosa
## 24
                0.5
                        setosa
## 25
                0.2
                        setosa
## 27
               0.4
                        setosa
```

```
## 28
              0.2
                      setosa
## 29
               0.2
                      setosa
## 30
              0.2
                      setosa
## 31
              0.2
                      setosa
## 32
              0.4
                      setosa
## 33
              0.1
                      setosa
## 34
              0.2
                      setosa
## 35
              0.2
                      setosa
## 36
              0.2
                      setosa
## 37
              0.2
                      setosa
## 38
              0.1
                      setosa
              0.2
## 40
                      setosa
## 41
              0.3
                     setosa
## 43
              0.2
                      setosa
## 44
              0.6
                      setosa
## 45
              0.4
                     setosa
## 47
              0.2
                      setosa
## 48
              0.2
                      setosa
## 49
              0.2
                      setosa
## 50
              0.2
                      setosa
## 51
              1.4 versicolor
## 52
              1.5 versicolor
## 53
              1.5 versicolor
## 57
              1.6 versicolor
## 66
              1.4 versicolor
## 71
              1.8 versicolor
## 86
              1.6 versicolor
## 87
              1.5 versicolor
## 101
              2.5 virginica
## 110
              2.5 virginica
## 111
              2.0 virginica
## 116
              2.3 virginica
## 118
              2.2 virginica
## 121
              2.3 virginica
## 125
              2.1 virginica
## 126
              1.8 virginica
## 132
              2.0 virginica
## 137
              2.4 virginica
## 138
              1.8 virginica
## 140
              2.1 virginica
## 141
              2.4 virginica
## 142
              2.3 virginica
## 144
              2.3 virginica
## 145
              2.5 virginica
## 149
              2.3 virginica
```

## 24

3.3

1.7

No exemplo acima, ambas as abordagens (indexação direta e subset()) produzem o mesmo resultado, mas subset() é geralmente mais legível e conveniente quando se trata de filtragem condicional.

```
# Criar um subconjunto com Petal. Width igual a 0.3, excluindo a coluna Sepal. Width
(df3 <- subset(df, Petal.Width == 0.3, select = -Sepal.Width))</pre>
      Sepal.Length Petal.Length Petal.Width Species
## 7
                             1.4
               4.6
                                         0.3 setosa
## 18
               5.1
                             1.4
                                         0.3 setosa
## 19
               5.7
                             1.7
                                         0.3 setosa
## 20
               5.1
                             1.5
                                         0.3 setosa
## 41
               5.0
                             1.3
                                         0.3
                                              setosa
## 42
                             1.3
               4.5
                                         0.3
                                              setosa
## 46
               4.8
                             1.4
                                         0.3 setosa
```

Neste exemplo, a função  ${\tt subset()}$  é utilizada para filtrar linhas em que  ${\tt Petal.Width}$  é exatamente 0.3, ao mesmo tempo que exclui a coluna  ${\tt Sepal.Width}$ .

```
# Criar um subconjunto selecionando as colunas de Sepal. Width a Petal. Width
(df4 <- subset(df, select = Sepal.Width:Petal.Width))</pre>
##
       Sepal.Width Petal.Length Petal.Width
## 1
                3.5
                              1.4
## 2
                3.0
                              1.4
                                           0.2
## 3
                3.2
                              1.3
                                           0.2
## 4
                3.1
                              1.5
                                           0.2
## 5
                3.6
                              1.4
                                           0.2
## 6
                3.9
                              1.7
                                           0.4
## 7
                3.4
                              1.4
                                           0.3
## 8
                3.4
                              1.5
                                           0.2
## 9
                2.9
                              1.4
                                           0.2
## 10
                              1.5
                3.1
                                           0.1
## 11
                3.7
                              1.5
                                           0.2
## 12
                                           0.2
                3.4
                              1.6
## 13
                3.0
                              1.4
                                           0.1
## 14
                3.0
                              1.1
                                           0.1
## 15
                4.0
                              1.2
                                           0.2
## 16
                4.4
                              1.5
                                           0.4
## 17
                3.9
                              1.3
                                           0.4
## 18
                3.5
                              1.4
                                           0.3
## 19
                3.8
                              1.7
                                           0.3
## 20
                3.8
                              1.5
                                           0.3
## 21
                3.4
                              1.7
                                           0.2
## 22
                3.7
                              1.5
                                           0.4
## 23
                3.6
                              1.0
                                           0.2
```

0.5

## 25	3.4	1.9	0.2
## 26	3.0	1.6	0.2
## 27	3.4	1.6	0.4
## 28	3.5	1.5	0.2
## 29	3.4	1.4	0.2
## 30	3.2	1.6	0.2
## 31	3.1	1.6	0.2
## 32	3.4	1.5	0.4
## 33	4.1	1.5	0.1
## 34	4.2	1.4	0.2
## 35	3.1	1.5	0.2
## 36	3.2	1.2	0.2
## 37	3.5	1.3	0.2
## 38	3.6	1.4	0.1
## 39	3.0	1.3	0.2
## 40	3.4	1.5	0.2
## 41	3.5	1.3	0.3
## 42	2.3	1.3	0.3
## 43	3.2	1.3	0.2
## 44	3.5	1.6	0.6
## 45	3.8	1.9	0.4
## 46	3.0	1.4	0.3
## 47	3.8	1.6	0.2
## 48	3.2	1.4	0.2
## 49	3.7	1.5	0.2
## 50	3.3	1.4	0.2
## 51	3.2	4.7	1.4
## 52	3.2	4.5	1.5
## 53	3.1	4.9	1.5
## 54	2.3	4.0	1.3
## 55	2.8	4.6	1.5
## 56	2.8	4.5	1.3
## 57	3.3	4.7	1.6
## 58	2.4	3.3	1.0
## 59	2.9	4.6	1.3
## 60	2.7	3.9	1.4
## 61	2.0	3.5	1.0
## 62	3.0	4.2	1.5
## 63	2.2	4.0	1.0
## 64	2.9	4.7	1.4
## 65	2.9	3.6	1.3
## 66	3.1	4.4	1.4
## 67	3.0	4.5	1.5
## 68	2.7	4.1	1.0
## 69	2.2	4.5	1.5

##	70	2.5	3.9	1.1
##	71	3.2	4.8	1.8
##	72	2.8	4.0	1.3
##	73	2.5	4.9	1.5
##	74	2.8	4.7	1.2
##	75	2.9	4.3	1.3
##	76	3.0	4.4	1.4
##	77	2.8	4.8	1.4
##	78	3.0	5.0	1.7
##	79	2.9	4.5	1.5
##	80	2.6	3.5	1.0
##	81	2.4	3.8	1.1
##	82	2.4	3.7	1.0
##	83	2.7	3.9	1.2
##	84	2.7	5.1	1.6
##	85	3.0	4.5	1.5
##	86	3.4	4.5	1.6
##	87	3.1	4.7	1.5
	88	2.3	4.4	1.3
	89	3.0	4.1	1.3
	90	2.5	4.0	1.3
	91	2.6	4.4	1.2
	92	3.0	4.6	1.4
	93	2.6	4.0	1.2
	94	2.3	3.3	1.0
	95	2.7	4.2	1.3
	96	3.0	4.2	1.2
	97	2.9	4.2	1.3
	98	2.9	4.3	1.3
	99	2.5	3.0	1.1
	100	2.8	4.1	1.3
	101	3.3	6.0	2.5
	102	2.7	5.1	1.9
	103	3.0	5.9	2.1
	104	2.9	5.6	1.8
	105	3.0	5.8	2.2
	106	3.0	6.6	2.1
	107	2.5	4.5	1.7
	108	2.9	6.3	1.8
	109	2.5	5.8	1.8
	110	3.6	6.1	2.5
	111	3.2	5.1	2.0
	112	2.7	5.3	1.9
	113	3.0	5.5	2.1
##	114	2.5	5.0	2.0

## 115	2.8	5.1	2.4	
## 116	3.2	5.3	2.3	
## 117	3.0	5.5	1.8	
## 118	3.8	6.7	2.2	
## 119	2.6	6.9	2.3	
## 120	2.2	5.0	1.5	
## 121	3.2	5.7	2.3	
## 122	2.8	4.9	2.0	
## 123	2.8	6.7	2.0	
## 124	2.7	4.9	1.8	
## 125	3.3	5.7	2.1	
## 126	3.2	6.0	1.8	
## 127	2.8	4.8	1.8	
## 128	3.0	4.9	1.8	
## 129	2.8	5.6	2.1	
## 130	3.0	5.8	1.6	
## 131	2.8	6.1	1.9	
## 132	3.8	6.4	2.0	
## 133	2.8	5.6	2.2	
## 134	2.8	5.1	1.5	
## 135	2.6	5.6	1.4	
## 136	3.0	6.1	2.3	
## 137	3.4	5.6	2.4	
## 138	3.1	5.5	1.8	
## 139	3.0	4.8	1.8	
## 140	3.1	5.4	2.1	
## 141	3.1	5.6	2.4	
## 142	3.1	5.1	2.3	
## 143	2.7	5.1	1.9	
## 144	3.2	5.9	2.3	
## 145	3.3	5.7	2.5	
## 146	3.0	5.2	2.3	
## 147	2.5	5.0	1.9	
## 148	3.0	5.2	2.0	
## 149	3.4	5.4	2.3	
## 150	3.0	5.1	1.8	

Aqui, subset() é usado para selecionar todas as colunas desde Sepal.Width até Petal.Width.

# 5.4.7 A Função summary()

A função  $\operatorname{summary}()$  é amplamente usada em R para fornecer resumos estatísticos dos dados. O comportamento de  $\operatorname{summary}()$  varia conforme o tipo de objeto ao qual é aplicado.

```
# Aplicando summary() a um vetor numérico
x \leftarrow c(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)
summary(x)
##
      Min. 1st Qu. Median
                             Mean 3rd Qu.
                                             Max.
      1.00
##
              3.25
                      5.50
                              5.50
                                     7.75
                                             10.00
# Aplicando summary() a uma coluna numérica de um data frame
summary(iris$Sepal.Length)
##
     Min. 1st Qu. Median
                             Mean 3rd Qu.
                                             Max.
      4.30
##
              5.10
                     5.80
                             5.84
                                             7.90
                                     6.40
# Aplicando summary() a um data frame completo
summary(iris)
##
     Sepal.Length
                  Sepal.Width
                                  Petal.Length
                                                 Petal.Width
                                                                     Species
##
   Min.
          :4.30 Min.
                         :2.00
                                        :1.00
                                               Min.
                                                        :0.1
                                                                         :50
                                 Min.
                                                               setosa
   1st Qu.:5.10
                  1st Qu.:2.80
                                 1st Qu.:1.60
                                                1st Qu.:0.3
                                                               versicolor:50
## Median :5.80
                 Median :3.00
                                 Median:4.35
                                                Median :1.3
                                                               virginica:50
   Mean
           :5.84
                  Mean
                          :3.06
                                 Mean
                                         :3.76
                                                        :1.2
                                                 Mean
   3rd Qu.:6.40
                  3rd Qu.:3.30
                                 3rd Qu.:5.10
                                                 3rd Qu.:1.8
   Max. :7.90
                 Max. :4.40
                                 Max. :6.90
                                                 Max. :2.5
```

Aplicar summary() ao data frame iris inteiro fornece resumos estatísticos para todas as colunas, incluindo estatísticas descritivas para variáveis numéricas e uma contagem de frequências para variáveis categóricas (fatores).

### 5.4.8 Valores ausentes

```
colMeans(airquality)

## Ozone Solar.R Wind Temp Month Day

## NA NA 9.958 77.882 6.993 15.804
```

Para eliminarmos os  ${\tt NAs}$ em uma coluna podemos usar

```
sem_na <- subset(airquality, !is.na(Ozone))
colMeans(sem_na)
## Ozone Solar.R Wind Temp Month Day
## 42.129 NA 9.862 77.871 7.198 15.534</pre>
```

Note que o argumento na.rm=TRUE pode ser passado para a maioria das funções sumárias por exemplo, sum(), mean():

77.882353

6.993464

15.803922

##

```
mean(airquality$0zone, na.rm = TRUE)

## [1] 42.12931

# ou
colMeans(airquality, na.rm = TRUE)

## Ozone Solar.R Wind Temp Month Day
```

### 5.4.9 Exercícios

42.129310 185.931507

1. Crie um data frame chamado estudantes com as colunas: Nome (caracteres), Idade (números inteiros), Curso (caracteres) e Nota (números decimais). Adicione os dados de cinco estudantes fictícios e exiba o data frame.

9.957516

- 2. Utilize o data frame estudantes criado no exercício anterior. Aceda à coluna Nota e aumente todas as notas em 0.5. Substitua o valor da coluna Curso para "Estatística" para todos os estudantes com nota superior a 8.0.
- 3. Dado o data frame mtcars embutido no R, filtre as linhas onde o número de cilindros (cyl) é igual a 6 e a potência (hp) é maior que 100. Crie um novo data frame com essas informações.
- 4. Adicione uma nova coluna ao data frame mtcars chamada Peso\_KG que converta o peso dos carros (wt) de mil libras para quilogramas (multiplicando por 453.592).
- 5. Utilizando o data frame mtcars, calcule a média, o mínimo e o máximo da potência (hp) para cada número diferente de cilindros (cyl). Utilize a função aggregate() para realizar esta operação.
- **6.** Utilizando o data frame mtcars, aplique a função sapply() para calcular o desvio padrão de todas as colunas numéricas.
- 7. Transforme a coluna am do data frame mtcars num fator com rótulos significativos: "Automático" para 0 e "Manual" para 1. Depois, conte quantos carros existem para cada tipo de transmissão.
- 8. Ordene o data frame mtcars pela coluna mpg em ordem decrescente. Mostre os 5 carros mais económicos e os 5 menos económicos. Dica: use a função order().
- 9. Utilize o data frame mtcars, disponível no R, para criar dois novos data frames chamados carros1 e carros2. Primeiro, adicione ao data frame mtcars uma nova coluna chamada car, que conterá os nomes dos carros (os nomes das linhas do data frame original).

5.5. LISTAS 69

O data frame carros1 deve conter as colunas car, mpg e cyl, enquanto o data frame carros2 deve conter as colunas car, hp e wt.

Em seguida, utilize a função merge() para combinar os dois data frames criados (carros1 e carros2) com base na coluna car, que contém os nomes dos carros.

- 10. Carregue o dataset airquality e exiba as primeiras 6 linhas e as últimas 6 linhas da tabela.
- 11. Verifique quantos valores ausentes (NA) existem em cada coluna do dataset airquality. Dica: use a função colSums().
- 12. Calcule a média dos valores da coluna Solar.R no dataset airquality, ignorando os valores ausentes (NA).
- 13. Crie um subconjunto do dataset airquality onde a velocidade do vento (Wind) é maior que 10 e a temperatura (Temp) é maior que 80. Exiba as primeiras 6 linhas do resultado.
- 14. Adicione uma nova coluna ao dataset airquality chamada Temp\_Wind\_Sum, que seja a soma dos valores das colunas Temp e Wind. Exiba as primeiras 6 linhas da tabela modificada.
- 15. Carregue o dataset iris e verifique sua estrutura. Filtre as observações que pertencem à espécie "setosa".

Crie uma nova coluna chamada Petal. Area, que representa a área das pétalas (comprimento \* largura).

Filtre apenas as linhas onde a área da pétala (Petal.Area) é maior que 0.2.

Ordene o data frame resultante de acordo com o comprimento da pétala (Petal.Length) em ordem decrescente.

16. Carregue o dataset airquality e remova todas as linhas que contenham valores ausentes (NA). Use a função na.omit().

Adicione uma nova coluna chamada Temp. Celsius, que converte a temperatura em Fahrenheit (Temp) para Celsius usando a fórmula:  $\frac{(Temp-32)}{1.8}$ 

Agrupe o data frame pelo mês (Month) e calcule a média da coluna Ozone para cada mês. Use a função aggregate().

Crie um gráfico de dispersão (plot()) para a relação entre Ozone e a nova coluna Temp.Celsius, colorindo os pontos de acordo com o mês (Month).

# 5.5 Listas

Em R, uma lista é uma estrutura de dados versátil que pode armazenar elementos de diferentes tipos, como vetores, matrizes, data frames, funções e até outras

listas. Esta flexibilidade torna as listas uma poderosa ferramenta para manipulação de dados complexos, permitindo armazenar uma coleção heterogénea de elementos em um único objeto.

- Flexibilidade: Ao contrário dos vetores, que são homogéneos e podem conter apenas elementos de um único tipo, as listas podem conter elementos de diferentes tipos e tamanhos.
- Indexação: Os elementos de uma lista podem ser acedidos de várias maneiras:
- Colchetes duplos [[]]: Usados para aceder elementos específicos de uma lista.
- Operador \$: Usado para aceder elementos nomeados.
- Colchetes simples []: Retornam uma sublista contendo os elementos especificados.

# 5.5.1 Criar e Manipular Listas

Vamos criar uma lista que contém diferentes tipos de elementos, incluindo um vetor, um vetor de caracteres, uma matriz e uma função:

```
# Criar uma lista com diferentes tipos de elementos
minha_lista <- list(</pre>
  nome = "Estudante",
  idade = 21,
  notas = c(85, 90, 92),
  disciplinas = c("Matemática", "Estatística", "Computação"),
  matriz_exemplo = matrix(1:9, nrow = 3, byrow = TRUE),
  media= function(x) mean(x)
)
# Visualizar a lista
print(minha_lista)
## $nome
## [1] "Estudante"
## $idade
## [1] 21
##
## $notas
## [1] 85 90 92
##
## $disciplinas
## [1] "Matemática" "Estatística" "Computação"
##
## $matriz_exemplo
```

5.5. LISTAS 71

```
[,1] [,2] [,3]
## [1,]
           1
                2
## [2,]
           4
                5
                     6
                8
                     9
## [3,]
           7
## $media
## function(x) mean(x)
# Aceder a um elemento pelo nome usando $
print(minha_lista$nome)
## [1] "Estudante"
# Aceder a um elemento pelo índice
print(minha_lista[[1]])
## [1] "Estudante"
# Aceder a uma sublista contendo os dois primeiros elementos
print(minha_lista[1:2])
## $nome
## [1] "Estudante"
##
## $idade
## [1] 21
# Aceder à segunda nota do vetor "notas" dentro da lista
print(minha_lista$notas[2])
## [1] 90
```

# 5.5.2 Por que usar listas?

Listas são extremamente úteis em R para:

- Armazenar resultados de diferentes tipos: Em análises estatísticas complexas, os resultados muitas vezes consistem em diferentes tipos de dados (como números, tabelas, gráficos e modelos estatísticos).
- Agrupar dados heterogéneos: Quando se precisa manipular um conjunto de dados que inclui diversos tipos de informação (por exemplo, dados brutos, estatísticas resumidas, e resultados de modelos).
- Passar múltiplos argumentos para funções: As listas são usadas para agrupar múltiplos parâmetros para funções, tornando-as uma ferramenta poderosa para programação funcional.

### 5.5.3 Exercícios

- 1. Crie uma lista em R chamada dados\_estudante que contenha as seguintes informações sobre um estudante:
  - Nome: "João"Idade: 21
  - Notas: Um vetor com as notas em Estatística (85), Matemática (90), e Computação (95).

Depois de criar a lista, aceda e imprima:

- 1. O nome do estudante.
- 2. A idade do estudante.
- 3. A nota em Computação.
- 2. Considere a lista dados\_estudante criada no exercício anterior. Adicione um novo elemento à lista que contenha o status de aprovação do estudante, com valor "Aprovado". Em seguida, substitua a nota de Estatística para 88. Por fim, imprima a lista completa.
- **3.** Crie duas listas chamadas estudante1 e estudante2 com as mesmas estruturas da lista dados\_estudante. Em estudante1, use os valores:

• Nome: "Maria"

• Idade: 22

Notas: 78, 85, 90Status: "Aprovado"

Em estudante2, use os valores:

• Nome: "Carlos"

• Idade: 23

Notas: 70, 75, 80Status: "Aprovado"

Agora, combine estudante1 e estudante2 numa nova lista chamada turma, e imprima a lista turma.

- **4.** Utilizando a lista turma criada no exercício anterior, faça as seguintes operações:
  - (a) Extraia e imprima o nome do segundo estudante.
  - (b) Calcule a média das notas do primeiro estudante.

5.5. LISTAS 73

(c) Altere o status do segundo estudante para "Reprovado" e imprima a lista atualizada.

- 5. Crie uma lista chamada estatistica\_aplicada que contenha duas listas internas: turma1 e turma2. Cada uma dessas listas internas deve conter as informações de dois estudantes (com as mesmas estruturas utilizadas anteriormente). Por exemplo:
  - turma1: Contendo estudante1 e estudante2.
  - turma2: Contendo dois novos estudantes de sua escolha.

### Aceda e imprima:

- (a) O nome do primeiro estudante da turma2.
- (b) A média das notas do segundo estudante da turma1.
- (c) A lista completa estatistica\_aplicada.

# Estruturas de Seleção

Em R, as estruturas de seleção ou decisão são usadas para controlar o fluxo de execução do código com base em condições específicas. Estas estruturas permitem executar diferentes blocos de código dependendo de valores ou condições lógicas. As estruturas de seleção mais comuns em R são if, else, e else if.

### 6.1 Condicional if

A instrução if executa um bloco de código apenas se uma condição for verdadeira. Caso contrário, o bloco de código dentro do if é ignorado.

```
# Sintaxe
if (condição) {
    # Código a ser executado se a condição for TRUE
}
```

### Exemplo 1:

```
idade <- 18

if (idade >= 18) {
        print("Maior de idade")
}
## [1] "Maior de idade"
```

Neste exemplo, como a variável idade é 18, a condição idade >= 18 é verdadeira, então o R executa o código dentro do if e imprime "Maior de idade".

### 6.2 Estrutura if...else

A estrutura if...else permite executar um bloco de código se a condição for verdadeira, e um outro bloco de código se a condição for falsa.

```
# Sintaxe
if (condição) {
     # Código a ser executado se a condição for TRUE
} else {
     # Código a ser executado se a condição for FALSE
}
```

### Exemplo 2:

```
idade <- 16

if (idade >= 18) {
    print("Maior de idade")
} else {
    print("Menor de idade")
}
## [1] "Menor de idade"
```

Como a variável idade é 16, a condição idade >= 18 é falsa, então o R executa o bloco de código dentro do else e imprime "Menor de idade".

### 6.3 Condicional else if

A estrutura else if permite testar múltiplas condições. Quando uma das condições é verdadeira, o R executa o código associado e ignora os restantes else if ou else.

```
# Sintaxe
if (condição1) {
        # Código se condição1 for TRUE
} else if (condição2) {
        # Código se condição2 for TRUE
} else {
        # Código se nenhuma condição anterior for TRUE
}
```

### Exemplo 3:

```
nota <- 85

if (nota >= 90) {
    print("Excelente")
} else if (nota >= 70) {
    print("Bom")
} else {
    print("Insuficiente")
}
## [1] "Bom"
```

Neste caso, a variável nota é 85, então o código imprime "Bom" porque a condição nota >= 70 é verdadeira.

### 6.4 A função ifelse()

A função ifelse é uma versão vetorizada de if...else que retorna valores dependendo de uma condição. É especialmente útil para aplicar condições a vetores ou data frames.

```
# Sintaxe
resultado <- ifelse(condição, valor_se_true, valor_se_false)</pre>
```

### Exemplo 4:

```
valores <- c(4, 6, 9, 3)
resultado <- ifelse(valores > 5, "maior que 5", "não é maior que 5")
print(resultado)
## [1] "não é maior que 5" "maior que 5" "maior que 5"
## [4] "não é maior que 5"
```

Aqui, ifelse() aplica a condição valores > 5 a cada elemento do vetor valores e retorna "maior que 5" se a condição for verdadeira ou "não é maior que 5" caso contrário.

## 6.5 Exemplos

Exemplo 5: Indique o(os) erro(os) no código abaixo

```
if (x%%2 = 0){
    print("Par")
} else {
    print("Ímpar")
}
```

Código correto

```
if (x%%2 == 0){
  print("Par")
} else {
    print("Ímpar")
}
```

Exemplo 6: Indique o(os) erro(os) no código abaixo

```
if (a>0) {
  print("Positivo")
  if (a%5 = 0)
    print("Divisível por 5")
} else if (a==0)
    print("Zero")
  else if {
    print("Negativo")
}
```

Código correto

```
if (a>0) {
  print("Positivo")
  if (a\%5 == 0) {
    print("Divisivel por 5")
  }
} else if (a==0) {
    print("Zero")
} else {
    print("Negativo")
}
```

Exemplo 7: Quais são os valores de x e y no final da execução?

```
x = 1
y = 0
if (x == 1){
```

```
y = y - 1
}
if (y == 1){
  x = x + 1
}
```

### Exemplo 8:

- Se x=1 qual será o valor de x no final da execução?
- Qual teria de ser o valor de x para que no final da execução fosse -1?
- Há uma parte do programa que nunca é executada: qual é e porquê?

```
if (x == 1){
    x = x + 1
    if (x == 1){
        x = x + 1
    } else {
        x = x - 1
} else {
        x = x - 1
}
```

### 6.6 Exercícios

- 1. Escreva um programa em R que leia um número do utilizador e exiba "O número é positivo" se for maior que zero.
- 2. Crie um programa em R que leia um número inteiro do utilizador e imprima "Par" se o número for par, e "Ímpar" caso contrário.
- 3. Escreva um programa em R que leia um número não negativo e exiba se ele está no intervalo [0, 10], [11, 20], ou maior que 20. Considere que os intervalos [0, 10] e [11, 20] são inclusivos. Exemplo: para o número 15, o programa deve exibir "O número está no intervalo [11, 20]".
- 4. Escreva um programa em R que leia a idade de uma pessoa e a classifique como "Criança" (0-12 anos), "Adolescente" (13-17 anos), "Adulto" (18-64 anos), ou "Idoso" (65 anos ou mais). Se a idade inserida for negativa, o programa deve exibir "Idade inválida".
- **5.** Escreva um programa em R que leia o preço original de um produto e aplique um desconto com base no seguinte critério:

- Desconto de 5% se o preço for inferior a \$100
- Desconto de 10% se o preço estiver entre \$100 e \$500 (inclusive)
- Desconto de 15% se o preço for superior a \$500

Se o preço inserido for negativo, o programa deve exibir "Preço inválido". Exemplo de entrada: 350; Saída esperada: "O preço com desconto é \$315".

- **6.** Escreva um programa em R que leia as coordenadas (x, y) de um ponto e determine em qual quadrante o ponto está localizado. Se o ponto estiver em um dos eixos, o programa deve especificar "Eixo X" ou "Eixo Y". Exemplo de entrada: (x = -3, y = 2); Saída esperada: "Segundo quadrante".
- 7. Escreva um programa em R que leia um ano e determine se é um ano bissexto. Um ano é bissexto se:
  - É divisível por 4, mas não divisível por 100, exceto quando divisível por 400.

Se o ano inserido for negativo, o programa deve exibir "Ano inválido". Exemplo de entrada: 2000; Saída esperada: "Ano bissexto".

- 8. Escreva um programa que leia um número inteiro entre 0 e 999, e o descreva em termos de centenas, dezenas e unidades. Por exemplo, para 304, o programa deve exibir "3 centenas 0 dezenas e 4 unidades". Caso o número inteiro não pertença ao intervalo [0;999], deverá imprimir um aviso "Número fora do intervalo".
- 9. Escreva um programa em R que leia um número inteiro positivo (menor ou igual a 5) e escreva no ecrã a sua representação em numeração romana. Se o número inserido for maior que 5 ou menor que 1, o programa deve exibir "Número fora do intervalo". Exemplo de entrada: 3; Saída esperada: "III".
- 10. Escreva um programa em R que leia quatro números inteiros (um de cada vez) e exiba após cada iteração qual o menor número lido até ao momento. Exemplo:

Introduza um numero inteiro: 4

'O menor numero introduzido até agora é 4.'

`Introduza um numero inteiro: 6`

`O menor numero introduzido até agora é 4.`

`Introduza um numero inteiro: 2`

'O menor numero introduzido até agora é 2.'

11. Dado um vetor de números inteiros, identifique se cada número é par ou ímpar. Use a função ifelse() para atribuir "par" aos números divisíveis por 2 e "ímpar" aos que não são.

Crie um vetor de números de 1 a 10 e use a função ifelse() para rotular cada número como "par" ou "ímpar".

12. Você tem um vetor de notas de alunos e deseja avaliar o desempenho de cada aluno como "Aprovado" ou "Reprovado". Suponha que a nota de aprovação seja 50.

Crie um vetor com as seguintes notas: 50, 85, 70, 40, 60, 90. Use ifelse() para marcar alunos com nota igual ou maior que 50 como "Aprovado" e os demais como "Reprovado".

Modifique o exercício para que notas entre 50 e 59 sejam classificadas como "Aprovado com Restrição". Como ficaria o código?

13. Dado um vetor de idades, categorize as idades em "Criança" (idade <= 12), "Adolescente" (12 < idade <= 18) e "Adulto" (idade > 18), utilizando a função ifelse().

# Funções

Em R, uma **função** é um bloco de código que realiza uma tarefa específica e é executado somente quando chamada. Funções são fundamentais na programação, pois permitem a modularização do código, facilitando a manutenção, reutilização e compreensão.

### Características de uma Função

- Reutilizável: Uma vez definida, uma função pode ser chamada repetidamente em diferentes partes de um script.
- Modularização: Funções ajudam a dividir o código em partes menores e mais gerenciáveis, o que torna o código mais organizado e legível.
- Parâmetros (Argumentos): Dados podem ser passados para uma função na forma de parâmetros ou argumentos, permitindo que a função opere sobre entradas específicas.

A estrutura básica de uma função em R é a seguinte:

```
# Sintaxe
nome_da_funcao <- function(argumentos) {
    # Corpo da função: código que realiza operações
    resultado <- ... # Cálculos ou operações
    return(resultado) # Retorna o valor final
}</pre>
```

- Nome da Função: Um identificador único que você escolhe para a função.
- **Argumentos**: Valores de entrada que a função recebe quando chamada. Podem ser opcionais ou obrigatórios.
- Corpo da Função: O bloco de código que executa as operações definidas.

• Return (Retorno): O valor que a função devolve após a execução.

O principal objetivo das funções é promover a reutilização de código e reduzir a redundância, facilitando a manutenção e o desenvolvimento eficiente de scripts em  ${\bf R}.$ 

### Exemplo: Cálculo de Área Retangular

Vamos criar uma função para calcular a área de um retângulo, dada a sua largura e altura:

```
calcula_area <- function(largura, altura) {
    area <- largura * altura
    return(area)
}
largura_obj <- as.numeric(readline("Insira a largura (em cm): "))
altura_obj <- as.numeric(readline("Insira a altura (em cm): "))

# Chamada da função para calcular a área
area_obj <- calcula_area(largura_obj, altura_obj)

print(paste("A área do retângulo é:", area_obj, "cm²"))</pre>
```

- Variáveis Locais: Dentro da função calcula\_area, as variáveis largura e altura são locais. Elas existem apenas durante a execução da função e são destruídas após a conclusão.
- Variáveis Globais: As variáveis largura\_obj e altura\_obj são globais dentro do script, ou seja, são acessíveis em todo o script, fora da função.
- Importância da Nomenclatura: É uma boa prática usar nomes diferentes para variáveis locais e globais para evitar confusão e melhorar a legibilidade do código.

### Passagem de Argumentos com Valores Padrão

Funções em R podem ser definidas com valores padrão para seus argumentos, o que permite chamadas de função sem a necessidade de especificar todos os argumentos.

