

Insumo-Producto Ambientalmente Extendido

Módulo 02 - El modelo de insumo producto

Renato Vargas

renovargas@gmail.com

**Comunidad Latinoamericana de Contabilidad del Capital
Natural**

COMLAC

Julio de 2021

Relaciones Fundamentales

Categorizamos la economía en n sectores. x_i es la producción total del sector i y f_i es la demanda total por los productos del sector i . Es decir, las ventas de este sector a otros sectores y a la demanda final para todos los sectores puede ser expresada como:

$$x_j = z_{11} + \cdots + z_{1j} + \cdots + z_{1n} + f_j \quad (1)$$

$$x_j = z_{i1} + \cdots + z_{ij} + \cdots + z_{in} + f_j \quad (2)$$

$$x_j = z_{n1} + \cdots + z_{nj} + \cdots + z_{nn} + f_j \quad (3)$$

Representación Compacta

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z_{11} & \dots & z_{1n} \\ \vdots & \ddots & \\ z_{n1} & & z_{nn} \end{bmatrix} \mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} \quad (4)$$

o

$$\mathbf{x} = \mathbf{Z}\mathbf{i} + \mathbf{f}$$

Necesitamos multiplicar por el vector sumatorio columna \mathbf{i} de 1's con dimensiones n .

Coeficiente de Insumo-Producto

Dados z_{ij} y x_j , por ejemplo de insumos de combustible (i) comprados por pescadores de pequeña escala (j) el año anterior y la producción del año anterior, formemos la razón entre uso de combustible y producción total de los pescadores z_{ij}/x_j , ambas en moneda y nombremoslo a_{ij} .

Entonces, los coeficientes técnicos de insumo directo pueden definirse como:

$$a_{ij} = \frac{z_{ij}}{x_j}$$

Esta razón se conoce como el coeficiente técnico de producción, el coeficiente de insumo-producto o coeficiente de insumos directos.

Coeficientes para todos los sectores

- Tenemos que $\mathbf{x} = \mathbf{Z}\mathbf{i} + \mathbf{f}$.
- Sabemos que un sombrero sobre un vector \mathbf{x} produce una matriz con el vector en su diagonal.
- Sabemos que $(\hat{x})(\hat{x})^{-1} = \mathbf{I}$ así que \hat{x}^{-1} es igual a una diagonal en que todos los elementos son $1/x$, es decir el recíproco de \mathbf{x} .
- Entonces, la matriz de coeficientes técnicos ($n \times n$) puede representarse como:

$$\mathbf{A} = \mathbf{Z}\mathbf{x}^{-1}$$

El modelo de insumo-producto

De nuestra definición de matrices $\mathbf{A} = \mathbf{Z}\mathbf{x}^{-1}$ se tiene que:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{f}$$

De álgebra matricial sabemos que \mathbf{I} es la matriz identidad, así que:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{x} = \mathbf{f}$$

Entonces para solucionar \mathbf{x} :

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{f} = \mathbf{L}\mathbf{f}$$

En donde $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{f} = \mathbf{L}$ se conoce como la matriz de Leontief o de requerimientos directos e indirectos.