```
calcula_area <- function(largura, altura=2) {
   area <- largura * altura
   return(area)
}

# Chamada da função com um argumento omitido
area_obj <- calcula_area(4)</pre>
```

```
print(area_obj)
## [1] 8
```

 Argumentos com Valores Padrão: Se a altura não for especificada na chamada da função, seu valor padrão será 2. Assim, a função calcula a área usando largura 4 e altura 2.

#### Passagem de Argumentos por Palavra-chave

Em R, ao chamar uma função, os argumentos podem ser passados por nome (palavra-chave), permitindo maior flexibilidade na ordem dos argumentos.

```
calcula_area <- function(largura, altura=2) {
         area <- largura * altura
         return(area)
}

# Chamada da função com argumentos nomeados
area_obj <- calcula_area(altura=4,largura=3)

print(area_obj)
## [1] 12</pre>
```

• Flexibilidade na Ordem dos Argumentos: Ao usar argumentos nomeados, a ordem em que os argumentos são passados não importa. O R associa os valores aos nomes corretos.

### Uso da Função stop() para Controle de Erro

A função stop() em R é usada para interromper a execução de uma função ou script, exibindo uma mensagem de erro personalizada. É útil para tratar casos em que certas condições pré-definidas não são atendidas.

```
f <- function(x) {
   if (x < 0) {
      stop("Erro: x não pode ser negativo") # Interrompe a função com uma mensagem de erro
   }
   return(sqrt(x))
}

f(-2)
## Error in f(-2): Erro: x não pode ser negativo</pre>
```

• Uso de stop(): Quando a condição x < 0 é verdadeira, a função stop() é chamada, o que interrompe a execução e gera uma mensagem de erro. Isso é útil para prevenir operações inválidas ou resultados inesperados.

Exercício 1: Qual será o output do script abaixo?

```
x <- 10
minha_funcao <- function() {
    x <- 5
    return(x)
}
print(minha_funcao())
print(x)</pre>
```

Exercício 2: Qual é o resultado da chamada da função dados\_estudante?

```
dados_estudante <- function(nome, altura=167) {
   print(paste("O(A) estudante",nome,"tem",altura,"centímetros de altura."))
}
dados_estudante("Joana",160)</pre>
```

**Exercício 3:** Qual é a sintaxe correta para definir uma função em R que soma dois números?

```
(a) sum <- function(x, y) {return(x + y)}</li>
(b) function sum(x, y) {return(x + y)}
(c) def sum(x, y) {return(x + y)}
(d) sum(x, y) = function {return(x + y)}
```

Exercício 4: Qual das seguintes chamadas à função estão corretas?

```
dados_estudante <- function(nome, altura=167) {
   print(paste("O(A) estudante",nome,"tem",altura,"centímetros de altura."))
}
dados_estudante("Joana",160)
dados_estudante(altura=160, nome="Joana")
dados_estudante(nome = "Joana", 160)
dados_estudante(altura=160, "Joana")
dados_estudante(altura=160, "Joana")
dados_estudante(160)</pre>
```

dados\_estudante(160) - Esta chamada está errada porque 160 será interpretado como nome, e altura usará seu valor padrão, 167. Isso resultará na

7.1. EXERCÍCIOS 87

impressão: "O(A) estudante 160 tem 167 centímetros de altura." A chamada está tecnicamente correta no sentido de sintaxe, mas o resultado não faz sentido lógico, já que 160 não é um nome válido para um estudante.

Exercício 5: Qual o resultado do seguinte programa?

```
adi <- function(a,b) {
   return(c(a+5, b+5))
}
resultado <- adi(3,2)</pre>
```

### 7.1 Exercícios

- 1. Crie uma função chamada quadrado() que recebe um único argumento numérico x e devolva o quadrado de x. Teste a função com os valores 3, 5 e 7.
- 2. Implemente uma função chamada hipotenusa (a,b) que calcule a hipotenusa de um triângulo retângulo dados os comprimentos dos dois catetos, a e b. A função deve devolver o comprimento da hipotenusa utilizando o Teorema de Pitágoras.
- 3. Escreva uma função chamada divisão\_segura(numerador, denominador) que devolva o resultado da divisão ou uma mensagem de erro apropriada se o denominador for zero.
- 4. Escreva uma função que receba dois inteiros e devolva o maior deles. Teste a função escrevendo um programa que recebe dois números inteiros do utilizador e imprime o resultado da chamada à função. Depois, escreva uma segunda função que devolva o menor deles, aproveitando a primeira função.
- 5. Escreva uma função que devolva o maior de três números inteiros, utilizando a função maior() do exercício anterior.
- 6. Crie uma função chamada analise\_vetor() que receba um vetor numérico e devolva outro vetor contendo a soma, a média, o desvio padrão e o valor máximo do vetor. Use a função para analisar o vetor c(4, 8, 15, 16, 23, 42). Funções auxiliares sum(), mean(), sd(), max().
- 7. Implemente uma função chamada classificar\_numero() que classifique um número inteiro como "positivo", "negativo", ou "zero".
- 8. Escreva uma função que calcule o IMC (Índice de Massa Corporal) com base no peso (kg) e altura (m) fornecidos como argumentos e classifique o resultado com base na tabela:

IMC (kg/m^2)	Classificação
Menor que 18.5	Baixo peso
De 18.5 a 24.9	Peso normal
De $25 \ a \ 29.9$	Sobrepeso
De 30 a 34.9	Obesidade grau I
De 35 a 39.9	Obesidade grau II
Igual ou maior que 40	Obesidade grau III

Lembre-se de que IMC =  $\frac{\text{Peso}}{\text{Altura}^2}$ .

- 9. Crie funções em R para converter valores entre diferentes moedas com base nas taxas de câmbio. Implemente e teste as funções, e escreva um programa que solicite ao utilizador um valor em euros e imprima a conversão desse valor para algumas das principais moedas, como dólar, libra, iene e real.
- 10. Crie uma função que calcule o intervalor de confiança para o valor médio  $(1-\alpha)\times 100\%$  (nota: amostras grandes).

$$\left(\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}\right)$$

```
IC <- function(amostra, alpha){
   # Coloque seu código aqui
}</pre>
```

11. Criar uma função que calcule o intervalo de confiança para o valor médio para  $\alpha$  igual a 0.001, 0.01, 0.05 e 0.10.

```
ICs <- function(alphas){
    # Coloque seu código aqui
}</pre>
```

# Scripts em R

Um **script** em R é um ficheiro que contém um conjunto de definições, como variáveis, funções e blocos de código, que podem ser reutilizados em outros programas R. Scripts são ferramentas essenciais para automatizar tarefas e para garantir a reprodutibilidade da análise de dados.

 Criar um Script: Para criar um script em R, basta gravar o código num ficheiro com a extensão ".R". Este ficheiro pode então ser executado ou reutilizado noutras sessões de R.

Exemplo: Guarde o seguinte código num ficheiro chamado meu\_script.R:

```
produto function(x,y){
  return(x*y)
}
```

### Executar o script

Para executar o script que criou, utilize a função source() no console do R ou dentro de outro script. Isto permitirá que o R leia e execute todas as linhas de código do script.

 Executar no Diretório de Trabalho Atual: Se o ficheiro meu\_script.R estiver no diretório de trabalho atual, pode executálo simplesmente escrevendo:

```
source("meu_script.R")
```

2. Executar a Partir de Outro Diretório: Se o ficheiro estiver localizado num diretório diferente do diretório de trabalho atual, terá de fornecer o caminho completo para o ficheiro:

```
source("/caminho/para/o/seu/script/meu_script.R")
```

### O que Acontece Quando Executamos um Script?

Quando utiliza o comando source(), o R lê e executa todas as linhas do script. Qualquer função, variável ou resultado de operações realizadas dentro do script será carregado e ficará disponível no ambiente de trabalho após a execução. Por exemplo, após executar o script acima, a função produto() estará disponível para ser utilizada:

```
# Agora pode utilizar a função 'produto'
produto(2,3)
## [1] 6
```

### **Notas Importantes**

• Diretório de trabalho: O diretório de trabalho é o local onde o R procura por ficheiros para leitura ou onde guarda ficheiros. Pode verificar o diretório de trabalho atual utilizando getwd() e mudar para um novo diretório com setwd("caminho/do/diretorio").

### 8.1 Exercícios

- 1. Crie os seguintes scripts:
  - (a) Crie um script quadrado. R que contenha funções para calcular o perímetro e a área de um quadrado, dado o comprimento do lado. Utilize o script quadrado. R noutro script para calcular o perímetro e a área de um quadrado com lado de comprimento 5.
  - (b) Crie um script estatistica. R que contenha funções para ordenar uma amostra, calcular a média, a variância e o desvio padrão de um vetor numérico.
  - (c) Crie um programa que utilize o script estatistica. R para calcular a mediana, a variância e o desvio padrão da amostra amostra <- c(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7).

## Leitura de dados

O R é uma linguagem poderosa para análise de dados e oferece diversas funções para importar dados de diferentes formatos. Independentemente do formato, o processo básico de leitura de dados em R segue alguns passos comuns:

- 1. Especificar o caminho do ficheiro: Onde o ficheiro está localizado.
- 2. **Indicar as características do ficheiro**: Como delimitador, presença de cabeçalhos, tipos de dados, etc.
- 3. Ler os dados e armazená-los num objeto: Geralmente um data frame para fácil manipulação e análise.

### 9.1 Leitura de Dados da Entrada do Utilizador

A função scan() é usada para ler dados da entrada padrão (teclado) ou de um ficheiro, e devolve um vetor. Um uso comum de scan() é para entrada de dados manual:

```
# Solicita ao utilizador para introduzir números
numeros <- scan()
```

Após escrever scan(), o utilizador pode inserir uma série de números separados por espaços e pressionar Enter para concluir a entrada.

### 9.2 Diretório de trabalho

O diretório de trabalho (working directory) em R é o local padrão onde o R lê e grava ficheiros. Quando importa dados ou guarda resultados, o R utiliza o

diretório de trabalho como ponto de referência. Ter um diretório de trabalho configurado corretamente é essencial para facilitar o acesso a ficheiros de dados e gravação de saídas.

### Funções Principais para Manipulação de Diretório

- getwd(): Retorna o caminho do diretório atual de trabalho.
- setwd("caminho/do/diretorio"): Define o diretório de trabalho para o caminho especificado.

Para verificar o diretório de trabalho atual, utilize getwd():

```
getwd()
```

A saída pode ser semelhante a esta, dependendo do seu sistema operativo:

```
# Exemplo de saída no Windows
## [1] "C:/Users/Utilizador/Documents"

# Exemplo de saída no Mac
## [1] "/Users/Utilizador/Documents"
```

Para alterar o diretório de trabalho para uma pasta específica, use setwd():

```
# Define o diretório de trabalho para "C:/Users/Utilizador/Documents/ProjetosR"
setwd("C:/Users/Utilizador/Documents/ProjetosR")

# Verifica se o diretório de trabalho foi alterado
print(getwd())
## [1] "C:/Users/Utilizador/Documents/ProjetosR"
```

Ao definir corretamente o diretório de trabalho, pode importar ficheiros diretamente sem precisar especificar o caminho completo. Por exemplo, se o ficheiro dados.csv estiver no diretório de trabalho, pode lê-lo facilmente:

```
# Lê o ficheiro "dados.csv" no diretório de trabalho atual
dados <- read.csv("dados.csv")

# Exibe as primeiras linhas do conjunto de dados
head(dados)</pre>
```

### 9.3 A Função read.table()

A função read.table() é uma das mais versáteis em R para a leitura de ficheiros de texto em formato tabular. Ela permite importar dados de ficheiros de texto e configurá-los de acordo com suas características. Faça o download do ficheiro dados.txt em link para praticar.

```
# Leitura de ficheiro txt com read.table()
dados <- read.table(file = "dados.txt", header = TRUE, sep = "")
print(dados)</pre>
```

### Argumentos Comuns de read.table()

- file: Especifica o nome do ficheiro ou o caminho do ficheiro para leitura.
- header: Indica se a primeira linha do ficheiro contém os nomes das colunas. Se header = TRUE, a primeira linha é considerada como cabeçalho.
- sep: Define o caractere separador entre os campos. O padrão é uma vírgula (,), mas pode ser especificado para outros caracteres, como espaço (""), ponto e vírgula (;), etc.
- dec: Define o caractere utilizado para separar a parte inteira da parte decimal dos números. Por exemplo, pode ser ponto (.) ou vírgula (,).
- nrows: Especifica o número máximo de linhas a serem lidas do ficheiro, útil para ler apenas uma parte do ficheiro.
- na.strings: Define quais valores no ficheiro devem ser interpretados como NA (valores ausentes), como "NA", "N/A", etc.
- skip: Indica o número de linhas a serem ignoradas no início do ficheiro antes de começar a leitura.
- comment.char: Define o caractere usado para denotar comentários no ficheiro. Linhas que começam com este caractere serão ignoradas.

Para ver todas as opções disponíveis na função read.table(), pode usar:

```
args(read.table)
```

```
## function (file, header = FALSE, sep = "", quote = "\"'", dec = ".",
       numerals = c("allow.loss", "warn.loss", "no.loss"), row.names,
##
       col.names, as.is = !stringsAsFactors, tryLogical = TRUE,
##
##
       na.strings = "NA", colClasses = NA, nrows = -1, skip = 0,
       check.names = TRUE, fill = !blank.lines.skip, strip.white = FALSE,
##
       blank.lines.skip = TRUE, comment.char = "#", allowEscapes = FALSE,
##
##
       flush = FALSE, stringsAsFactors = FALSE, fileEncoding = "",
##
       encoding = "unknown", text, skipNul = FALSE)
## NUI.I.
```

Se o ficheiro for um CSV (valores separados por vírgula), pode utilizar read.table() com o argumento sep apropriado:

```
dados_csv <- read.table("dados.csv", header = TRUE, sep = ",")</pre>
```

### 9.4 A função read.csv()

A função read.csv() está otimizada para a leitura de ficheiros CSV (Comma-Separated Values), que são ficheiros de texto onde cada linha representa um registo e os valores são separados por vírgulas. A principal diferença entre read.csv() e read.table() é que o separador padrão em read.csv() é uma vírgula.

```
# Leitura de ficheiro CSV com read.csv
dados_csv <- read.csv("dados.csv", header = TRUE)</pre>
```

Aqui, o argumento header = TRUE indica que a primeira linha do ficheiro contém os nomes das colunas. Outros argumentos são semelhantes aos de read.table().

### 9.5 A função read.csv2()

A função read.csv2() é semelhante à read.csv(), mas é projetada para lidar com ficheiros CSV onde o separador padrão é um ponto e vírgula (;) e o separador decimal é uma vírgula (,). Este formato é comum em alguns países europeus.

```
# Leitura de CSV com separador ponto e virgula
dados_csv2 <- read.csv2("dados.csv2", header = TRUE)</pre>
```

### 9.6 A Função read\_excel() do Pacote readxl

Para ler ficheiros Excel (.xls e .xlsx), usamos a função read\_excel() do pacote readxl. Este pacote precisa ser instalado e carregado antes da sua utilização.

### Principais Parâmetros de read\_excel()

- path: O caminho do ficheiro Excel a ser lido. Este é um argumento obrigatório e pode ser um caminho local ou uma URL.
- sheet: O nome ou o índice da aba (folha) do Excel a ser lida. Se não for especificado, a função irá ler a primeira folha.
- range: Um intervalo específico a ser lido, como "A1:D10". Se NULL (padrão), a função lê toda a folha.
- col\_names: Um argumento lógico (TRUE ou FALSE) que indica se a primeira linha da folha deve ser usada como nomes das colunas no data frame. O padrão é TRUE.
- col\_types: Um vetor de tipos de colunas que podem ser "blank", "numeric", "date", "text", ou "guess". O padrão é NULL, o que permite que a função adivinhe os tipos de coluna automaticamente.
- na: Um vetor de strings que devem ser interpretadas como valores ausentes (NA). O padrão é string vazia ("").
- trim\_ws: Um argumento lógico (TRUE ou FALSE) que indica se os espaços em branco devem ser removidos do início e do fim dos valores de texto. O padrão é TRUE.
- skip: Número de linhas a serem ignoradas antes de começar a leitura. O padrão é 0.
- n\_max: Número máximo de linhas a serem lidas. O padrão é Inf, o que significa que todas as linhas são lidas.

Exemplo de Utilização: Vamos considerar um exemplo em que temos um ficheiro Excel chamado "instragram.xlsx" com três folhas: "Sheet1", "Sheet2" e "Sheet3". Este ficheiro pode ser descarregado aqui. Vamos ler a primeira folha (Sheet1):

### 9.7 Leitura de Dados Online

O R também permite ler dados diretamente de URLs. Pode usar funções como read.table(), read.csv(), ou read\_excel() (dependendo do formato do ficheiro) para importar dados diretamente de um link online.

```
# Leitura de dados online com read.table
url <- "https://example.com/data.csv"
dados_online <- read.table(url, header = TRUE, sep = ",")</pre>
```

Neste exemplo, url contém o endereço do ficheiro CSV na web, e  $\tt read.table()$  é usado para importar o conteúdo como um data frame.

# Pipe

### 10.1 O operador pipe

O operador pipe (%%) em R é uma ferramenta poderosa que facilita a escrita de código mais limpo e legível. Ele permite que o resultado de uma função seja passado diretamente como entrada para a próxima função, sem a necessidade de criar variáveis intermediárias. Este operador ajuda a tornar o fluxo de dados mais intuitivo e o código mais fácil de ler.

O operador pipe foi popularizado pelo pacote magrittr, desenvolvido por Stefan Milton Bache e lançado em 2014. O nome "magrittr" é uma referência ao artista surrealista René Magritte, famoso pela pintura "Ceci n'est pas une pipe" (Isto não é um cachimbo), que inspirou a ideia de que o operador pipe permite que dados fluam através de uma sequência de operações de maneira intuitiva e sem a necessidade de variáveis temporárias.

Para começar a utilizar o operador pipe, é necessário instalar e carregar o pacote magrittr.

```
install.packages("magrittr")
library(magrittr)
```

O operador pipe %>% permite que o valor de uma expressão à esquerda seja passado como o primeiro argumento para a função à direita. Isso permite que o código seja lido de maneira sequencial, de cima para baixo, em vez de dentro para fora, o que facilita a compreensão do fluxo de dados. Por exemplo, considere o seguinte código em R sem o uso do pipe:

```
x <- c(1, 2, 3, 4)
sqrt(sum(x))
## [1] 3.16
```

Com o operador pipe, o código pode ser reescrito de forma mais clara e legível:

```
library(magrittr)
x %>% sum() %>% sqrt()
## [1] 3.16
```

Considere um exemplo onde queremos calcular a raiz quadrada da soma dos logaritmos dos valores absolutos de um vetor  $\mathbf{x}$ :

```
resultado <- sqrt(sum(log(abs(x))))
```

Usando o operador pipe, o mesmo código pode ser reescrito de maneira mais clara:

```
resultado <- x %>%

abs() %>%

log() %>%

sum() %>%

sqrt()
```

### Uso do Ponto (.) no Pipe

Em alguns casos, o resultado do lado esquerdo do operador pipe deve ser passado para um argumento que não é o primeiro na função do lado direito. Para esses casos, usamos um ponto (.) como um marcador para indicar onde o valor deve ser inserido.

Por exemplo, ao usar o pipe para construir um modelo linear com o conjunto de dados airquality, queremos que o dataset seja passado como o segundo argumento (data =) da função lm():

```
airquality %>%
  na.omit() %>% # Remove valores ausentes
 lm(Ozone ~ Wind + Temp + Solar.R, data = .) %>% # Cria o modelo linear
  summary() # Gera o resumo do modelo
##
## Call:
## lm(formula = Ozone ~ Wind + Temp + Solar.R, data = .)
##
## Residuals:
     Min 1Q Median
                           3Q
                                  Max
## -40.48 -14.22 -3.55 10.10 95.62
##
## Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
```

```
## (Intercept) -64.3421
                          23.0547
                                    -2.79
                                            0.0062 **
                                    -5.09 1.5e-06 ***
## Wind
               -3.3336
                           0.6544
## Temp
                1.6521
                           0.2535
                                     6.52 2.4e-09 ***
## Solar.R
                0.0598
                           0.0232
                                     2.58
                                            0.0112 *
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## Residual standard error: 21.2 on 107 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.606, Adjusted R-squared: 0.595
## F-statistic: 54.8 on 3 and 107 DF, p-value: <2e-16
```

Neste exemplo, o dataset airquality é pré-processado com na.omit() para remover os valores ausentes, e o resultado é usado como o argumento data na função lm() para criar um modelo linear. O pipe permite que este fluxo de operações seja descrito de forma clara e linear.

### 10.2 Exercícios

1. Reescreva a expressão abaixo utilizando o %>%,

```
round(mean(sum(1:10)/3), digits = 1)
```

Dica: utilize a função magrittr::divide\_by(), Veja o help da função para mais informações.

```
1:10 %>%
sum() %>%
magrittr::divide_by(3) %>%
mean() %>%
round(digits=1)
## [1] 18.3
```

2. Reescreva o código abaixo utilizando o %>%.

```
x <- rnorm(100)
x.pos <- x[x>0]
media <- mean(x.pos)
saida <- round(media, 2)</pre>
```

Dica: utilize a função magrittr::extract(). Veja o help da função para mais informações.

```
set.seed(123)
rnorm(100) %>%
  magrittr::extract(.>0) %>%
  mean() %>%
  round(digits = 2)
## [1] 0.79
```

**3.** Sem executar, diga qual a saída do código abaixo. Consulte o help das funções caso precise.

```
2 %>%
  add(2) %>%
  c(6, NA) %>%
  mean(na.rm = T) %>%
  equals(5)
```

- Primeiro, somamos 2 com 2, gerando o valor 4.
- Em seguida, colocamos esse valor num vetor com os valores 6 e NA.
- Depois, calculamos a média desse vetor, desconsiderando o NA, e obtemos o valor 5.
- Finalmente, verificamos se o valor é igual a 5, obtendo TRUE.

# Loop while

A instrução while em R é uma estrutura de controle de fluxo que permite executar repetidamente um bloco de código enquanto uma condição específica for verdadeira. Esse tipo de loop é especialmente útil quando o número de iterações não é conhecido antecipadamente e depende de uma condição lógica ser atendida.

```
# Sintaxe
while (condição) {
    # Bloco de código a ser executado repetidamente
}
```

- condição: Uma expressão lógica que é avaliada antes de cada iteração do loop. Enquanto essa condição for TRUE, o bloco de código dentro do while será executado.
- Bloco de código: As instruções que são repetidas enquanto a condição for verdadeira.

### Funcionamento do Loop While

- Avaliação da Condição: Antes de cada execução do bloco de código, a condição é avaliada.
- Execução do Bloco de Código: Se a condição for TRUE, o bloco de código dentro do while é executado.
- Reavaliação: Após a execução do bloco de código, a condição é reavaliada. Se a condição continuar a ser TRUE, o ciclo repete-se. Se a condição
  se tornar FALSE, o loop termina e o controlo do programa continua com a
  próxima instrução após o while.

**Exemplo 1**: Somando números até um limite. O exemplo seguinte calcula a soma de todos os números de 1 a 10.

```
limite <- 10
soma <- 0
contador <- 1

while (contador <= limite) {
   soma <- soma + contador
   contador <- contador + 1
}

print(paste("A soma dos números de 1 a", limite, "é:", soma))
## [1] "A soma dos números de 1 a 10 é: 55"</pre>
```

Neste exemplo:

- O loop while continua enquanto contador <= limite.
- Em cada iteração, o valor de contador é adicionado a soma, e contador é incrementado em 1.
- Quando contador excede limite, o loop termina.

**Exemplo 2**: Escrever a tabuada de um número inteiro. O programa abaixo imprime a tabuada de um número fornecido pelo utilizador.

```
n <- as.numeric(readline("Digite um número inteiro: "))
print(paste("Tabuada do",n, ":"))
i <- 1
while (i <= 10){
    print(paste(n, "x",i, "=", n*i))
    i + 1
}</pre>
```

Explique por que o programa acima não termina. Qual é o erro no nosso código? O loop no código original não terminava porque a linha i + 1 não atualizava a variável i. A expressão i + 1 calcula o novo valor, mas não o atribui de volta a i. O código correto usa i <- i + 1 para atualizar a variável i a cada iteração.

Exemplo 3: Uso do break para interromper um loop. O próximo exemplo demonstra como usar a instrução break para sair de um loop antecipadamente.

```
limite <- 10
soma <- 0
contador <- 1</pre>
```

```
while (contador <= limite) {
   soma <- soma + contador
   print(contador)
   if (contador == 3) {
      break # Interrompe o loop quando contador é igual a 3
   }
   contador <- contador + 1
}
## [1] 1
## [1] 2
## [1] 3</pre>
```

• break: A instrução break é usada para sair imediatamente do loop, independentemente de a condição de while ainda ser TRUE.

### Considerações Importantes sobre o Uso do while()

- Condição de Paragem: É fundamental garantir que a condição do while eventualmente se torne FALSE para evitar loops infinitos que podem bloquear o programa.
- Incremento/Decremento: A variável que controla a condição deve ser atualizada corretamente dentro do loop. Falhas em fazer isso corretamente também podem causar loops infinitos.
- Desempenho: Loops while podem ser menos eficientes do que operações vetorizadas em R. Para grandes conjuntos de dados, considere usar funções vetorizadas como apply, lapply, sapply, etc., para melhorar o desempenho.

### 11.1 Exercícios

- 1. Escreva um programa em R que solicite ao utilizador um número inteiro n. O programa deve imprimir todos os números inteiros de 0 até n, um número por linha.
- 2. Crie um programa em R que solicite ao utilizador um número inteiro, calcule o seu quadrado e exiba o resultado. Em seguida, pergunte ao utilizador se ele deseja continuar ou terminar o programa. O loop deve continuar até que o utilizador escolha terminar.
- **3.** Desenvolva um programa em R que peça ao utilizador um número inteiro n e calcule a soma dos primeiros n inteiros (de 1 até n). O resultado deve ser exibido no console.

- 4. Escreva um programa em R que solicite ao utilizador um número inteiro n e conte quantos números pares existem no intervalo de 0 até n. O resultado deve ser impresso no console.
- 5. Use um loop while para somar números inteiros positivos até que um número negativo seja inserido.

Crie um programa em R que leia números inteiros inseridos pelo utilizador e some-os. O loop deve continuar até que o utilizador insira um número negativo, momento em que o programa deve parar e exibir a soma dos números positivos inseridos.

6. Use um loop while para implementar uma contagem regressiva.

Implemente um programa em R que solicite ao utilizador um número inteiro positivo e, em seguida, execute uma contagem regressiva até zero, imprimindo cada número no console.

- 7. Escreva um programa em R que solicite ao utilizador um número inteiro negativo e, em seguida, conte progressivamente até zero, imprimindo cada número no console.
- 8. Desenvolva um programa em R que peça ao utilizador para inserir um número. Se o número for positivo, o programa deve contar regressivamente até zero. Se o número for negativo, o programa deve contar progressivamente até zero. Cada número deve ser impresso no console.
- 9. Crie um programa em R que solicite ao utilizador um número inteiro não negativo e calcule seu fatorial usando um loop while. Lembre-se que 0!=1 e que  $4!=4\times 3\times 2\times =24$ .
- 10. Escreva um programa em R que leia um número inteiro positivo e calcule a soma de seus dígitos usando um loop while. Por exemplo, para o número 23, o programa deve calcular 2+3=5.
- 11. Desenvolva um programa em R que gere e imprima os números da sequência de Fibonacci até atingir um valor máximo especificado pelo utilizador. A sequência de Fibonacci começa com 1, 1 e cada número subsequente é a soma dos dois anteriores (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13...).

# Loop for

O loop for em R é uma estrutura de controlo de fluxo que permite executar repetidamente um bloco de código para cada elemento de uma sequência. Ele é particularmente útil quando o número de iterações é conhecido de antecipadamente. O loop for é amplamente utilizado em R para iterar sobre vetores, listas, data frames, e outras estruturas de dados.

```
# Sintaxe
for (variável in sequência) {
    # Bloco de código a ser executado
}
```

- variável: Uma variável de controlo que, em cada iteração, assume o valor do próximo elemento da sequência.
- sequência: Uma estrutura de dados como um vetor, lista, ou outro objeto sobre o qual se deseja iterar.
- bloco de código: As instruções a serem executadas a cada iteração do loop.

### Funcionamento do Loop for

- Inicialização: Antes de iniciar o loop, a variável de controlo é definida com o primeiro elemento da sequência.
- Iteração: Para cada iteração, a variável de controlo é atualizada com o próximo valor da sequência.
- Execução do Bloco de Código: O bloco de código dentro do loop é executado para cada valor da variável de controlo.

• Finalização: O loop termina quando todos os elementos da sequência tiverem sido processados.

Exemplo 1: Imprima os números de 0 a 10 no ecrã.

```
for (i in 0:10) {
    print(i)
}
## [1] 0
## [1] 1
## [1] 2
## [1] 3
## [1] 4
## [1] 5
## [1] 6
## [1] 7
## [1] 8
## [1] 9
## [1] 10
```

Exemplo 2: Soma dos elementos de um vetor.

```
numeros <- c(1, 2, 3, 4, 5)
soma <- 0

for (num in numeros) {
   soma <- soma + num
}

print(paste("A soma dos números é:", soma))
## [1] "A soma dos números é: 15"</pre>
```

**Exemplo 3**: Uso do for com índices. Também pode usar o loop for para iterar sobre índices de vetores ou listas, o que pode ser útil quando se deseja aceder ou modificar elementos em posições específicas.

```
numeros <- c(10, 20, 30, 40, 50)

for (i in 1:length(numeros)) {
   numeros[i] <- numeros[i] * 2
}

print("Elementos do vetor multiplicados por 2:")
print(numeros)
## [1] 20 40 60 80 100</pre>
```

Exemplo 4: Iterar sobre matrizes. O loop for também pode ser utilizado para percorrer elementos de uma matriz, seja por linha ou por coluna. No exemplo abaixo, calculamos a soma dos elementos de cada linha de uma matriz.

```
matriz <- matrix(1:9, nrow=3, ncol=3)
soma_linhas <- numeric(nrow(matriz))

for (i in 1:nrow(matriz)) {
   soma_linhas[i] <- sum(matriz[i, ])
}

print("Soma dos elementos de cada linha:")
print(soma_linhas)
## [1] 12 15 18</pre>
```

Exemplo 5: Cálculo de Médias de Colunas num Data Frame. Neste exemplo, calculamos a média de cada coluna de um data frame usando um loop for.

```
dados <- data.frame(
A = c(1, 2, 3),
B = c(4, 5, 6),
C = c(7, 8, 9)
)

medias <- numeric(ncol(dados))

for (col in 1:ncol(dados)) {
   medias[col] <- mean(dados[, col])
}

print("Médias das colunas do data frame:")
print(medias)
## [1] 2 5 8</pre>
```

### 12.1 Exercícios

- 1. Escreva um programa em R que use um loop for para imprimir todos os números de 1 a 10.
- 2. Escreva um programa em R que use um loop for para imprimir o quadrado de cada número de 1 a 5.
- 3. Escreva um programa em R que some todos os elementos do vetor numeros <- c(2, 4, 6, 8, 10) usando um loop for.

- 4. Escreva um programa em R que calcule a média das notas no vetor notas <- c(85, 90, 78, 92, 88) usando um loop for.
- 5. Escreva um programa em R que imprima todos os números ímpares do vetor valores <- c(1, 3, 4, 6, 9, 11, 14). Utilize um loop for.
- **6.** Escreva um programa em R que leia um número inteiro e use um loop for para imprimir sua a tabuada de 1 a 10.
- 7. Escreva um programa em R que leia um número inteiro e use um loop for para determinar se o número é perfeito ou não. Um número perfeito é aquele cuja soma de seus divisores próprios é igual ao próprio número (por exemplo, 6 tem divisores próprios 1, 2 e 3, e 1+2+3=6).
- 8. Escreva um programa em R que use um loop for para encontrar e imprimir todos os números perfeitos entre 1 e 1000.
- 9. Escreva um programa em R que leia dois inteiros n e m e imprima os números entre 0 e n, inclusive, com um intervalo de m entre eles. Utilize um loop for para o efeito.
- 10. Escreva um programa que calcule a média de um conjunto de notas fornecidas pelo utilizador. O número de notas a serem inseridas é indicado pelo utilizador antes da entrada das notas. Utilize um loop for para recolher as notas e calcular a média. Segue-se um exemplo da interação com o computador:

Digite o número de notas que serão inseridas: 4

Digite a nota: 12
Digite a nota: 13
Digite a nota: 15.5
Digite a nota: 16

A média das notas é 14.125

- **11.** Crie uma matriz  $4 \times 4$  com números de 1 a 16. Utilizando o comando de repetição for calcule:
  - (a) a média da terceira coluna da matriz.
  - (b) a média da terceira linha da matriz.
  - (c) a média de cada coluna da matriz.
  - (d) a média de cada linha da matriz.
  - (e) a média dos números pares de cada coluna da matriz.
  - (f) a média dos números ímpares de cada linha da matriz.

Obs: Use estruturas de decisão (if...else...) sempre que necessário para condicionar a lógica dentro dos loops.

# Chapter 13

# Família Xapply()

A família Xapply() no R refere-se a um conjunto de funções desenhadas para iterar de forma eficiente sobre objetos, evitando a necessidade de loops (ciclos) explícitos como for. Essas funções são especialmente úteis para realizar operações repetitivas em listas, vetores, matrizes, data frames e outros objetos, de forma concisa e frequentemente mais rápida.

Função	Argumentos	Objetivo	Input	Output
apply	apply(x, MARGIN, FUN)	Aplica uma função às linhas ou colunas ou a ambas	Data frame ou matriz	vetor, lista, array
lapply	lapply(x, FUN)	Aplica uma função a todos os elementos da entrada	Lista, vetor ou data frame	lista
sapply	<pre>sapply(x, FUN)</pre>	Aplica uma função a todos os elementos da entrada	Lista, vetor ou data frame	vetor ou matriz
tapply	tapply(x, INDEX, FUN)	Aplica uma função a cada fator	Vetor ou data frame	array

# 13.1 Função apply()

A função apply () aplica uma função a margens específicas (linhas ou colunas) de uma matriz ou data frame e devolve um vetor, lista ou array. É frequentemente

usada para evitar loops explícitos.

```
# Sintaxe
apply(X, MARGIN, FUN)
```

- X: A matriz ou data frame a ser manipulado.
- MARGIN: Um valor que indica se a função deve ser aplicada às linhas (1) ou colunas (2).
- FUN: A função que será aplicada.

**Exemplo**: Calcular a soma, a média e a raíz quadrada de cada coluna de uma matriz.

```
matriz <- matrix(1:9, nrow = 3)

apply(matriz, 2, sum)
## [1] 6 15 24

apply(matriz, 2, mean)
## [1] 2 5 8

f <- function(x) sqrt(x)
apply(matriz, 2, f)
## [,1] [,2] [,3]
## [1,] 1.00 2.00 2.65
## [2,] 1.41 2.24 2.83
## [3,] 1.73 2.45 3.00</pre>
```

# 13.2 Função lapply()

A função lapply() aplica uma função a cada elemento de uma lista ou vetor e devolve uma lista. É útil quando se deseja manter a estrutura de saída como uma lista.

```
# Sintaxe
lapply(X, FUN, ...)
```

- X: A lista ou vetor de entrada.
- FUN: A função que será aplicada.

#### Exemplo 1:

```
nomes <- c("ANA", "JOAO", "PAULO", "FILIPA")</pre>
nomes_minusc <- lapply(nomes, tolower)</pre>
print(nomes_minusc)
## [[1]]
## [1] "ana"
##
## [[2]]
## [1] "joao"
##
## [[3]]
## [1] "paulo"
##
## [[4]]
## [1] "filipa"
str(nomes_minusc)
## List of 4
## $ : chr "ana"
## $ : chr "joao"
## $ : chr "paulo"
## $ : chr "filipa"
```

#### Exemplo 2:

```
# Aplicar a função sqrt a cada elemento de uma lista
vetor_dados <- list(a = 1:4, b = 5:8)
lapply(vetor_dados, sqrt)
## $a
## [1] 1.00 1.41 1.73 2.00
##
## $b
## [1] 2.24 2.45 2.65 2.83</pre>
```

# 13.3 Função sapply()

A função sapply() é semelhante à lapply(), mas tenta simplificar o resultado para um vetor ou matriz, se possível.

```
# Sintaxe
sapply(X, FUN, ...)
```

#### Exemplo

```
dados <- 1:5
f <- function(x) x<sup>2</sup>
lapply(dados, f)
## [[1]]
## [1] 1
##
## [[2]]
## [1] 4
##
## [[3]]
## [1] 9
##
## [[4]]
## [1] 16
##
## [[5]]
## [1] 25
sapply(dados, f)
## [1] 1 4 9 16 25
```

# 13.4 Função tapply()

A função tapply() aplica uma função a subconjuntos de um vetor, divididos de acordo com fatores. É ideal para operações em subconjuntos de dados categorizados.

```
# Sintaxe
tapply(X, INDEX, FUN, ...)
```

- X: O vetor de dados.
- INDEX: Um fator ou lista de fatores que definem os grupos.
- FUN: A função que será aplicada a cada grupo.

Exemplo: O dataset iris em R é um conjunto de dados amplamente utilizado para exemplificar análises estatísticas. Foi introduzido por Ronald A. Fisher em 1936 no seu artigo sobre a utilização de modelos estatísticos para discriminação de espécies de plantas. Contém informações sobre três espécies de flores (Setosa, Versicolor, Virginica) e suas características morfológicas (comprimento e largura das sépalas e pétalas). Vamos calcular a média do comprimento das pétalas por espécie usando tapply():

iris					
##	Sepal.Length	Sepal.Width	Petal.Length	Petal.Width	Species
## 1	5.1	3.5	1.4	0.2	setosa
## 2	4.9	3.0	1.4	0.2	setosa
## 3	4.7	3.2	1.3	0.2	setosa
## 4	4.6	3.1	1.5	0.2	setosa
## 5	5.0	3.6	1.4	0.2	setosa
## 6	5.4	3.9	1.7	0.4	setosa
## 7	4.6	3.4	1.4	0.3	setosa
## 8	5.0	3.4	1.5	0.2	setosa
## 9	4.4	2.9	1.4	0.2	setosa
## 10	4.9	3.1	1.5	0.1	setosa
## 11	5.4	3.7	1.5	0.2	setosa
## 12	4.8	3.4	1.6	0.2	setosa
## 13	4.8	3.0	1.4	0.1	setosa
## 14	4.3	3.0	1.1	0.1	setosa
## 15	5.8	4.0	1.2	0.2	setosa
## 16	5.7	4.4	1.5	0.4	setosa
## 17	5.4	3.9	1.3	0.4	setosa
## 18	5.1	3.5	1.4	0.3	setosa
## 19	5.7	3.8	1.7	0.3	setosa
## 20	5.1	3.8	1.5	0.3	setosa
## 21	5.4	3.4	1.7	0.2	setosa
## 22	5.1	3.7	1.5	0.4	setosa
## 23	4.6	3.6	1.0	0.2	setosa
## 24	5.1	3.3	1.7	0.5	setosa
## 25	4.8	3.4	1.9	0.2	setosa
## 26	5.0	3.0	1.6	0.2	setosa
## 27	5.0	3.4	1.6	0.4	setosa
## 28	5.2	3.5	1.5	0.2	setosa
## 29	5.2	3.4	1.4	0.2	setosa
## 30	4.7	3.2	1.6	0.2	setosa
## 31	4.8	3.1	1.6	0.2	setosa
## 32	5.4	3.4	1.5	0.4	setosa
## 33	5.2	4.1	1.5	0.1	setosa
## 34	5.5	4.2	1.4	0.2	setosa
## 35	4.9	3.1	1.5	0.2	setosa
## 36	5.0	3.2	1.2	0.2	setosa
## 37	5.5	3.5	1.3	0.2	setosa
## 38	4.9	3.6	1.4	0.1	setosa
## 39	4.4	3.0	1.3	0.2	setosa
## 40	5.1	3.4	1.5	0.2	setosa
## 41	5.0	3.5	1.3	0.3	setosa
## 42	4.5	2.3	1.3	0.3	setosa
## 43	4.4	3.2	1.3	0.2	setosa

##	44	5.0	3.5	1.6	0.6	setosa
##	45	5.1	3.8	1.9	0.4	setosa
##	46	4.8	3.0	1.4	0.3	setosa
##	47	5.1	3.8	1.6	0.2	setosa
##	48	4.6	3.2	1.4	0.2	setosa
##	49	5.3	3.7	1.5	0.2	setosa
##	50	5.0	3.3	1.4	0.2	setosa
##	51	7.0	3.2	4.7	1.4	versicolor
##	52	6.4	3.2	4.5	1.5	versicolor
##	53	6.9	3.1	4.9	1.5	versicolor
##	54	5.5	2.3	4.0	1.3	versicolor
##	55	6.5	2.8	4.6	1.5	versicolor
##	56	5.7	2.8	4.5	1.3	versicolor
##	57	6.3	3.3	4.7	1.6	versicolor
##	58	4.9	2.4	3.3	1.0	versicolor
##	59	6.6	2.9	4.6	1.3	versicolor
##	60	5.2	2.7	3.9	1.4	versicolor
##	61	5.0	2.0	3.5	1.0	versicolor
##	62	5.9	3.0	4.2	1.5	versicolor
##	63	6.0	2.2	4.0	1.0	versicolor
##	64	6.1	2.9	4.7	1.4	versicolor
##	65	5.6	2.9	3.6	1.3	versicolor
##	66	6.7	3.1	4.4	1.4	versicolor
##	67	5.6	3.0	4.5	1.5	versicolor
##	68	5.8	2.7	4.1	1.0	versicolor
##	69	6.2	2.2	4.5	1.5	versicolor
##	70	5.6	2.5	3.9	1.1	versicolor
##	71	5.9	3.2	4.8	1.8	versicolor
##	72	6.1	2.8	4.0	1.3	versicolor
##	73	6.3	2.5	4.9	1.5	versicolor
##	74	6.1	2.8	4.7	1.2	versicolor
##	75	6.4	2.9	4.3	1.3	versicolor
##	76	6.6	3.0	4.4	1.4	versicolor
##	77	6.8	2.8	4.8	1.4	versicolor
##	78	6.7	3.0	5.0	1.7	versicolor
##	79	6.0	2.9	4.5	1.5	versicolor
##	80	5.7	2.6	3.5	1.0	versicolor
##	81	5.5	2.4	3.8	1.1	versicolor
##	82	5.5	2.4	3.7	1.0	versicolor
##	83	5.8	2.7	3.9	1.2	versicolor
##	84	6.0	2.7	5.1	1.6	versicolor
##	85	5.4	3.0	4.5	1.5	versicolor
##	86	6.0	3.4	4.5	1.6	versicolor
##	87	6.7	3.1	4.7	1.5	versicolor
##	88	6.3	2.3	4.4	1.3	versicolor

## 89	5.6	3.0	4.1	1.3 versicolor
## 90	5.5	2.5	4.0	1.3 versicolor
## 91	5.5	2.6	4.4	1.2 versicolor
## 92	6.1	3.0	4.6	1.4 versicolor
## 93	5.8	2.6	4.0	1.2 versicolor
## 94	5.0	2.3	3.3	1.0 versicolor
## 95	5.6	2.7	4.2	1.3 versicolor
## 96	5.7	3.0	4.2	1.2 versicolor
## 97	5.7	2.9	4.2	1.3 versicolor
## 98	6.2	2.9	4.3	1.3 versicolor
## 99	5.1	2.5	3.0	1.1 versicolor
## 100	5.7	2.8	4.1	1.3 versicolor
## 101	6.3	3.3	6.0	2.5 virginica
## 102	5.8	2.7	5.1	1.9 virginica
## 103	7.1	3.0	5.9	2.1 virginica
## 104	6.3	2.9	5.6	1.8 virginica
## 105	6.5	3.0	5.8	2.2 virginica
## 106	7.6	3.0	6.6	2.1 virginica
## 107	4.9	2.5	4.5	1.7 virginica
## 108	7.3	2.9	6.3	1.8 virginica
## 109	6.7	2.5	5.8	1.8 virginica
## 110	7.2	3.6	6.1	2.5 virginica
## 111	6.5	3.2	5.1	2.0 virginica
## 112	6.4	2.7	5.3	1.9 virginica
## 113	6.8	3.0	5.5	2.1 virginica
## 114	5.7	2.5	5.0	2.0 virginica
## 115	5.8	2.8	5.1	2.4 virginica
## 116	6.4	3.2	5.3	2.3 virginica
## 117	6.5	3.0	5.5	1.8 virginica
## 118	7.7	3.8	6.7	2.2 virginica
## 119	7.7	2.6	6.9	2.3 virginica
## 120	6.0	2.2	5.0	1.5 virginica
## 121	6.9	3.2	5.7	2.3 virginica
## 122	5.6	2.8	4.9	2.0 virginica
## 123	7.7	2.8	6.7	2.0 virginica
## 124	6.3	2.7	4.9	1.8 virginica
## 125	6.7	3.3	5.7	2.1 virginica
## 126	7.2	3.2	6.0	1.8 virginica
## 127	6.2	2.8	4.8	1.8 virginica
## 128	6.1	3.0	4.9	1.8 virginica
## 129	6.4	2.8	5.6	2.1 virginica
## 130	7.2	3.0	5.8	1.6 virginica
## 131	7.4	2.8	6.1	1.9 virginica
## 132	7.9	3.8	6.4	2.0 virginica
## 133	6.4	2.8	5.6	2.2 virginica
				_

```
## 134
                6.3
                            2.8
                                         5.1
                                                     1.5
                                                          virginica
## 135
                6.1
                            2.6
                                         5.6
                                                     1.4 virginica
## 136
                7.7
                            3.0
                                         6.1
                                                     2.3 virginica
## 137
                6.3
                            3.4
                                         5.6
                                                     2.4 virginica
## 138
                6.4
                            3.1
                                         5.5
                                                     1.8 virginica
## 139
                                         4.8
                                                     1.8 virginica
                6.0
                            3.0
## 140
                6.9
                            3.1
                                         5.4
                                                     2.1 virginica
## 141
                6.7
                            3.1
                                         5.6
                                                     2.4 virginica
## 142
                6.9
                            3.1
                                         5.1
                                                     2.3 virginica
                                                     1.9 virginica
## 143
                5.8
                            2.7
                                         5.1
## 144
                6.8
                            3.2
                                         5.9
                                                     2.3 virginica
## 145
                6.7
                            3.3
                                         5.7
                                                     2.5 virginica
## 146
                                                     2.3 virginica
                6.7
                            3.0
                                         5.2
                                                     1.9 virginica
## 147
                6.3
                            2.5
                                         5.0
## 148
                6.5
                            3.0
                                         5.2
                                                     2.0 virginica
## 149
                            3.4
                                                     2.3 virginica
                6.2
                                         5.4
## 150
                5.9
                            3.0
                                         5.1
                                                     1.8 virginica
tapply(iris$Petal.Length, iris$Species, mean)
       setosa versicolor virginica
##
                    4.26
         1.46
```

### 13.5 Exercícios

1. Crie um vetor chamado nomes contendo os nomes "Alice", "Bruno", "Carla", e "Daniel". Use a função lapply() para converter todos os nomes para maiúsculas. Verifique o resultado.

```
nomes <- c("Alice", "Bruno", "Carla", "Daniel")
# Sua solução aqui
```

2. Crie um vetor chamado palavras contendo as palavras "cachorro", "gato", "elefante", e "leão". Use a função sapply() para calcular o comprimento (número de caracteres) de cada palavra. Verifique o resultado. Dica, veja ?nchar.

```
palavras <- c("cachorro", "gato", "elefante", "leão")
# Sua solução aqui
```

3. Crie uma matriz 3x3 chamada matriz\_exemplo com os números de 1 a 9. Use a função apply() para calcular a soma de cada linha da matriz. Em seguida, use a função apply() novamente para calcular a média de cada coluna.

```
matriz_exemplo <- matrix(1:9, nrow = 3)
# Sua solução aqui</pre>
```

4. Use o conjunto de dados embutido mtcars em R. Use a função tapply() para calcular a média do consumo de combustível (mpg) para cada número de cilindros (cyl).

```
data(mtcars)
# Sua solução aqui
```

5. Crie uma lista chamada minha\_lista contendo três elementos: um vetor numérico de 1 a 5, um vetor de caracteres com os valores "A", "B", "C", e uma matriz 2x2 com valores de 1 a 4. Use lapply() para calcular o comprimento de cada elemento da lista e, em seguida, use sapply() para simplificar o resultado num vetor.

```
minha_lista <- list(1:5, c("A", "B", "C"), matrix(1:4, nrow = 2))
# Sua solução aqui
```

6. Crie dois vetores numéricos, a <- c(2, 4, 6) e b <- c(3, 5, 7). Use mapply() para multiplicar cada elemento de a com o elemento correspondente de b. Verifique o resultado.

```
a <- c(2, 4, 6)
b <- c(3, 5, 7)
# Sua solução aqui
```

7. Crie um vetor numeros contendo os números de 1 a 10. Use a função sapply() para aplicar uma função personalizada que retorne "par" se o número for par e "ímpar" se o número for ímpar.

```
numeros <- 1:10
# Sua solução aqui
```

8. Use o conjunto de dados iris. Utilize tapply() para calcular a média do comprimento das pétalas (Petal.Length) por espécie (Species) e a variância da largura das sépalas (Sepal.Width) por espécie.

```
data(iris)
# Sua solução aqui
```

9. Use o conjunto de dados mtcars. Use apply() para normalizar (escala de 0 a 1) todas as colunas numéricas do data frame. Em seguida, use lapply()

para aplicar a função  ${\tt summary()}$  a cada coluna normalizada para verificar o resultado.

```
data(mtcars)
# Sua solução aqui
```

# Chapter 14

# Gráficos (R base)

O R base oferece uma variedade de funções para criar gráficos estatísticos básicos e personalizá-los de acordo com as necessidades da análise. A criação de gráficos é uma parte essencial da análise de dados, pois permite visualizar padrões, tendências e distribuições de forma intuitiva.

#### 14.1 Gráfico de Barras

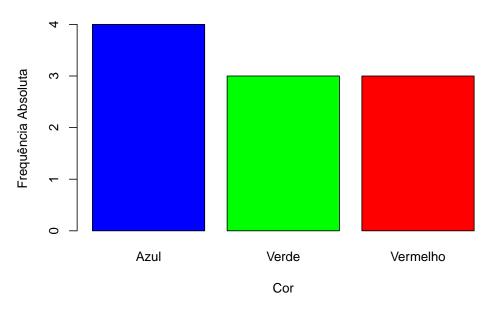
Gráfico de barras: Um gráfico de barras consiste em barras verticais ou horizontais, onde cada barra representa uma categoria e sua altura (ou comprimento) indica a frequência (absoluta ou relativa) dessa categoria. A largura das barras é constante e não possui significado estatístico.

```
# Dados de exemplo: cores favoritas
cores <- c("Azul", "Vermelho", "Verde", "Azul", "Verde",
"Vermelho", "Azul", "Verde", "Azul", "Vermelho")

# Calcular as frequências absolutas
frequencia_absoluta <- table(cores)

# Criar o gráfico de barras com frequências absolutas
barplot(frequencia_absoluta,
    main = "Gráfico de Barras",
    xlab = "Cor",
    ylab = "Frequência Absoluta",
    col = c("blue", "green", "red"),
    border = "black")</pre>
```

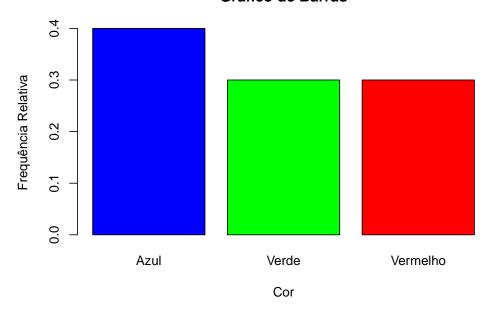
#### **Gráfico de Barras**



```
# Calcular as frequências relativas
frequencia_relativa <- frequencia_absoluta / length(cores)

# Criar o gráfico de barras com frequências relativas
barplot(frequencia_relativa,
    main = "Gráfico de Barras",
    xlab = "Cor",
    ylab = "Frequência Relativa",
    col = c("blue", "green", "red"),
    border = "black")</pre>
```



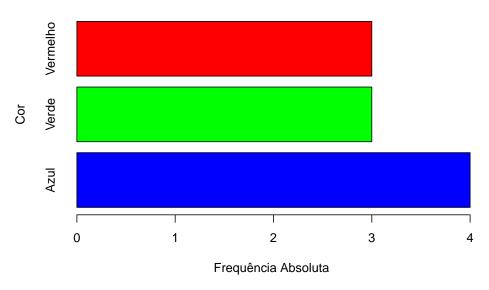


#### Personalização de Gráficos de Barras

Pode personalizar ainda mais os gráficos de barras usando argumentos como horiz (para gráficos de barras horizontais), e beside (para barras lado a lado).

```
# Gráfico de barras horizontal
barplot(frequencia_absoluta,
    main = "Gráfico de Barras Horizontal",
    xlab = "Frequência Absoluta",
    ylab = "Cor",
    col = c("blue", "green", "red"),
    horiz = TRUE)
```

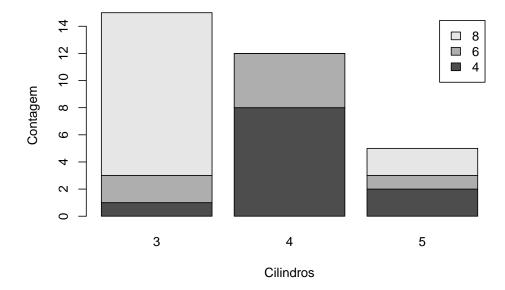
#### **Gráfico de Barras Horizontal**



Usando a base de dados mtcars vamos criar um gráfico de barras empilhado que mostre a contagem de carros com diferentes números de marchas (gear) para cada número de cilindros (cyl).

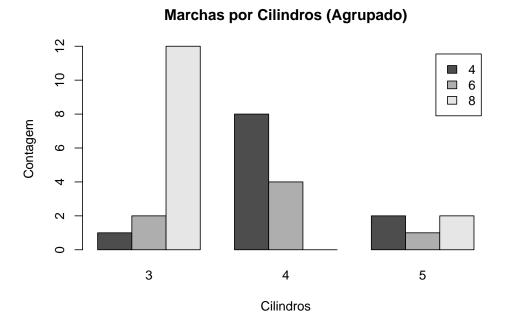
barplot(table(mtcars\$cyl, mtcars\$gear), beside=FALSE, legend=TRUE, main="Marchas por C

# **Marchas por Cilindros**



Usando o mesmo conjunto de dados mtcars, vamos criar um gráfico de barras agrupado para o número de marchas (gear) por cilindros (cyl).

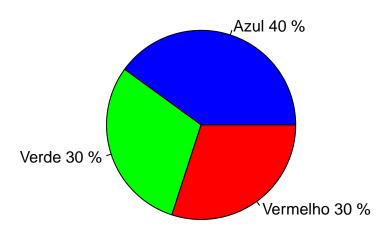
barplot(table(mtcars\$cyl, mtcars\$gear), beside=TRUE, legend=TRUE, main="Marchas por Cilindros (Agende TRUE)



# 14.2 Gráfico Circular (Pizza)

Gráfico circular (pizza): Mostra a proporção de diferentes categorias em relação ao total. Cada fatia representa uma categoria e o tamanho de cada fatia é proporcional à sua porcentagem.

# **Gráfico Circular (Pizza)**



## 14.3 Histograma

**Histograma**: é uma representação gráfica dos dados em que se marcam as classes (intervalos) no eixo horizontal e as frequências (absuluta ou relativa) no eixo vertical.

- Cada retângulo corresponde a uma classe.
- A largura de cada retângulo é igual à amplitude da classe.
- Se as classes tiverem todas a mesma amplitude, a altura do retângulo é proporcional à frequência.

Por default, o R utiliza a frequência absoluta para construir o histograma. Se tiver interesse em representar as frequências relativas, utilize a opção freq=FALSE nos argumentos da função hist(). O padrão de intervalo de classe no R  $\acute{\rm e}$  (a,b].

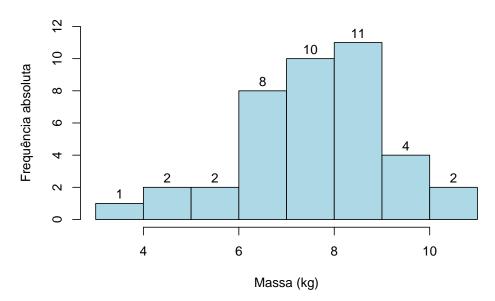
```
# Dados referentes à massa (em kg) de 40 bicicletas

bicicletas <- c(4.3,6.8,9.2,7.2,8.7,8.6,6.6,5.2,8.1,10.9,7.4,4.5,3.8,7.6,6.8,7.8,8.4,7

h <- hist(bicicletas,
    main = "Histograma",
    xlab = "Massa (kg)",
    ylab = "Frequência absoluta",
```

```
col = "lightblue",
border = "black",
ylim = c(0,12),
labels = TRUE)
```

## Histograma

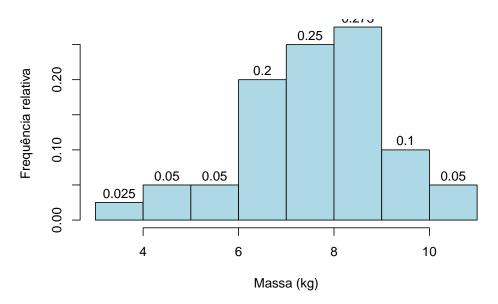


```
# Pontos limites das classes
h$breaks
## [1] 3 4 5 6 7 8 9 10 11

# O comando h$counts retorna um vetor com as frequências absolutas dentro de cada classe
h$counts
## [1] 1 2 2 8 10 11 4 2
```

```
# Histograma com frequência relativa
hist(bicicletas,
  main = "Histograma",
  xlab = "Massa (kg)",
  ylab = "Frequência relativa",
  freq = FALSE,
  col = "lightblue",
  border = "black",
  labels = TRUE)
```





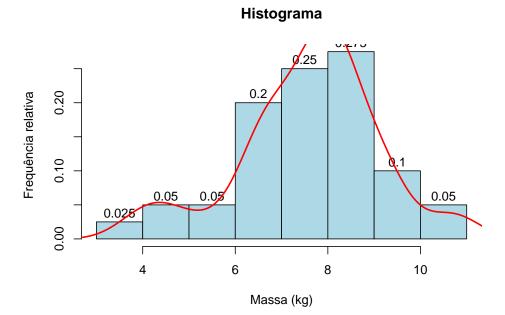
Pode controlar o número de intervalos (bins) usando o argumento breaks. Por exemplo, breaks = 5 divide os dados em 5 intervalos.

Podemos adicionar também uma curva de densidade em cima do histograma.

```
# Histograma com frequência relativa
hist(bicicletas,
  main = "Histograma",
  xlab = "Massa (kg)",
  ylab = "Frequência relativa",
  freq = FALSE,
  col = "lightblue",
  border = "black",
  labels = TRUE)

# Adicionando uma curva de densidade em cima do histograma
lines(density(bicicletas), col="red", lwd=2)
```

14.4. BOX-PLOT 127

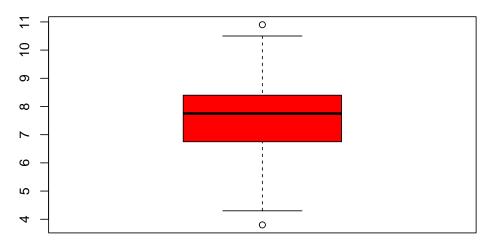


# 14.4 Box-plot

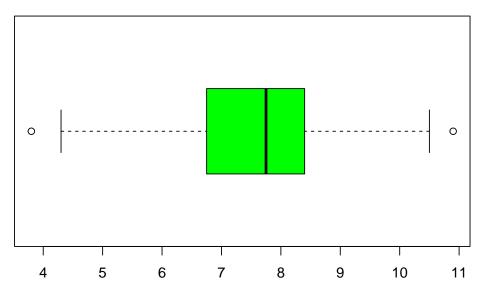
Box-plot (Caixa de Bigodes): O box-plot é uma representação gráfica que resume a distribuição de uma variável através de cinco estatísticas principais: mínimo, primeiro quartil (Q1), mediana (Q2), terceiro quartil (Q3) e máximo. Também pode mostrar outliers (valores atípicos).

```
# Box-plot vertical
boxplot(bicicletas,
    main = "Box-plot Vertical",
    col="red")
```

# **Box-plot Vertical**



# **Box-plot Horizontal**



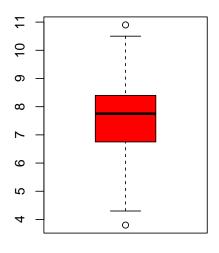
Pode comparar a distribuição de múltiplas variáveis lado a lado com box-plots. Use a função par() para ajustar o layout gráfico.

14.4. BOX-PLOT 129

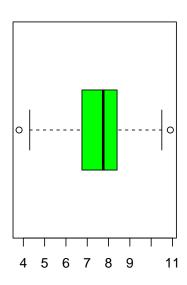
```
# Ajuste do layout gráfico
par(mfrow = c(1, 2))

# Box-plot vertical e horizontal lado a lado
boxplot(bicicletas, main = "Box-plot Vertical", col = "red")
boxplot(bicicletas, main = "Box-plot Horizontal", col = "green", horizontal = TRUE)
```

## **Box-plot Vertical**



## **Box-plot Horizontal**

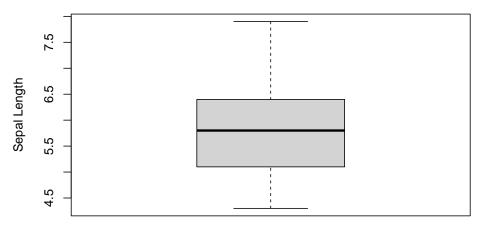


```
# Resetar layout gráfico para o padrão
par(mfrow = c(1, 1))
```

Usando o conjunto de dados iris, vamos criar um box-plot simples da variável Sepal.Length.

```
data(iris)
boxplot(iris$Sepal.Length, main="Box-Plot de Sepal Length", ylab="Sepal Length")
```

### Box-Plot de Sepal Length

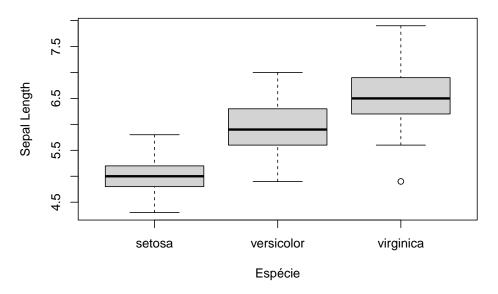


Vamos criar agora um box-plot da variável Sepal.Length agrupado por espécie de flor (Species) no conjunto de dados iris.

de nor (Species) no conjunto de dados mis.

### Box-Plot de Sepal Length por Espécie

boxplot(Sepal.Length ~ Species, data=iris, main="Box-Plot de Sepal Length por Espécie"



# 14.5 Gráfico de Dispersão

Gráfico de Dispersão (Scatter Plot): Útil para visualizar a relação entre duas variáveis quantitativas. É uma boa ferramenta para identificar correlações,

tendências e outliers.

### Gráfico de Dispersão

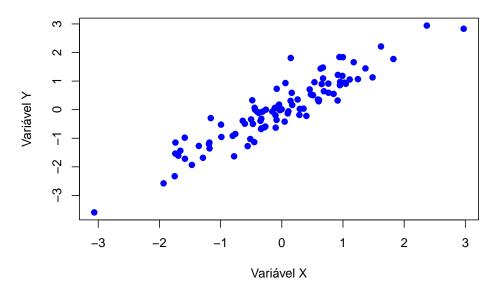
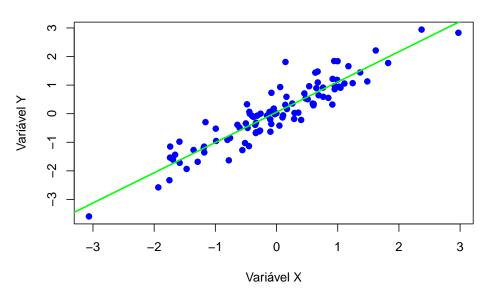


Gráfico de dispersão com regressão.

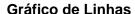
```
# Criar gráfico de dispersão
plot(x, y,
    main = "Gráfico de Dispersão",
    xlab = "Variável X",
    ylab = "Variável Y",
    col = "blue",
    pch = 19)
abline(lm(y~x), col="green", lwd=2)
```

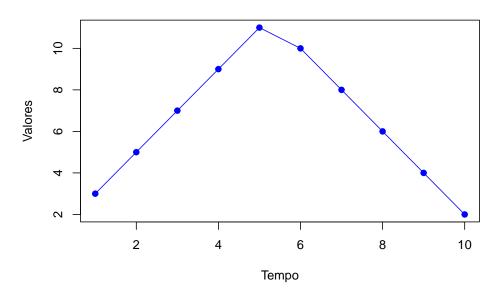
### Gráfico de Dispersão



## 14.6 Gráfico de Linhas

 $\bf Gráfico$  de Linhas: É usado para mostrar informações de séries temporais ou tendências ao longo de intervalos contínuos, como o tempo.





### 14.7 Exercícios

- 1. Usando o dataset iris, crie um gráfico de barras para mostrar a contagem de cada espécie de flor.
- 2. Utilizando o dataset airquality, crie um gráfico de barras para mostrar a média de temperatura (Temp) por mês. Dica: use a função tapply().
- 3. Crie um gráfico de pizza com as diferentes espécies de flores no dataset iris.
- 4. Utilizando o dataset Titanic, crie um gráfico de pizza que mostre a proporção de sobreviventes e não sobreviventes. Dica: Transforme Titanic num data frame.
- 5. Crie um histograma para a variável Sepal.Length. Em seguida, personalize o histograma com cores, ajuste o número de "bins" (intervalos) e adicione um título e rótulos aos eixos.
- **6.** Utilizando o dataset airquality, crie histogramas para a variável Ozone separadamente para cada mês (de maio a setembro). Ajuste o layout para mostrar os histogramas lado a lado e compare a distribuição dos níveis de ozônio ao longo dos meses.
  - Carregue o dataset airquality.
  - Crie um histograma para a variável Ozone para cada mês.
  - Use o comando par(mfrow=c(3, 2)) para mostrar os gráficos lado a lado e comparar.

- 7. Utilizando o dataset iris crie um box-plot para comparar a distribuição do comprimento da pétala (Petal.Length) entre as diferentes espécies.
  - Carregue o dataset iris.
  - Crie um box-plot para a variável Petal.Length, agrupando os dados pelas diferentes espécies (Species).
  - Personalize o gráfico com cores diferentes para cada grupo e adicione títulos e rótulos.
- 8. Utilizando o dataset airquality crie um box-plot para comparar a distribuição dos níveis de ozônio (Ozone) para os diferentes meses. Observe como os níveis de ozônio variam ao longo do tempo.
  - Carregue o dataset airquality.
  - Crie um box-plot para os níveis de ozônio (Ozone), agrupando os dados por mês (Month).
  - Adicione uma linha horizontal indicando o valor mediano global dos níveis de ozônio. Dica: use a função abline().

# Chapter 15

# Manipulação de dados

### 15.1 Tibbles

Tibbles são uma versão moderna e melhorada dos data frames em R, introduzida pelo pacote tibble, que faz parte do tidyverse — um conjunto de pacotes desenvolvido para facilitar a ciência de dados em R. Os tibbles foram projetados para ultrapassar algumas das limitações dos data frames tradicionais, oferecendo uma estrutura de dados mais robusta e intuitiva para manipulação e análise de dados.

#### Diferenças Principais entre Tibble e Data Frame

Os tibbles têm várias vantagens em relação aos data frames, especialmente em termos de usabilidade e integração com o tidyverse. A tabela abaixo resume as principais diferenças:

Característica	Data Frame	Tibble
Impressão no	Exibe todos os dados	Exibe um resumo com 10 linhas
Console		e colunas visíveis
Conversão de	Converte strings para	Mantém strings como caracteres
Strings	fatores por padrão	
Manuseio de	Apenas vetores, listas	Permite listas, funções, outros
Colunas	podem ser problemáticas	tibbles
Nomes de Colunas	Nomes devem ser únicos e sem espaços	Nomes podem ter espaços, ser duplicados, etc.
Retorno de	Pode retornar um	Sempre retorna um tibble
Subsetting ([)	vetor ou data frame	-

Característica	Data Frame	Tibble
Compatibilidade e Integração	Totalmente compatível com base R	Compatível, mas otimizado para uso com tidyverse
Manipulação de Dados	Menos intuitivo para algumas operações.	Mais intuitivo e fácil de usar, especialmente com operações encadeadas.

#### 15.1.1 Criar e trabalhar com Tibbles

Criar um tibble é semelhante a criar um data frame, mas com uma sintaxe ligeiramente diferente que facilita a criação de colunas complexas.

```
# Carregar o pacote tibble
library(tibble)
# Criando um tibble
tb <- tibble(
 x = 1:5,
 y = c("A", "B", "C", "D", "E"),
  z = x * 2
print(tb)
## # A tibble: 5 × 3
        x y z
##
   <int> <chr> <dbl>
## 1
        1 A
                  2
## 2
        2 B
                    4
## 3
        3 C
                    6
## 4
        4 D
                    8
## 5 5 E
                   10
```

Também pode converter um data frame existente para um tibble usando a função as\_tibble():

```
# Criar um data frame
df <- data.frame(
    x = 1:5,
    y = c("A", "B", "C", "D", "E")
)
# Converter para tibble</pre>
```

```
tb <- as_tibble(df)
print(tb)
## # A tibble: 5 × 2
         x y
##
     <int> <chr>
## 1
         1 A
## 2
         2 B
## 3
         3 C
## 4
         4 D
## 5
         5 E
```

# 15.2 Manipulação de Dados com dplyr

O dplyr é um pacote fundamental no tidyverse para manipulação de dados em R. Ele proporciona uma sintaxe mais limpa e legível para operações comuns em data frames e tibbles, como seleção, filtragem, mutação (criação/modificação de colunas), ordenação e agrupamento de dados.

As principais funções do dplyr são:

- select(): Seleciona colunas de um data frame. \*arrange(): Ordena as linhas de um data frame com base nos valores de uma ou mais colunas.
- filter(): Filtra linhas com base em condições lógicas.
- mutate(): Adiciona novas colunas ou modifica colunas existentes.
- group\_by(): Agrupa os dados com base nos valores de uma ou mais colunas.
- summarise(): Resuma os dados, tipicamente usado após group\_by() para calcular estatísticas agregadas.

Vamos explorar cada uma dessas funções usando o dataset starwars disponível no pacote dplyr.

Assim, utilizaremos o objeto sw para acessar os dados.

```
library(dplyr)

##

## Attaching package: 'dplyr'

## The following objects are masked from 'package:stats':
##

## filter, lag
```

```
## The following objects are masked from 'package:base':
##
       intersect, setdiff, setequal, union
# Carregar o dataset Star Wars
sw <- starwars
glimpse(sw) # Exibe uma visão qeral dos dados
## Rows: 87
## Columns: 14
## $ name
                <chr> "Luke Skywalker", "C-3PO", "R2-D2", "Darth Vader", "Leia Or~
## $ height
                <int> 172, 167, 96, 202, 150, 178, 165, 97, 183, 182, 188, 180, 2~
                <dbl> 77.0, 75.0, 32.0, 136.0, 49.0, 120.0, 75.0, 32.0, 84.0, 77.~
## $ mass
## $ hair_color <chr> "blond", NA, NA, "none", "brown", "brown, grey", "brown", N~
## $ skin_color <chr> "fair",
                             "gold", "white, blue", "white", "light", "a
## $ eye_color <chr> "blue", "yellow", "red", "yellow", "brown", "blue", "blue",~
## $ birth_year <dbl> 19.0, 112.0, 33.0, 41.9, 19.0, 52.0, 47.0, NA, 24.0, 57.0, ~
                <chr> "male", "none", "none", "male", "female", "male", "female",~
## $ sex
                <chr> "masculine", "masculine", "masculine", "masculine", "femini~
## $ gender
## $ homeworld <chr> "Tatooine", "Tatooine", "Naboo", "Tatooine", "Alderaan", "T~
## $ species
                <chr> "Human", "Droid", "Droid", "Human", "Human", "Human", "Huma~
                <list> <"A New Hope", "The Empire Strikes Back", "Return of the J~</pre>
## $ films
                <list> <"Snowspeeder", "Imperial Speeder Bike">, <>, <>, <>, "Imp~
## $ vehicles
## $ starships <list> <"X-wing", "Imperial shuttle">, <>, <>, "TIE Advanced x1",~
```

#### 15.2.1 Seleção de Colunas com select()

A função select() é usada para selecionar uma ou mais colunas de um tibble ou data frame. Pode usar nomes de colunas diretamente sem aspas.

```
# Selecionar uma coluna
select(sw, name)
## # A tibble: 87 x 1
##
     name
##
      <chr>>
## 1 Luke Skywalker
   2 C-3PO
##
## 3 R2-D2
## 4 Darth Vader
## 5 Leia Organa
   6 Owen Lars
## 7 Beru Whitesun Lars
## 8 R5-D4
```

```
## 9 Biggs Darklighter
## 10 Obi-Wan Kenobi
## # i 77 more rows
# Selecionar várias colunas
select(sw, name, mass, hair_color)
## # A tibble: 87 x 3
##
     name
                       mass hair_color
##
     <chr>
                       <dbl> <chr>
## 1 Luke Skywalker
                          77 blond
## 2 C-3PO
                          75 <NA>
## 3 R2-D2
                         32 <NA>
## 4 Darth Vader
                        136 none
                         49 brown
## 5 Leia Organa
## 6 Owen Lars
                       120 brown, grey
## 7 Beru Whitesun Lars 75 brown
## 8 R5-D4
                          32 <NA>
## 9 Biggs Darklighter
                        84 black
## 10 Obi-Wan Kenobi
                        77 auburn, white
## # i 77 more rows
# Selecionar um intervalo de colunas
select(sw, name:hair_color)
## # A tibble: 87 x 4
##
     name
                       height mass hair_color
##
     <chr>
                        <int> <dbl> <chr>
## 1 Luke Skywalker
                         172
                                77 blond
## 2 C-3PO
                          167
                                75 <NA>
## 3 R2-D2
                          96
                                32 <NA>
## 4 Darth Vader
                          202
                              136 none
## 5 Leia Organa
                         150 49 brown
## 6 Owen Lars
                          178
                               120 brown, grey
## 7 Beru Whitesun Lars
                          165
                                75 brown
## 8 R5-D4
                                32 <NA>
                          97
## 9 Biggs Darklighter
                                84 black
                          183
```

O dplyr possui um conjunto de funções auxiliares muito úteis para seleção de colunas. As principais são:

77 auburn, white

182

## 10 Obi-Wan Kenobi

## # i 77 more rows

• starts\_with(): para colunas que começam com um texto específico.

- ends\_with(): para colunas que terminam com um texto específico.
- contains(): para colunas que contêm um texto específico.

```
# Selecionar colunas que terminam com "color"
select(sw, ends_with("color"))
```

```
## # A tibble: 87 x 3
##
      hair_color
                     skin_color
                                 eye_color
      <chr>
##
                     <chr>>
                                  <chr>
##
   1 blond
                     fair
                                 blue
   2 <NA>
##
                     gold
                                 yellow
    3 <NA>
                     white, blue red
##
##
                     white
   4 none
                                 yellow
##
    5 brown
                     light
                                 brown
##
                     light
                                 blue
    6 brown, grey
##
   7 brown
                     light
                                 blue
##
   8 <NA>
                     white, red red
   9 black
                     light
                                 brown
## 10 auburn, white fair
                                 blue-gray
## # i 77 more rows
```

Para remover colunas, basta acrescentar um - antes da seleção.

```
select(sw, -name, -hair_color)
```

```
## # A tibble: 87 x 12
##
      height mass skin_color eye_color birth_year sex
                                                            gender homeworld species
##
       <int> <dbl> <chr>
                                <chr>
                                               <dbl> <chr>
                                                            <chr> <chr>
                                                                              <chr>
##
   1
         172
                77 fair
                               blue
                                                19
                                                     male
                                                            mascu~ Tatooine
                                                                              Human
##
    2
         167
                75 gold
                               yellow
                                               112
                                                     none
                                                            mascu~ Tatooine
                                                                              Droid
##
   3
          96
                32 white, blue red
                                                33
                                                            mascu~ Naboo
                                                                              Droid
                                                     none
##
   4
         202
               136 white
                                                41.9 male
                                                            mascu~ Tatooine
                                                                              Human
                               vellow
##
   5
         150
                49 light
                               brown
                                                19
                                                     female femin~ Alderaan
                                                                              Human
##
    6
         178
               120 light
                               blue
                                                52
                                                     male
                                                            mascu~ Tatooine
                                                                              Human
##
   7
         165
                75 light
                               blue
                                                47
                                                     female femin~ Tatooine Human
##
         97
                32 white, red red
                                                NA
                                                            mascu~ Tatooine Droid
                                                     none
##
         183
                                                            mascu~ Tatooine Human
   9
                84 light
                                                24
                                                     male
                               brown
## 10
         182
                77 fair
                                                     male
                                                            mascu~ Stewjon
                               blue-gray
                                                57
                                                                              Human
## # i 77 more rows
## # i 3 more variables: films <list>, vehicles <list>, starships <list>
```

```
# Remover múltiplas colunas
select(sw, -ends_with("color"))
```

```
## # A tibble: 87 x 11
##
     name
             height mass birth_year sex
                                           gender homeworld species films vehicles
##
      <chr>>
               <int> <dbl>
                               <dbl> <chr> <chr> <chr>
                                                            <chr>
                                                                    >lis> <list>
##
   1 Luke S~
                172
                       77
                                19
                                     male mascu~ Tatooine
                                                            Human
                                                                    <chr> <chr>
   2 C-3PO
##
                167
                       75
                               112
                                     none mascu~ Tatooine Droid
                                                                    <chr> <chr>
   3 R2-D2
                 96
                       32
                                33
                                     none mascu~ Naboo
                                                            Droid
                                                                    <chr> <chr>
   4 Darth ~
                202
                                41.9 male mascu~ Tatooine Human <chr> <chr>
                      136
   5 Leia 0~
                150
                       49
                                19
                                     fema~ femin~ Alderaan Human
                                                                    <chr> <chr>
   6 Owen L~
                                52
                                     male mascu~ Tatooine Human
##
                178
                      120
                                                                    <chr> <chr>
##
   7 Beru W~
                165
                       75
                                47
                                     fema~ femin~ Tatooine Human <chr> <chr>
##
   8 R5-D4
                 97
                       32
                                NA
                                     none mascu~ Tatooine Droid <chr> <chr>
##
  9 Biggs ~
                183
                       84
                                24
                                     male mascu~ Tatooine Human
                                                                    <chr> <chr>
## 10 Obi-Wa~
                 182
                       77
                                57
                                     male mascu~ Stewjon
                                                            Human
                                                                    <chr> <chr>
## # i 77 more rows
## # i 1 more variable: starships <list>
```

#### 15.2.2 Exercícios

Utilize a base sw nos exercícios a seguir.

- 1. Utilize a função glimpse() do pacote dplyr na base sw. O que ela faz?
- 2. Crie uma tabela chamada sw\_simples contendo apenas as colunas name, gender e films.
- 3. Selecione apenas as colunas hair\_color, skin\_color e eye\_color usando a função auxiliar contains().
- 4. Usando a função select() e as suas funções auxiliares, escreva códigos que retornem a base sw sem as colunas hair\_color, skin\_color e eye\_color. Escreva todas as soluções diferentes que conseguir pensar.

#### 15.2.3 Ordenando a Base de Dados

A função arrange() permite ordenar as linhas de uma tabela com base nos valores de uma ou mais colunas. Pode ordenar em ordem crescente ou decrescente, conforme a necessidade.

```
# Exemplo de ordenação crescente arrange(sw, mass)
```

```
## # A tibble: 87 x 14
##
      name
               height mass hair_color skin_color eye_color birth_year sex
                                                                              gender
##
      <chr>>
                <int> <dbl> <chr>
                                        <chr>
                                                   <chr>
                                                                  <dbl> <chr> <chr>
                   79
##
   1 Ratts T~
                         15 none
                                       grey, blue unknown
                                                                     NA male mascu~
```

```
##
    2 Yoda
                   66
                          17 white
                                                                      896 male
                                         green
                                                    brown
                                                                                mascu~
    3 Wicket ~
                          20 brown
                                                                        8 male
##
                    88
                                         brown
                                                    brown
                                                                                mascu~
##
    4 R2-D2
                   96
                          32 <NA>
                                         white, bl~ red
                                                                       33 none
                                                                                 mascu~
    5 R5-D4
                   97
                          32 <NA>
                                         white, red red
                                                                       NA none
                                                                                mascu~
##
   6 Sebulba
                   112
                                                                       NA male
                          40 none
                                         grey, red
                                                   orange
                                                                                mascu~
   7 Padmé A~
                   185
                          45 brown
                                         light
                                                    brown
                                                                       46 fema~ femin~
##
   8 Dud Bolt
                   94
                                         blue, grey yellow
                                                                       NA male mascu~
                          45 none
##
    9 Wat Tam~
                   193
                          48 none
                                         green, gr~ unknown
                                                                       NA male mascu~
## 10 Sly Moo~
                                                                       NA <NA>
                                                                                <NA>
                   178
                          48 none
                                        pale
                                                    white
## # i 77 more rows
## # i 5 more variables: homeworld <chr>, species <chr>, films <list>,
       vehicles <list>, starships <list>
# Exemplo de ordenação decrescente
arrange(sw, desc(mass))
## # A tibble: 87 x 14
```

```
gender
##
      name
               height
                        mass hair_color skin_color eye_color birth_year sex
##
      <chr>
                 <int> <dbl> <chr>
                                         <chr>
                                                    <chr>
                                                                    <dbl> <chr> <chr>
   1 Jabba D~
                   175
                        1358 <NA>
                                         green-tan~ orange
                                                                    600
##
                                                                          herm~ mascu~
##
   2 Grievous
                  216
                         159 none
                                         brown, wh~ green, y~
                                                                     NA
                                                                          male
                                                                                mascu~
    3 IG-88
                   200
                         140 none
                                        metal
                                                    red
                                                                     15
                                                                          none
                                                                                mascu~
    4 Darth V~
##
                  202
                         136 none
                                         white
                                                                     41.9 male
                                                    yellow
                                                                                mascu~
    5 Tarfful
##
                  234
                         136 brown
                                         brown
                                                    blue
                                                                     NA
                                                                          male
                                                                                mascu~
##
    6 Owen La~
                   178
                         120 brown, gr~ light
                                                    blue
                                                                     52
                                                                          male
                                                                                mascu~
##
   7 Bossk
                   190
                         113 none
                                         green
                                                    red
                                                                     53
                                                                          male mascu~
   8 Chewbac~
##
                   228
                         112 brown
                                         unknown
                                                    blue
                                                                    200
                                                                          male mascu~
    9 Jek Ton~
                   180
                         110 brown
                                         fair
                                                    blue
                                                                     NA
                                                                          <NA>
                                                                                <NA>
## 10 Dexter ~
                   198
                         102 none
                                         brown
                                                    yellow
                                                                     NA
                                                                          male mascu~
## # i 77 more rows
## # i 5 more variables: homeworld <chr>, species <chr>, films <list>,
       vehicles <list>, starships <list>
```

```
# Ordenar por múltiplas colunas
arrange(sw, desc(height), desc(mass))
```

```
## # A tibble: 87 x 14
                                                                               gender
               height mass hair_color skin_color eye_color birth_year sex
##
      name
##
      <chr>
                <int> <dbl> <chr>
                                        <chr>
                                                    <chr>
                                                                   <dbl> <chr> <chr>
##
   1 Yarael ~
                  264
                         NA none
                                        white
                                                   yellow
                                                                    NA
                                                                         male mascu~
##
   2 Tarfful
                  234
                        136 brown
                                        brown
                                                   blue
                                                                    NA
                                                                         male
                                                                               mascu~
    3 Lama Su
                  229
                         88 none
                                                   black
                                                                    NA
                                                                         male mascu~
                                        grey
   4 Chewbac~
##
                  228
                        112 brown
                                        unknown
                                                   blue
                                                                   200
                                                                         male mascu~
                         82 none
## 5 Roos Ta~
                  224
                                        grey
                                                   orange
                                                                    NA
                                                                         male mascu~
```

```
6 Grievous
                  216
                        159 none
                                       brown, wh~ green, y~
                                                                  NA
                                                                       male mascu~
   7 Taun We
                                                  black
                  213
                         NA none
                                                                  NA
                                                                       fema~ femin~
                                       grey
## 8 Tion Me~
                  206
                                                  black
                                                                  NA
                         80 none
                                       grey
                                                                       male mascu~
## 9 Rugor N~
                  206
                         NA none
                                                  orange
                                                                  NA
                                                                       male mascu~
                                       green
## 10 Darth V~
                                                                  41.9 male mascu~
                  202
                        136 none
                                       white
                                                  yellow
## # i 77 more rows
## # i 5 more variables: homeworld <chr>, species <chr>, films <list>,
       vehicles <list>, starships <list>
```

#### 15.2.4 Exercícios

1. Ordene a base sw pela coluna mass em ordem crescente e pela coluna birth\_year em ordem decrescente. Guarde o resultado em um objeto chamado sw\_ordenados.

```
sw_ordenados <- arrange(sw, mass, desc(birth_year))
sw_ordenados</pre>
```

2. Selecione apenas as colunas name e birth\_year, então ordene de forma decrescente pelo birth\_year.

```
# Usando aninhamento de funções
arrange(select(sw, name, birth_year), desc(birth_year))
# Usando um objeto intermediário
sw_aux <- select(sw, name, birth_year)
arrange(sw_aux, desc(birth_year))
# Usando pipes para simplificar
sw %>%
    select(name, birth_year) %>%
    arrange(desc(birth_year))
```

#### 15.2.5 Filtrando Linhas da Base de Dados

Para selecionar linhas específicas com base em uma ou mais condições, utilizamos a função filter().

```
# filter(sw, height > 170)
# Ou
sw %>% filter(height > 170)
```

```
## # A tibble: 55 x 14
               height mass hair_color skin_color eye_color birth_year sex
                                                                              gender
##
      name
                <int> <dbl> <chr>
##
      <chr>
                                        <chr>
                                                   <chr>
                                                                  <dbl> <chr> <chr>
##
   1 Luke Sk~
                  172
                         77 blond
                                       fair
                                                   blue
                                                                   19
                                                                        male
                                                                              mascu~
##
  2 Darth V~
                  202
                                                                   41.9 male
                        136 none
                                       white
                                                   yellow
                                                                              mascu~
##
   3 Owen La~
                  178
                        120 brown, gr~ light
                                                   blue
                                                                   52
                                                                        male
                                                                              mascu~
##
   4 Biggs D~
                  183
                                                                   24
                                                                        male
                         84 black
                                       light
                                                   brown
                                                                              mascu~
   5 Obi-Wan~
##
                  182
                         77 auburn, w~ fair
                                                                   57
                                                                        male
                                                   blue-gray
                                                                              mascu~
   6 Anakin ~
                  188
                                                                   41.9 male
##
                         84 blond
                                       fair
                                                   blue
                                                                              mascu~
##
   7 Wilhuff~
                  180
                                                   blue
                                                                   64
                                                                        male mascu~
                         NA auburn, g~ fair
##
   8 Chewbac~
                  228
                        112 brown
                                       unknown
                                                   blue
                                                                  200
                                                                        male mascu~
##
  9 Han Solo
                  180
                         80 brown
                                       fair
                                                   brown
                                                                   29
                                                                        male mascu~
## 10 Greedo
                  173
                         74 <NA>
                                       green
                                                   black
                                                                   44
                                                                        male mascu~
## # i 45 more rows
## # i 5 more variables: homeworld <chr>, species <chr>, films <list>,
       vehicles <list>, starships <list>
```

Podemos selecionar apenas as colunas name e height para visualizarmos as alturas:

```
sw %>%
filter(height > 170) %>%
select(name, height)
```

```
## # A tibble: 55 x 2
##
     name
                        height
##
      <chr>
                         <int>
##
   1 Luke Skywalker
                            172
   2 Darth Vader
                            202
##
   3 Owen Lars
                            178
##
   4 Biggs Darklighter
                            183
##
   5 Obi-Wan Kenobi
                            182
   6 Anakin Skywalker
                            188
##
   7 Wilhuff Tarkin
                            180
   8 Chewbacca
                            228
  9 Han Solo
                            180
## 10 Greedo
                            173
## # i 45 more rows
```

Podemos estender o filtro para duas ou mais colunas.

```
filter(sw, height>170, mass>80)
## # A tibble: 21 x 14
```

```
##
               height mass hair_color skin_color eye_color birth_year sex
      name
                                                                               gender
##
      <chr>
                <int> <dbl> <chr>
                                                   <chr>
                                        <chr>
                                                                  <dbl> <chr> <chr>
##
   1 Darth V~
                  202
                        136 none
                                        white
                                                                   41.9 male mascu~
                                                   yellow
##
   2 Owen La~
                  178
                        120 brown, gr~ light
                                                   blue
                                                                   52
                                                                        male mascu~
                                                                   24
##
   3 Biggs D~
                  183
                         84 black
                                       light
                                                   brown
                                                                        male mascu~
   4 Anakin ~
                  188
                         84 blond
                                       fair
                                                   blue
                                                                   41.9 male
                                                                              mascu~
## 5 Chewbac~
                  228
                        112 brown
                                                                  200
                                       unknown
                                                   blue
                                                                        male mascu~
   6 Jabba D~
                  175 1358 <NA>
                                       green-tan~ orange
                                                                  600
                                                                        herm~ mascu~
##
   7 Jek Ton~
                  180
                        110 brown
                                       fair
                                                   blue
                                                                   NA
                                                                        <NA>
                                                                              <NA>
##
   8 IG-88
                  200
                        140 none
                                                                   15
                                                                        none mascu~
                                       metal
                                                   red
## 9 Bossk
                  190
                        113 none
                                                   red
                                                                   53
                                                                        male mascu~
                                       green
## 10 Ackbar
                  180
                         83 none
                                       brown mot~ orange
                                                                   41
                                                                        male mascu~
## # i 11 more rows
## # i 5 more variables: homeworld <chr>, species <chr>, films <list>,
       vehicles <list>, starships <list>
sw %>% filter(height > 170, mass > 80)
## # A tibble: 21 x 14
##
               height mass hair_color skin_color eye_color birth_year sex
##
      <chr>
                <int> <dbl> <chr>
                                        <chr>
                                                   <chr>
                                                                  <dbl> <chr> <chr>
##
   1 Darth V~
                  202
                        136 none
                                       white
                                                   vellow
                                                                   41.9 male
                                                                              mascu~
##
   2 Owen La~
                  178
                        120 brown, gr~ light
                                                   blue
                                                                   52
                                                                        male
                                                                              mascu~
   3 Biggs D~
                  183
                         84 black
                                                                   24
##
                                       light
                                                   brown
                                                                        male
                                                                              mascu~
##
   4 Anakin ~
                  188
                         84 blond
                                       fair
                                                   blue
                                                                   41.9 male
                                                                              mascu~
## 5 Chewbac~
                  228
                        112 brown
                                       unknown
                                                   blue
                                                                  200
                                                                        male mascu~
## 6 Jabba D~
                  175
                       1358 <NA>
                                       green-tan~ orange
                                                                  600
                                                                        herm~ mascu~
## 7 Jek Ton~
                  180
                        110 brown
                                       fair
                                                   blue
                                                                   NA
                                                                        <NA>
                                                                              <NA>
## 8 IG-88
                  200
                        140 none
                                                                   15
                                       metal
                                                   red
                                                                        none mascu~
## 9 Bossk
                  190
                        113 none
                                                                   53
                                                                        male mascu~
                                       green
                                                   red
## 10 Ackbar
                  180
                         83 none
                                       brown mot~ orange
                                                                   41
                                                                        male mascu~
```

Podemos filtrar colunas categóricas. O exemplo abaixo retorna uma tabela apenas com os personagens com cabelo preto ou castanho.

vehicles <list>, starships <list>

## # i 5 more variables: homeworld <chr>, species <chr>, films <list>,

## # i 11 more rows

## # A tibble: 31 x 14

```
##
    1 Leia Or~
                   150
                        49
                                          light
                                                                       19
                                                                             fema~ femin~
                              brown
                                                      brown
    2 Beru Wh~
                        75
                                          light
##
                   165
                              brown
                                                      blue
                                                                       47
                                                                             fema~ femin~
##
    3 Biggs D~
                   183
                                          light
                                                                       24
                        84
                              black
                                                      brown
                                                                             male
                                                                                   mascu~
##
    4 Chewbac~
                   228 112
                              brown
                                          unknown
                                                      blue
                                                                      200
                                                                            male
                                                                                   mascu~
    5 Han Solo
##
                   180
                        80
                              brown
                                          fair
                                                      brown
                                                                       29
                                                                            \mathtt{male}
                                                                                   mascu~
##
    6 Wedge A~
                   170
                        77
                              brown
                                          fair
                                                      hazel
                                                                       21
                                                                            male
                                                                                   mascu~
##
    7 Jek Ton~
                   180 110
                                                                             <NA>
                                                                                   <NA>
                              brown
                                          fair
                                                      blue
                                                                       NA
    8 Boba Fe~
                   183
                        78.2 black
                                          fair
                                                                       31.5 male
                                                      brown
                                                                                   mascu~
##
    9 Lando C~
                        79
                                                                       31
                   177
                              black
                                          dark
                                                      brown
                                                                            male mascu~
## 10 Arvel C~
                    NA NA
                              brown
                                          fair
                                                      brown
                                                                       NA
                                                                            male mascu~
## # i 21 more rows
## # i 5 more variables: homeworld <chr>, species <chr>, films <list>,
       vehicles <list>, starships <list>
```

```
# Filtrar texto com correspondência exata
sw %>% filter(hair_color %in% c("black", "brown"))
```

```
##
      name
               height mass hair_color skin_color eye_color birth_year sex
                                                                                  gender
##
      <chr>
                 <int> <dbl> <chr>
                                         <chr>
                                                     <chr>
                                                                     <dbl> <chr> <chr>
                             brown
                                                     brown
   1 Leia Or~
                   150
                        49
                                         light
                                                                      19
                                                                           fema~ femin~
##
    2 Beru Wh~
                   165
                        75
                                         light
                                                                      47
                                                                           fema~ femin~
                             brown
                                                     blue
##
    3 Biggs D~
                   183
                        84
                             black
                                         light
                                                                      24
                                                                           male
                                                                                 mascu~
                                                     brown
##
    4 Chewbac~
                   228 112
                             brown
                                         unknown
                                                     blue
                                                                     200
                                                                           male
                                                                                 mascu~
##
    5 Han Solo
                   180
                        80
                             brown
                                         fair
                                                     brown
                                                                      29
                                                                           male
                                                                                 mascu~
##
    6 Wedge A~
                        77
                                                                      21
                   170
                             brown
                                         fair
                                                     hazel
                                                                           male
                                                                                 mascu~
##
   7 Jek Ton~
                   180 110
                             brown
                                         fair
                                                     blue
                                                                      NA
                                                                           < NA >
                                                                                  <NA>
   8 Boba Fe~
                   183
                        78.2 black
                                         fair
                                                     brown
                                                                      31.5 male
                                                                                 mascu~
##
    9 Lando C~
                   177
                        79
                                                                      31
                             black
                                         dark
                                                     brown
                                                                           male
                                                                                 mascu~
## 10 Arvel C~
                    NA
                        NA
                             brown
                                         fair
                                                     brown
                                                                      NA
                                                                           male
                                                                                 mascu~
## # i 21 more rows
## # i 5 more variables: homeworld <chr>, species <chr>, films <list>,
## #
       vehicles <list>, starships <list>
```

Para filtrar textos sem correspondência exata, podemos utilizar a função auxiliar str\_detect() do pacote {stringr}. Ela serve para verificar se cada string de um vetor contém um determinado padrão de texto.

```
library(stringr)

str_detect(
  string = c("a", "aa", "abc", "bc", "A", NA),
  pattern = "a"
)
```

```
## [1] TRUE TRUE TRUE FALSE FALSE NA
```

Podemos utilizá-la para filtrar apenas os personagens com cabelo grey.

```
# Podemos detetar se o cabelo grey aparece na string
str detect(
 string = sw$hair_color,
 pattern = "grey"
)
## [1] FALSE
                NA
                     NA FALSE FALSE TRUE FALSE
                                                  NA FALSE FALSE TRUE
## [13] FALSE FALSE
                     NA
                           NA FALSE FALSE FALSE TRUE FALSE FALSE FALSE
## [25] FALSE FALSE
## [37] FALSE FALSE
## [49] FALSE FALSE
## [61] FALSE FALSE
## [73] FALSE FALSE
## [85] FALSE FALSE FALSE
library(stringr)
sw %>% filter(str_detect(hair_color, "grey"))
## # A tibble: 3 x 14
##
    name height mass hair_color skin_color eye_color birth_year sex
    <chr>
             <int> <dbl> <chr>
                                     <chr>
                                               <chr>
                                                             <dbl> <chr> <chr>
## 1 Owen Lars
                 178
                     120 brown, gr~ light
                                               blue
                                                                52 male mascu~
## 2 Wilhuff ~
                 180
                       NA auburn, g~ fair
                                               blue
                                                                 64 male mascu~
## 3 Palpatine
                 170
                       75 grey
                                     pale
                                               yellow
                                                                 82 male mascu~
## # i 5 more variables: homeworld <chr>, species <chr>, films <list>,
    vehicles <list>, starships <list>
```

#### 15.2.6 Exercícios

Utilize a base sw nos exercícios a seguir.

- 1. Crie um objeto chamado humanos apenas com personagens que sejam humanos.
- 2. Crie um objeto chamado altos\_fortes com personagens que tenham mais de 200 cm de altura e peso maior que 100 kg.
- 3. Retorne tabelas (tibbles) apenas com:
- a. Personagens humanos que nasceram antes de 100 anos antes da batalha de Yavin (birth\_year < 100).

- b. Personagens com cor light ou red.
- c. Personagens com massa maior que 100 kg, ordenados de forma decrescente por altura, mostrando apenas as colunas name, mass e height.
- ${\bf d.}$  Personagens que sejam "Humano" ou "Droid", e tenham uma altura maior que 170 cm.
- e. Personagens que não possuem informação tanto de altura (height) quanto de massa (mass), ou seja, possuem NA em ambas as colunas.

#### 15.2.7 Modificar e criar novas colunas

A função mutate() permite criar novas colunas ou modificar colunas existentes, facilitando transformações de dados. O código abaixo divide os valores da coluna height por 100, mudando a unidade de medida dessa variável de centímetros para metros.

```
# Modificar a unidade de medida da coluna height
sw %>% mutate(height = height/100)
```

```
## # A tibble: 87 x 14
##
      name
               height mass hair_color skin_color eye_color birth_year sex
                                                                                  gender
                 <dbl> <dbl> <chr>
##
      <chr>
                                         <chr>
                                                     <chr>
                                                                     <dbl> <chr> <chr>
##
    1 Luke Sk~
                  1.72
                          77 blond
                                         fair
                                                     blue
                                                                      19
                                                                           male
                                                                                  mascu~
   2 C-3P0
##
                  1.67
                          75 <NA>
                                         gold
                                                     yellow
                                                                     112
                                                                           none
                                                                                  mascu~
##
    3 R2-D2
                  0.96
                          32 <NA>
                                         white, bl~ red
                                                                      33
                                                                           none
                                                                                  mascu~
                                                                      41.9 male
##
    4 Darth V~
                  2.02
                         136 none
                                         white
                                                     yellow
                                                                                  mascu~
##
    5 Leia Or~
                                         light
                                                                      19
                                                                           fema~ femin~
                  1.5
                          49 brown
                                                     brown
##
    6 Owen La~
                  1.78
                         120 brown, gr~ light
                                                     blue
                                                                      52
                                                                           male
                                                                                  mascu~
##
    7 Beru Wh~
                                                                      47
                  1.65
                          75 brown
                                         light
                                                     blue
                                                                           fema~ femin~
##
    8 R5-D4
                  0.97
                          32 <NA>
                                         white, red red
                                                                      NA
                                                                           none
                                                                                  mascu~
##
    9 Biggs D~
                  1.83
                          84 black
                                                                      24
                                         light
                                                     brown
                                                                           male
                                                                                  mascu~
                          77 auburn, w~ fair
## 10 Obi-Wan~
                  1.82
                                                     blue-gray
                                                                      57
                                                                           male
                                                                                  mascu~
## # i 77 more rows
## # i 5 more variables: homeworld <chr>, species <chr>, films <list>,
       vehicles <list>, starships <list>
```

Também poderíamos ter criado essa variável em uma nova coluna. Repare que a nova coluna height\_meters é colocada no final da tabela.

```
sw %>% mutate(height_meters = height/100)

## # A tibble: 87 x 15

## name height mass hair_color skin_color eye_color birth_year sex gender
```

```
##
      <chr>
                 <int> <dbl> <chr>
                                         <chr>>
                                                     <chr>
                                                                     <dbl> <chr> <chr>
##
    1 Luke Sk~
                   172
                          77 blond
                                         fair
                                                     blue
                                                                      19
                                                                           male
                                                                                 mascu~
    2 C-3PO
                   167
                          75 <NA>
                                         gold
                                                     yellow
                                                                     112
                                                                           none
                                                                                 mascu~
##
    3 R2-D2
                    96
                          32 <NA>
                                         white, bl~ red
                                                                     33
                                                                           none
                                                                                 mascu~
##
   4 Darth V~
                   202
                         136 none
                                         white
                                                     yellow
                                                                     41.9 male
                                                                                 mascu~
    5 Leia Or~
                   150
                          49 brown
                                         light
                                                     brown
                                                                      19
                                                                           fema~ femin~
    6 Owen La~
                   178
                         120 brown, gr~ light
                                                     blue
                                                                      52
                                                                           male
                                                                                 mascu~
    7 Beru Wh~
                   165
                                         light
                                                     blue
                                                                      47
                                                                           fema~ femin~
                          75 brown
    8 R5-D4
##
                    97
                          32 <NA>
                                         white, red red
                                                                     NA
                                                                           none
                                                                                 mascu~
##
    9 Biggs D~
                   183
                          84 black
                                         light
                                                                      24
                                                     brown
                                                                           male
                                                                                 mascu~
## 10 Obi-Wan~
                   182
                          77 auburn, w~ fair
                                                     blue-gray
                                                                      57
                                                                           male mascu~
## # i 77 more rows
## # i 6 more variables: homeworld <chr>, species <chr>, films <list>,
       vehicles <list>, starships <list>, height_meters <dbl>
```

Podemos fazer qualquer operação com uma ou mais colunas. Abaixo vamos criar um tibble que contenha as colunas name, height, mass, e uma nova coluna BMI, que calcule o Índice de Massa Corporal (IMC) de cada personagem, usando a fórmula mass / (height/100)^2. Caso height ou mass seja NA, a coluna BMI deve ser NA.

```
sw %>%
  mutate(BMI = ifelse(!is.na(height) & !is.na(mass), mass / (height/100)^2, NA)) %>%
  select(name, height, mass, BMI)
## # A tibble: 87 x 4
##
      name
                          height
                                          BMI
                                  mass
##
      <chr>
                           <int>
                                 <dbl>
                                        <dbl>
##
                                     77
    1 Luke Skywalker
                             172
                                         26.0
##
    2 C-3PO
                             167
                                     75
                                         26.9
    3 R2-D2
##
                              96
                                     32
                                         34.7
    4 Darth Vader
                                    136
                                         33.3
                             202
                                         21.8
##
    5 Leia Organa
                             150
                                     49
                                         37.9
    6 Owen Lars
                             178
                                    120
##
   7 Beru Whitesun Lars
                             165
                                     75
                                         27.5
   8 R5-D4
                                         34.0
                              97
                                     32
    9 Biggs Darklighter
                             183
                                         25.1
                                     84
## 10 Obi-Wan Kenobi
                                         23.2
                             182
                                     77
## # i 77 more rows
```

#### 15.2.8 Exercícios

1. Crie uma coluna chamada dif\_peso\_altura (diferença entre altura e peso) e salve a nova tabela em um objeto chamado starwars\_dif. Em seguida, filtre

apenas os personagens que têm altura maior que o peso e ordene a tabela por ordem crescente de dif\_peso\_altura.

- 2. Crie as seguintes colunas:
- a. indice\_massa\_altura = mass / height
- b. indice\_massa\_medio = mean(mass, na.rm = TRUE)
- $c. \hspace{0.1in} \texttt{indice\_relativo} = (\texttt{indice\_massa\_altura} \hspace{0.1in} \texttt{-} \hspace{0.1indice\_massa\_medio}) \hspace{0.1in} / \hspace{0.1indice\_massa\_medio} \\$
- $\label{eq:d.d.} \textbf{d.} \ \ \text{acima_media} = \text{ifelse(indice_massa_altura > indice_massa_medio,} \\ \text{"sim", "n\~ao")}$
- **3.** Crie uma nova coluna que classifique o personagem em "recente" (nascido após 100 anos antes da batalha de Yavin) e "antigo" (nascido há 100 anos ou mais).

#### 15.2.9 Sumarizar a Base de Dados

A função summarize() permite calcular estatísticas agregadas, como média, mediana, variância, etc. Para agregar dados por categorias, combinamos summarize() com group\_by().

O código abaixo resume a coluna mass pela sua média.

```
# Exemplo de sumarização
sw %>% summarize(media_massa = mean(mass, na.rm = TRUE))
## # A tibble: 1 x 1
##
    media_massa
##
           <dbl>
## 1
            97.3
# Sumarização agrupada por categorias
sw %>%
  group_by(species) %>%
  summarize(media_massa = mean(mass, na.rm = TRUE))
## # A tibble: 38 x 2
##
      species media_massa
##
      <chr>
                      <dbl>
## 1 Aleena
                       15
## 2 Besalisk
                      102
## 3 Cerean
                       82
## 4 Chagrian
                      NaN
```

```
## 5 Clawdite 55

## 6 Droid 69.8

## 7 Dug 40

## 8 Ewok 20

## 9 Geonosian 80

## 10 Gungan 74

## # i 28 more rows
```

Podemos calcular ao mesmo tempo sumarizações diferentes.

```
sw %>% summarize(
  media_massa = mean(mass, na.rm = TRUE),
  mediana_massa = median(mass, na.rm = TRUE),
  variancia_massa = var(mass, na.rm = TRUE)
)

## # A tibble: 1 x 3
## media_massa mediana_massa variancia_massa
## <dbl> <dbl> <dbl>
## 1 97.3 79 28716.
```

Podemos também sumarizar diversas colunas.

Para sumarizar uma coluna agrupada pelas categorias de uma segunda coluna usamos além do summarize() a função group\_by().

O código a abaixo calcula a altura média dos personagens para cada categoria da coluna hair\_color.

```
sw %>%
filter(!is.na(hair_color), !is.na(height)) %>%
group_by(hair_color) %>%
summarize(media_altura = mean(height, na.rm = TRUE))
```

```
## # A tibble: 11 x 2
##
      hair_color
                    media_altura
      <chr>
##
                            <dbl>
##
   1 auburn
                             150
##
   2 auburn, grey
                             180
##
    3 auburn, white
                             182
##
   4 black
                             174.
##
   5 blond
                             177.
##
   6 blonde
                             168
##
   7 brown
                             177.
   8 brown, grey
##
                             178
##
   9 grey
                             170
## 10 none
                             181.
## 11 white
                             156
```

#### 15.2.10 Exerícios

Utilize a base sw nos exercícios a seguir.

- 1. Calcule a altura média e mediana dos personagens.
- 2. Calcule a massa média dos personagens cuja altura é maior que 175 cm.
- $\bf 3.$  Apresente na mesma tabela a massa média dos personagens com altura menor que 175 cm e a massa média dos personagens com altura maior ou igual a 175 cm.
- 4. Retorne tabelas (tibbles) apenas com:
- a. A altura média dos personagens por espécie. b. A massa média e mediana dos personagens por espécie. c. Apenas o nome dos personagens que participaram de mais de 2 filmes.

#### 15.2.11 Juntando Tabelas em R com dplyr

Em ciência de dados, é comum precisar combinar informações de diferentes fontes em uma única tabela. No R, o pacote dplyr oferece várias funções para realizar operações de junção, que permitem combinar duas ou mais tabelas (data frames ou tibbles) com base em uma ou mais colunas compartilhadas.

#### Tipos de Junção

As junções mais comuns em manipulação de dados são:

 left\_join(): Mantém todas as linhas da tabela à esquerda e adiciona as colunas da tabela à direita onde há correspondência de valores na coluna chave.

- right\_join(): Mantém todas as linhas da tabela à direita e adiciona as colunas da tabela à esquerda onde há correspondência.
- full\_join(): Mantém todas as linhas de ambas as tabelas e adiciona NA onde não há correspondência.

Essas funções são extremamente úteis quando é necessário combinar dados de diferentes fontes que compartilham uma chave comum, como um identificador único.

#### **Exemplo**: Personagens de Star Wars

Para ilustrar como estas funções funcionam, vamos usar a base de dados sw e criar dois subconjuntos de dados:

- personagens\_altos: Tabela contendo apenas personagens com altura superior a 180 cm.
- personagens\_humanos: Tabela contendo apenas personagens que s\u00e3o humanos.

Vamos criar os nossos subconjuntos de dados usando a função filter() do dplyr.

```
# Criar subconjunto de personagens altos (altura > 180 cm)
personagens_altos <- sw %>%
  filter(height > 180) %>%
  select(name, height)

# Criar subconjunto de personagens humanos
personagens_humanos <- sw %>%
  filter(species == "Human") %>%
  select(name, species)
```

Agora que temos duas tabelas, personagens\_altos e personagens\_humanos, podemos usar as funções de junção para combiná-las: left\_join(), right\_join(), e full\_join().

A função left\_join() junta duas tabelas, mantendo todas as linhas da tabela à esquerda (primeira tabela) e adicionando colunas da tabela à direita (segunda tabela) para as quais existe uma correspondência. Valores sem correspondência entre as bases receberão NA na nova base.

```
# Combinar tabelas mantendo todas as linhas de personagens_altos
humanos_altos_left_join <- left_join(personagens_altos, personagens_humanos, by = "name")
# Visualizar o resultado
print(humanos_altos_left_join)</pre>
```

```
## # A tibble: 39 x 3
                      height species
##
     name
##
     <chr>>
                       <int> <chr>
## 1 Darth Vader
                         202 Human
## 2 Biggs Darklighter
                         183 Human
## 3 Obi-Wan Kenobi
                         182 Human
## 4 Anakin Skywalker
                        188 Human
## 5 Chewbacca
                         228 <NA>
## 6 Boba Fett
                         183 Human
## 7 IG-88
                         200 <NA>
## 8 Bossk
                         190 <NA>
## 9 Qui-Gon Jinn
                         193 Human
## 10 Nute Gunray
                          191 <NA>
## # i 29 more rows
```

Neste exemplo, a tabela resultante humanos\_altos\_left\_join inclui todos os personagens altos e adiciona informações sobre a espécie (se disponível) da tabela personagens\_humanos. Se um personagem não for humano, as colunas de espécie serão preenchidas com NA.

A função right\_join() faz o oposto de left\_join(): mantém todas as linhas da tabela à direita e adiciona colunas da tabela à esquerda para as quais existe uma correspondência.

```
# Combinar tabelas mantendo todas as linhas de personagens_humanos
humanos_altos_right_join <- right_join(personagens_altos, personagens_humanos, by = "n.
# Visualizar o resultado
print(humanos_altos_right_join)</pre>
```

```
## # A tibble: 35 x 3
##
     name
                      height species
##
     <chr>
                      <int> <chr>
## 1 Darth Vader
                         202 Human
## 2 Biggs Darklighter
                         183 Human
## 3 Obi-Wan Kenobi
                         182 Human
## 4 Anakin Skywalker
                        188 Human
## 5 Boba Fett
                        183 Human
## 6 Qui-Gon Jinn
                         193 Human
## 7 Padmé Amidala
                         185 Human
## 8 Ric Olié
                         183 Human
## 9 Quarsh Panaka
                         183 Human
## 10 Mace Windu
                         188 Human
## # i 25 more rows
```

A tabela humanos\_altos\_right\_join inclui todos os personagens humanos e adiciona informações sobre a altura (se disponível) da tabela

personagens\_altos. Se um personagem humano não for alto, a coluna de altura será preenchida com NA.

A função full\_join() mantém todas as linhas de ambas as tabelas e adiciona NA onde não há correspondência.

```
# Combinar todas as informações de personagens altos e humanos
humanos_altos_full_join <- full_join(personagens_altos, personagens_humanos, by = "name")
# Visualizar o resultado
print(humanos_altos_full_join)
## # A tibble: 59 x 3
##
     name
                       height species
                        <int> <chr>
##
     <chr>>
## 1 Darth Vader
                          202 Human
## 2 Biggs Darklighter 183 Human
## 3 Obi-Wan Kenobi
                          182 Human
## 4 Anakin Skywalker
                          188 Human
## 5 Chewbacca
                          228 <NA>
## 6 Boba Fett
                          183 Human
## 7 IG-88
                          200 <NA>
## 8 Bossk
                          190 <NA>
## 9 Qui-Gon Jinn
                          193 Human
## 10 Nute Gunray
                          191 <NA>
## # i 49 more rows
```

A tabela humanos\_altos\_full\_join contém todos os personagens altos e humanos. Se um personagem está em apenas uma das tabelas, as colunas da outra tabela são preenchidas com NA.

#### 15.2.12 Exercícios

1. Crie uma tabela personagens\_altos contendo apenas personagens com altura superior a 180 cm e uma outra tabela personagens\_leves contendo apenas personagens com massa inferior a 75 kg. Use left\_join() para combinar as duas tabelas com base no nome do personagem.

```
# Criação dos subconjuntos
personagens_altos <- sw %>%
   filter(height > 180) %>%
   select(name, height)

personagens_leves <- sw %>%
```

```
filter(mass < 75) %>%
select(name, mass)

# Combinação com left_join
left_join(personagens_altos, personagens_leves, by = "name")
```

Dica: Observe como left\_join() mantém todos os personagens altos e adiciona informações sobre massa apenas para aqueles que também são leves.

2. Crie uma tabela personagens\_humanos contendo apenas personagens humanos e uma outra tabela cor\_cabelo contendo apenas personagens com cor de cabelo diferente de NA. Use right\_join() para combinar personagens\_humanos e cor\_cabelo com base no nome do personagem.

```
# Criação dos subconjuntos
personagens_humanos <- sw %>%
  filter(species == "Human") %>%
  select(name, species)

cor_cabelo <- sw %>%
  filter(!is.na(hair_color)) %>%
  select(name, hair_color,)

# Combinação com right_join
right_join(personagens_humanos, cor_cabelo, by = "name")
```

Dica: Observe como right\_join() mantém todos os personagens com cor de cabelo conhecida e adiciona informações sobre a espécie apenas para aqueles que também são humanos.

3. Crie uma tabela especies\_personagens contendo apenas personagens de espécies conhecidas (não NA) e uma outra tabela cor\_olhos contendo apenas personagens com cor de olho conhecida (não NA). Use full\_join() para combinar as duas tabelas com base no nome do personagem.

```
# Criação dos subconjuntos
especies_personagens <- sw %>%
  filter(!is.na(species)) %>%
  select(name, species)

cor_olhos <- sw %>%
  filter(!is.na(eye_color)) %>%
  select(name, eye_color)

# Combinação com full_join
full_join(especies_personagens, cor_olhos, by = "name")
```

 $\bf Dica:$  full\_join() combina todas as informações disponíveis, preenchendo com NA onde não há correspondências.

### Chapter 16

# O pacote ggplot2

O ggplot2 é um dos pacotes mais populares do R para criar gráficos. Ele implementa o conceito de *Grammar of Graphics*, que oferece uma maneira sistemática de descrever e construir gráficos. Este conceito está apresentado no livro The Grammar of graphics.

### Chapter 17

### Simulação

A simulação é uma ferramenta poderosa que utiliza a capacidade dos computadores modernos para realizar cálculos que, de outra forma, seriam difíceis ou até impossíveis de serem resolvidos analiticamente. A Lei dos Grandes Números assegura-nos que, ao observarmos uma grande amostra de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) com média finita, a média dessas observações tende a convergir para a média verdadeira da distribuição à medida que o tamanho da amostra aumenta.

Em vez de nos esforçarmos para encontrar essa média através de métodos analíticos complexos, podemos utilizar o poder computacional para gerar uma amostra suficientemente grande dessas variáveis aleatórias. A partir dessa amostra, calculamos a média observada, que serve como uma estimativa consistente da média verdadeira da distribuição. No entanto, a eficácia desse método depende de três fatores cruciais:

- 1. Identificação correta dos tipos de variáveis aleatórias necessárias para o problema em questão: É essencial determinar quais distribuições de probabilidade descrevem adequadamente os processos aleatórios que estamos a modelar.
- Capacidade do computador de gerar essas variáveis de forma precisa: Os algoritmos utilizados para gerar números pseudoaleatórios devem ser robustos e capazes de produzir amostras que representem fielmente as distribuições desejadas.
- 3. Determinação do tamanho adequado da amostra: O tamanho da amostra deve ser suficientemente grande para que a média da amostra seja uma boa aproximação da média real. Além disso, um tamanho de amostra maior geralmente reduz a variabilidade das estimativas, aumentando a fiabilidade dos resultados.

A simulação, portanto, simplifica o processo de resolução de problemas

complexos, proporcionando uma abordagem prática e eficiente para explorar cenários onde o cálculo analítico é impraticável ou impossível. Ela permite aos estatísticos e cientistas de dados testar hipóteses, realizar análises de sensibilidade e prever resultados em condições controladas de incerteza.

Para ilustrar o potencial da simulação, começamos com alguns exemplos básicos onde a solução analítica já é conhecida. Esses exemplos demonstram que a simulação pode reproduzir resultados teóricos com precisão. Além disso, estes casos introdutórios servem para destacar aspetos importantes que precisam ser considerados ao resolver problemas mais complexos por meio de simulação, como o tratamento de variáveis dependentes, correlações entre variáveis, e questões de eficiência computacional.

Exemplo 1 (Estimando a Média de uma Distribuição Uniforme): A média da distribuição uniforme no intervalo [0,1] é conhecida por ser  $\frac{1}{2}$ . Se tivermos um grande número de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) a partir dessa distribuição uniforme, denotadas por  $X_1, X_2, \ldots, X_n$ , a Lei dos Grandes Números diz-nos que a média amostral, dada por  $\overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$ , deve aproximar-se da média verdadeira de 0.5 à medida que o tamanho da amostra n aumenta.

A tabela abaixo apresenta as médias de diferentes amostras simuladas de tamanho n geradas a partir da distribuição uniforme [0,1] para vários valores de n. Observamos que as médias amostrais estão geralmente próximas de 0.5, mas existe uma considerável variação, especialmente quando n=100. Nota-se que há menos variação para n=1.000, e a variação diminui ainda mais para os dois maiores valores de n (10.000 e 100.000).

n	Replicações da Simulação				
100	0.485	0.481	0.484	0.569	0.441
1.000	0.497	0.506	0.480	0.498	0.499
10.000	0.502	0.501	0.499	0.498	0.498
100.000	0.502	0.499	0.500	0.498	0.499

Para gerar uma amostra aleatória uniforme no intervalo [0,1], utilizamos a função runif no R:

#### runif(100, 0, 1)

Como discutido anteriormente, neste exemplo não há necessidade real de simulação, pois conhecemos a média da distribuição uniforme analiticamente. Este exemplo serve para ilustrar que a simulação pode replicar resultados teóricos. No entanto, é crucial entender que, independentemente do tamanho da amostra gerada, a média amostral de variáveis aleatórias i.i.d. não será necessariamente exatamente igual à média verdadeira da distribuição. A simulação introduz uma

variabilidade que precisa ser considerada; à medida que o tamanho da amostra aumenta, a variabilidade da média amostral diminui, aproximando-a da média real. Esta propriedade sublinha a importância de escolher um tamanho de amostra apropriado para obter estimativas confiáveis.

#### Exemplo de Aplicação da Simulação

A seguir, exploramos um exemplo onde as questões fundamentais são relativamente fáceis de descrever, mas a solução analítica seria, na melhor das hipóteses, complexa e trabalhosa.

Problema: Esperando por uma Pausa. Dois atendentes, A e B, num restaurante fast-food começam a servir clientes ao mesmo tempo. Eles concordam em encontrar-se para uma pausa assim que ambos tiverem atendido 10 clientes. No entanto, um deles provavelmente terminará antes do outro e terá de esperar. O nosso objetivo é determinar, em média, quanto tempo um dos atendentes terá de esperar pelo outro.

Para modelar este problema, assumimos que os tempos de serviço de cada cliente, independentemente do atendente, são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) com uma distribuição exponencial de taxa  $\lambda=0.3$  clientes por minuto. Portanto, o tempo total que um atendente leva para atender 10 clientes segue uma distribuição gama com parâmetros de forma k=10 e taxa  $\lambda=0.3$ .

Seja X o tempo que o atendente A leva para atender 10 clientes e Y o tempo que o atendente B leva para atender 10 clientes. Precisamos de calcular a média do valor absoluto da diferença de tempo entre eles, E(|X-Y|).

A solução analítica para este problema exigiria a resolução de uma integral dupla sobre a união de duas regiões não retangulares. Em vez disso, a simulação oferece uma abordagem mais prática e eficiente.

#### Solução Usando Simulação

Suponhamos que podemos gerar um grande número de variáveis aleatórias gama independentes. Podemos, então, simular um par (X,Y) e calcular Z=|X-Y|. Repetindo este processo independentemente várias vezes, podemos calcular a média de todos os valores observados de Z, que servirá como uma estimativa da média de |X-Y|.

Vamos utilizar o R para realizar a simulação:

```
# Definir a semente para reprodutibilidade
set.seed(123)

# Gerar amostras da distribuição gama para X e Y
x <- rgamma(10000, shape = 10, rate = 0.3)
y <- rgamma(10000, shape = 10, rate = 0.3)</pre>
```

```
# Calcular a diferença absoluta entre X e Y
z <- abs(x-y)
# Calcular a média de Z
mean(z)</pre>
```

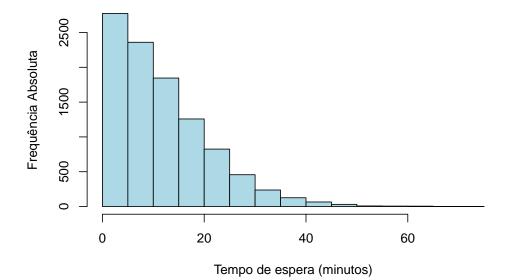
```
## [1] 11.75882
```

A saída do código acima dá-nos um tempo médio de espera de aproximadamente  $11.75~\mathrm{minutos}.$ 

Para compreender melhor a distribuição do tempo de espera, podemos visualizar a distribuição dos valores de Z utilizando um histograma:

```
hist(z,
    main = "Distribuição do Tempo de Espera",
    xlab = "Tempo de espera (minutos)",
    ylab = "Frequência Absoluta",
    col = "lightblue",
    border = "black")
```

#### Distribuição do Tempo de Espera



# 17.1 Simulação e Geração de Números Pseudoaleatórios

#### Números Aleatórios

Números aleatórios são valores gerados de forma imprevisível, sem seguir nenhum padrão determinístico. Numa sequência de números aleatórios, cada número é escolhido independentemente dos outros, e não há qualquer correlação entre eles. Na prática, números aleatórios são fundamentais em diversas áreas, como criptografia, simulações estatísticas, jogos de azar e processos de modelagem onde a imprevisibilidade é crucial.

A verdadeira aleatoriedade geralmente deriva de processos físicos inerentemente imprevisíveis, como a radiação cósmica, o ruído térmico em circuitos eletrónicos ou o decaimento radioativo. No entanto, em computação, obter números verdadeiramente aleatórios pode ser difícil e, frequentemente, desnecessário. Para muitas aplicações, uma forma de aleatoriedade que seja suficientemente imprevisível é suficiente.

#### Números Pseudoaleatórios

Números pseudoaleatórios, por outro lado, são gerados por algoritmos determinísticos que produzem sequências de números que parecem aleatórios, mas são, na verdade, baseados num valor inicial conhecido como semente (seed). Se um algoritmo de geração de números pseudoaleatórios for iniciado com a mesma semente, ele produzirá exatamente exatamente a mesma sequência de números em cada execução.

Embora os números pseudoaleatórios não sejam verdadeiramente aleatórios, são amplamente utilizados porque podem ser gerados de forma rápida e eficiente e, para muitas aplicações, são suficientemente aleatórios. A principal vantagem de usar números pseudoaleatórios é que, ao utilizar a mesma semente, podemos replicar experiências ou simulações, o que é extremamente útil para fins de investigação e depuração de códigos.

#### Método Congruencial Multiplicativo

Uma das abordagens mais comuns para gerar números pseudoaleatórios é o Método Congruencial Multiplicativo:

- Semente Inicial: Considere um valor inicial  $x_0$ , chamado de semente (seed).
- Cálculo Recursivo: Para  $n \ge 1$  , os valores sucessivos  $x_n$  são calculados recursivamente usando a fórmula:

$$x_n = (a \cdot x_{n-1}) \operatorname{mod} m,$$

onde a e m são inteiros positivos dados. Aqui,  $x_n$  é o resto da divisão inteira de  $a \cdot x_{n-1}$  por m.

• Números Pseudoaleatórios: A quantidade  $\frac{x_n}{m}$  é considerada um número pseudoaleatório, uma aproximação de uma variável aleatória uniforme no intervalo [0,1].

#### Critérios para Escolha de a e m

Para que os números gerados sejam úteis em simulações, as constantes a e m devem satisfazer os seguintes critérios:

- 1. Aparência de Aleatoriedade: A sequência gerada deve ter a "aparência" de uma sequência de variáveis aleatórias uniformemente distribuídas no intervalo (0,1).
- 2. **Período Longo**: A sequência deve ter um período longo antes de começar a se repetir, o que significa que deve gerar um grande número de variáveis antes que ocorra uma repetição.
- 3. Eficiência Computacional: Os valores devem ser computados de forma eficiente para que o algoritmo seja utilizável em aplicações práticas.

#### 17.2 A função set.seed()

A função set.seed() no R é utilizada para garantir a reprodutibilidade dos resultados ao gerar números aleatórios. Sempre que utilizamos funções como sample() ou runif(), o R gera uma sequência de números pseudoaleatórios. Ao especificar um valor na função set.seed(), conseguimos que a mesma sequência seja gerada sempre que o código for executado.

```
set.seed(123)
sample(1:100, 5)
```

```
## [1] 31 79 51 14 67
```

Com isso, você sempre obterá os mesmos 5 números aleatórios ao usar esse código.

#### 17.3 A função sample()

A função sample() em R é amplamente utilizada para gerar amostras aleatórias a partir de um conjunto de dados ou de uma sequência de números.

É uma função muito flexível que permite definir o tamanho da amostra, se a amostragem é feita com ou sem reposição, e se os elementos têm diferentes probabilidades de serem selecionados.

```
# Sintaxe
sample(x, size, replace = FALSE, prob = NULL)
```

- x: O vetor de elementos a serem amostrados.
- size: O tamanho da amostra desejada.
- replace: Um valor lógico que indica se a amostragem é feita com reposição (TRUE) ou sem reposição (FALSE).
- prob: Um vetor de probabilidades associadas a cada elemento em x. Se não especificado, assume-se que todos os elementos têm a mesma probabilidade de serem selecionados.

Exemplo 1 (Amostragem Simples sem Reposição): Neste exemplo, extraímos uma amostra de 5 elementos a partir de uma população de números inteiros de 1 a 10, sem reposição:

```
# População de 1 a 10
pop <- 1:10

# Amostra de 5 elementos sem reposição
amostra <- sample(pop, size = 5, replace = FALSE)
print(amostra)
## [1] 5 2 4 10 8</pre>
```

Exemplo 2 (Amostragem com Reposição):. Neste exemplo, permitimos que os mesmos elementos sejam selecionados mais de uma vez:

```
# Amostra de 5 elementos com reposição
amostra_repos <- sample(pop, size = 5, replace = TRUE)
print(amostra_repos)
## [1] 6 8 9 9 6</pre>
```

Exemplo 3 (Amostragem com Probabilidades Diferentes): Neste exemplo, associamos diferentes probabilidades a cada elemento da população:

#### 17.4 Exercícios

- 1. Crie um vetor com os números de 1 a 20. Utilize a função sample() para selecionar uma amostra aleatória de 5 elementos desse vetor. A amostragem deve ser feita sem reposição.
- 2. Suponha que tem uma população representada pelos números de 1 a 10. Utilize a função sample() para selecionar uma amostra de 10 elementos com reposição.
- 3. Crie um vetor com as letras A, B, C, D, E. Aplique a função sample() para selecionar uma amostra de 3 letras, onde a probabilidade de cada letra ser selecionada é dada pelo vetor c(0.1, 0.2, 0.3, 0.25, 0.15).
- 4. Crie um vetor com os números de 1 a 10. Utilize a função sample() para reordenar aleatoriamente os elementos desse vetor.
- 5. Crie um vetor com os nomes de cinco frutas: "Maçã", "Banana", "Laranja", "Uva", "Pera". Utilizando a função sample(), selecione aleatoriamente uma fruta desse vetor. Em seguida, selecione uma amostra de 3 frutas.
- **6.** Você é responsável por realizar um teste de qualidade em uma fábrica. Há 1000 produtos fabricados, numerados de 1 a 1000. Selecione uma amostra aleatória de 50 produtos para inspeção, garantindo que não haja reposição na seleção.
- 7. Simule o lançamento de dois dados justos 10000 vezes e registe as somas das faces resultantes. Utilize a função sample() para realizar a simulação. Em seguida, crie um histograma das somas obtidas.
- 8. Tem um vetor de 200 estudantes classificados em três turmas: A, B, e C. As turmas têm tamanhos diferentes (50, 100, e 50 alunos, respetivamente). Usando sample(), selecione uma amostra de 20 alunos, mantendo a proporção original das turmas.
- 9. Um cartão de Bingo contém 24 números aleatórios entre 1 e 75 (excluindo o número central "free"). Crie 5 cartões de Bingo únicos usando a função sample().
- 10. Em um estudo clínico, 30 pacientes devem ser randomizados em dois grupos: tratamento e controlo. O grupo de tratamento deve conter 20 pacientes e o grupo de controlo 10. Usando sample(), faça a randomização dos pacientes. Dica: use a função setdiff().

### Chapter 18

# Usando números aleatórios para o cálculo de Integrais

Seja g(x) uma função e suponha que se quer calcular  $\theta$  onde:

$$\theta = \int_0^1 g(x) \, dx.$$

Um método eficiente para realizar esse cálculo é o *método de Monte Carlo*, que utiliza números aleatórios para aproximar o valor do integral. Vamos ver como isso funciona em detalhes.

#### Aproximação do Integral Usando Variáveis Aleatórias

Considere U, variável aleatória que segue uma distribuição uniforme no intervalo (0,1). Sabemos que o valor esperado de g(U), ou seja, E[g(U)], pode ser usado para calcular o integral de g(x) no intervalo (0,1). Isto é, podemos reescrever:

$$\theta = \int_0^1 g(x) \, dx = E[g(U)].$$

Agora, se  $U_1,\ldots,U_k$  são variáveis aleatórias independentes e uniformemente distribuídas no intervalo (0,1), então as variáveis aleatórias  $g(U_1),g(U_2),\ldots,g(U_k)$  também são independentes e identicamente distribuídas, com média  $\theta$ . Portanto, pela Lei Forte dos Grandes Números, segue que, com probabilidade 1,

$$\sum_{i=1}^k \frac{g(U_i)}{k} \longrightarrow E[g(U)] = \theta, \quad \text{quando} \quad k \to \infty.$$

Em outras palavras, à medida que o número k de variáveis aleatórias  $U_i$  aumenta, a média das avaliações de g nestes  $U_i$ 's se aproxima do valor do integral  $\theta$ .

#### 170CHAPTER 18. USANDO NÚMEROS ALEATÓRIOS PARA O CÁLCULO DE INTEGRAIS

Portanto, para aproximar  $\theta$ , podemos gerar uma grande quantidade de números aleatórios  $u_1, u_2, \dots, u_k$  no intervalo (0,1) e calcular a média dos valores de  $g(u_i)$ :

$$\theta \approx \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} g(u_i).$$

Esta abordagem é o que chamamos de *método de Monte Carlo* para o cálculo de integrais.

## 18.1 Cálculo de $\int_a^b g(x) dx$

Agora, suponha que queremos calcular a integral de g(x) em um intervalo diferente, digamos [a, b]. Podemos resolver este problema realizando uma substituição de variáveis.

Definimos uma nova variável y como

$$y = \frac{x-a}{b-a}$$
, de modo que  $y = \frac{dx}{(b-a)}$ .

Isso transforma o integral original em:

$$\theta = \int_0^1 g(a + [b - a]y)(b - a) \, dy = \int_0^1 h(y) \, dy,$$

onde h(y) = (b-a)g(a+[b-a]y). Assim, podemos usar novamente o método de Monte Carlo para aproximar essa integral. Basta gerar números aleatórios uniformemente distribuídos no intervalo (0,1), calcular a função h(y) nesses pontos, e tomar a média. Ou seja, podemos aproximar:

$$\theta \approx \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} h(y_i),$$

onde  $y_1,y_2,\ldots,y_k$  são números aleatórios uniformemente distribuídos em (0,1), e h(y)=(b-a)g(a+(b-a)y).

**Exemplo prático**: Vamos considerar um exemplo simples para ilustrar o uso do método de Monte Carlo. Suponha que queremos calcular a integral de  $g(x) = x^2$  no intervalo [0, 1]:

$$\theta = \int_0^1 x^2 \, dx.$$

Sabemos que a resposta exata é  $\theta=\frac{1}{3}$ , mas vamos usar o método de Monte Carlo para aproximar este valor.

Geramos n = 10.000 números aleatórios  $u_i$  no intervalo [0, 1], calculamos  $g(u_i) = u_i^2$  para cada um desses valores e tomamos a média:

$$\theta \approx \frac{1}{10000} \sum_{i=1}^{10000} u_i^2.$$

Ao rodar este processo no R, esperamos obter uma aproximação próxima de  $\frac{1}{3}$ .

```
# Função a ser integrada
f <- function(x) x^2
# Quantidade de números aleatórios
n <- 10000
# Números aleatórios no intervalo [0,1]
u <- runif(n = n, min = 0, max = 1)
# Valor aproximado do integral
sum(f(u))/n</pre>
```

## [1] 0.3295952

```
# Solução exata do integral
integrate(f, lower = 0, upper = 1)
```

## 0.3333333 with absolute error < 3.7e-15

Vamos calcular agora o

$$\int_{1}^{2} x^2 dx.$$

```
# Limites de integração
a <- 1
b <- 2
# Função a ser integrada
f <- function(x) x^2
# Quantidade de números aleatórios
n <- 10000
# Números aleatórios no intervalo [0,1]
u <- runif(n = n, min = 0, max = 1)
# Valor aproximado do integral
sum(f(a+(b-a)*u)*(b-a))/n</pre>
```

## [1] 2.322161

```
# Solução exata do integral
integrate(f, lower = 1, upper = 2)
```

## 2.333333 with absolute error < 2.6e-14

```
# ou
u1 <- runif(n, a, b)
(b-a)*mean(f(u1))</pre>
```

## [1] 2.335583

### **18.2** Cálculo de $\int_0^\infty g(x) dx$

Se o interesse é calcular  $\int_0^\infty g(x)\,dx,$  pode-se aplicar a substituição

$$y = \frac{1}{(x+1)}$$
, de modo que  $dy = \frac{-dx}{(x+1)^2} = -y^2 dx$ ,

para obter a identidade:

$$\theta = \int_0^1 h(y) \, dy,$$

onde  $h(y) = \frac{g(\frac{1}{y} - 1)}{y^2}$ .

#### 18.3 Cálculo de integrais multidimensionais

O método também pode ser utilizado para o caso de integrais multidimensionais. Suponha que g é uma função com argumento n-dimensional e se quer calcular:

$$\theta = \int_0^1 \int_0^1 \cdots \int_0^1 g(x_1, \ldots, x_n) \, dx_1 \, dx_2 \cdots dx_n.$$

Tem-se que  $\theta$  pode ser expresso como  $\theta = E[g(U_1, \dots, U_n)]$ , onde  $U_1, \dots, U_n$  são variáveis aleatórias independentes uniformes no intervalo (0,1). Portanto, para calcular  $\theta$  é preciso gerar k cojuntos independentes, cada um consistindo de n variáveis uniformes (0,1) independentes:

$$U_1^1, \dots, U_n^1 \\ U_1^2, \dots, U_n^2 \\ \vdots \\ U_1^k, \dots, U_n^k.$$

Assim, as variáveis  $g(U_1^i,\dots,U_n^i),\ i=1,\dots,k$  são todas independentes e identicamente distribuídas com média  $\mu$ . Pode-se estimar  $\theta$  por  $\sum_{i=1}^k g(U_1^i,\dots,U_n^i)/k$ .

#### 18.4 Exercícios

Use simulação para aproximar as seguintes integrais. Compare sua estimativa com a resposta exata, se conhecida.

1. 
$$\int_0^1 exp(e^x) dx$$
.

**2.** 
$$\int_0^1 (1-x^2)^{3/2} dx$$
.

**3.** 
$$\int_{-2}^{2} e^{x+x^2} dx$$
.

**4.** 
$$\int_0^{\pi/2} \cos(x) \, dx$$
.

5. 
$$\int_0^\infty x(1+x^2)^{-2} dx$$
.

**6.** 
$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$$
.

7. 
$$\int_0^1 \int_0^1 e^{(x+y)^2} dy dx$$
.

8. 
$$\int_0^1 \int_0^1 x^2 + y^2 \, dx \, dy$$
.

174CHAPTER 18. USANDO NÚMEROS ALEATÓRIOS PARA O CÁLCULO DE INTEGRAIS

### Chapter 19

# Método da transformada inversa

#### 19.1 Variável aleatória discreta

Suponha que queremos gerar o valor de uma variável aleatória discreta X com função massa de probabilidade  $P(X=x_i)=p_i,\ i=0,1,...,\ \sum_i p_i=1$ . Para isso, basta gerar um número aleatório  $U\sim U(0,1)$  e considerar:

$$X = \begin{cases} x_0, & \text{se} \quad U < p_0 \\ x_1, & \text{se} \quad p_0 \leq U < p_0 + p_1 \\ \vdots \\ x_i, & \text{se} \quad \sum_{j=0}^{i-1} p_j \leq U < \sum_{j=0}^i p_j \\ \vdots \end{cases}$$

Como, para 0 < a < b < 1,  $P(a \le U < b) = b - a$ , temos que

$$P(X=x_i) = P\left(\sum_{j=0}^{i-1} p_j \leq U < \sum_{j=0}^i p_j\right) = p_i.$$

Se os  $x_i,\ i\geq 0$ , estão ordenados  $x_0< x_1<\cdots$ e se denotarmos por F a função de distribuição de X, então  $F(x_k)=\sum_{i=0}^k p_i$  e assim

$$X = x_i$$
 se  $F(x_{i-1}) \le U < F(x_i)$ 

Em outras palavras, depois de gerar um número aleatório U nós determinamos o valor de X encontrando o intervalo  $[F(x_{i-1}), F(x_i)]$  no qual U pertence (ou, equivalentemente, encontrando a inversa de F(U)).



**Exemplo 1**: Seja X uma variável aleatória discreta tal que  $p_1=0.20,\,p_2=0.15,\,p_3=0.25,\,p_4=0.40$  onde  $p_j=P(X=j)$ . Gere 1000 valores dessa variável aleatória.

Para a variável aleatória X, a função de distribuição acumulada é dada pela soma cumulativa das probabilidades:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 1 \\ p_1, & \text{se } 1 \le x < 2 \\ p_1 + p_2, & \text{se } 2 \le x < 3 \\ p_1 + p_2 + p_3, & \text{se } 3 \le x < 4 \\ 1, & \text{se } x \ge 4 \end{cases}$$

Com os valores fornecidos:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 1\\ 0.20, & \text{se } 1 \le x < 2\\ 0.35, & \text{se } 2 \le x < 3\\ 0.60, & \text{se } 3 \le x < 4\\ 1, & \text{se } x \ge 4 \end{cases}$$

Gerar um número aleatório uniforme U no intervalo [0,1]. Para determinar o valor de X correspondente a U:

- Se U < 0.20, então X = 1
- Se  $0.20 \le U \le 0.35$ , então X = 2
- Se  $0.35 \le U < 0.60$ , então X = 3

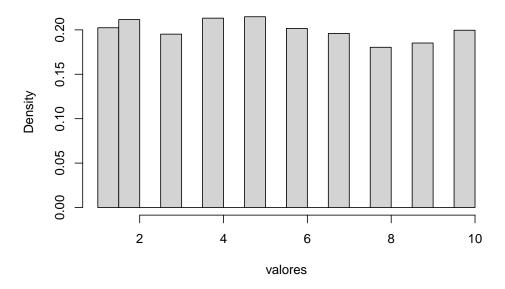
• Se  $0.60 \le U \le 1$ , então X = 4

**Exemplo 2**: Seja X uma variável aleatória discreta assumindo os valores:  $1,2,\ldots,10$  com probabilidade 1/10 para  $x=1,2,\ldots,10$ . Gerar 5000 valores dessa variável aleatória. Representar graficamente e determinar: média, desvio padrão e mediana.

```
gerar_va_inversa <- function(){
    # Gerar número aleatório entre 0 e 1
    u <- runif(1,0,1)
    p <- 1/10 # primeira probabilidade P(X=1)
    F <- p # inicializar a função de distribuição acumulada
    X <- 1 # inicializar o valor da va X

while(u > F){
    X <- X+1
    F <- F+p
    }
    return(X)
}
valores <- replicate(5000,gerar_va_inversa())
hist(valores, freq = FALSE)</pre>
```

#### **Histogram of valores**



## [1] 5

```
mean(valores)

## [1] 5.4128

sd(valores)

## [1] 2.860215

median(valores)
```

**Exemplo 3**: Geração de uma variável aleatória com distribuição de Bernoulli. A variável aleatória X é de Bernoulli com parâmetro p se

$$P(X=x) = \begin{cases} 1-p, & \text{se } x=0 \\ p, & \text{se } x=1 \end{cases}$$

Para gerar uma Bernoulli(p) podemos usar o seguinte algoritmo que é equivalente ao método da transformada inversa

- 1. Gerar um número aleatório U;
- 2. Se  $U \leq p$  então X = 1 senão X = 0.

```
# Gerando uma variável aleatória com distribuição de Bernoulli(p)
gerar_bernoulli_inversa <- function(p){
    U <- runif(1)
    if (U <= p){
        X <- 1
    } else {
        X <- 0
    }
    return(X)
}</pre>
valores <- replicate(100,gerar_bernoulli_inversa(0.8))
sum(valores)/100
```

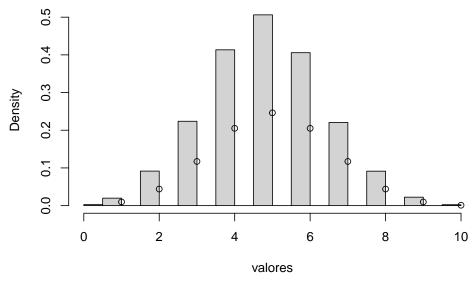
**Exemplo 4**: Gerar uma variável aleatória com distribuição Binomial(n,p). Aqui podemos usar o facto de que se  $X_1, X_2, \dots, X_n$  são Bernoullis i.i.d., então

$$X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$$

é uma Binomial(n, p).

```
# Gerando uma variável aleatória com distribuição Binomial(n,p)
gerar_binomial_inversa <- function(n,p){
   X <- sum(replicate(n,gerar_bernoulli_inversa(p)))
   return(X)
}
valores <- replicate(10000,gerar_binomial_inversa(10,0.5))
hist(valores, freq = FALSE)
points(1:10, dbinom(1:10,10,0.5))</pre>
```

#### Histogram of valores



**Exemplo 5**: Geração de uma variável aleatória com distribuição Geomtrica(p). Seja  $X \sim Geometrica(p)$ . Lembre que

$$P(X = x) = p(1 - p)^{x-1}$$

e que

$$F(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 0, & \text{se} \quad x < 1 \\ 1 - (1-p)^x, & \text{se} \quad x \geq 1 \end{cases}$$

O seguinte algoritmo é equivalente ao método da transformada inversa:

- 1. Gerar um número aleatório U;
- 2. Fazer  $X = \lfloor ln(U)/ln(1-p) \rfloor$

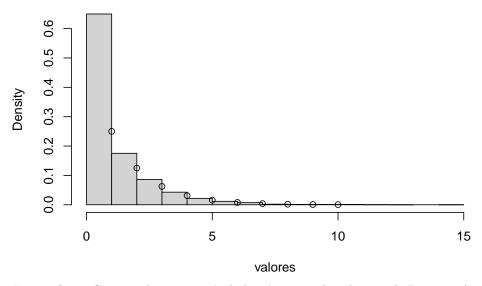
onde  $| \cdot |$  = maior inteiro.

```
# Gerar uma variável aleatória com distribuição Geométrica(p)

gerar_geometrica_inversa <- function(p){
    U <- runif(1)
    X <- round(log(U)/log(1-p))
    return(X)
}

valores <- replicate(10000, gerar_geometrica_inversa(0.5))
hist(valores, freq = FALSE)
points(1:10, dgeom(1:10,0.5))</pre>
```

#### Histogram of valores



**Exemplo 6**: Geração de uma variável aleatória com distribuição de Poisson. A variável aleatória X é de Poisson com média  $\lambda$  se

$$p_i = P(X=i) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^i}{i!}, \quad i=0,1,\dots$$

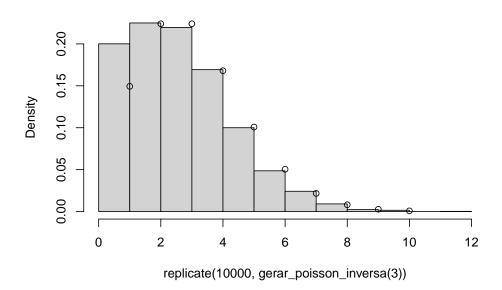
A chave para usar o método da transformada inversa para gerar uma tal variável aleatória é dada pela seguinte identidade:

$$p_{i+1} = \frac{\lambda}{i+1} p_i, \quad i \ge 0.$$

Ao utilizar a recursão acima para calcular as probabilidades de Poisson quando elas são necessárias, o algoritmo da transformada inversa para gerar uma variável aleatória de Poisson com média  $\lambda$  pode ser expresso da seguinte forma.

```
# Gerando uma va com distribuição de Poisson
lambda \leftarrow 3 # exemplo com lambda = 3
# Função para gerar uma variável aleatória de Poisson usando o método da transformada inversa
gerar_poisson_inversa <- function(lambda) {</pre>
 U <- runif(1) # Gerar um número aleatório uniforme entre 0 e 1
 p <- exp(-lambda) # Inicializar a primeira probabilidade P(X=0)
  F <- p # Inicializar a função de distribuição acumulada (CDF)
  X <- 0 # Inicializar o valor da variável aleatória
  # Acumular probabilidades até que a CDF exceda U
  while (U > F) {
   X \leftarrow X + 1
   p <- p * lambda / X # Atualizar a probabilidade P(X=k)
   F <- F + p # Atualizar a CDF
  }
 return(X)
hist(replicate(10000,gerar_poisson_inversa(3)),freq = FALSE)
points(1:10,dpois(1:10,3))
```

### Histogram of replicate(10000, gerar\_poisson\_inversa(3))



### 19.2 Exercícios

 ${\bf 1.}$  Considere uma variável aleatória X com a seguinte distribuição de probabilidades:

$$P(X = 1) = 0.2$$
,  $P(X = 2) = 0.5$ ,  $P(X = 3) = 0.3$ 

Use o método da transformada inversa para gerar 1000 valores de X em R.

**2.** Uma moeda viciada é tal que a probabilidade de cara (C) é 0.7 e a probabilidade de coroa (K) é 0.3.

Use o método da transformada inversa para simular 500 lançamentos desta moeda.

 ${\bf 3.}$  Considere uma variável aleatória X com a seguinte distribuição:

$$P(X = 1) = 0.1$$
,  $P(X = 2) = 0.3$ ,  $P(X = 3) = 0.4$ ,  $P(X = 4) = 0.2$ 

Gere 2000 amostras de Xusando o método da transformada inversa e compare a distribuição empírica com a teórica.

4. Considere uma variável aleatória X com distribuição geométrica com parâmetro p=0.2. Isso significa que:

$$P(X = k) = (1 - p)^{k-1}p$$

Gere 1000 valores de X usando o método da transformada inversa. Note que você terá que calcular a função de distribuição acumulada para X.

### 19.3 Variável aleatória contínua

Uma variável aleatória X tem densidade f(x)=2x, para 0 < x < 1, e 0, caso contrário. Suponha que queremos simular observações de X. Nesta secção, apresentaremos um método simples e flexível para simulação de uma distribuição contínua.

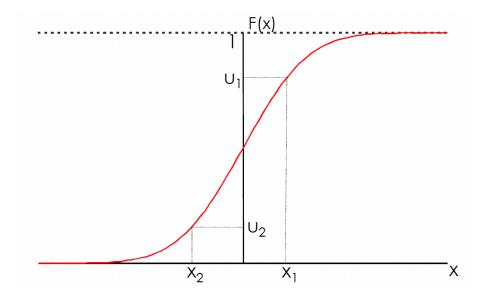
**Proposição**: Suponha que X é uma variável aleatória com função de distribuição F, onde F é invertível com função inversa  $F^{-1}$ . Seja U uma variável aleatória uniforme (0,1). Então a distribuição de  $F^{-1}(U)$  é igual a distribuição de X, ou seja, a variável aleatória X definida por  $X = F^{-1}(U)$  tem distribuição F

A prova desta proposição é fácil e rápida. Precisamos mostrar que  $F^{-1}(U)$  tem a mesma distribuição que X. Assim,

$$\begin{split} P(X \leq x) &= P(F^{-1}(U) \leq x) = P(FF^{-1}(U) \leq F(x)) \\ &= P(U \leq F(x)) = P(0 \leq U \leq F(x)) \\ &= F(x) - 0 \\ &= F(x). \end{split}$$

A última igualdade decorre do facto de que  $U \sim U(0,1)$  e  $0 \le F(x) \le 1$ .

Esta proposição mostra que se pode gerar uma variável aleatória X de uma função de distribuição contínua F, gerando um número aleatório U e tomando  $X = F^{-1}(U)$ .

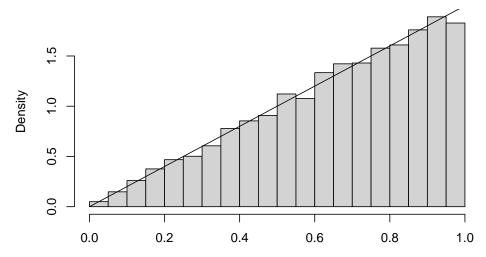


**Exemplo 1**: Considere nossa varíavel aleatória X com densidade f(x)=2x. A função de distribuição de X é

$$F(x) = P(X \le x) = \int_0^x 2t \, dt = x^2, \quad \text{para} \quad 0 < x < 1.$$

A função  $F(x)=x^2$  é invertível no intervalo (0,1) e  $F^{-1}(x)=\sqrt{x}$ . O método da transformada inversa diz que se  $U\sim U(0,1)$ , então  $F^{-1}(U)=\sqrt{U}$  tem a mesma distribuição que X. Portanto, para simular X, basta gerar  $\sqrt{U}$ .

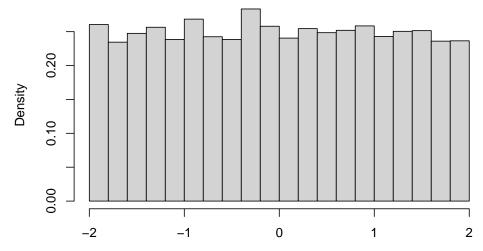
```
n <- 10000
set.seed(123)
simlist <- sqrt(runif(n))
hist(simlist, prob=T, main="", xlab="")
curve(2*x, 0,1, add=T)</pre>
```



**Exemplo 2**: Geração de uma variável aleatória Uniforme(a,b). A geração é feita através de

$$X = a + (b - a)U.$$

```
# Geração de uma va uniforme(-2,2)
a <- -2
b <- 2
n <- 10000
set.seed(123)
simlist <- a+(b-a)*runif(n)
hist(simlist, prob=T, main="",xlab="")</pre>
```



**Exemplo 3**: Geração de uma variável aleatória exponencial. Seja X uma variável aleatória exponencial com taxa 1, então sua função de distribuição é

dada por

$$F(x) = 1 - e^x.$$

Como  $0 \le F(x) \le 1$ , tomando F(x) = u, onde  $u \sim U(0,1)$  tem-se:

$$u = F(x) = 1 - e^x$$

ou

$$1 - u = e^{-x}$$

ou, aplicando o logaritmo

$$x = -ln(1-u).$$

Daí, pode-se gerar uma exponencial com parâmetro 1 gerando um número aleatório U e em seguida fazendo

$$X = F^{-1}(U) = -ln(1-U).$$

Uma pequena economia de tempo pode ser obtida ao notar que 1-U também é uniforme em (0,1), e assim, -ln(1-U) tem a mesma distribuição que -ln(U). Isto é, o logaritmo negativo de um número aleatório é exponencialmente distribuído com taxa 1.

Além disso, note que se X é uma exponencial com média 1, então para qualquer constante c, cX é uma exponencial com média c. Assim, uma variável aleatória exponencial X com taxa  $\lambda$  (média  $\frac{1}{\lambda}$ ) pode ser gerada através da geração de um número aleatório U e fazendo

$$X=-\frac{1}{\lambda}ln(U).$$

```
# Definir a sequência de valores x
x <- seq(0,3, by = 0.02)

# Definir o parâmetro lambda da distribuição exponencial
lambda <- 3

# Número de simulação
n <- 10000

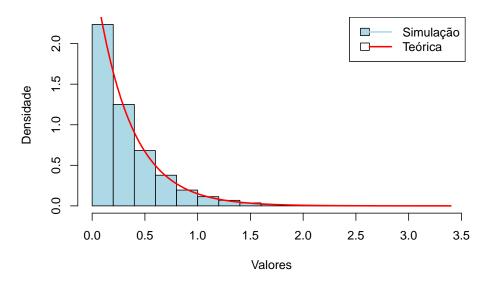
# Simular valores de uma distribuição exponencial
set.seed(123)
simlist <- -log(runif(n))/lambda

# Plotar o histograma da simulação com a densidade de probabilidade
hist(simlist, probability = TRUE, main = "Comparação da Distribuição Exponencial Simulariab = "Valores", ylab = "Densidade", col = "lightblue", border = "black")

# Adicionar a curva de densidade teórica</pre>
```

```
curve(dexp(x, rate = lambda), add = TRUE, col = "red", lwd = 2)
# Adicionar uma legenda
legend("topright", legend = c("Simulação", "Teórica"), col = c("lightblue", "red"), lwd = 2, fill
```

### Comparação da Distribuição Exponencial Simulada e Teórica



### 19.4 Exercícios

- 1. Dada uma variável aleatória X com distribuição exponencial de parâmetro  $\lambda=2,$  use o Método da Transformada Inversa para gerar 1000 valores de X e visualize a distribuição com um histograma. Lembre que  $F_X(x)=1-e^{-\lambda x}$  e mostre que  $X=-\frac{\ln(1-u)}{\lambda}$ .
- 2. Use o Método da Transformada Inversa para gerar 500 valores de uma variável aleatória X com distribuição uniforme no intervalo (2,5). Lembre que a função de distribuição de uma uniforme U(a,b) é  $F_X(x)=\frac{x-a}{b-a}$ . Mostre que X=a+u(b-a).
- 3. Dada uma variável aleatória X com distribuição Cauchy padrão (com mediana 0 e escala 1), use o Método da Transformada Inversa para gerar 1000 valores de X e visualizar sua distribuição. Lembre que  $F_X(x) = \frac{1}{\pi} arctan(x) + \frac{1}{2}$ . Mostre que  $X = tan[\pi(u-0.5)]$ .
- **4.**: Seja Xuma variável aleatória com distribuição  $W(\alpha,\beta).$  Assim a f.d.p de X é

$$f(x) = \begin{cases} \alpha \beta^{-\alpha} x^{\alpha - 1} e^{-(x/\beta)^{\alpha}}, & \text{se } x > 0 \\ 0, & \text{se } x \le 0 \end{cases}$$

A função de distribuição de X é:

$$F(x) = \int_0^x f(u) \, du = \begin{cases} 1 - e^{-(x/\beta)^\alpha}, & \text{se} \quad x > 0 \\ 0, & \text{se} \quad x \leq 0 \end{cases}$$

Mostre que  $X=\beta[-ln(U)]^{1/\alpha}.$  Gere 10000 valores de uma W(2,3). Represente graficamente a distribuição.

- 5. Obtenha o gerador de números aleatórios das distribuições especificadas abaixo usando o método da transformada inversa
  - $F(x) = 1 (x-1)^2$ , 0 < x < 1.
  - $F(x) = x^{\theta}$ ,  $0 < x < 1, \theta > 1$ .
  - $F(x) = 1 exp(-x^2/2\tau^2), \quad x > 0, \tau > 0.$
  - $f(x) = \frac{1}{2}sin(x), \quad 0 < x < \pi.$
  - $f(x) = \frac{sec^2(x)}{\sqrt{3}}$ ,  $0 < x < \pi/3$ .

### Soluções

- $F^{-1}(u) = 1 \sqrt{1-u}$  ou apenas  $F^{-1}(u) = 1 \sqrt{u}$  por simetria.
- $F^{-1}(u) = u^{1/\theta}$ .
- $\bullet \ \ F^{-1}(u) = \sqrt{-2\tau \cdot \log(1-u)}.$
- $F(x) = \frac{1-\cos(x)}{2} e F^{-1}(u) = arcos(1-2u)$ .
- $F(x) = \frac{tan(x)}{\sqrt{3}}$  e  $F^{-1}(u) = arctan(u\sqrt{3})$ .

Quando usar o método da transformada inversa?

Sempre que possível.

- O método funciona quando  $F^{-1}(u)$  existe.
- Existem distribuições onde F(x) é não inversão analítica.
- Existem distribuições onde F(x) não existe (apenas f(x)).

#### Alternativas

- Pode-se aproximar numericamente F(x) e/ou  $F^{-1}(u)$  para gerador de número aleatório.
- Pode-se considerar métodos não baseados em  $F^{-1}(u)$ .

### Chapter 20

# Método da aceitação-rejeição

#### Exercícios

- 1. Gere variáveis aleatórias com distribuição exponencial  $Exp(\lambda=1)$  usando o método da aceitação-rejeição. Use uma função de proposta uniforme no intervalo [0, 5] e visualize o histograma das amostras geradas.
- 2. Gere variáveis aleatórias com distribuição normal N(0,1) usando uma distribuição proposta Cauchy padrão C(0,1). Gere 1000 amostras e compare com a densidade da distribuição normal padrão.
- **3.** Use o método da aceitação-rejeição para gerar amostras de uma variável Beta B(2,3). Use uma distribuição proposta uniforme U(0,1).
- 4. Use o método de aceitação-rejeição para gerar variáveis aleatórias  $X \sim \Gamma(3,2)$  usando uma distribuição proposta exponencial Exp(2).
- 5. Use o método da aceitação-rejeição para gerar variáveis aleatórias Log-Normais  $X \sim \text{LogNormal}(0,1)$  usando uma distribuição proposta normal N(0,1).
- 6. Use o método da aceitação-rejeição para gerar variáveis Weibull W(1,2) usando uma distribuição proposta exponencial.

### Chapter 21

# Distribuições univariadas no R

No R temos acesso as mais comuns distribuições univariadas. Todas as funções tem as seguintes formas:

Função	Descrição
<b>p</b> nome()	função de distribuição
<b>d</b> nome()	função de probabilidade ou densidade de probabilidade
qnome()	inversa da função de distribuição
rnome()	geração de números aleatórios com a distribuição
	especificada

o **nome** é uma abreviatura do nome usual da distribuição (binom, geom, pois, unif, exp, norm, ...).

**Exempo 1**: Simule o lançamento de três moedas honestas e a contagem do número de caras X.

- (a) Use a sua simulação para estimar P(X = 1) e E(X).
- (b) Modifique a alínea anterior para permitir uma moeda viciada onde P(cara) = 3/4.

```
set.seed(123)
n <- 10000
sim1 <- numeric(n)
sim2 <- numeric(n)
for (i in 1:n) {
  moedas <- sample(0:1,3,replace=T)</pre>
```

```
sim1[i] \leftarrow if (sum(moedas)==1) 1 else 0
  sim2[i] <- sum(moedas)</pre>
}
\# P(X=1)
mean(sim1)
## [1] 0.3821
\# E(X)
mean(sim2)
## [1] 1.4928
set.seed(123)
n <- 10000
sim1 <- numeric(n)</pre>
sim2 <- numeric(n)</pre>
for (i in 1:n) {
  moedas \leftarrow sample(c(0,1),3,prob=c(1/4,3/4),replace=T)
  sim1[i] \leftarrow if (sum(moedas)==1) 1 else 0
  sim2[i] <- sum(moedas)</pre>
\# P(X=1)
mean(sim1)
## [1] 0.1384
\# E(X)
mean(sim2)
```

## [1] 2.2503

Sabemos também que X- número de caras no lançamneto de três moedas honestas tem distribuição Binomial(n=3,p=0.5). Assim, podemos resolver a questão da seguinte maneira

```
set.seed(123)
valores <- rbinom(10000,3,0.5)
# P(X=1)
sum(valores == 1)/length(valores)</pre>
```

## [1] 0.383

```
\# E(X)
sum(valores)/length(valores)
## [1] 1.4897
mean(valores)
## [1] 1.4897
No segundo caso teremos X \sim Binomial(n = 3, p = 3/4).
set.seed(123)
valores <- rbinom(10000,3,3/4)</pre>
\# P(X=1)
sum(valores == 1)/length(valores)
## [1] 0.1365
\# E(X)
sum(valores)/length(valores)
## [1] 2.2558
mean(valores)
## [1] 2.2558
Exemplo 2: O tempo até a chegada de um autocarro tem uma distribuição
```

exponencial com média de 30 minutos.

- (a) Use o comando rexp() para simular a probabilidade do autocarro chegar nos primeiros 20 minutos.
- (b) Use o comando pexp() para comparar com a probabilidade exata.

```
set.seed(123)
valores \leftarrow \text{rexp}(10000, 1/30)
# Probabilidade P(X <=20)</pre>
sum( valores < 20)/length(valores)</pre>
```

## [1] 0.4832

```
# Probabilidade exata
pexp(20, 1/30)
```

## [1] 0.4865829

**Exemplo 3**: As cartas são retiradas de um baralho padrão, com reposição, até que um ás apareça. Simule a média e a variância do número de cartas necessárias.

```
set.seed(123)
n <- 10000
# Denote os ases por 1,2,3,4
simlist <- numeric(n)</pre>
for (i in 1:n) {
  ct <- 0
  as <- 0
  while (as == 0) {
    carta <- sample(1:52,1,replace=T)</pre>
    ct <- ct + 1
    if (carta <= 4){
      as <- 1
    }
  }
  simlist[i] <- ct
}
mean(simlist)
```

```
## [1] 12.8081

var(simlist)
```

```
## [1] 147.5318
```

Podemos notar aqui tambném que X- número de provas de Bernoulli até o primeiro sucesso (aparecer um ás), que tem distribuição Geomtrica(p=4/52). Lembre que o R trabalha com a geométrica como sendo X- número de insucessos até o primeiro sucesso.

```
set.seed(123)
valores <- rgeom(10000, 4/52) + 1
# Média e variância
mean(valores)</pre>
```

## [1] 13.0108

var(valores)

## [1] 152.0335

### 21.1 Função de distribuição empírica

A função de distribuição empírica é uma função de distribuição acumulada que descreve a proporção ou contagem de observações em um conjunto de dados que são menores ou iguais a um determinado valor. É uma ferramenta útil para visualizar a distribuição de dados observados e comparar distribuições amostrais.

• É uma função definida para todo número real x e que para cada x dá a proporção de elementos da amostra menores ou iguais a x:

$$F_n(x) = \frac{\#\operatorname{observa\~{c}\~{o}es} \le x}{n}$$

- Para construir a função de distribuição empírica precisamos primeiramente ordenar os dados em ordem crescente:  $(x_{(1)},\ldots,x_{(n)})$
- A definição da função de distribuição empírica é

$$F_n(x) = \begin{cases} 0, & x < x_{(1)} \\ \frac{i}{n}, & x_{(i)} \le x < x_{(i+1)}, & i = 1, \dots, n-1 \\ 1, & x \ge x_{(n)} \end{cases}$$

- Passo a passo para a construção da função
  - Inicie desenhando a função do valor mais à esquerda para o mais à direita.
  - Atribua o valor0 para todos os valores menores que o menor valor da amostra,  $\boldsymbol{x}_{(1)}$  .
  - Atribua o valor  $\frac{1}{n}$  para o intervalo entre  $x_{(1)}$  e  $x_{(2)}$ , o valor  $\frac{2}{n}$  para o intervalo entre  $x_{(2)}$  e  $x_{(3)}$ , e assim por diante, até atingir todos os valores da amostra.
  - Para valores iguais ou superiores ao maior valor da amostra,  $x_{(n)}$ , a função tomará o valor 1.
  - Se um valor na amostra se repetir k vezes, o salto da função para esse ponto será  $\frac{k}{n}$ , em vez de  $\frac{1}{n}$ .

### 21.1.1 Função de distribuição empírica no R, função ecdf()

A função  $\operatorname{\mathsf{ecdf}}$ () no R é usada para calcular a função de distribuição empírica (Empirical Cumulative Distribution Function - ECDF) de um conjunto de dados.

```
# Conjunto de dados
dados <- c(3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5, 3, 5)

# Calcular a ECDF usando a função ecdf()
Fn <- ecdf(dados)

# Plotar a ECDF usando a função ecdf()
plot(Fn, main = "Função de Distribuição Empírica", xlab = "x", ylab = "Fn(x)", col = "</pre>
```

### Função de Distribuição Empírica



Exemplo 1: Resolva o exemplo 1 usando a função de distribuição empírica.

```
valores <- rexp(10000, 1/30)
# Função de distribuição empírica
Fn <- ecdf(valores)
# Probabilidade P(X<=20)
Fn(20)</pre>
```

```
# Probabilidade exata
pexp(20, 1/30)
```

## [1] 0.4865829

## 21.2 Gerando uma variável aleatória com distribuição de Binomial

### Distribuição de Bernoulli

Uma experiência aleatória diz-se uma prova de Bernoulli se possuir apenas dois resultados possíveis: um sucesso, que ocorre com probabilidade p, e um insucesso que ocorre com probabilidade 1 – p.

$$X = \begin{cases} 1, & \text{se sucesso} \\ 0, & \text{se insucesso} \end{cases}$$

• Função massa de probabilidade

$$f_X(x) = \begin{cases} p^x (1-p)^{1-x}, & \text{se} \quad x = 0, 1\\ 0, & \text{outros valores de x} \end{cases}$$

- Notação:  $X \sim Bernoulli(p)$
- p = P(sucesso)
- E(X) = p e V(X) = p(1-p)

**Exemplo**: Considere a experiência aleatória que consiste em lançar uma moeda não viciada e observar a face que fica voltada para cima. Sendo o objetivo verificar se sai "cara", defina-se a variável aleatória

X — número de vezes, em 1 lançamento, que sai cara

- (a) Simule a situação descrita, determinando a percentagem de vezes em que saiu cara, para um número total de lançamentos:  $n_1=5,\ n_2=10,\ n_3=100$  e  $n_4=1000.$ 
  - (b) Determine, para cada amostra, o valor da média e da variância. Compare com os valores de E(X) e V(X).

```
# Parâmetro
p < -0.5
# Número de lançamentos
n \leftarrow c(5,10,100,1000)
# Gerando amostra
amostra <- list()</pre>
percentagens <- c()
media <- c()
variancia <- c()</pre>
# Loop para criar listas
for (i in 1:length(n)) {
  amostra[[i]] <- rbinom(n[i], size=1, prob=p)</pre>
  percentagens[i] <- sum(amostra[[i]]/n[i])</pre>
  media[i] <- mean(amostra[[i]])</pre>
  variancia[i] <- var(amostra[[i]])</pre>
}
resultados <- data.frame(n,percentagens,media,variancia,comp_media = abs(media-p), com
resultados
##
        n percentagens media variancia comp_media
                                                          comp_var
## 1
                 0.00 0.00 0.0000000 0.50 0.2500000000
                                          0.10 0.0166666667
0.03 0.0016161616
## 2
                   0.40 0.40 0.2666667
       10
## 3 100
                   0.47 0.47 0.2516162
## 4 1000
                   0.48 0.48 0.2498498
                                               0.02 0.0001501502
```

#### Distribuição Binomial

- Utiliza-se para contar, numa sequência de n provas de Bernoulli, o número de sucessos observados.
- X— número de sucessos em n provas de Bernoulli
- Notação:  $X \sim Binomial(n, p)$
- Função massa de probabilidade de X

$$f_X(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, & x = 0, 1, \dots, n \\ 0, & \text{outros valores de x} \end{cases}$$

- n e p são os parâmetros caracterizadores da distribuição.
- $E(X) = np \ e \ V(X) = np(1-p)$

### 21.2.1 Cálculo de probabilidades

```
Seja X \sim \text{Binomial}(n=20, p=0.1). P(X=4) \to \text{dbinom(x=4, size=20, prob=0.1)} = 0.08977883 P(X \le 4) \to \text{pbinom(q=4, size=20, prob=0.1)} = 0.9568255 P(X \ > \ 4) \to \text{pbinom(q=4, size=20, prob=0.1, lower.tail=FALSE)} = 0.0431745
```

### 21.2.2 Função massa de probabilidade (teórica)

```
# Simulação de Variáveis aleatórias

# Função massa de probabilidade Binomial(n,p)
n <- 20
p <- 0.1
x <- 0:20

teorico <- data.frame(x = x, y=dbinom(x, size = n, prob = p))

# Carregue o pacote ggplot2
library(ggplot2)

ggplot(teorico) +
    geom_point(aes(x = x, y=y), color = "blue") +
    scale_x_continuous(breaks = 0:n) +
    labs(title = "Binomial(20,0.1)", x = "Número de sucessos", y = "Probabilidade") +
    theme_light()</pre>
```



### 21.2.3 Função massa de probabilidade (simulação)

```
set.seed(1234)

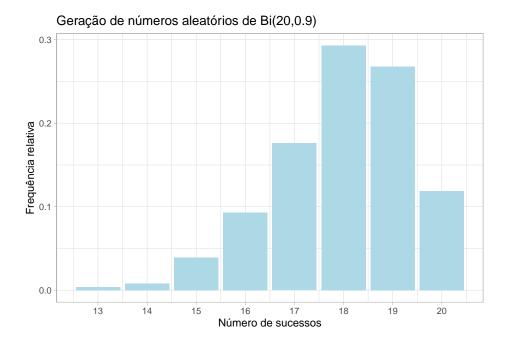
n <- 20
p <- 0.9
k <- 1000 # número de simulações

dados <- data.frame(X = rbinom(k, size = n, prob = p))

# Carregue o pacote ggplot2library(ggplot2)

ggplot(dados) +
geom_bar(aes(x=X, y=after_stat(prop)), fill = "lightblue") +
    scale_x_continuous(breaks = 0:n) +
    labs(title = "Geração de números aleatórios de Bi(20,0.9)", x="Número de sucessos",
    y="Frequência relativa") +
    theme_light()</pre>
```

### 21.2. GERANDO UMA VARIÁVEL ALEATÓRIA COM DISTRIBUIÇÃO DE BINOMIAL201



### 21.2.4 Comparação

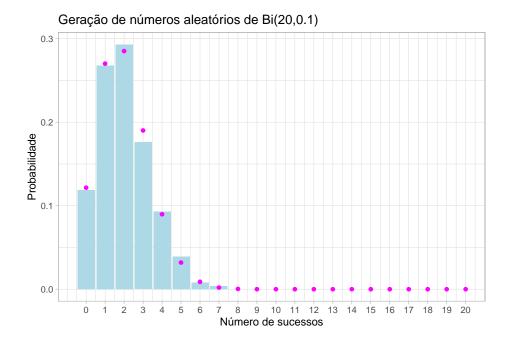
```
set.seed(1234)

n <- 20
p <- 0.1
k <- 1000 # número de simulações

dados <- data.frame(X = rbinom(k, size = n, prob = p))
teorico <- data.frame(x = 0:n, y=dbinom(0:n, size = n, prob = p))

# Carregue o pacote ggplot2
library(ggplot2)

ggplot(dados) +
    geom_bar(aes(x = X, y = after_stat(prop)), fill = "lightblue") +
    geom_point(data = teorico, aes(x, y), color = "magenta") +
    scale_x_continuous(breaks = 0:n) +
    labs(title = "Geração de números aleatórios de Bi(20,0.1)", x = "Número de sucessos",
    y = "Probabilidade") +
    theme_light()</pre>
```



### 21.2.5 Função de distribuição

```
# Definir os parâmetros da distribuição binomial
n <- 10 # Número de tentativas
p <- 0.5 # Probabilidade de sucesso

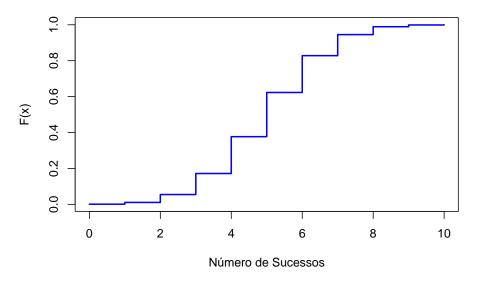
# Valores possíveis de sucessos (0 a n)
x <- 0:n

# Calcular a FD
cdf_values <- pbinom(x, size = n, prob = p)

# Plotar a FD
plot(x, cdf_values, type = "s", lwd = 2, col = "blue",
xlab = "Número de Sucessos", ylab = "F(x)",
main = "Função de Distribuição Acumulada da Binomial(n = 10, p = 0.5)")</pre>
```

### 21.2. GERANDO UMA VARIÁVEL ALEATÓRIA COM DISTRIBUIÇÃO DE BINOMIAL203

### Função de Distribuição Acumulada da Binomial(n = 10, p = 0.5)



### 21.2.6 Função de distribuição empírica

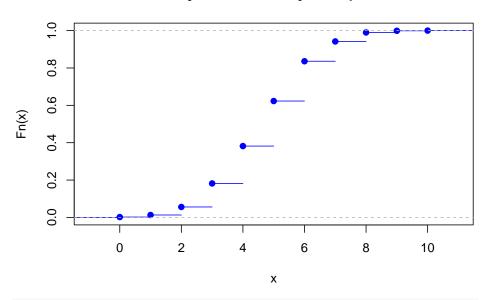
```
# Definir os parâmetros da distribuição binomial
n <- 10 # Número de tentativas
p <- 0.5 # Probabilidade de sucesso

set.seed(123)
# Amostra aleatória de dimensão 1000
amostra <- rbinom(1000,size = n, prob = p)

# Distribuição empírica
Fn <- ecdf(amostra)

# Plotar CDF
plot(Fn, main = "Função de Distribuição Empírica", xlab = "x", ylab = "Fn(x)", col = "blue")</pre>
```

### Função de Distribuição Empírica



# OU
plot.ecdf(amostra)





Cálculo de probabilidade: Seja  $X \sim \text{Binomial}(n = 10, p = 0.5).$ 

$$P(X \le 4) = {\tt pbinom(4,10,0.5)} = 0.377$$

$$P(X \le 4) \approx ext{Fn(4)} = 0.382$$

### 21.3. GERANDO UMA VARIÁVEL ALEATÓRIA COM DISTRIBUIÇÃO DE POISSON205

**Exemplo:** Considere a experiência aleatória que consiste em lançar uma moeda não viciada e observar a face que fica voltada para cima. Suponha que a experiência é realizada 7 vezes, sendo o objetivo verificar se sai "cara". Defina-se a variável aleatória

X — número de vezes, em 7 lançamentos, que sai cara

- (a) Calcule a probabilidade de, em 7 lançamentos, sair 2 vezes cara.
  - (b) Simule a situação descrita para um número total de repetições da experiência:  $n_1=5,\,n_2=10,\,n_3=100$  e  $n_4=1000$ . Para cada caso, determine a percentagem de casos em que saíram 3 vezes cara.
  - (c) Determine, para cada amostra, o valor da média e da variância. Compare com os valores de E(X) e V(X).

# 21.3 Gerando uma variável aleatória com distribuição de Poisson

### Distribuição de Poisson

- Notação:  $X \sim Poisson(\lambda)$
- Função massa de probabilidade

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}, & \text{se} \quad x = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & \text{outros valores de x} \end{cases}$$

- $\lambda$  é o parâmetro caracterizador da distribuição.
- $E(X) = \lambda e V(X) = \lambda$ .

### 21.3.1 Cálculo de probabilidades

Seja 
$$X \sim \text{Poisson}(\lambda = 5)$$
.

$$P(X = 4) \to \text{dpois}(4,5) = 0.1755$$

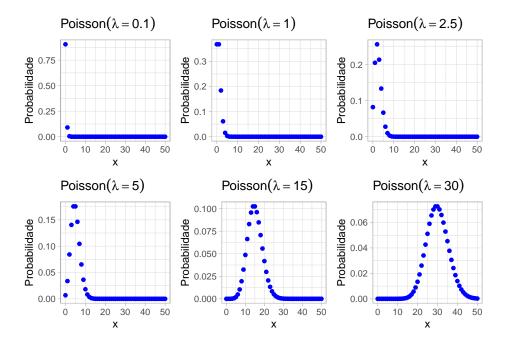
$$P(X \le 4) \to \text{ppois}(4,5) = 0.4405$$

$$P(X > 4) \rightarrow \text{ppois}(4,5,\text{lower.tail=FALSE}) = 0.5595$$

### 21.3.2 Função massa de probabilidade (teórica)

```
\# Definir os valores de lambda e x
p \leftarrow c(0.1, 1, 2.5, 5, 15, 30)
x <- 0:50
# Carregar os pacotes necessários
library(ggplot2)
library(latex2exp)
library(gridExtra)
## Attaching package: 'gridExtra'
## The following object is masked from 'package:dplyr':
##
##
       combine
# Inicializar uma lista para armazenar os gráficos
plots <- list()</pre>
# Loop para criar os data frames e gráficos
for (i in 1:length(p)) {
 teorico <- data.frame(x = x, y = dpois(x, lambda = p[i]))</pre>
 plots[[i]] <- ggplot(teorico) +</pre>
    geom_point(aes(x = x, y = y), color = "blue") +
    scale_x_continuous(breaks = seq(0, 50, by = 10)) +
    labs(title = TeX(paste0("$Poisson(lambda=", p[i], ")$")), x="x", y="Probabilidade"
    theme_light()
}
# Dispor os gráficos em uma grade 2x3
grid.arrange(grobs = plots, nrow = 2, ncol = 3)
```

### 21.3. GERANDO UMA VARIÁVEL ALEATÓRIA COM DISTRIBUIÇÃO DE POISSON207



### 21.3.3 Função massa de probabilidade (simulação)

```
p \leftarrow c(0.1, 1, 2.5, 5, 15, 30)
n <- 1000
# Carregar os pacotes necessários
library(ggplot2)
library(latex2exp)
library(gridExtra)
# Inicializar uma lista para armazenar os gráficos
plots <- list()</pre>
# Loop para criar os data frames e gráficos
for (i in 1:length(p)) {
  dados <- data.frame(X = rpois(n, lambda = p[i]))</pre>
 plots[[i]] <- ggplot(dados) +</pre>
    geom_bar(aes(x = X, y =after_stat(prop)), fill="lightblue") +
    labs(title=TeX(paste("$Poisson(lambda=", p[i], ")$")),
    x = "x", y = "Frequência relativa") +
    theme_light()
}
```



### 21.3.4 Comparação

```
p <- c(0.1, 1, 2.5, 5, 15, 30)
n <- 1000

# Carregar os pacotes necessários
library(ggplot2)
library(latex2exp)
library(gridExtra)

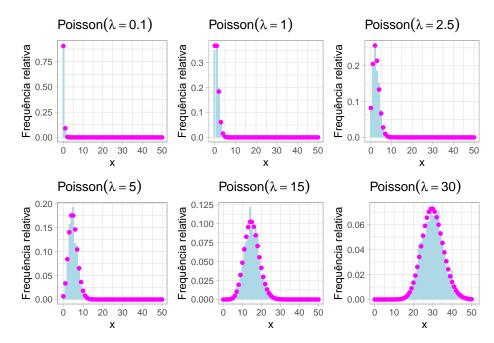
# Inicializar uma lista para armazenar os gráficos
plots <- list()

# Loop para criar os data frames e gráficos
for (i in 1:length(p)) {
   dados <- data.frame(X = rpois(n, lambda = p[i]))
   teorico <- data.frame(x=0:50, y=dpois(0:50,p[i]))

plots[[i]] <- ggplot(dados) +</pre>
```

```
geom_bar(aes(x = X, y =after_stat(prop)), fill="lightblue") +
    geom_point(data = teorico, aes(x, y), color = "magenta") +
    scale_x_continuous(breaks = seq(0, 50, by = 10)) +
    labs(title=TeX(paste("$Poisson(lambda=", p[i], ")$")),
    x = "x", y = "Frequência relativa") +
    theme_light()
}

# Dispor os gráficos em uma grade 2x3
grid.arrange(grobs = plots, nrow = 2, ncol = 3)
```



### 21.3.5 Função de distribuição

```
lambda <- 5  # Parâmetro da Poisson
x <- 0:15  # Valores de x para plotar a distribuição

# Calcular a FD
y <- ppois(x, lambda = lambda)

# Plotar a FD
plot(x,y, type="s", lwd=2, col="blue",
    main=TeX(paste("Função de Distribuição da $Poisson (lambda =", lambda, ")$")),</pre>
```

```
xlab = "x",
ylab = "F(x)")
```

### Função de Distribuição da Poisson( $\lambda = 5$ )



### 21.3.6 Função de distribuição empírica

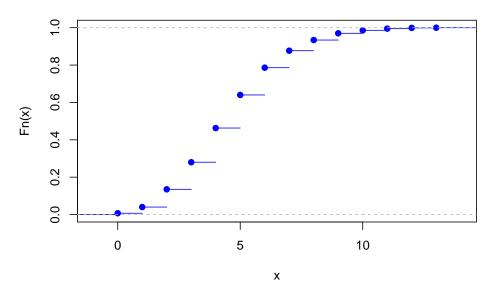
```
library(latex2exp)
# Definir os parâmetros da distribuição de Poisson
lambda <- 5

dados <- rpois(1000,lambda = lambda)
Fn <- ecdf(dados)

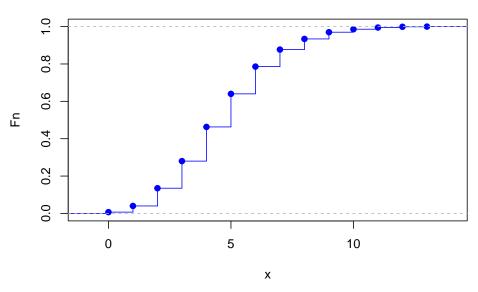
# Plotar CDF
plot(Fn, main=TeX("Função de Distribuição Empírica da $Poisson(lambda = 5)$"),
    xlab = "x",
    ylab = "Fn(x)",
    col = "blue")</pre>
```

### $21.3. \ \ GERANDO \ UMA \ VARIÁVEL \ ALEATÓRIA \ COM \ DISTRIBUIÇÃO \ DE \ POISSON211$

### Função de Distribuição Empírica da Poisson $(\lambda = 5)$



### Função de Distribuição Empírica



Cálculo de probabilidades: Seja  $X \sim \text{Poisson}(\lambda = 5)$ .

$$P(X \le 4) o exttt{ppois}$$
(4,5) =  $0.4405$ 

$$P(X \le 4) \to \text{Fn(4)} = 0.433$$

**Exemplo**: O número de pedidos recebidos por uma linha de suporte técnico de uma empresa num intervalo de 10 minutos é uma variável aleatória que segue uma distribuição de Poisson. Neste intervalo de 10 minutos, espera-se que cheguem, em média, 20 pedidos.

- (a) Calcule a probabilidade de, num período de 10 minutos, chegarem 20 pedidos.
- (b) Simule a situação descrita para um número total de repetições da experiência:  $n_1=5,\,n_2=10,\,n_3=100$  e  $n_4=1000$ . Para cada caso, determine a percentagem de casos em que chegam exatamente 20 pedidos.
- (c) Determine, para cada amostra, o valor da média e da variância. Compare com os valores de E(X) e V(X).

# 21.4 Gerando uma variável aleatória com distribuição de Uniforme

### Distribuição Uniforme Contínua

• A função densidade de probabilidade é dada por

### 21.4. GERANDO UMA VARIÁVEL ALEATÓRIA COM DISTRIBUIÇÃO DE UNIFORME213

$$f_X(x) = \frac{1}{b-a}, \quad a \le x \le b$$

• A função de distribuição é dada por

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{se} \quad x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{se} \quad a \le x \le b \\ 1, & \text{se} \quad x > b \end{cases}$$

- $E(X) = \frac{a+b}{2}$  e  $V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$
- Notação:  $X \sim Uniforme(a, b)$

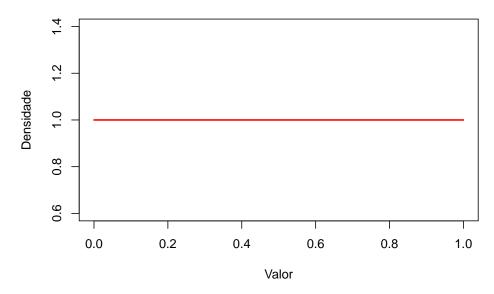
### 21.4.1 Cálculo de probabilidades

Seja  $X \sim \text{Uniforme}(0, 1)$ 

- $P(X < 0.5) \rightarrow \text{punif}(0.5, \text{min} = 0, \text{max} = 1) = 0.5$
- $P(X>0.5) \rightarrow \mathrm{punif}$  (0.5, min = 0, max = 1, lower.tail = FALSE) = 0.5

### 21.4.2 Função densidade de probabilidade

### Densidade da Distribuição Uniforme (0,1)



### 21.4.3 Função densidade de probabilidade (simulação)

### Histograma da Densidade - Uniforme(0,1)



### 21.4.4 Comparação

```
# Definir o tamanho da amostra
n <- 10000
# Fixar a semente para reprodutibilidade
set.seed(123)
# Gerar a variável aleatória com distribuição uniforme (0,1)
uniform_data <- runif(n, min = 0, max = 1)</pre>
# Criar um histograma da amostra com densidade
hist(uniform_data, probability = TRUE,
     main = "Comparação da Densidade - Uniforme(0,1)",
     xlab = "Valor",
     ylab = "Densidade",
     col = "lightblue",
     border = "darkblue")
# Adicionar a curva da densidade teórica
curve(dunif(x, min = 0, max = 1),
      add = TRUE,
      col = "red",
     lwd = 2)
```

### Comparação da Densidade - Uniforme(0,1)



### 21.4.5 Função de distribuição

#### Função de Distribuição Uniforme (0,1)



#### 21.4.6 Função de distribuição empírica

#### Função de Distribuição Empírica



# OU
#plot.ecdf(uniform\_data)

**Exemplo**: O peso real de uma barra de chocolate de uma determinada marca (que supostamente pesa 100 gramas) é uma variável aleatória, em gramas, com distribuição uniforme no intervalo de 85 a 105 gramas.

- (a) Qual a probabilidade de uma barra de chocolate ter um peso inferior a 100 gramas?
- (b) Simule a situação descrita para um número total de repetições da experiência:  $n_1=5,\,n_2=10,\,n_3=100$  e  $n_4=1000$ . Para cada caso, determine a percentagem de casos em que o peso é inferior a 100 gramas.

# 21.5 Gerando uma variável aleatória com distribuição Exponencial

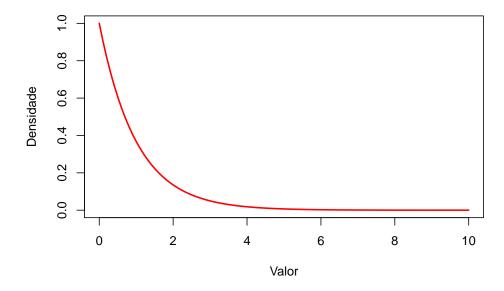
#### 21.5.1 Cálculo de probabilidades

Seja  $X \sim \text{Exponencial}(\lambda=1)$ .  $P(X \leq 0.5) \rightarrow \text{pexp(0.5,rate=1)} = 0.3935$   $P(X > 0.5) \rightarrow \text{pexp(0.5,rate=1,lower.tail=FALSE)} = 0.6065$ 

#### 21.5. GERANDO UMA VARIÁVEL ALEATÓRIA COM DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL219

#### 21.5.2 Função densidade de probabilidade (teórica)

#### Densidade da Distribuição Exponencial(1)



#### 21.5.3 Função densidade de probabilidade (simulação)

```
# Definir o tamanho da amostra
n <- 10000

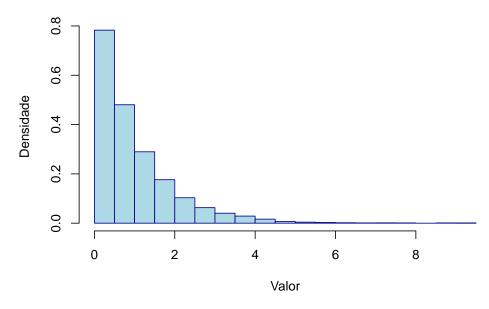
# Fixar a semente para reprodutibilidade
set.seed(123)

# Gerar a variável aleatória com distribuição exponencial(1)</pre>
```

```
expo_data <- rexp(n, rate=1)

# Criar um histograma da amostra
hist(expo_data, probability = TRUE,
    main = "Histograma da Densidade - Exponencial(1)",
    xlab = "Valor",
    ylab = "Densidade",
    col = "lightblue",
    border = "darkblue")</pre>
```

#### Histograma da Densidade - Exponencial(1)



#### 21.5.4 Comparação

```
# Definir o tamanho da amostra
n <- 10000

# Fixar a semente para reprodutibilidade
set.seed(123)

# Gerar a variável aleatória com distribuição exponencial(1)
expo_data <- rexp(n, rate=1)

# Criar um histograma da amostra
hist(expo_data, probability = TRUE,</pre>
```

#### 21.5. GERANDO UMA VARIÁVEL ALEATÓRIA COM DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL221

```
main = "Comparação da Densidade - Exponencial(1)",
    xlab = "Valor",
    ylab = "Densidade",
    col = "lightblue",
    border = "darkblue")

# Adicionar curva da densidade teórica
curve(dexp(x,rate=1),
    add=TRUE,
    col="red",
    lwd=2)
```

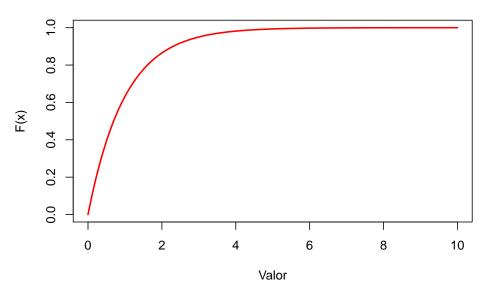
#### Comparação da Densidade - Exponencial(1)



#### 21.5.5 Função de distribuição

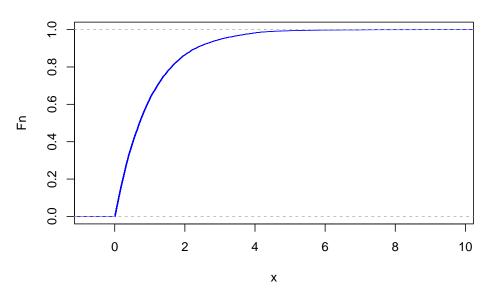
```
main = "Função de Distribuição Exponencial(1)",
xlab = "Valor", ylab = "F(x)")
```

#### Função de Distribuição Exponencial(1)



#### 21.5.6 Função de distribuição empírica

#### Função de Distribuição Empírica



# 21.6 Gerando uma variável aleatória com distribuição Normal

#### 21.6.1 Cálculo de probabilidades

```
Seja X \sim \text{Normal}(0,1). P(X \leq 0.5) \rightarrow \text{pnorm}(0.5,\text{mean=0,sd=1}) = 0.6915 P(X > 0.5) \rightarrow \text{pnorm}(0.5,\text{mean=0,sd=1,lower.tail=FALSE}) = 0.3085
```

#### 21.6.2 Função densidade de probabilidade (teórica)

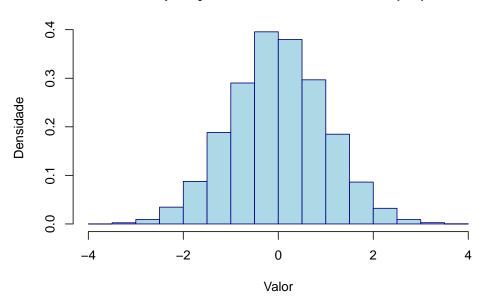
```
main = "Densidade da Distribuição Normal(0,1)",
xlab = "Valor", ylab = "Densidade")
```

#### Densidade da Distribuição Normal(0,1)



#### 21.6.3 Função densidade de probabilidade (simulação)

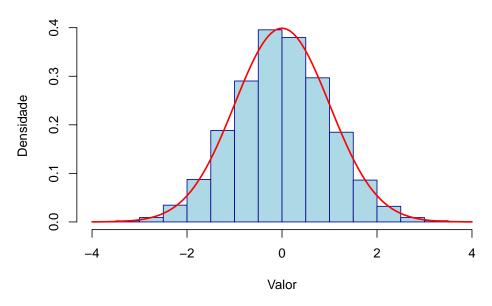
#### Comparação da Densidade - Normal(0,1)



#### 21.6.4 Comparação

```
# Definir o tamanho da amostra
n <- 10000
# Fixar a semente para reprodutibilidade
set.seed(123)
# Gerar a variável aleatória com distribuição Normal(0,1)
normal_data <- rnorm(n, mean = 0, sd = 1)</pre>
# Criar um histograma da amostra com densidade
hist(normal_data, probability = TRUE,
     main = "Comparação da Densidade - Normal(0,1)",
     xlab = "Valor",
     ylab = "Densidade",
     col = "lightblue",
     border = "darkblue")
# Adicionar a curva da densidade teórica
curve(dnorm(x, mean = 0, sd = 1),
      add = TRUE,
      col = "red",
     lwd = 2)
```

#### Comparação da Densidade - Normal(0,1)



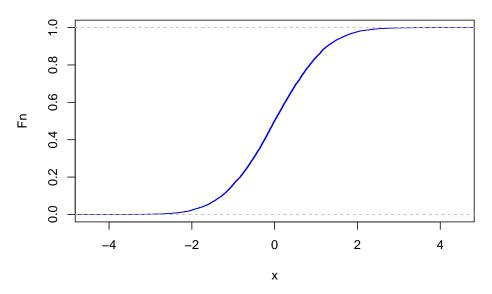
#### 21.6.5 Função de distribuição

#### Função de Distribuição Normal(0,1)



#### 21.6.6 Função de distribuição empírica

#### Função de Distribuição Empírica



#### 21.7 Exercícios

- 1. Usando o R e fixando a semente em 123, simule 1000 lançamentos de uma moeda com probabilidade de 0.5 de sair cara. Conte o número de caras em cada lançamento e plote um histograma dos resultados.
- **2.** Usando o R e fixando a semente em 123, gere uma amostra aleatória de 5000 observações de uma variável aleatória binomial com parâmetros n=10 e p=0.3. Calcule a média e a variância das observações geradas.
- 3. Usando o R e fixando a semente em 123, gere uma amostra aleatória de 2300 observações de uma variável aleatória de Poisson com parâmetro  $\lambda=4$ . Calcule a média e o desvio padrão das observações geradas.
- 4. Em um processo de qualidade, considere uma variável aleatória X que representa o número de produtos defeituosos em um lote de 50 produtos, onde a probabilidade de um produto ser defeituoso é 0.1. Usando o R e fixando a semente em 123 gere uma amostra aleatória de 10000 observações de X. Conte a frequência de lotes com exatamente 5 produtos defeituosos. Calcule a proporção de lotes com exatamente 5 produtos defeituosos e compare o valor obtido com a probabilidade P(X=5), onde  $X \sim \text{Binomial}(50,0.1)$ .
- 5. Usando o R<br/> e fixando a semente em 123, gere uma amostra aleatória de 5000 observações de uma variável aleatória <br/> X binomial com parâmetros n=20 <br/>ep=0.7.

- (a) Faça um histograma de frequência relativa associado aos valores amostrais. Sobreponha no gráfico a distribuição de probabilidade de X.
- (b) Use a função de distribuição empírica para estimar  $P(X \le 10)$  e compare com o valor teórico.
- **6.** Usando o R e fixando a semente em 543, gere uma amostra aleatória de 2400 observações de uma variável aleatória Y de Poisson com parâmetro  $\lambda = 6$ .
- (a) Faça um histograma de frequência relativa associado aos valores amostrais. Sobreponha no gráfico a distribuição de probabilidade de X.
- (b) Use a função de distribuição empírica para estimar P(Y > 5) e compare com o valor teórico.
- 7. Usando o R e fixando a semente em 345, gere uma amostra aleatória de 3450 observações de uma variável aleatória Z uniforme no intervalo [0,1]. Use a função de distribuição empírica para estimar  $P(Z \leq 0.5)$  e compare com o valor teórico.
- 8. Usando o R<br/> e fixando a semente em 123, gere uma amostra aleatória de 3467 observações de uma variável aleatória <br/> W normal com média  $\mu=0$ e desvio padrão<br/>  $\sigma=1.$
- (a) Faça um histograma de frequência relativa associado aos valores amostrais. Sobreponha no gráfico a distribuição de X.
- (b) Use a função de distribuição empírica para estimar P(W > 1) e compare com o valor teórico.
- 9. Usando o R e fixando a semente em 123, gere uma amostra aleatória de 1234 observações de uma variável aleatória V exponencial com parâmetro  $\lambda=0.5$ .
- (a) Faça um histograma de frequência relativa associado aos valores amostrais. Sobreponha no gráfico a distribuição de probabilidade de X.
- (b) Use a função de distribuição empírica para estimar P(V>2) e compare com o valor teórico.
- 10. O número de acertos num alvo em 30 tentativas onde a probabilidade de acerto é 0.4, é modelado por uma variável aleatória X com distruibuição Binomial de parâmetros n=30 e p=0.4. Usando o R e fixando a semente em 123, gere uma amostra de dimensão n=700 dessa variável. Para essa amostra:
- (a) Faça um histograma de frequência relativa associado aos valores amostrais. Sobreponha no gráfico a distribuição de probabilidade de X.
- (b) Calcule a função de distribuição empírica e com base nessa função estime a probabilidade do número de acertos no alvo, em 30 tentativas, ser maior que 15. Calcule ainda o valor teórico dessa probabilidade.
- 11. Usando o R e fixando a semente em 123, gere amostras de tamanho crescente n=100,1000,10000,100000 de uma variável aleatória X com distribuição

- de Poisson com parâmetro  $\lambda=3$ . Para cada tamanho de amostra, calcule a média amostral e compare-a com o valor esperado teórico. Observe e comente a convergência das médias amostrais.
- 12. Usando o R e fixando a semente em 123, gere amostras de tamanho crescente n=100,1000,10000,100000 de uma variável aleatória W com distribuição uniforme no intervalo [0,1]. Para cada tamanho de amostra, calcule a média amostral e compare-a com o valor esperado teórico. Observe e comente a convergência das médias amostrais.
- 13. Um grupo de estudantes de Estatística está realizando uma pesquisa para avaliar o grau de satisfação dos alunos com um novo curso oferecido pela universidade. Cada estudante responde a uma pergunta onde pode indicar se está satisfeito ou insatisfeito com o curso. A probabilidade de um estudante estar satisfeito é de 0.75.
  - Usando o R e fixando a semente em 42, simule amostras de tamanho crescente n=100,500,1000,5000,10000 de uma variável aleatória X com distribuição binomial, onde X representa o número de estudantes satisfeitos. Para cada tamanho de amostra, calcule a proporção de estudantes satisfeitos e compare-a com a probabilidade teórica de satisfação (0.75).
- 14. Usando o R e fixando a semente em 1058, gere 9060 amostras de dimensão 9 de uma população,  $X \sim \text{Binomial}(41, 0.81)$ . Calcule a média de cada uma dessas amostras, obtendo uma amostra de médias. Calcule ainda o valor esperado da distribuição teórica de X e compare com a média da amostra de médias.
- 15. Em um hospital, o tempo de atendimento de pacientes segue uma distribuição exponencial com média de 30 minutos. Um pesquisador deseja estimar o tempo médio de atendimento coletando amostras de diferentes tamanhos.
  - Usando o R e fixando a semente em 456, simule 1000 amostras de tamanho 50, 100 e 1000 do tempo de atendimento. Para cada tamanho de amostra, calcule a média de cada amostra e plote o histograma das médias amostrais para cada tamanho. Compare essas distribuições com a distribuição normal com média E(X) e desvio padrão  $\sqrt{V(X)n}$  e comente sobre a aplicação do Teorema do Limite Central.
- 16. O tempo de espera (em minutos) para o atendimento no setor de informações de um banco é modelado por uma variável aleatória X com distribuição Uniforme(a=5,b=20). Usando o R e fixando a semente em 1430, gere 8000 amostras de dimensão n=100 dessa variável. Para essas amostras:
- (a) Calcule a soma de cada uma das amostras obtendo assim valores da distribuição da soma  $S_n = \sum_{i=1}^n X_n$ .

- 231
- (b) Faça um histograma de frequência relativa associado aos valores obtidos da distribuição da soma e sobreponha no gráfico uma curva com distribuição normal de valor esperado nE(X) e desvio padrão  $\sqrt{V(X)n}$ .
- (c) Calcule a média de cada uma das amostras obtendo assim valores da distribuição da média  $\bar{X_n}$ .
- (d) Faça um histograma de frequência relativa associado aos valores obtidos da distribuição da média  $\bar{X_n}$ . Sobreponha no gráfico uma curva com distribuição normal com valor esperado E(X) e desvio padrão  $\sqrt{V(x)/n}$ .
- 17. O tempo de atendimento (em minutos), de doentes graves num determinado hospital, é modelado por uma variável aleatória X com distribuição Exponencial( $\lambda=0.21$ ). Usando o R e fixando a semente em 1580, gere 1234 amostras de dimensão n=50 dessa variável. Para essas amostras:
- (a) Calcule a soma de cada uma das amostras obtendo assim valores da distribuição da soma  $S_n = \sum_{i=1}^n X_n.$
- (b) Faça um histograma de frequência relativa associado aos valores obtidos da distribuição da soma e sobreponha no gráfico uma curva com distribuição normal de valor esperado nE(X) e desvio padrão  $\sqrt{V(X)n}$ .
- (c) Calcule agora a soma padronizada

$$\frac{S_n - E(S_n)}{\sqrt{V(S_n)}}$$

- e faça um histograma de frequência relativa associado aos valores obtidos da distribuição da soma padronizada. Sobreponha no gráfico uma curva com distribuição normal de valor esperado 0 e desvio padrão 1.
- (d) Calcule a média de cada uma das amostras obtendo assim valores da distribuição da média  $\bar{X_n}$ .
- (e) Faça um histograma de frequência relativa associado aos valores obtidos da distribuição da média  $\bar{X_n}$ . Sobreponha no gráfico uma curva com distribuição normal com valor esperado E(X) e desvio padrão  $\sqrt{V(x)/n}$ .
- 18. A altura (em centímetros) dos alunos de uma escola é modelada por uma variável aleatória X com distribuição Normal( $\mu=170, \sigma=10$ ). Usando o R e fixando a semente em 678, gere 9876 amostras de dimensão n=80 dessa variável. Para essas amostras:
- (a) Calcule a soma de cada uma das amostras obtendo assim valores da distribuição da soma  $S_n = \sum_{i=1}^n X_n$ .
- (b) Faça um histograma de frequência relativa associado aos valores obtidos da distribuição da soma e sobreponha no gráfico uma curva com distribuição normal de valor esperado nE(X) e desvio padrão  $\sqrt{V(X)n}$ .

(c) Calcule agora a soma padronizada

$$\frac{S_n - E(S_n)}{\sqrt{V(S_n)}}$$

e faça um histograma de frequência relativa associado aos valores obtidos da distribuição da soma padronizada. Sobreponha no gráfico uma curva com distribuição normal de valor esperado 0 e desvio padrão 1.

- (d) Calcule a média de cada uma das amostras obtendo assim valores da distribuição da média  $\bar{X_n}$ .
- (e) Faça um histograma de frequência relativa associado aos valores obtidos da distribuição da média  $\bar{X_n}$ . Sobreponha no gráfico uma curva com distribuição normal com valor esperado E(X) e desvio padrão  $\sqrt{V(x)/n}$ .
- (f) Faça um histograma de frequência relativa associado aos valores obtidos da distribuição da média padronizada

$$\frac{\bar{X}_n - E(\bar{X_n})}{\sqrt{V(\bar{X_n})}}$$

e sobreponha no gráfico com uma curva com distribuição Normal com valor esperado 0 e desvio padrão 1.

- 19. A chegada de clientes em uma loja durante 1 hora, assumindo uma taxa média de 20 clientes por hora pode ser modelada por uma variável aleatória X com distribuição de Poisson( $\lambda=20$ ). Usando o R e fixando a semente em 1222, gere 8050 amostras de dimensão 30 de X.
- (a) Calcule a soma de cada uma das amostras obtendo assim valores da distribuição da soma  $S_n = \sum_{i=1}^n X_n.$
- (b) Faça um histograma de frequência relativa associado aos valores obtidos da distribuição da soma e sobreponha no gráfico uma curva com distribuição normal de valor esperado nE(X) e desvio padrão  $\sqrt{V(X)n}$ .
- (c) Calcule agora a soma padronizada

$$\frac{S_n - E(S_n)}{\sqrt{V(S_n)}}$$

e faça um histograma de frequência relativa associado aos valores obtidos da distribuição da soma padronizada. Sobreponha no gráfico uma curva com distribuição normal de valor esperado 0 e desvio padrão 1.

- (d) Calcule a média de cada uma das amostras obtendo assim valores da distribuição da média  $\bar{X_n}$ .
- (e) Faça um histograma de frequência relativa associado aos valores obtidos da distribuição da média  $\bar{X_n}$ . Sobreponha no gráfico uma curva com distribuição normal com valor esperado E(X) e desvio padrão  $\sqrt{V(x)/n}$ .

 $(\mathbf{f})$  Faça um histograma de frequência relativa associado aos valores obtidos da distribuição da média padronizada

$$\frac{\bar{X}_n - E(\bar{X_n})}{\sqrt{V(\bar{X_n})}}$$

e sobreponha no gráfico com uma curva com distribuição Normal com valor esperado 0 e desvio padrão 1.

# Chapter 22

# Relatórios

- 22.1 Markdown
- 22.2 R Markdown

## Chapter 23

## Referências

- $\bullet \ \ https://cemapre.iseg.ulisboa.pt/{\sim}nbrites/CTA/index.html$
- https://livro.curso-r.com/
- $\bullet \ \, https://www.cs.upc.edu/{\sim}robert/teaching/estadistica/TheRBook.pdf$
- Ross, S. M.: Simulation. Sixth edition. Academic Press, 2022.

### Chapter 24

## Respostas

#### 24.1 O pacote dplyr

#### 24.1.1 Selecionando colunas

1. Teste aplicar a função glimpse() do pacote 'dplyr à base sw. O que ela faz?

```
glimpse(sw)
```

```
## Rows: 87
## Columns: 14
## $ name
                                           <chr> "Luke Skywalker", "C-3PO", "R2-D2", "Darth Vader", "Leia Or~
## $ height
                                           <int> 172, 167, 96, 202, 150, 178, 165, 97, 183, 182, 188, 180, 2~
                                           <dbl> 77.0, 75.0, 32.0, 136.0, 49.0, 120.0, 75.0, 32.0, 84.0, 77.~
## $ mass
## $ hair_color <chr> "blond", NA, NA, "none", "brown", "brown, grey", "brown", N~
## $ skin_color <chr> "fair", "gold", "white, blue", "white", "light", "-
## $ eye_color <chr> "blue", "yellow", "red", "yellow", "brown", "blue", "blue",~
## $ birth_year <dbl> 19.0, 112.0, 33.0, 41.9, 19.0, 52.0, 47.0, NA, 24.0, 57.0, ~
                                           <chr> "male", "none", "none", "male", "female", "male", "female", "
## $ sex
                                           <chr> "masculine", "masculine", "masculine", "masculine", "femini~
## $ gender
## $ homeworld <chr> "Tatooine", "Tatooine", "Naboo", "Tatooine", "Alderaan", "T~
                                           <chr> "Human", "Droid", "Droid", "Human", "Human
## $ species
## $ films
                                           <"A New Hope", "The Empire Strikes Back", "Return of the J~</pre>
                                           <list> <"Snowspeeder", "Imperial Speeder Bike">, <>, <>, <>, "Imp~
## $ vehicles
## $ starships <list> <"X-wing", "Imperial shuttle">, <>, <>, "TIE Advanced x1",~
```

Mostra os nomes das variáveis, os tipos de dados e os primeiros valores de cada coluna em uma única visualização, tudo de forma horizontal.

2. Crie uma tabela com apenas as colunas name, gender, e films. Salve em um objeto chamado sw\_simples.

```
sw_simples <- select(sw, name, gender, films)
sw_simples</pre>
```

```
## # A tibble: 87 x 3
##
     name
                                  films
                        gender
     <chr>
                        <chr>
##
                                  t>
##
  1 Luke Skywalker
                        masculine <chr [5]>
##
   2 C-3PO
                        masculine <chr [6]>
##
  3 R2-D2
                        masculine <chr [7]>
## 4 Darth Vader
                        masculine <chr [4]>
                        feminine <chr [5]>
## 5 Leia Organa
##
   6 Owen Lars
                        masculine <chr [3]>
## 7 Beru Whitesun Lars feminine <chr [3]>
## 8 R5-D4
                        masculine <chr [1]>
## 9 Biggs Darklighter masculine <chr [1]>
## 10 Obi-Wan Kenobi
                        masculine <chr [6]>
## # i 77 more rows
```

3. Selecione apenas as colunas hair\_color, skin\_color e eye\_color usando a função auxiliar contains().

```
select(sw, contains("color"))
```

```
## # A tibble: 87 x 3
     hair color
                                eye_color
##
                   skin_color
##
      <chr>
                   <chr>
                                <chr>
##
   1 blond
                   fair
                                blue
   2 <NA>
                   gold
                                yellow
##
   3 <NA>
                   white, blue red
##
   4 none
                   white
                                yellow
##
   5 brown
                   light
                                brown
   6 brown, grey
##
                   light
                                blue
##
  7 brown
                    light
                                blue
## 8 <NA>
                    white, red
                               red
## 9 black
                    light
                                brown
## 10 auburn, white fair
                                blue-gray
## # i 77 more rows
```

4. Usando a função select() (e suas funções auxiliares), escreva códigos que retornem a base sw sem as colunas hair\_color, skin\_color e eye\_color. Escreva todas as soluções diferentes que você conseguir pensar.

```
select(sw, -hair_color, -skin_color, -eye_color)
select(sw, -contains("color"))
select(sw, -ends_with("color"))
select(sw, name:mass, birth_year:starships)
```

#### 24.1.2 Ordenando a base

1. Ordene mass em ordem crescente e birth\_year em ordem decrescente e salve em um objeto chamado sw\_ordenados.

```
sw_ordenados <- arrange(sw, mass, desc(birth_year))
sw_ordenados</pre>
```

```
## # A tibble: 87 x 14
##
             height mass hair_color skin_color eye_color birth_year sex
                                                                       gender
     name
                                              <chr>
##
     <chr>
              <int> <dbl> <chr>
                                    <chr>
                                                           <dbl> <chr> <chr>
                                    grey, blue unknown
## 1 Ratts T~
                 79
                       15 none
                                                              NA male mascu~
## 2 Yoda
                                    green
                 66
                       17 white
                                              brown
                                                             896 male mascu~
## 3 Wicket ~
                 88
                       20 brown
                                    brown
                                                              8 male mascu~
                                              brown
                                    white, bl~ red
## 4 R2-D2
                 96
                     32 <NA>
                                                              33 none mascu~
## 5 R5-D4
                97 32 <NA>
                                    white, red red
                                                             NA none mascu~
## 6 Sebulba 112 40 none
                                    grey, red orange
                                                             NA male mascu~
## 7 Padmé A~ 185
                     45 brown
                                    light
                                              brown
                                                              46 fema~ femin~
                                                              NA male mascu~
## 8 Dud Bolt
                94
                       45 none
                                    blue, grey yellow
## 9 Wat Tam~
                193
                       48 none
                                    green, gr~ unknown
                                                             NA male mascu~
## 10 Sly Moo~
                178
                       48 none
                                    pale
                                              white
                                                              NA <NA> <NA>
## # i 77 more rows
## # i 5 more variables: homeworld <chr>, species <chr>, films <list>,
      vehicles <list>, starships <list>
```

2. Selecione apenas as colunas name e birth\_year e então ordene de forma decrescente pelo birth\_year.

```
# Aninhando funções
arrange(select(sw, name, birth_year), desc(birth_year))
# Criando um objeto intermediário
sw_aux <- select(sw, name, birth_year)
arrange(sw_aux, desc(birth_year))</pre>
```

```
# Usando pipe
sw %>%
select(name, birth_year) %>%
arrange(desc(birth_year))
```

#### 24.1.3 Filtrando linhas

Utilize a base sw nos exercícios a seguir.

1. Crie um objeto chamado humanos apenas com personagens que sejam humanos.

```
humanos <- filter(sw, species == "Human")

# O pipe
humanos <- sw %>%
filter(species == "Human")
```

2. Crie um objeto chamado altos\_fortes com personagens que tenham mais de 200 cm de altura e peso maior que 100 kg.

```
altos_fortes <- filter(sw, height > 200, mass > 100)
```

- 3. Retorne tabelas (tibbles) apenas com:
- a. Personagens humanos que nasceram antes de 100 anos antes da batalha de Yavin (birth\_year < 100).

```
filter(sw, species == "Human", birth_year < 100)</pre>
```

b. Personagens com cor light ou red.

```
filter(sw, skin_color == "light" | skin_color == "red")
```

**c.** Personagens com massa maior que 100 kg, ordenados de forma decrescente por altura, mostrando apenas as colunas name, mass e height.

```
select(arrange(filter(sw, mass > 100), desc(height)), name, mass, height)
# usando o pipe
sw %>%
filter(mass > 100) %>%
arrange(desc(height)) %>%
select(name, mass, height)
```

**d.** Personagens que sejam "Humano" ou "Droid", e tenham uma altura maior que 170 cm.

```
filter(sw, species == "Human" | species == "Droid", height > 170)
# usando o pipe
sw %>%
  filter(species %in% c("Human", "Droid"), height > 170)
```

e. Personagens que não possuem informação tanto de altura quanto de massa, ou seja, possuem NA em ambas as colunas.

```
filter(sw, is.na(height), is.na(mass))
```

#### 24.1.4 Modificando e criando novas colunas

1. Crie uma coluna chamada dif\_peso\_altura (diferença entre altura e peso) e salve a nova tabela em um objeto chamado sw\_dif. Em seguida, filtre apenas os personagens que têm altura maior que o peso e ordene a tabela por ordem crescente de dif\_peso\_altura.

```
sw_dif <- mutate(sw, dif_peso_altura = height-mass)

arrange(filter(sw_dif, height > mass), dif_peso_altura)

# usando o pipe
sw_dif <- sw %>%
    mutate(dif_peso_altura = height-mass)

sw_dif %>%
    filter(height > mass) %>%
    arrange(dif_peso_altura)
```

- 2. Fazendo apenas uma chamada da função mutate(), crie as seguintes colunas novas na base sw:
- a. indice\_massa\_altura = mass / height
- b. indice\_massa\_medio = mean(mass, na.rm = TRUE)
- $c. \hspace{0.1in} \texttt{indice\_relativo} \hspace{0.1in} = \hspace{0.1in} \texttt{(indice\_massa\_altura indice\_massa\_medio)} \hspace{0.1in} / \hspace{0.1in} \texttt{indice\_massa\_medio} \\$
- d. acima\_media = ifelse(indice\_massa\_altura > indice\_massa\_medio, "sim", "não")

#### 24.1.5 Sumarizando a base

Utilize a base sw nos exercícios a seguir.

1. Calcule a altura média e mediana dos personagens.

2. Calcule a massa média dos personagens cuja altura é maior que 175 cm.

```
sw %>%
  filter(height > 175) %>%
  summarize(media_massa = mean(mass, na.rm = TRUE))

## # A tibble: 1 x 1
## media_massa
## <dbl>
## 1 87.2
```

**3.** Apresente na mesma tabela a massa média dos personagens com altura menor que  $175~\rm cm$  e a massa média dos personagens com altura maior ou igual a  $175~\rm cm$ .

```
sw %>%
mutate(alturas = ifelse(height < 175, "menor 175", "maior 175")) %>%
filter(!is.na(height)) %>%
group_by(alturas) %>%
summarize(altura_media = mean(height, na.rm=TRUE)
)
```

- 4. Retorne tabelas (tibbles) apenas com:
- a. A altura média dos personagens por espécie.

```
sw %>%
group_by(species) %>%
summarize(altura_media = mean(height, na.rm = TRUE))
```

```
## # A tibble: 38 x 2
##
     species altura_media
##
     <chr>
                      <dbl>
## 1 Aleena
                       79
## 2 Besalisk
                      198
## 3 Cerean
                       198
## 4 Chagrian
                       196
## 5 Clawdite
                       168
## 6 Droid
                       131.
## 7 Dug
                       112
## 8 Ewok
                       88
## 9 Geonosian
                       183
## 10 Gungan
                       209.
## # i 28 more rows
```

b. A massa média e mediana dos personagens por espécie.

```
## # A tibble: 32 x 3
##
     species massa_media massa_mediana
##
     <chr>
                   <dbl>
                                <dbl>
## 1 Aleena
                    15
                                  15
## 2 Besalisk
                  102
                                 102
## 3 Cerean
                   82
                                  82
## 4 Clawdite
                   55
                                  55
```

##

```
## 5 Droid
                     69.8
                                   53.5
## 6 Dug
                     40
                                   40
## 7 Ewok
                                   20
                     20
## 8 Geonosian
                     80
                                   80
## 9 Gungan
                                   74
                     74
## 10 Human
                     81.3
                                   79
## # i 22 more rows
```

 ${\bf c.}$  Apenas o nome dos personagens que participaram de mais de 2 filmes.

```
sw %>%
  filter(length(films) > 2) %>%
  select(name)

## # A tibble: 87 x 1
## name
```

## 1 Luke Skywalker ## 2 C-3PO ## 3 R2-D2 ## 4 Darth Vader ## 5 Leia Organa ## 6 Owen Lars

<chr>>

## 7 Beru Whitesun Lars
## 8 R5-D4

## 9 Biggs Darklighter
## 10 Obi-Wan Kenobi

## # i 77 more rows